

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

Санкт-Петербургский государственный технологический
университет растительных полимеров

*80-летию СПбГТУРП
посвящается*

М.А. Готовский, В.А. Суслов

Тепломассообмен в технологических установках ЦБП

Часть 2

Учебное пособие

Санкт-Петербург
2011

УДК 621.184.64 (075)
ББК 31.31я 7
С 904

Готовский М.А., Суслов В.А. Тепломассообмен в технологических установках ЦБП, часть 2: учебное пособие / СПб ГТУ РП. СПб., 2011.-123 с: ил. 74.- ISBN 978-5-91646-045-2

Учебное пособие содержит основные понятия, определения и расчетные уравнения по теплопроводности, теплоотдаче, тепломассообмену, тепловому излучению, включает классификацию, тепловой и гидродинамический расчет теплообменных аппаратов. Вторая часть посвящена вопросам конвекции.

Пособие составлено в соответствии с требованиями государственных образовательных стандартов и может быть использовано для расширения знаний студентов – теплоэнергетиков по направлению 140100 «Теплоэнергетика».

Рецензенты: зав. кафедрой промтеплоэнергетики СПбГПУ, д-р техн. наук, профессор Г.П.Поршнев; д-р техн. наук, профессор кафедры промышленной теплоэнергетики СПб ГПУ В.В. Сергеев

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом Санкт-Петербургского государственного технологического университета растительных полимеров в качестве учебного пособия.

ISBN 978-5-91646-045-2

ББК 31.31 я 7

© Готовский М.А., Суслов В.А., 2011

© ФГБОУВПО Санкт-Петербургский
государственный технологический
университет растительных
полимеров, 2011

О г л а в л е н и е

Введение	5
5 Некоторые основные термины и определения в конвективном теплообмене	6
5.1 Линейные зависимости, как первый шаг в исследовании процессов	6
5.2 Ламинарное течение	7
5.2.1 Уравнение энергии	10
5.2.2 Уравнение движения	11
5.2.3 Уравнение сплошности	13
5.3 Основы теории подобия и размерностей	14
5.3.1 Условия однозначности	14
5.3.2 Условия подобия и определение ее основных критериев	15
5.4 Примеры с решениями	20
6 Качественный характер процессов конвективного теплообмена в каналах	24
6.1 Концепция пограничного слоя	24
6.2 Теплообмен и гидродинамика при ламинарном течении в каналах	29
6.3 Теплоотдача при ламинарном течении в трубах	33
6.3.1 Теплоотдача на входном участке трубы	33
6.3.2 Сопротивление и теплоотдача на входных участках каналов при ламинарном течении	36
6.3.3 Результаты расчетного исследования для наиболее часто встречающихся на практике каналов некруглого сечения	40
6.4 Турбулентность и ее роль в процессе теплообмена	42
6.4.1 Переход к турбулентности в трубах и в пограничном слое	42
6.4.2 Простейшие практические методы расчета гидродинамики и теплообмена при турбулентных течениях	48
6.4.3 Турбулентный гидродинамический пограничный слой	55
6.4.4 Турбулентный тепловой пограничный слой	56
6.5 Шероховатость в трубах	60
6.5.1 Влияние шероховатости на сопротивление	60
6.5.2 Теплоотдача в шероховатых трубах	63
6.6 Переходный режим	63
6.7 Изогнутые трубы	65
6.8 Некоторые особенности теплогидродинамики высокоскоростных потоков	66
6.8.1 Труба Ранка-Хильша	68
6.8.2 Труба Леонтьева	69
6.9 Примеры с решениями	69
7 Теплообмен и гидродинамика при внешнем обтекании дискретных элементов теплообмена и их систем	81

7.1	Одиночная труба	81
7.2	Теплоотдача при поперечном омывании пучков труб	85
7.3	Теплоотдача и гидродинамика обтекания одиночной сферы	87
7.4	Теплообмен и гидравлика неподвижного слоя частиц	88
7.4.1	Гидравлика	88
7.4.2	Теплоотдача	90
7.5	Псевдооживление	90
7.5.1	Некоторые основные понятия. Типы и способы создания псевдооживленных систем	90
7.5.2	Пузыри в псевдооживленном слое	92
7.5.3	Теплообмен в псевдооживленном слое	95
7.5.4	Достоинства и недостатки псевдооживленного слоя	97
7.5.5	Примеры с решениями	100
8	Теплоотдача при свободном движении жидкости	104
8.1	Пограничный слой в условиях преобладания гравитационных сил	104
8.2	Результаты некоторых экспериментальных исследований свободной конвекции	107
8.3	Смешанная конвекция	112
8.3.1	Вязкостно-гравитационный режим течения в трубе	112
8.3.2	Турбулентная смешанная конвекция	114
8.3.3	Влияние свободной конвекции на теплообмен при около- и сверхкритических параметрах состояния однофазной жидкости	118
8.4	Примеры с решениями	120

Введение

В настоящем пособии рассматриваются процессы перемещения теплоты в движущихся текучих средах и обмен теплотой между ними и твердыми поверхностями. Слово «конвекция» означает движение, а сам предмет носит название «конвективного теплообмена».

Важным понятием, используемым при анализе конвекции в целом, является **сплошная среда**. Как известно, все тела состоят из микрочастиц, основными из которых применительно к рассматриваемым процессам являются атомы и молекулы. В твердых телах атомы и молекулы занимают в среднем фиксированное положение и могут лишь в некоторых случаях совершать некоторые колебания. В жидких и газообразных средах атомы или молекулы движутся в потоке, причем их движение наряду с организованным носит хаотический характер. Однако если плотность среды достаточно велика, и расстояния между атомами или молекулами весьма малы по сравнению с линейными размерами рассматриваемой системы, то эти движения можно игнорировать и считать, что любое вещество, занимающее в расчетном плане бесконечно малый объем, можно рассматривать как однородную сплошную среду. Хотя для большинства практических случаев этот подход является справедливым, в некоторых особых условиях он оказывается неприемлемым. Это происходит, например, в газах при низких давлениях, когда расстояние между молекулами оказывается сравнимым с линейными размерами системы.

Процессы теплопереноса в условиях конвективного теплообмена тесно связаны с гидродинамикой, которая описывает течение жидких сред. Состояние текущей среды описывается полями скорости и давления. Результаты, полученные при решении гидродинамических задач, могут как зависеть, так и не зависеть от температурного поля. В первом случае при решении задач конвективного теплообмена поля скоростей и давлений рассматриваются как заданные. Однако практически такая ситуация встречается достаточно редко. Наличие температурного поля оказывает влияние на гидродинамические характеристики потоков через температурную зависимость физических свойств среды и за счет возникновения движений, причиной которых само температурное поле и является. Примером таких движений является так называемая **свободная конвекция**, с которой мы постоянно сталкиваемся на практике.

Вопросы, при рассмотрении которых необходимо совместное решение задач теплообмена и гидродинамики, называются **сопряженными**. В большинстве случаев решение таких задач является сложным и часто требует экспериментального исследования. Рациональная форма представления результатов таких исследований также рассматривается в данном пособии.

5. НЕКОТОРЫЕ ОСНОВНЫЕ ТЕРМИНЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ В КОНВЕКТИВНОМ ТЕПЛООБМЕНЕ

5.1. Линейные зависимости как первый шаг в исследовании процессов

Конкретные характеристики движения текущих жидкостей определяются **кривой течения и режимом течения**.

Кривая течения может быть записана в двух вариантах:

- как связь между поперечным градиентом скорости и касательными напряжениями (s) $s = f(dw/dy)$ (используется чаще всего);

- как связь между касательными напряжениями и скоростью сдвига.

Во втором варианте градиент скорости dw/dy представляется в виде

$$\frac{dw}{dy} = \frac{d}{dy} \left(\frac{dx}{d\tau} \right) = \frac{d}{d\tau} \left(\frac{dx}{dy} \right) = \frac{d\gamma}{d\tau} = \gamma',$$

где γ' – скорость сдвига.

Простейшей кривой течения является линейная связь между касательными напряжениями и градиентом скорости (или скоростью сдвига). Жидкости, подчиняющиеся этому закону, называются **ньютоновскими** или **линейными**. Коэффициент пропорциональности в линейном законе носит название **вязкости** или динамического коэффициента вязкости.

$$s = \mu \frac{dw}{dy} = \mu \frac{d\gamma}{d\tau}. \quad (5.1)$$

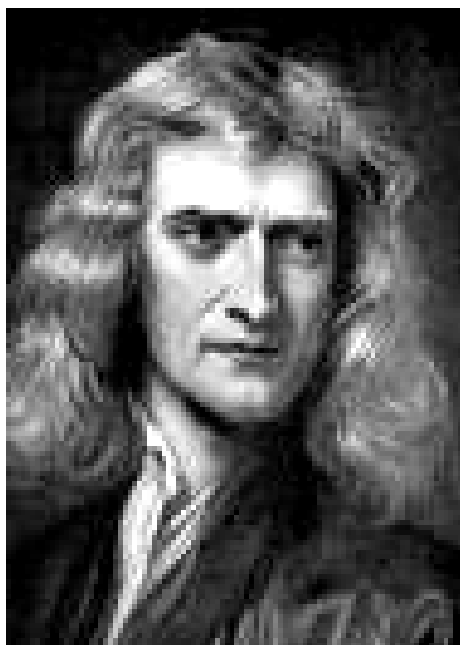


Рис. 5.1. Исаак Ньютон

Исаак Ньютон (1642-1727) — английский математик, механик, астроном и физик, создатель классической механики, член (1672) и президент (с 1703) Лондонского королевского общества. Один из основоположников современной физики, сформулировал основные законы механики и был фактическим создателем единой физической программы описания всех физических явлений на базе механики, открыл закон всемирного тяготения, объяснил движение планет вокруг Солнца и Луны вокруг Земли, а также приливы в океанах, заложил основы механики сплошных сред, акустики и физической оптики. Если к этому еще добавить, что он по существу был создателем дифференциального и интегрального исчисления, а также теории рядов, то можно оценить справедливость эпитафии на его могиле в Вестминстерском аббатстве, окончание которой приводим здесь: «... Пусть смертные радуются, что в их среде жило такое украшение человеческого рода». В день его похорон в Англии был объявлен национальный траур (рис. 5.1).

Напомним о двух идеях Ньютона, которые до сих пор широко используются при описании тепловых и гидродинамических процессов. Пер-

вую из них мы уже использовали при постановке задач теплопроводности – Ньютон ввел понятие о коэффициенте теплоотдачи. Вторая – это понятие вязкости, о которой только что было сказано. Еще в 1687 г. Ньютон сформулировал закон следующим образом: «Сопротивление, которое возникает от недостатка скользкости частей жидкости, пропорционально скорости, с которой части жидкости отделяются одна от другой».

Итак, рассмотрены три фундаментальные линейные зависимости. Это закон Фурье (см. теплопроводность), определение теплоотдачи – закон Ньютона, (в России его называют законом Ньютона-Рихмана) и закон вязкого трения Ньютона. В различных отраслях науки подобные зависимости встречаются весьма часто. В качестве подтверждения, помимо уже представленных примеров, приведем связь между напряженностью электрического поля и плотностью тока (дифференциальная форма закона Ома), напряжением и деформацией (закон Гука) и т.д.

В большинстве случаев линейные зависимости можно рассматривать как приближенные представления функций, если мы ограничиваемся небольшим интервалом изменения аргумента. Поскольку при выводе дифференциальных уравнений как раз и рассматриваются участки малого линейного размера, то для температуры, например, имеем линейную зависимость $T = T_0 + \frac{q}{\lambda} x$, что соответствует закону Фурье. Все оказывается абсолютно справедливым в том случае, если коэффициент пропорциональности λ можно считать не зависящим от T . Если это условие не удовлетворяется, то зависимость уже не будет линейной. Но, как уже упоминалось выше, чаще всего линейные законы оказываются достаточно точными. Линейность соответствующих дифференциальных уравнений существенно облегчает их решение и исследование. Однако для движущихся сред закон Ньютона спасает от нелинейности лишь в отдельных случаях, поскольку в уравнениях движения имеются так называемые конвективные члены. Теперь вернемся к изложению гидродинамических вопросов.

5.2. Ламинарное течение

К ньютоновским жидкостям относятся все газы и большинство жидкостей при достаточно высокой температуре. Мы практически будем иметь дело лишь с ньютоновскими жидкостями.

Введение понятия вязкости в форме закона Ньютона приводит к важному условию, которое необходимо учитывать при рассмотрении движения жидкости вдоль неподвижной твердой поверхности. С приближением к поверхности скорость потока должна убывать и на поверхности обращаться в нуль. Если бы это условие не удовлетворялось, то градиент скорости вблизи стенки оказался бы бесконечно большим, тогда и касательные напряжения неограниченно возрастали бы. Такой результат связан с концепцией сплошной среды, о которой указывалось выше. Таким образом, мы приходим к так

называемому **условию прилипания**. То есть непосредственно на неподвижной поверхности скорость жидкости необходимо принимать равной нулю.

У капельных жидкостей вязкость слабо зависит от давления, но резко уменьшается с повышением температуры. У газов вязкость увеличивается с повышением температуры. При высоких давлениях проявляется также и рост вязкости с ростом давления.

На теплоотдачу и гидродинамику оказывает влияние сжимаемость жидкости или **коэффициент сжатия** тела: $\varepsilon = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T$, 1/Па .

Изотермической сжимаемостью при постоянной температуре называют величину, представляющую собой относительное изменение плотности вещества при изменении давления. Для капельных жидкостей сжимаемостью можно пренебречь, но для газов при атмосферном давлении он в 20000 раз выше, чем у жидкостей. Можно показать, что если скорость газа существенно меньше скорости звука, то к нему можно применять уравнения несжимаемой жидкости. Эта граница у разных авторов определяется **числом Маха**, равным отношению скорости потока к скорости звука. Она меняется от 0,25 до 0,6. Мы будем ориентироваться на среднюю величину 0,4.

Большое значение имеет для теплообмена тепловое расширение жидкости, которое оценивается **температурным коэффициентом объемного расширения**:

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p, \quad 1/\text{К}, \quad (5.2)$$

представляющее собой относительное изменение объема при изменении температуры на один градус. Для жидкостей коэффициент β мал, но обычно положителен. Исключение составляет вода, для которой при температуре $0 > T > 4^\circ\text{C}$ коэффициент β оказывается отрицательным.

Определим β для идеального газа. Уравнение состояния для идеального газа имеет вид

$$\frac{p}{\rho} = R \cdot T \quad \text{или} \quad \rho \cdot T = \frac{p}{R} .$$

Правая часть последнего выражения постоянна при $p = const$. Взяв от него логарифмическую производную, получим $\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T} = 0$ и далее $\beta = 1/T$.

Что касается режимов течения, то для вязкой среды обычно выделяют два основных режима течения – **ламинарный** и **турбулентный**. Турбулентный режим значительно более сложное явление, чем ламинарный и будет рассматриваться позже.

Слово **ламинарный** переводится на русский язык как **слоистый**. То есть поток представляет собой систему параллельных слоев. Такое определение напрямую относится лишь к течению в прямолинейных каналах постоянного сечения или вдоль поверхностей с близкой к нулю кривизной. Иногда используют более общий термин **вязкостное** течение. Однако при этом

возникает некоторое противоречие, поскольку возникновение турбулентного течения также связано с вязкостью. Поэтому термин ламинарное течение часто применяется в расширительном смысле как течение, в котором доминирует вязкость. Смысл изложенного здесь станет яснее после ознакомления с разделом, посвященным турбулентному течению.

Важным понятием, необходимым для анализа конвективных процессов, является так называемая **полная** (или **субстациональная**) производная, вычисляемая по правилу дифференцирования сложной функции. Смысл этого понятия состоит в следующем. Предположим, что мы находимся в определенной неподвижной точке и наблюдаем за параметрами потока в некотором малом объеме, окружающем эту точку. В принципе, за счет некоторых процессов наблюдаемый параметр (например, температура T) может изменяться во времени. В результате для потока, прошедшего через этот объем, значение данного параметра несколько изменится. Это изменение имеет смысл, аналогичный наблюдаемому процессу для твердого тела. Но возможен еще один механизм изменения наблюдаемого параметра при прохождении через рассматриваемый малый объем. Если в направлении движения имеет место изменение данного параметра по длине, то его величина в результате прохождения объема изменится. Скорость изменения по первому механизму равна просто $\frac{\partial T}{\partial \tau}$. Для второго механизма указанная скорость изменения равна $u \frac{\partial T}{\partial x}$. Поясним ситуацию. Итак, при наличии локального изменения T во времени за период $\Delta \tau$ прохождения элементарным объемом жидкости участка Δx

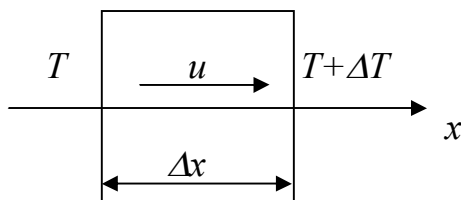


Рис.5.2. Иллюстрация понятия полной производной

изменится температура объема на $\Delta T_\tau = \frac{\partial T}{\partial \tau} \Delta \tau$. За счет градиента температуры $\frac{\partial T}{\partial x}$ температура изменится как $\Delta T_x = u \frac{\partial T}{\partial x} \Delta \tau$. С учетом очевидного равенства $u \cdot \Delta \tau = \Delta x$ получаем $\Delta T_x = \frac{\partial T}{\partial x} \Delta x$.

В общем виде полная производная в декартовых координатах имеет вид

$$\frac{DT}{d\tau} = \frac{\partial T}{\partial \tau} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial \tau} + \bar{v} \cdot \text{grad } T, \quad (5.3)$$

где $\bar{v} \cdot \text{grad } T$ скалярное произведение векторов \bar{v} и $\text{grad } T$.

Для анализа конвективных процессов необходим определенный математический аппарат, в основе которого лежат уравнения энергии, движения и сплошности.

5.2.1. Уравнение энергии

Рассмотрим однородную и изотропную жидкость аналогично соответствующему разделу в части 1 «Теплопроводность». Теплота в данном случае передается теплопроводностью и конвекцией, а также может выделяться внутренними источниками.

Ранее было получено уравнение теплопроводности:

$$\rho \frac{\partial i}{\partial \tau} = -\operatorname{div} \bar{q} + q_v, \quad (5.4)$$

где $\operatorname{div} \bar{q} = \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z}$; ρ – плотность жидкости. У капельных жидкостей она слабо зависит от температуры. У газов плотность с повышением температуры значительно уменьшается.

Поскольку конвекция теплоты всегда сопровождается теплопроводностью, так как при движении жидкости или газа происходит соприкосновение частиц с различными температурами, то конвективный теплообмен можно рассчитать по уравнению $\bar{q} = q_{\text{мпр}} + q_{\text{конв}} = -\lambda \nabla t + \rho \cdot w \cdot i$. (5.5)

Согласно (5.5) проекции плотности теплового потока q на координатные оси Q_x, Q_y, Q_z : $q_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} + \rho \cdot w_x \cdot i$; $q_y = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y} + \rho \cdot w_y \cdot i$; $q_z = -\lambda \frac{\partial t}{\partial z} + \rho \cdot w_z \cdot i$.

Подставив проекции в (5.4), получим

$$\rho \frac{\partial i}{\partial \tau} = \lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) - \rho \left(w_x \frac{\partial i}{\partial x} + w_y \frac{\partial i}{\partial y} + w_z \frac{\partial i}{\partial z} \right) - \rho \cdot i \left(\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) + q_v.$$

Для несжимаемых жидкостей ($\rho = \text{const}$): $\operatorname{div} w = \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0$.

Тогда $\frac{\partial i}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial i}{\partial x} + w_y \frac{\partial i}{\partial y} + w_z \frac{\partial i}{\partial z} = \frac{\lambda}{\rho} \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{q_v}{\rho}$.

Так как $i = \int C_p \cdot dt$, то

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{q_v}{\rho \cdot C_p}, \quad (5.6)$$

где $a = \frac{\lambda}{\rho \cdot C_p}$ – коэффициент температуропроводности.

Уравнение (5.6) является **уравнением энергии**. Многочлен в левой части этого уравнения – полная производная от температуры по времени: $\frac{Dt}{d\tau} = \frac{\partial t}{\partial \tau} + \frac{\partial t}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \tau} + \frac{\partial t}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \tau} + \frac{\partial t}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \tau}$, где $\frac{\partial t}{\partial \tau}$ – локальная производная по t ; $w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z}$ – характеризует изменение температуры по потоку.

Пользуясь обозначением оператора Лапласа, уравнение (5.6) запишем в виде
$$\frac{Dt}{d\tau} = a \nabla^2 t + \frac{q_v}{\rho \cdot C_p}.$$

При $w_x = w_y = w_z = 0$ уравнение (5.6) превращается в уравнение теплопроводности.

Можно считать, что в тепловыделение от внутренних источников теплоты (объемное) q_v входят все возможные источники теплоты, в том числе и связанные с течением сплошной среды (в результате перехода в теплоту работы вязкого трения).

В уравнение конвективного теплообмена входят компоненты скорости. Для постановки задачи конвективного теплообмена необходимо или задать поле скорости, например, решив предварительно уравнения гидродинамики, или решать эти уравнения совместно, если физические свойства сплошной среды существенно зависят от температуры. К уравнениям гидродинамики относятся уравнения движения и сплошности.

5.2.2. Уравнение движения

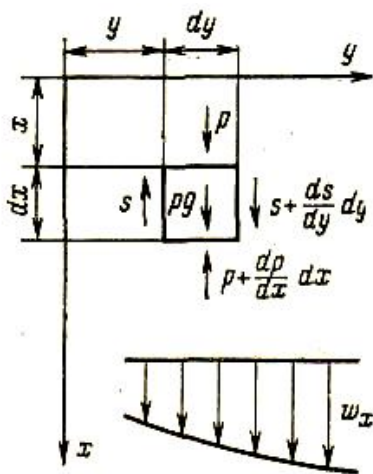


Рис. 5.3. Элементарный объем в потоке жидкости

Выделим в потоке жидкости элементарный объём с размерами рёбер dx , dy и dz (рис. 5.3). Скорость потока изменяется только в направлении оси y . Вывод уравнения движения базируется на втором законе Ньютона $F = m \cdot a$.

На элементарный объём действуют следующие силы: сила тяжести, равнодействующая сил давления и равнодействующая сил трения. Найдем проекции этих сил на ось Ox .

1. Проекция силы тяжести на ось Ox равна произведению проекции ускорения свободного падения g_x на массу элемента: $df_1 = \rho \cdot g_x dv$.

2. Так как на верхней грани элемента давление жидкости равно p , то на площадку $dy \cdot dz$ действует сила $p \cdot dy \cdot dz$. На нижней грани давление равно $p + \frac{dp}{dx} dx$. Сила,

действующая на эту грань, определится как: $-\left(p + \frac{dp}{dx} dx\right) dy \cdot dz$. Знак “-” ука-

зывает противоположность направления действия силы направлению движения потока. Тогда равнодействующая сил давления равна $df_2 = -\frac{dp}{dx}dv$.

3. Вследствие изменения скорости только в направлении оси OY , сила трения возникает на боковых гранях элементарного объёма $dx \cdot dz$. Около левой грани скорость движения частиц жидкости меньше, чем в центре элемента. Поэтому на участке « y » сила трения направлена против движения и равна $S \cdot dx \cdot dz$. У правой грани скорость частиц потока больше, чем в самом элементе. Поэтому на участке « $y+dy$ » сила трения направлена в сторону движения. Равнодействующая сил трения $df_3 = \left(S + \frac{dS}{dy} dy \right) dx \cdot dz - S \cdot dx \cdot dz = \frac{dS}{dy} dv$.

$$\text{Так как } S = \mu \left(\frac{dw_x}{dy} \right), \text{ то } df_3 = \mu \frac{d^2 w_x}{dy^2} dv,$$

где μ – коэффициент динамической вязкости.

Проекция на ось OX , равнодействующих всех сил, приложенных к объёму, определяется как сумма df_1, df_2, df_3 : $df = \left(\rho g_x - \frac{dp}{dx} + \mu \frac{d^2 w_x}{dy^2} \right) dv$. (а)

Согласно второму закону механики, эта равнодействующая сила, учитывающая силы инерции, равна $df = \rho \frac{dw_x}{d\tau} dv$. (б)

$$\text{Тогда } \rho \frac{dw_x}{d\tau} = \rho g_x - \frac{dp}{dx} + \mu \frac{d^2 w_x}{dy^2}.$$

В случае трёхмерного движения несжимаемой жидкости с постоянными физическими параметрами скоростное поле описывается системой уравнений движения в проекциях на оси OX , OY и OZ :

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{dw_x}{d\tau} &= \rho \cdot g_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2} \right) \\ \rho \frac{dw_y}{d\tau} &= \rho \cdot g_y - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2} \right) \\ \rho \frac{dw_z}{d\tau} &= \rho \cdot g_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (5.7)$$

Уравнения системы (5.7) называются уравнениями Навье-Стокса. Поскольку составляющие скорости w_x, w_y, w_z изменяются во времени и пространстве, то член левой части уравнений (5.7) должен представлять собой полную производную от скорости по времени:

$$\frac{Dw_x}{d\tau} = \frac{\partial w_x}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_x}{\partial z} \quad (5.8)$$

Аналогично для других осей.

В векторной форме уравнения системы (5.7) запишутся как:

$$\rho \frac{D\bar{w}}{d\tau} = \rho \bar{g} - \nabla p + \mu \nabla^2 \bar{w}. \quad (5.9)$$

где $\nabla^2 \bar{w}$ - вектор, составляющими которого являются $\nabla^2 w_x, \nabla^2 w_y, \nabla^2 w_z$.

Известно, что $\rho = \rho_0(1 - \beta \cdot \vartheta)$, где β - коэффициент объемного расширения; $\vartheta = t - t_0$; t_0 - фиксированная температура. Тогда **уравнение движения** можно записать в виде

$$\frac{D\bar{w}}{d\tau} = -\bar{g} \cdot \beta \cdot \vartheta - \frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \cdot \nabla^2 \bar{w}. \quad (5.10)$$

Так как в систему уравнений, описывающих процесс теплообмена, вошла неизвестная величина ΔP - давление, то система оказалась незамкнутой. Поэтому необходимо добавить уравнение сплошности, которое по существу является выражением закона сохранения массы.

Заметим, что в предположении $\mu = 0$ уравнения Навье-Стокса переходят в уравнения идеальной жидкости, которые были сформулированы еще Л.Эйлером в XVIII веке. Методы решения этих уравнений имеют длительную историю и к началу XX века были достаточно хорошо разработаны.

5.2.3. Уравнение сплошности

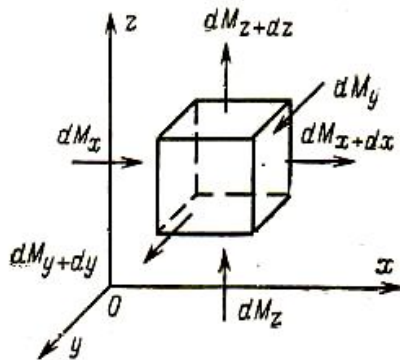


Рис. 5.4. Параллелепипед в потоке неподвижной жидкости

Выделим в потоке движущейся жидкости неподвижный параллелепипед со сторонами dx, dy и dz . Подсчитаем массу жидкости, протекающей через него в направлении осей Ox, Oy, Oz за время $d\tau$ (рис. 5.4).

В направлении оси Ox в элементарный объём втекает масса жидкости

$$dM_x = \rho \cdot w_x \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau, \quad (a)$$

где $\rho \cdot w_x$ - количество массы, протекающей в

единицу времени через единицу грани $dy \cdot dz$.

Из противоположной

грани вытекает количество жидкости $dM_{x+dx} = \rho \cdot w_{x+dx} \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau$. Взяв два пер-

вых члена ряда разложения, получим, что масса жидкости dM_{x+dx} , вытекающая из объема в направлении оси Ox : $dM_{x+dx} = \left[\rho \cdot w_x + \frac{\partial(\rho \cdot w_x)}{\partial x} dx \right] dy \cdot dz \cdot d\tau$. (б)

Вычтем (а) из (б). Получим излишек массы жидкости, вытекающей из объёма в направлении оси Ox :

$$dM_x - dM_{x+dx} = -\frac{\partial(\rho \cdot w_x)}{\partial x} dv \cdot d\tau. \quad (в)$$

Аналогично по направлениям Oy и Oz :

$$dM_y - dM_{y+dy} = -\frac{\partial(\rho \cdot w_y)}{\partial y} dv \cdot d\tau; \quad (г)$$

$$dM_z - dM_{z+dz} = -\frac{\partial(\rho \cdot w_z)}{\partial z} dv \cdot d\tau. \quad (д)$$

Суммируя (в), (г) и (д), получим полный избыток массы, вытекающей из объёма. Он обусловлен изменением плотности жидкости в объёме dv и равен изменению массы объёма во времени $\frac{\partial \rho}{\partial \tau} dv \cdot d\tau$. Сократив сумму на dv и $d\tau$ и перенося все члены в правую часть равенства, получим **дифференциальное уравнение сплошности или неразрывности**

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial(\rho \cdot w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot w_z)}{\partial z} = 0 . \quad (5.11)$$

Для несжимаемых жидкостей при $\rho = const$:

$$\frac{\partial(w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(w_z)}{\partial z} = 0 \quad (5.12)$$

или

$$div \bar{w} = 0 . \quad (5.13)$$

Рассмотрим в качественном плане некоторые задачи для достаточно простых условий течения и передачи теплоты, которые позволяют проиллюстрировать физический смысл задач конвективного теплообмена.

5.3. Основы теории подобия и размерностей

Решение системы дифференциальных уравнений теплообмена средствами математического анализа связано с большими трудностями, иногда непреодолимыми. Поэтому такие задачи решаются либо численными методами с применением ЭВМ, либо экспериментальным путем. Вследствие этого обобщение полученных решений ограничено. При изменении аргументов требуется новое решение. Преодолеть эти трудности позволяет теория подобия.

5.3.1. Условия однозначности

Для выделения конкретно рассматриваемого процесса из бесчисленного множества, описываемого полученными дифференциальными уравнениями, к ним необходимо добавить **условия однозначности**. Они состоят из:

- 1) **геометрических условий;**
- 2) **физических условий;**
- 3) **временных или начальных условий;**
- 4) **граничных условий.**

Система дифференциальных уравнений в совокупности с условиями однозначности представляет собой математическую формулировку краевой задачи, которая является основой теории подобия.

Рассмотрим поверхность твёрдого тела размером l_0 омываемой жидкостью с постоянными вдали от тела температурой t_0 и скоростью w_0 . Поверхность тела имеет температуру t_c ; $t_c > t_0$. Физические параметры жидкости постоянны. Процесс стационарный и описывается уравнениями энергии, движения и сплошности. Граничные условия процесса:

1) вдали от тела ($y = \infty$) - $\vartheta = \vartheta_0 = 0$; $w_x = w_0$; $w_y = 0$; $\vartheta = t - t_0$, где t - текущая температура жидкости;

- 2) на поверхности тела $(y = 0; 0 \leq X \leq \ell_0; -\infty \leq Z \leq +\infty)$ -
 $\vartheta = \vartheta_c = t_c - t_0 = const; w_x = w_y = w_z = 0.$

Различают три вида величин:

- независимые переменные: координаты x, y ;
- зависимые переменные: v, w_x, w_y - определяются значениями независимых переменных при задании величин, входящих в условие однозначности;
- постоянные величины: $w_0, t_0, l_0, v_c, v, a, g, \beta, \dots$, - задаются условиями однозначности и не являются функцией независимых переменных.

Для приведения к безразмерному виду граничных условий выбираем масштабы приведения: l_0, w_0, ϑ_c .

Обозначим безразмерные величины:

$$X = \frac{x}{l_0}; Y = \frac{y}{l_0}; W_x = \frac{w_x}{w_0}; W_y = \frac{w_y}{w_0}; \theta = \frac{v}{v_w}.$$

Тогда граничные условия в безразмерном виде:

- 1) вдали от тела ($Y = \infty$) $\theta = \theta_0 = 0; W_x = 1; W_y = 0;$
- 2) на поверхности тела ($Y = 0; 0 \leq X \leq 1$); $\theta = \theta_c = 1; W_x = W_y = 0.$

Из граничных условий в безразмерном виде следует, что при w_0, t_c, t_0 , имеющих различные условные значения, безразмерные величины θ_0, θ_c, W имеют вполне конкретные значения.

5.3.2. Условия подобия и определение ее основных критериев

Теория подобия – это учение о подобных явлениях. Как известно, геометрические фигуры одинаковой формы подобны, если соответственные углы равны и сходственные стороны пропорциональны.

$$\text{Тогда} \quad \frac{x''}{x'} = \frac{y''}{y'} = \frac{z''}{z'} = \frac{l''}{l'} = C_\ell,$$

где x, y, z, ℓ - координаты сходственных точек и сходственные отрезки. В этом случае C_ℓ - константа геометрического подобия.

Понятие подобия может быть распространено на любые физические явления. Однако физические явления могут рассматриваться как подобные, если они относятся к классу явлений одной и той же природы.

По этому признаку в физическом подобии выделяют:

- **кинематически подобные процессы**, если подобны движения потоков жидкости;
- **динамическое подобие** означает подобие силовых полей;
- **тепловое подобие** означает подобие температурных полей и тепловых потоков.

Обязательной предпосылкой физического подобия является геометрическое подобие. Сопоставлять можно только **однородные величины** (размерность которых и смысл одинаковы) в **сходственных точках** пространства и в **сходственные моменты времени**. Сходственными точками называются

точки, удовлетворяющие условию геометрического подобия $\frac{l''}{l'} = C_l$. Тогда при кинематическом подобии имеем подобие полей скоростей и равенство $\frac{w''}{w'} = C_w$. При динамическом подобии - подобие полей давления: $\frac{p''}{p'} = C_p$. При тепловом - подобие температурных полей $\frac{t''}{t'} = C_t$. Значения констант подобия C показывают, во сколько раз физические величины одной системы отличаются от тех же величин другой. Константы подобия C_w, C_p, C_t для подобных систем сохраняют одно и то же значение $C_w = idem; C_p = idem; C_t = idem$ в сходственные моменты времени. Два промежутка времени τ'', τ' называются сходственными, если они имеют общее начало отсчёта и связаны равенством $\frac{\tau''}{\tau'} = C_\tau = idem$.

Знание безразмерных параметров имеет важное значение при изучении процессов теплообмена. Их число и структуру можно получить различными способами [1 - 8]. Наиболее распространенными из них являются метод размерностей, либо способ приведения математического описания процесса к безразмерному виду. Рассмотрим подобие двух систем, описываемых уравнениями энергии, движения и теплообмена на границе с теплообменной поверхностью. Эти системы должны удовлетворять трем условиям подобия:

- подобные явления должны быть качественно одинаковы, то есть они должны иметь одинаковую физическую природу, относиться к одному и тому же роду и описываться одинаковыми по форме записи дифференциальными уравнениями, а величины, характеризующие подобие явлений, должны быть подобны, т.е. в сходственных точках и в сходственные моменты времени однородные величины φ'' одной системы и φ' другой системы пропорциональны – связаны константой подобия: $\varphi'' = C_\varphi \cdot \varphi'$;

- условия однозначности подобных процессов должны протекать в геометрически подобных системах и быть одинаковыми во всем, кроме числовых значений размерных постоянных, содержащихся в этих условиях;

- одноименные определяющие безразмерные переменные подобных процессов должны иметь одинаковое числовое значение.

Обозначим величины дифференциальных уравнений первой системы одним штрихом, второй – двумя штрихами. Первая система будет состоять из

$$\left. \begin{aligned}
 & \text{уравнения энергии :} \\
 & \frac{\partial t'}{\partial \tau'} + w'_x \frac{\partial t'}{\partial x'} + w'_y \frac{\partial t'}{\partial y'} + w'_z \frac{\partial t'}{\partial z'} = a' \cdot \nabla^2 t' + \frac{q'_v}{c'_p \cdot \rho'}; \\
 & \text{уравнения движения :} \\
 & \frac{\partial w'_x}{\partial \tau'} + w'_x \frac{\partial w'_x}{\partial x'} + w'_y \frac{\partial w'_x}{\partial y'} + w'_z \frac{\partial w'_x}{\partial z'} = g'_x \cdot \beta' \cdot \vartheta' - \frac{1}{\rho'} \frac{\partial P'}{\partial x'} + \nu' \cdot \nabla^2 w'_x; \\
 & \text{уравнения теплообмена :} \\
 & \alpha' \cdot \Delta t' = -\lambda' \frac{\partial t'}{\partial x'}.
 \end{aligned} \right\} \quad (\text{a})$$

Вторая система будет состоять из уравнений:

$$\left. \begin{aligned}
 & \frac{\partial t''}{\partial \tau''} + w''_x \frac{\partial t''}{\partial x''} + w''_y \frac{\partial t''}{\partial y''} + w''_z \frac{\partial t''}{\partial z''} = a'' \cdot \nabla^2 t'' + \frac{q''_v}{c''_p \cdot \rho''}; \\
 & \frac{\partial w''_x}{\partial \tau''} + w''_x \frac{\partial w''_x}{\partial x''} + w''_y \frac{\partial w''_x}{\partial y''} + w''_z \frac{\partial w''_x}{\partial z''} = g''_x \cdot \beta'' \cdot \vartheta'' - \frac{1}{\rho''} \frac{\partial P''}{\partial x''} + \nu'' \cdot \nabla^2 w''_x; \\
 & \alpha'' \cdot \Delta t'' = -\lambda'' \frac{\partial t''}{\partial x''}.
 \end{aligned} \right\} \quad (\text{б})$$

В соответствии со вторым условием подобия однородные величины должны быть подобны, т.е.

$$\begin{aligned}
 t''/t' = C_t, \quad \tau''/\tau' = C_\tau, \quad \omega''/\omega' = C_\omega, \quad l''/l' = C_l, \quad a''/a' = C_a, \quad \beta''/\beta' = C_\beta, \\
 p''/p' = C_p, \quad \rho''/\rho' = C_\rho, \quad \nu''/\nu' = C_\nu, \quad \lambda''/\lambda' = C_\lambda, \quad \text{и т. д.}
 \end{aligned}$$

Выразим переменные второй системы через переменные первой и подставим в уравнения второй системы. Тогда

$$\left. \begin{aligned}
 & \frac{C_t}{C_\tau} \frac{\partial t'}{\partial \tau'} + \frac{C_w \cdot C_t}{C_\ell} \left(w'_x \frac{\partial t'}{\partial x'} + w'_y \frac{\partial t'}{\partial y'} + w'_z \frac{\partial t'}{\partial z'} \right) = \frac{C_a \cdot C_t}{C_\ell^2} a' \nabla^2 t' + \frac{C_q}{C_\rho \cdot C_c} \frac{q'_v}{C'_p \cdot \rho'}; \\
 & \frac{C_w}{C_\tau} \frac{\partial w'}{\partial \tau'} + \frac{C_w^2}{C_\ell} \left(w'_x \frac{\partial w'_x}{\partial x'} + w'_y \frac{\partial w'_x}{\partial y'} + w'_z \frac{\partial w'_x}{\partial z'} \right) = C_g \cdot C_\beta \cdot C_{\Delta t} \cdot g'_x \cdot \rho' \cdot \Delta t' - \\
 & - \frac{C_p}{C_\rho \cdot C_\ell} \frac{1}{\rho'} \frac{\partial P'}{\partial x'} + \frac{C_\nu \cdot C_w}{C_\ell^2} \nu' \cdot \nabla^2 w'; \\
 & C_\alpha \cdot C_t \cdot \alpha' \cdot \Delta t' = C_\lambda \frac{C_t}{C_\ell} \left(-\lambda' \frac{\partial t'}{\partial x'} \right).
 \end{aligned} \right\} \quad (\text{в})$$

Для подобных систем уравнения должны быть тождественны. На этом основании уравнения системы (а) должны быть тождественны уравнениям системы (в).

Для этого необходимо, чтобы комплексы из констант подобия в уравнениях (в) сократились, т. е. должны быть равенства:

$$\frac{C_t}{C_\tau} = \frac{C_w \cdot C_t}{C_\ell} = \frac{C_a \cdot C_t}{C_\ell^2} = \frac{C_q}{C_\rho \cdot C_c}; \quad (5.14)$$

$$\frac{C_w}{C_\tau} = \frac{C_w^2}{C_\ell} = C_g \cdot C_\beta \cdot C_{\Delta t} = \frac{C_p}{C_\rho \cdot C_\ell} = \frac{C_v \cdot C_w}{C_\ell^2}; \quad (5.15)$$

$$C_a \cdot C_t = C_\lambda \frac{C_t}{C_\ell}. \quad (5.16)$$

Уравнения (5.14) - (5.16) – есть искомые условия подобия, которыми ограничивается произвольный выбор констант подобия.

Рассматривая члены соотношения (5.14) попарно, получим:

$$\frac{C_t}{C_\tau} = \frac{C_a \cdot C_t}{C_\ell^2} \text{ или } \frac{C_a \cdot C_\tau}{C_\ell^2} = 1. \quad (5.17)$$

$$\frac{C_w \cdot C_t}{C_\ell} = \frac{C_a \cdot C_t}{C_\ell^2} \text{ или } \frac{C_w \cdot C_\ell}{C_a} = 1. \quad (5.18)$$

$$\frac{C_a \cdot C_t}{C_\ell^2} = \frac{C_q}{C_\rho \cdot C_c} \text{ или } \frac{C_q \cdot C_\ell^2}{C_a \cdot C_t \cdot C_\rho \cdot C_c} = 1. \quad (5.19)$$

Из соотношения (5.15):

$$\frac{C_w}{C_\tau} = \frac{C_w^2}{C_\ell} \text{ или } \frac{C_w \cdot C_\tau}{C_\ell} = 1. \quad (5.20)$$

$$\frac{C_w^2}{C_\ell} = C_g \cdot C_\beta \cdot C_{\Delta t} \text{ или } \frac{C_g \cdot C_\beta \cdot C_{\Delta t} \cdot C_\ell}{C_w^2}. \quad (5.21)$$

$$\frac{C_w^2}{C_\ell} = \frac{C_p}{C_\rho \cdot C_\ell} \text{ или } \frac{C_p}{C_w^2 \cdot C_\rho} = 1. \quad (5.22)$$

$$\frac{C_w^2}{C_\ell} = \frac{C_v \cdot C_w}{C_\ell^2} \text{ или } \frac{C_w \cdot C_\ell}{C_v} = 1. \quad (5.23)$$

$$\text{Из соотношения (5.16) } C_a \cdot C_t = C_\lambda \frac{C_t}{C_\ell} \text{ или } \frac{C_a \cdot C_\ell}{C_\lambda} = 1. \quad (5.24)$$

Подставим в уравнения (5.17) - (5.24) значения констант подобия, величины сгруппируем по индексам и получим условия подобия двух систем в новом выражении:

$\frac{a \cdot \tau}{\ell^2} = Fo = idem$ – **критерий Фурье**, характеризует связь между скоростью изменения температурного поля, физическими свойствами и размерами тела;

$\frac{w \cdot \ell}{a} = Pe = idem$ – **критерий Пекле**, является мерой отношения конвективного и молекулярного переносов теплоты в потоке;

$\frac{w \cdot \tau}{\ell} = Ho = idem$ – **критерий гомохронности**, характеризует скорость изменения поля скоростей при течении среды во времени;

$\frac{\Delta P}{\rho \cdot w^2} = Eu = idem$ – **критерий Эйлера**, характеризует подобие полей давления и является мерой отношения сил давления и инерционных сил;

$\frac{w \cdot \ell}{\nu} = Re = idem$ – **критерий Рейнольдса**, характеризует гидродинамический режим потока, являясь мерой отношения сил инерции и сил вязкого трения;

$\frac{\alpha \cdot \ell}{\lambda} = \frac{\alpha}{\lambda/\ell} = Nu = idem$ – **критерий Нуссельта**, характеризует интенсивность передачи теплоты конвекцией к интенсивности передачи теплоты теплопроводностью в слое толщиной l .

При делении $Pe/Re = \nu/a = Pr$ – **критерий Прандтля**, мера подобия температурных и скоростных полей в потоке.

Если (5.21), или $\frac{g \cdot \beta \cdot \Delta t \cdot \ell}{w^2}$ умножить на Re^2 , то получим $\frac{g \cdot \beta \cdot \Delta t \cdot \ell^3}{\nu^2} = Gr$ – **число Грасгофа**, характеризующее подъемную силу, возникающую в жидкости из-за разности плотностей.

Так как $\beta \cdot \Delta t = \frac{(\rho_0 - \rho)}{\rho_0}$, то можно записать более общую модификацию:

$$\frac{g \cdot \ell_0^3}{\nu^2} \left(\frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0} \right) = Ar - \text{число Архимеда. Для однородной среды при}$$

$\beta = const$ Ar идентичен Gr .

Безразмерные величины $\theta, W_x, W_y, X, Y, Nu, Re, Pe, Gr...$ можно рассматривать как новые переменные. Их можно поделить на:

- **независимые переменные** – безразмерные координаты X, Y – соответствуют поверхности теплоотдачи;
- **зависимые переменные** – θ, W_x, W_y, Nu – определяются значениями независимых переменных;
- **постоянные величины** – Re, Pe, Gr ; они заданы условиями однозначности и для конкретной задачи постоянны.

Можно написать:

$$Nu = f_1(X, Y, Pr, Re, Gr) = F_1(X, Y, Pr, Re, Gr);$$

$$\theta = f_2(X, Y, Pr, Re, Gr) = F_2(X, Y, Pr, Re, Gr);$$

$$W_x = f_3(X, Y, Pr, Re, Gr) = F_3(X, Y, Pr, Re, Gr);$$

$$W_y = f_4(X, Y, Pr, Re, Gr) = F_4(X, Y, Pr, Re, Gr).$$

Приведенные уравнения называются **уравнениями подобия**.

На основании этих уравнений безразмерные переменные делятся на:

- **определяемые** – числа, в которые входят искомые зависимые переменные: $\alpha, \vartheta, w_x, w_y, \theta, W_x, W_y, Nu$;
- **определяющие** – числа, составленные из независимых переменных и постоянных величин, входящих в условия однозначности: X, Y, Pr, Re, Gr .

Основные положения теории подобия формулируются в виде **трех теорем**.

1. Подобные между собой явления имеют одинаковые критерии подобия. Теорема устанавливает связь между константами подобия и позволяет выявить критерии подобия: запись дифференциальных уравнений должна быть одинаковой.

2. Условия однозначности подобных процессов должны быть одинаковыми во всём, кроме числовых значений размерных постоянных, содержащихся в этих условиях: теорема позволяет сократить число переменных в задачах теплообмена.

Из **1^{ой}** и **2^{ой}** теорем следует, что подобные процессы должны описываться одинаковыми безразмерными дифференциальными уравнениями и безразмерными граничными условиями.

3. Подобны те явления, которые имеют подобные условия однозначности и одинаковые определяющие критерии.

Критерии, представляющие собой безразмерную форму условий однозначности, **называются определяющими**. Понятие “определяющий” не является свойством, присущим определённым критериям. Так в задачах конвективного теплообмена критерий Nu есть величина определяемая.

Для подобия необходимо, чтобы одноименные определяющие безразмерные переменные были численно равны.

5.4. Примеры с решениями

Пример 5 – 1. Для нахождения распределения температуры в процессе изготовления стального сердечника гранитного вала бумагоделательной машины диаметром $d = 350$ мм через $\tau = 3$ ч после загрузки его в печь необходимо провести соответствующее исследование в муфельной печи на геометрически подобной стальной модели вала. Для проведения исследования необходимо определить диаметр модели вала и интервал времени выдержки модели в печи, после которой проводится измерение распределения температуры в модели.

Коэффициент теплоотдачи к валу в печи составляет $\alpha = 92 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{град}}$.

Необходимые физические параметры материала вала и модели взяты из [9].

Для вала: $\lambda_{\text{в}} = 39 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{град}}$; $a = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$.

Для модели: $\lambda_{\text{м}} = 18 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{град}}$; $a_{\text{м}} = 0,8 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$, $\alpha_{\text{м}} = 120 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{град}}$.

Подобие температурных полей вала и модели определяется равенством критериев для образца и модели:

$$Bi_{\text{м}} = Bi_{\text{в}} \quad \text{и} \quad Fo_{\text{м}} = Fo_{\text{в}}.$$

Для вала критерии Био и Фурье равны:

$$Bi = \frac{\alpha \cdot r}{\lambda} = \frac{92 \cdot 0,175}{39} = 0,413;$$

$$Fo = \frac{a \cdot \tau}{r^2} = \frac{1,2 \cdot 10^{-5} \cdot 10800}{(0,175)^2} = 4,23.$$

Находим диаметр модели сердечника вала при $Bi_{\text{м}} = Bi_{\text{в}}$:

$$d_{\text{м}} = 2 \frac{\lambda_{\text{м}} \cdot Bi}{\alpha_{\text{м}}} = 2 \frac{18 \cdot 0,413}{120} = 0,062 \text{ м}.$$

Находим интервал времени выдержки модели в печи при $Fo_{\text{м}} = Fo_{\text{в}}$:

$$\tau_{\text{м}} = \frac{r_{\text{м}}^2 \cdot Fo}{a_{\text{м}}} = \frac{(0,031)^2 \cdot 4,23}{0,8 \cdot 10^{-5}} = 508 \text{ с} = 8,5 \text{ мин}.$$

Пример 5 – 2. На паропроводе перегретого пара диаметром $d = 320$ мм установлена измерительная диафрагма без предварительной тарировки.

Найти тарировочную зависимость $\Delta P = f(G)$ в паропроводе для течения атмосферного пара с температурой $t_{\text{нар}} = 270$ °C в автомобильной области и указать границы ее применимости. ΔP – перепад статических давлений в диафрагме; G – расход пара.

Для определения расхода пара по тарировочной зависимости и проведения тарировочных исследований была изготовлена модель в $1/4$ натуральной величины. Тарировку проводили на модели с водой при температуре

$t_g = 20^\circ\text{C}$. Результаты измеренных перепадов давлений на диафрагме, установленной на модели трубопровода при различных расходах воды представлены в табл. 5.1.

Таблица 5.1

$\Delta P_g, \text{н/м}^2$	382	942	3616	14440	57760
$G_g, \text{кг/с}$	1,78	3,55	7,10	14,21	28,42

Находим физические параметры воды при $t_g = 20^\circ\text{C}$ согласно приложениям в [9]: $\rho_g = 998 \text{ кг/м}^3$; $\nu_g = 1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$.

Проводим обработку опытных данных, полученных в модели на воде, по зависимости $Eu = f(\text{Re})$. Критериальная зависимость согласно теории подобия будет справедлива при движении пара в натурном паропроводе

$$\text{Число Эйлера} - Eu = \frac{\Delta P_g}{\rho_g \cdot w_g^2}.$$

Скорость воды находим из уравнения расхода

$$w_g = \frac{4G_g}{\rho_g \cdot \pi \cdot d_m^2} = \frac{4 \cdot G_g}{998 \cdot 3,14 \cdot (0,08)^2} = 0,199 \cdot G_g,$$

где d_m – диаметр трубопровода модели $d_m = 0,25 \cdot d_n = 0,25 \cdot 0,32 = 0,08 \text{ м}$.

Подставив значение найденной скорости в число Eu , получим

$$Eu = \frac{\Delta P_g}{\rho_g} \left(\frac{\rho_g \cdot \pi \cdot d_m^2}{4G_g} \right)^2 = \frac{\rho_g \cdot \Delta P_g}{G_g^2} \left(\frac{\pi \cdot d_m^2}{4} \right).$$

$$Eu = 998 \left(\frac{3,14 \cdot (0,08)^2}{4} \right)^2 \frac{\Delta P_g}{G_g^2} = 2,52 \cdot 10^{-2} \frac{\Delta P_g}{G_g^2}.$$

Число Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{w_g \cdot d_m}{\nu_g} = \frac{4G_g}{\rho_g \cdot \pi \cdot d_m \cdot \nu_g} = \frac{4G_g}{998 \cdot 3,14 \cdot 0,08 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} = 15955 \cdot G_g.$$

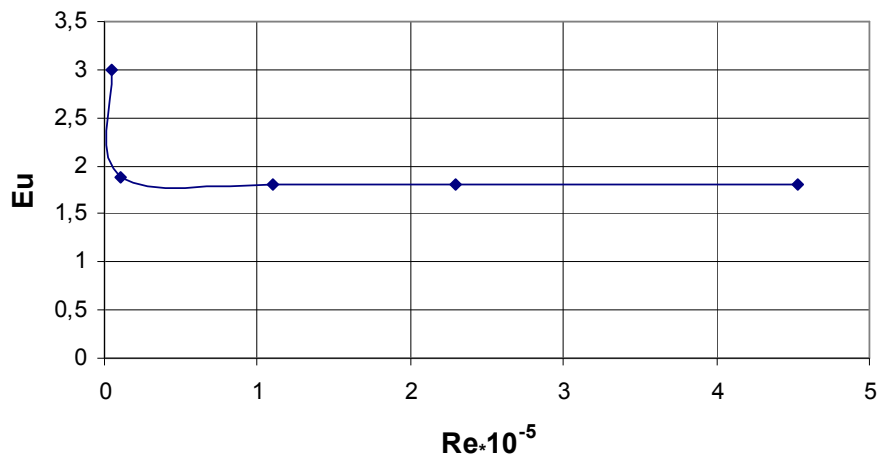
В полученные зависимости подставим значения ΔP_g и G_g , полученные при тарировке на модели и представленные в табл. 5.1.

Результаты расчетов представим в табл. 5.2.

Таблица 5.2

№ п/п	$\Delta P_{\rho, 2}$ н/м ²	G_{ρ} кг/с	W_{ρ} м/с	Eu	Re
1	382	1,78	0,354	3,038	5648
2	942	3,55	0,706	1,884	11264
3	3616	7,10	1,413	1,808	113280
4	14440	14,21	2,828	1,802	226720
5	57760	28,42	5,656	1,802	453441

По данным табл. 5.2 строим график зависимости $Eu = f(Re)$ на рис. 5.5.

Рис. 5.5. Зависимость числа Eu от числа Re

Из табл. 5.2 и рис. 5.5 следует, что при $Re > 1,132 \cdot 10^5$ $Eu = const = 1,8$ (автомодельная область). Следовательно, при течении пара в паропроводе при $Re > 1,132 \cdot 10^5$ число $Eu = 1,8$.

Используем последнее равенство для нахождения искомой зависимости

$$\text{в паропроводе} \quad \Delta P = Eu \cdot \rho \cdot w^2 = \frac{1,8}{\nu} w^2 = \frac{1,8}{2,5} w^2 = 0,72 \cdot w^2,$$

где $\nu = 2,5 \text{ м}^3/\text{кг}$ при $p = 0,98 \text{ бар}$ и $t_{\text{пар}} = 270^\circ\text{C}$.

Из уравнения расхода найдем скорость $w = \frac{G \cdot \nu}{0,785 \cdot d^2}$ и подставим ее в искомую зависимость для перепада давлений

$$\Delta P = 0,72 \left(\frac{2,5}{0,785 \cdot (0,32)^2} \right)^2 \cdot G^2 = 696,4 \cdot G^2 \text{ при } Re > 1,132 \cdot 10^5.$$

6. КАЧЕСТВЕННЫЙ ХАРАКТЕР ПРОЦЕССОВ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА В КАНАЛАХ

6.1. Концепция пограничного слоя

Выше было рассмотрено условие прилипания, удовлетворение которого необходимо для описания движения ньютоновской жидкости. Согласно этому условию у поверхности твердого тела образуется тонкий слой заторможенной жидкости, в пределах которого ее скорость изменяется от нуля на поверхности тела до скорости невозмущенного потока вдали от поверхности. Этот слой жидкости Л. Прандтль (1904 г.) назвал **гидродинамическим пограничным слоем**. Вне этого слоя справедливы уравнения идеальной жидкости, о которых упоминалось выше. Простейшим приложением разработанной Л.Прандтлем теории стало продольное обтекание тонкой пластины.

Рассмотрим процесс обтекания пластины вязкой жидкостью, температура которой равномерно распределена. Начиная от передней кромки пластины реализуется условие прилипания и формируется пограничный слой. С увеличением расстояния x от передней кромки пластины (рис. 6.2) толщина пограничного слоя δ увеличивается, поскольку единственным источником энергии, компенсирующим потери на преодоление вязкого трения, является кинетическая энергия потока. Эта энергия постепенно падает при движении жидкости вдоль тела, а влияние вязкости распространяется в глубину невозмущенного потока.



Рис. 6.1. Людвиг Прандтль

Людвиг Прандтль (1875 – 1953) – немецкий физик, известный своими работами в области гидро-и аэродинамики, а также прочности материалов. Ему принадлежат: введение понятия пограничного слоя (1904) и создание его теории; концепция пути смещения, позволявшая проводить практические расчеты турбулентных течений, (1925); создание полуэмпирической теории теплообмена (1910, 1928); целый ряд методов аэродинамического расчета поверхностей летательных аппаратов. Л.Прандтль внес огромный вклад в развитие экспериментальной аэродинамики, создав в Геттингене крупнейший в мире центр экспериментальных исследований. В последние годы своей жизни он также занимался проблемами течения реологических сред (рис. 6.1).

Как указывалось выше, поток жидкости, в соответствии с идеей Л.Прандтля, разделяется на две части: **пограничный слой (ПС)** и **внешний поток**. Во внешнем потоке преобладают силы инерции, а вязкостные силы слабо проявляются.

При рассмотрении ПС на пластине обратим внимание на то важное обстоятельство, что в задачах ПС распределение давления оказывается известным из решения задачи для внешнего невязкого потока.

В ПС силы вязкости и инерционные силы соизмеримы. Резкого перехода от пограничного слоя к течению жидкости вне слоя нет. Скорость в пограничном слое по мере увеличения толщины потока стремится к w_0 . Под **толщиной пограничного слоя δ** подразумевается некоторое расстояние от стенки, на котором скорость жидкости будет отличаться от скорости потока вдали от тела на определённую, заранее заданную, малую величину.

Определим закон изменения толщины пограничного слоя по длине пластины. Для этого рассмотрим некоторый участок пластины длиной Δx в условиях течения жидкости вдоль пластины. Обозначим толщину пограничного слоя через δ , а скорость невозмущенного потока через w_0 . Из соображений размерности можно записать, что трение, препятствующее течению, или мощность, расходуемая на поддержание течения, определяется произведением силы, действующей на участок Δx , на скорость w_0

$$\tau \approx \frac{\mu \cdot w_0}{\delta} . \quad (6.1)$$

С другой стороны, эта мощность обеспечивается потерей импульса (количества движения) потока за счет изменения толщины пограничного слоя. Отсюда приходим к следующей оценке:

$$\mu \frac{w_0}{\delta} \Delta x \cdot w_0 \sim \rho \cdot w_0^2 \cdot w_0 \cdot \Delta \delta$$

или

$$\frac{\Delta \delta}{\Delta x} \sim \frac{\mu}{\rho \cdot w_0 \cdot \delta} .$$

В результате имеем

$$\delta^2 \sim \frac{\mu \cdot x}{\rho \cdot w_0} \quad \text{или} \quad \frac{\delta^2}{x^2} \sim \frac{\mu}{\rho \cdot w_0 \cdot x} .$$

Последнее равенство можно переписать в виде

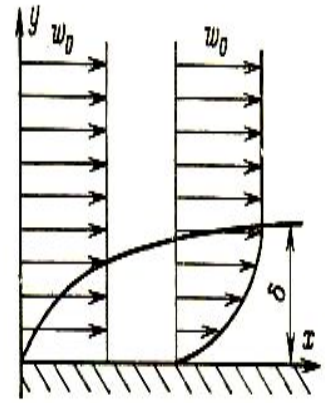


Рис.6.2. Распределение скорости в пограничном слое

$$\frac{\delta}{x} \sim \frac{1}{\sqrt{\text{Re}_x}}, \quad (6.2)$$

где $\text{Re}_x = \frac{\rho \cdot w \cdot x}{\mu}$.

Таким образом, мы получили закон изменения относительной толщины пограничного слоя в зависимости числа Рейнольдса жидкости на пластине. В зависимости от конкретного определения толщины пограничного слоя выражение (6.2) можно адаптировать к этому определению.

Введем понятие **коэффициента трения** и получим оценку для коэффициента трения пластины. Коэффициент трения определяется из выражения

$$\tau = \frac{C_f \cdot \rho \cdot w_0^2}{2}. \quad (6.3)$$

Учитывая приближенное равенство (6.1), найдем структуру выражения для C_f . Подставим в него выражение (6.2) для δ . Приравняем полученное соотношение и формулу (6.3)

$$\frac{C_f \cdot \rho \cdot w_0^2}{2} \approx \frac{\mu \cdot w_0 \cdot \rho^{0,5} \cdot w_0^{0,5} \cdot x^{0,5}}{\mu^{0,5} \cdot x}.$$

Из равенства получаем (так как мы оперируем знаком порядка, а не равенства, то двойку отбрасываем)

$$C_f \approx \frac{1}{\text{Re}^{0,5}}. \quad (6.4)$$

Заметим, что точное решение задачи, процесс получения которого является достаточно громоздким, дает с учетом существования трения на двух сторонах пластины близкий результат

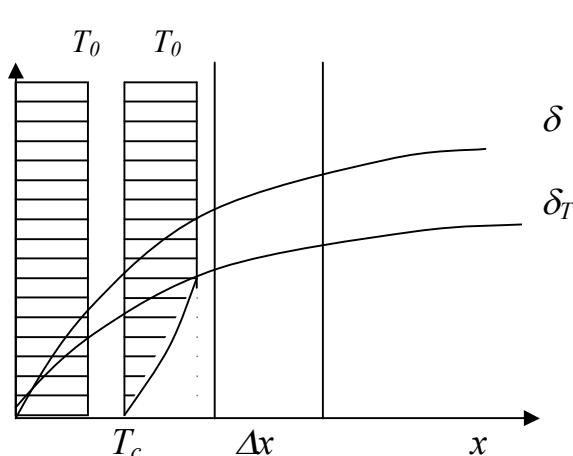


Рис. 6.3 Образование теплового пограничного слоя на пластине

$$C_f = \frac{1,328}{\text{Re}_x^{0,5}}. \quad (6.5)$$

Однако из этого нельзя делать каких-либо принципиальных выводов. Если определялось трение для одной стороны пластины, то результат был бы неизменен.

Теперь перейдем к рассмотрению аналогичной задачи для передачи теплоты.

Известно, что подобно гидродинамическому пограничному слою на

поверхности образуется тепловой пограничный слой (ТПС). На рис. 6.3 изображен аналогично рис. 6.2, процесс нарастания теплового пограничного слоя. Как и в предыдущей задаче, на входе задано равномерное распределение температуры набегающего потока T_0 . За счет передачи теплоты от потока к стенке (на рис. 6.3 условно принято $T_0 > T_c$), поток в окрестности стенки охлаждается и возникает ТПС, толщиной δ_T . Там же показан гидродинамический пограничный слой с толщиной δ . Решаем задачу, как и ранее.

Рассмотрим тепловой баланс участка Δx . Количество теплоты, проникающее в ТПС, с одной стороны, определяется как $\Delta Q \approx \frac{\lambda(T_0 - T_c)}{\delta_T \cdot \Delta x}$.

С другой стороны, это же количество избыточной теплоты вносится в ТПС из внешнего потока $\Delta Q \approx \rho \cdot c_p (T_0 - T_c) w_{\delta_T} \cdot \Delta \delta_T$.

На рис. 5.7 $\delta > \delta_T$. Это означает, что скорость на границе ТПС меньше скорости невозмущенного потока. Используя, как и ранее, линейное приближение для распределения скорости в пограничном слое (ПС), получим

$$w_{\delta_T} = \frac{\delta_T}{\delta} w_0 .$$

Приравняв выражения для ΔQ , получим

$$\frac{\lambda(T_0 - T_c)}{\delta_T \cdot \Delta x} \approx \rho \cdot c_p (T_0 - T_c) \frac{\delta_T}{\delta} w_0 \cdot \Delta \delta_T , \quad (6.6)$$

или

$$\frac{\Delta \delta_T}{\Delta x} \sim a \frac{\delta}{\delta_T^2 \cdot w_0} . \quad (6.7)$$

По аналогии заменим $\frac{\Delta \delta_T}{\Delta x}$ на $\frac{\delta_t}{x}$. Для осуществления связи толщины ПС

со скоростью w_0 воспользуемся выражением (6.2). Получим $w_0 \approx \frac{v \cdot x}{\delta^2}$.

Подставляя все это в (6.7), получим

$$\frac{\delta_T^3}{\delta^3} \approx \frac{1}{Pr} \quad \text{или} \quad \frac{\delta_T}{\delta} \approx \frac{1}{Pr^{1/3}} . \quad (6.8)$$

Заметим, что данное выражение соответствует нашей схеме лишь в том случае, если $Pr > 1$. В противоположном случае, т.е. для $Pr < 1$, $w_{\delta_T} = w_0$ и

вместо (6.8) будем иметь $\frac{\delta_T}{\delta} \approx \frac{1}{Pr^{1/2}}$. (6.9)

Рассмотрим выражения для теплоотдачи, которые можно получить на основе соотношений (6.7) - (6.9).

Согласно концепции пограничного слоя найдем коэффициент теплоотдачи

$$\alpha = \frac{\lambda}{\delta_T} . \quad (6.10)$$

Подставляя выражения для δ_T и δ , приходим к следующим зависимостям:

$$\alpha \approx \frac{\lambda}{x} \text{Re}_x^{0,5} \text{Pr}^{0,333} \quad \text{при} \quad \text{Pr} > 1 ,$$

$$\alpha \approx \frac{\lambda}{x} \text{Re}_x^{0,5} \text{Pr}^{0,5} \quad \text{при} \quad \text{Pr} < 1 .$$

Вводя безразмерное число Нуссельта Nu_x , окончательно можно записать

$$Nu = A \cdot \text{Re}_x^{0,5} \text{Pr}^{0,333} \quad \text{при} \quad \text{Pr} > 1 , \quad (6.11)$$

$$Nu = B \cdot \text{Re}_x^{0,5} \text{Pr}^{0,5} \quad \text{при} \quad (\text{Pr} < 1) . \quad (6.12)$$

Константы A и B определяют как путем обобщения опытных данных, так и с помощью расчетов. В частности для коэффициента A , расчеты дают $A = 0,33$. Что касается коэффициента B , то для него можно брать величину 0,95, если число Pr существенно меньше единицы (например, для жидких металлов).

Из полученных формул следует, что при $Pr = 1$ толщины ПС и ТПС совпадают.

Наряду с локальными коэффициентами теплоотдачи можно определить также их средние значения для участка длиной L . Эти величины более удобны для практических расчетов.

Определим среднюю величину коэффициента теплоотдачи как

$$\overline{\alpha}_L = \frac{1}{L} \int_0^L \alpha(x) \cdot dx . \quad (6.13)$$

Вынося за знак интегрирования все величины, не зависящие от x , получим

$$\overline{\alpha}_L = \frac{1}{L} \int_0^L \alpha(x) \cdot dx = \lambda \cdot A \cdot w^{0,5} \nu^{-0,5} \text{Pr}^{0,333} \frac{1}{L} \int_0^L x^{-0,5} dx = \lambda \cdot A \cdot w^{0,5} \nu^{-0,5} \text{Pr}^{0,333} 2L^{0,5} .$$

Иначе

$$\overline{\alpha}_L = 2\lambda \cdot A \cdot w^{0,5} L^{-0,5} \nu^{-0,5} \text{Pr}^{0,333} ,$$

или

$$Nu_L = 2A \cdot \text{Re}_L^{0,5} \text{Pr}^{0,333} = 0,66 \text{Re}_L^{0,5} \text{Pr}^{0,333} . \quad (6.14)$$

Заметим, что значение среднего коэффициента теплоотдачи оказывается в 2 раза выше, чем значение локального в конце рассматриваемого участка. Это определяется величиной показателя степенной зависимости локального коэффициента теплоотдачи от длины. Здесь этот показатель равен - 0,5. С уменьшением абсолютной величины этого показателя рассматриваемое отношение убывает.

Введем еще один вариант безразмерной теплоотдачи – так называемое число Стентона $St = \frac{\alpha}{\rho \cdot c_p \cdot w_0}$.

Нетрудно проверить, что $St = \frac{Nu}{Re \cdot Pr} = \frac{Nu}{Pe}$.

Поскольку $\tau \approx \frac{\mu \cdot w_0}{\delta}$, а $\alpha = \frac{\lambda}{\delta}$, то можем записать $\alpha = \frac{\tau \cdot \lambda}{\mu \cdot w_0}$.

Далее разделим обе части полученного равенства на $\rho \cdot c_p \cdot w_0$ и воспользуемся формулой (6.3) для τ . Учитывая, что $\lambda = a \cdot c_p \cdot \rho$ и $\nu = \frac{\mu}{\rho}$, получим

$$\frac{\alpha}{\rho \cdot c_p \cdot w_0} = St = \frac{c_f \cdot \rho \cdot w_0^2 \cdot \lambda}{2 \cdot \rho \cdot c_p \cdot w_0 \cdot \mu \cdot w_0} = \frac{c_f \cdot a \cdot c_p \cdot \rho}{2 \cdot \mu \cdot c_p} = \frac{c_f}{2 \cdot Pr}$$

При $Pr = 1$ приходим к следующему соотношению:

$$St = \frac{c_f}{2} \quad (6.15)$$

Равенство (6.15) выражает подобие между процессом переноса импульса и переноса теплоты, которое имеет место при $Pr = 1$.

6.2. Теплообмен и гидродинамика при ламинарном течении в каналах

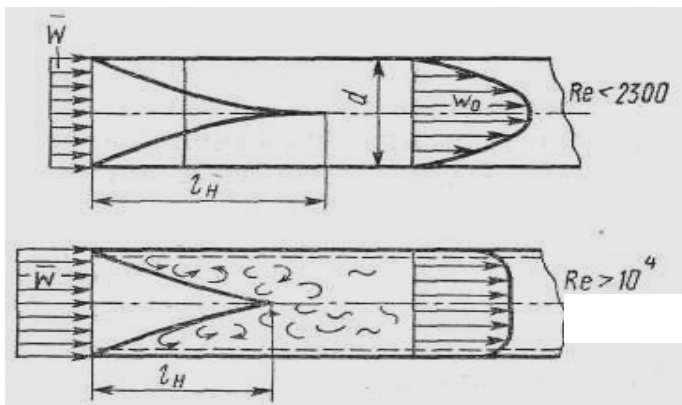


Рис.6.4. Формирование распределения скоростей на начальном участке трубы

Рассмотрим ламинарное движение жидкости в каналах. Общая картина выглядит следующим образом. При входе жидкости в трубу (рис. 6.4) у ее стенок образуется гидродинамический пограничный слой, толщина которого возрастает по мере удаления от входа. Вблизи входа он практически ведет себя как рассмотренный выше ПС на пластине. Но затем за счет

торможения жидкости у стенки поток, поскольку его расход должен оставаться неизменным, ускоряется в центральной части канала. При этом возникает дополнительный отрицательный градиент давления, который компенсирует потери энергии, связанные с указанным ускорением. На определённом расстоянии от входа ПС как бы заполняет все поперечное сечение канала, и влияние вязкости распространяется на все его сечение. Расстояние от входа в трубу до условного слияния пограничных слоёв называется **участком гидродинамической стабилизации**, а его длина l_H - длиной гидродинамического начального участка. После этого распределение скорости уже не меняется по длине, и движение в трубе называется **установившимся**.

Длина гидродинамического начального участка зависит от числа Re и в некоторой степени от конструктивного оформления входа. Чтобы оценить длину участка стабилизации для круглой трубы можно использовать зависимость $l_H = 0,06 \cdot Re \cdot d$.

Для ламинарного изотермического установившегося движения в круглой трубе ($x > l_H$) распределение скорости описывается квадратичной параболой :

$$w = 2\bar{w} \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right] = w_{\max} \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right] , \quad (6.16)$$

где r - текущий радиус; r_0 - радиус трубы; w_{\max} - скорость жидкости на оси трубы, равная удвоенной средней скорости \bar{w} . Вывод формулы (6.16) будет представлен несколько ниже.

Введем понятие коэффициента сопротивления ζ для течения в трубе. Он определяется зависимостью

$$\frac{dp}{dx} = -\zeta \frac{\rho \cdot \bar{w}_x^2}{2d} , \quad (6.17)$$

где $d = 2r_0$, \bar{w}_x - среднее значение скорости.

Поскольку имеется только одна компонента скорости $w = w_x$, то установившееся течение практически рассматривается как одномерное, оперируя средней скоростью.

Градиент давления dp/dx в таких условиях компенсирует касательные напряжения, возникающие на внутренней поверхности трубы вследствие вязкого трения. Поэтому напишем следующее соотношение баланса сил давления для участка трубы длиной dx , приложенных к поперечному сечению трубы f и касательных напряжений на поверхности $P \cdot dx$

$$f \cdot dP = s \cdot \Pi \cdot dx ,$$

где Π - периметр канала, $s = \mu \frac{dw}{dr}$ - касательное напряжение на поверхности.

Или

$$\frac{dP}{dx} = \frac{\Pi \cdot s}{f} . \quad (6.18)$$

Для круглой трубы $f = \pi \cdot r_0^2$ и $\Pi = 2\pi \cdot r_0$.

Тогда $\pi \cdot r_0^2 \cdot dP = \mu \frac{dw}{dr}(r_0) \cdot 2\pi \cdot r_0 \cdot dx = - \left(\mu \cdot 2w \cdot 2 \frac{r_0}{r_0^2} \right) \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_0 \cdot dx$.

Откуда переходя к d , получим
$$\frac{dp}{dx} = -\mu \frac{32\bar{w}}{d^2} = -\frac{64\nu \cdot \rho}{w \cdot d} \frac{\bar{w}^2}{2d} = -\frac{64}{Re} \frac{\rho \cdot \bar{w}^2}{2d}.$$

Сравнивая полученное выражение с формулой (6.17), имеем

$$\zeta = \frac{64}{Re}. \quad (6.19)$$

Зависимость (6.19) получена для установившегося течения и поэтому справедлива лишь вдали от входа в трубу. Обычно знак осреднения над скоростью опускают. Вблизи от входа величина ζ будет больше, что связано с упомянутой выше перестройкой профиля скорости. Необходимая коррекция определяется функцией относительной длины l/d .

Выше мы использовали величину коэффициента трения c_f , чтобы связать величину касательных напряжений на стенке со скоростью потока.

Рассмотрим эту связь для круглой трубы. Из уравнения (5.42) следует, что
$$\frac{dp}{dx} = \frac{4s}{d}. \quad (6.20)$$

Тогда из равенства (6.20) следует, что при определении в круглой трубе касательных напряжений через среднюю скорость мы имеем $c_f = \zeta/4$.

Полученные выражения справедливы лишь для круглой трубы. Для обобщения полученных результатов на каналы с другой формой поперечного сечения рассмотрим выражение (6.18) $\frac{dp}{dx} = \frac{\Pi \cdot s}{f}$ и найдем такой масштаб длины для поперечного сечения канала, который оставляет справедливым выражение (6.3). Очевидно, что эта величина определяется формулой

$$d_e = \frac{4f}{\Pi}. \quad (6.21)$$

Эта величина носит название гидравлического диаметра, что и подчеркивает индекс «г». Выражение (6.20) остается справедливым для канала любой формы, если заменить d на d_e . К сожалению, использование гидравлического диаметра в формуле (6.19) для коэффициента гидравлического сопротивления каналов любой формы оказывается неправомерным.

Из приведенной ниже табл. 6.1(с.40) видно отклонение числовых значений для различных каналов от 64 в формуле (6.19). В дальнейшем покажем, что понятие гидравлического диаметра оказывается практически более полезным для турбулентных течений.

Зависимость для коэффициента сопротивления с точностью до постоянного коэффициента можно определить, используя соображения размерности.

Предварительно получим форму зависимости объемного расхода от градиента давления. В число переменных величин, характеризующих процесс, не войдет плотность жидкости ρ , поскольку движение потока установившееся и ускорения отсутствуют. В результате останутся следующие величины:

объемный расход V , диаметр трубки d , вязкость μ , градиент давления $i = dp/dl$. В качестве основных размерностей в задаче фигурируют время, длина и масса. Поскольку число основных размерностей – 3, то из перечисленных величин можно составить лишь один безразмерный комплекс, который будет постоянной величиной. Получим этот комплекс следующим образом. Запишем произведение перечисленных переменных величин с их размерностями $[V(m^3 \cdot c^{-1})]^a \cdot [d(m)]^b \cdot [\mu(kg \cdot m^{-1} \cdot c^{-1})]^c \cdot [i(kg \cdot m^{-2} \cdot c^{-2})]^d$. Поскольку комплекс является безразмерным, то показатели степени для всех размерностей должны быть равны нулю.

$$\begin{cases} 3a + b - c - 2d = 0 \\ -a - c - 2d = 0 \\ c + d = 0 \end{cases} .$$

Поскольку определяемой величине разумно приписать первую степень, то $a = 1$ и тогда имеем систему $\begin{cases} b - c - 2d = -3 \\ -c - 2d = 1 \\ c + d = 0 \end{cases}$, из которой получаем

$b = -4, c = 1, d = -1$ и соответственно - $\frac{V \cdot \mu}{i \cdot d^4} = const$. Отсюда имеем следующую зависимость для объемного расхода: $V = \frac{C \cdot i \cdot d^4}{\mu}$, (6.22)

где C – постоянный коэффициент.

Именно такое соотношение между установившимся объемным расходом жидкости, протекающей через длинную тонкую трубку с градиентом давления I , в середине XIX в. на основе опытов по исследованию течения несжимаемой жидкости в круглых трубках малого диаметра при относительно небольших скоростях течения установили Пуазейль и Хаген. По этой причине закон (6.22) носит их имя. Кроме того, именем Пуазейля названо параболическое распределение скорости в круглой трубе (см. формулу (6.16)). Для круглой трубы $C = \pi/128$. Из формулы (6.22) видно, что расход жидкости пропорционален градиенту давления и 4-й степени диаметра. Из полученной зависимости можно было получить с точностью до постоянного множителя и коэффициент сопротивления. Поскольку в формулы форма сечения трубы никак не входит, то переходим к семейству зависимостей для V или для ζ , где численный коэффициент меняется в зависимости от формы поперечного сечения канала, а масштаб длины может быть выбран любым способом.

Вопрос о том, как можно оценить сопротивление для коротких труб, когда условия стабилизации не выполняются, будет рассмотрен ниже, чтобы одновременно рассмотреть эту проблему и для теплоотдачи.

В заключение выведем формулу (6.16) для распределения скорости в круглой трубе вдали от входа. Формула (6.20) получена для полного сечения трубы. Если учесть, что давление зависит только от координаты x , то данную формулу можно использовать для любого цилиндрического сечения трубы с текущим радиусом r

$$\frac{dp}{dx} = \frac{2s_r}{r}, \quad (6.23)$$

где s_r – величина касательного напряжения на радиусе r .

Приравнивая формулы (6.20) и (6.23), получим следующее соотношение

$$\frac{s_r}{s} = \frac{r}{r_0}. \quad (6.24)$$

Используя закон Ньютона, и учитывая, что $r = r_0 - y$, $dr = -dy$, $s = \frac{dp}{dx} \frac{d}{4}$, можем записать

$$s_r = -\mu \frac{dw}{dr} = s \frac{r}{r_0} = \frac{dp}{dx} \frac{d}{4} \cdot \frac{r}{r_0} = \frac{dp}{dx} \frac{r}{2}.$$

Таким образом, имеем следующее уравнение для w : $\mu \frac{dw}{dr} = \left(-\frac{dp}{dx}\right) \frac{r}{2}$.

Полученное уравнение перепишем следующим образом: $\frac{dw}{dr} = -A \cdot r$, (6.25)

где $A = \left(-\frac{dp}{2\mu \cdot dx}\right) = \frac{4\bar{w}}{r_0^2}$.

Интегрируя уравнение (6.25), получим $w = -\frac{A \cdot r^2}{2} + C$.

Постоянную C можно определить из условия $w(r_0) = 0$: $C = A \cdot r_0^2 / 2$. Тогда окончательно получаем уже известную нам формулу (6.16)

$$w = 2\bar{w} \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right].$$

6.3. Теплоотдача при ламинарном течении в трубах

6.3.1. Теплоотдача на входном участке трубы

При анализе процесса теплообмена в трубе рассматриваются два предельных варианта (рис. 6.5). При первом из них теплообмен осуществляется со входа в трубу, когда процессы гидродинамической и тепловой стабилизации развиваются на начальном участке параллельно. Во втором варианте процесс теплообмена рассматривается после того, как процесс гидродинамической стабилизации уже завершился. В любом из этих случаев наблюдается нагрев или охлаждение пристенных слоёв, в то время как температура ядра потока остаётся равной температуре входа. При этом конкретное протекание процессов формирования температурного поля для этих двух вариантов будет несколько отличаться.

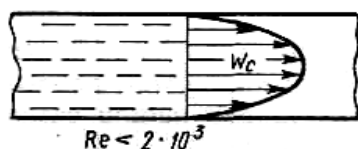


Рис. 6.5. Распределение скорости при ламинарном течении

В первом случае у поверхности трубы, начиная от её входного сечения, образуется ТПС. Он развивается одновременно с ПС аналогично тому, что было показано в предыдущем разделе.

Во втором случае развивается лишь ТПС. Тем не менее, в любом случае на определенном расстоянии от входа, называемом участком термической стабилизации или начальным тепловым участком l_{HT} , ТПС заполняет все сечение трубы.

При $x > l_{HT}$ процесс теплообмена считают установившимся. Поскольку изменение температуры потока по сечению трубы на начальном ее участке имеет место лишь в пограничном слое, термическое сопротивление теплоносителя минимально вблизи входа и постепенно возрастает по длине трубы. Соответственно коэффициент теплоотдачи α на участке тепловой стабилизации уменьшается (рис. 6.6).

Уменьшение α можно объяснить и с помощью уравнения теплообмена, получаемого из равенства потоков теплоты на границе тела: $q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial r} = \alpha \cdot \Delta t$.

Откуда $\alpha = -\frac{\lambda}{\Delta t} \frac{\partial t}{\partial r}$. При $\lambda = const$ и практически постоянным Δt уменьшение

α будет определяться резким снижением температурного градиента $\frac{\partial t}{\partial r}$ по мере увеличения толщины ПС. Значение α становится постоянным после стабилизации теплообмена.

Длина участка тепловой стабилизации l_{HT} зависит от большого количества факторов: чисел Re и Pr , наличия гидродинамической стабилизации, распределения температур на входе.

При постоянных физических параметрах жидкости $l_{HT} = 0,055Pe \cdot d$ при условии постоянной температуры стенки $T_c = const$ и $l_{HT} = 0,07Pe \cdot d$ при постоянной плотности теплового потока на стенке $q_c = const$.

Установившееся значение коэффициента теплоотдачи будет постоянной величиной, меняющейся лишь в зависимости от распределения скорости по радиусу. Но поскольку установившееся распределение скорости при ламинарном течении не зависит от параметров процесса, коэффициент теплоотдачи α будет зависеть лишь от λ , d . Таким образом, число Nu оказывается единственным безразмерным комплексом и, следовательно, $Nu = const$. Если не оказывать никаких дополнительных воздействий на поток, то это уста-

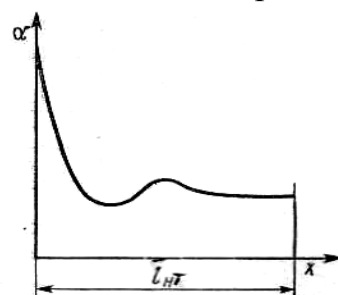


Рис. 6.6. Изменение α по длине трубы при турбулентном течении потока

новившееся значение, согласно решений интеграла Лайона, $Nu = 4,36$ для условия $q_c = const$ и $Nu = 3,67$ для условия $T_c = const$.

Теперь перейдем непосредственно к качественному анализу процесса теплоотдачи. Чтобы понять, как происходит в этих условиях передача теплоты, рассмотрим участок трубы длиной dx в условиях стабилизированного теплообмена при условии $q = const$. Для определенности будем считать, что теплота передается с внутренней поверхности трубы в поток. Теплота, попадающая в поток, аккумулируется им и уносится в направлении движения.

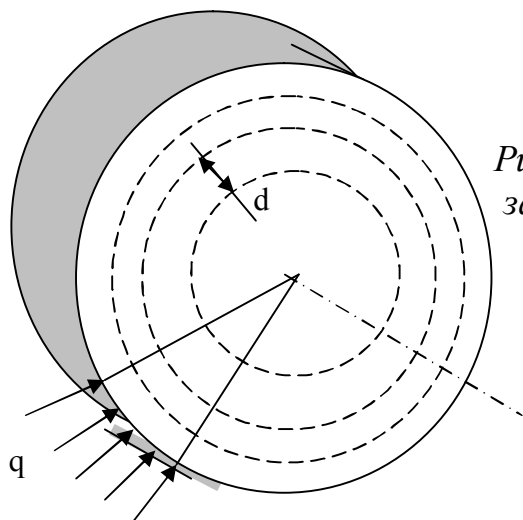


Рис. 6.7. К анализу качественного характера зависимости числа Nu от профиля скорости

В условиях стабилизации распределения скорости температура в каждой точке сечения остается постоянной. Разобьем сечение на кольцевые слои, как на рис. 6.7. После прохождения каждого слоя плотность радиального теплового потока q изменяется. Она может как уменьшаться, так и увеличиваться в зависимости от характера теплообмена. По ходу теплового потока в радиальном направлении периметр уменьшается пропорционально текущему значению радиуса. Расход жидкости, уносящей теплоту также пропорционален радиусу, но, кроме того, и скорости. Поэтому, чем ближе к стенке находится максимум скорости, тем меньше будет перепад температуры и соответственно выше теплоотдача. Значения чисел Nu для движения без каких либо дополнительных воздействий на поток были приведены выше. Для демонстрации роста числа Nu при изменении профиля скорости приведем результат расчета. Для примера возьмем равномерный профиль скорости – $Nu = 8$. Разумеется, расчет носит условный характер, так как такой профиль не может существовать. Оказывается, что практически существуют течения, для которых необходимое изменение профилей скорости происходит естественным путем. Это так называемая смешанная конвекция в вертикальных трубах. При этом за счет изменения плотности при изменении температуры возникает дополнительное движение, причем, вблизи стенки. Об этом подробнее будет изложено ниже. Здесь же проиллюстрируем на рис. 6.8, характеризующую подобный режим, где число Ra характеризует интенсивность свободно-конвективного движения. Для оценки установившегося значения

числа Nu в зависимости от профиля скорости приводим достаточно простой интеграл, носящий название интеграла Лайона

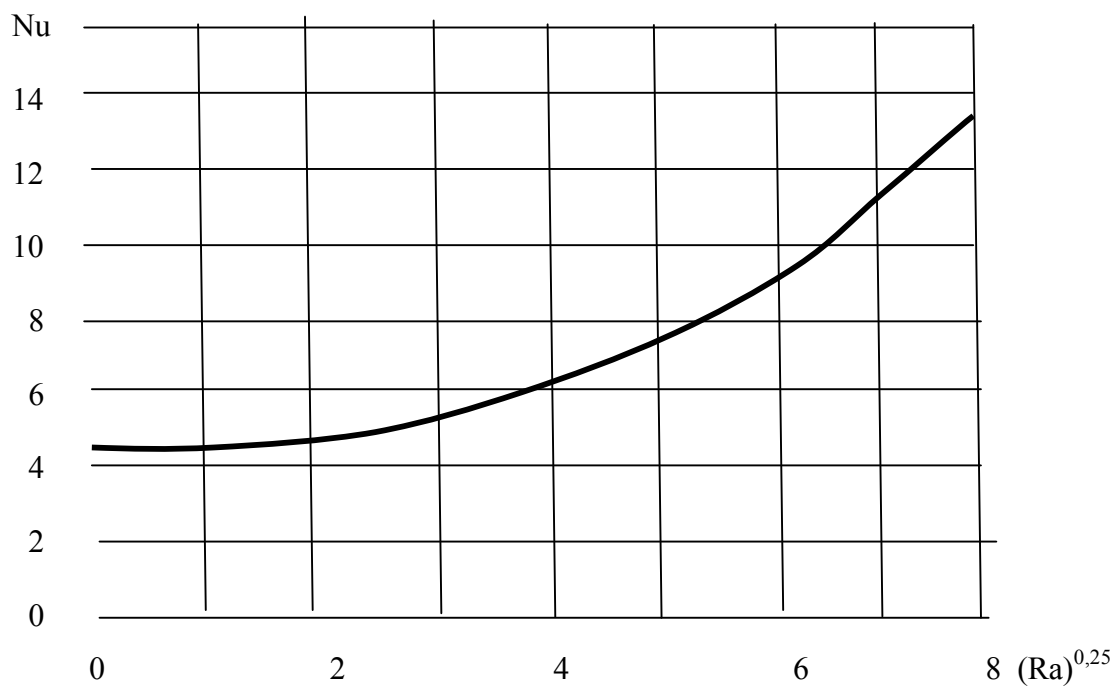


Рис. 6.8. Зависимость Nu от Ra для смешанной конвекции

$$W_x(R) = w/\bar{w}(R) \frac{1}{Nu_\infty} = 2 \int_0^1 \frac{\left(\int_0^R W_x R \cdot dR \right)^2}{R} dR, \quad (6.26)$$

где $R = r/r_0$.

6.3.2. Сопротивление и теплоотдача на входных участках каналов при ламинарном течении

Проведенный выше качественный анализ приводит к выводу, что, по крайней мере, вблизи от входа канала должны быть справедливы формулы, полученные выше, для ламинарного пограничного слоя. Чтобы показать, насколько это утверждение соответствует реальности, рассмотрим зависимость для коэффициента сопротивления на входном участке круглой трубы, предложенную в 1954 г. американскими специалистами Зигелем, Шапиро и Клайном.

$$\zeta \cdot Re = 6,87 \left(\frac{1}{Re} \frac{x}{d} \right)^{-1/2}. \quad (6.27)$$

Раскрывая выражение для числа Re , получим

$$\frac{\xi \cdot w \cdot d}{\nu} = 6,87 \left(\frac{x \cdot \nu}{w \cdot d^2} \right)^{-1/2} = 6,87 \frac{w^{1/2} \cdot d}{x^{1/2} \cdot \nu^{1/2}}.$$

Производя необходимые сокращения, получим

$$\zeta = 6,87 Re_x^{-1/2} \quad (6.28)$$

или

$$c_f = 1,72 Re_x^{-1/2}. \quad (6.29)$$

Эта формула напоминает приведенную выше формулу (6.4) для коэффициента трения ламинарного пограничного слоя на пластине. Формула (6.29)

справедлива приблизительно до $\frac{1}{Re} \frac{x}{d} < 6 \cdot 10^{-3}$. Для сравнения заметим, что

длина входного участка оценивается как $\frac{1}{Re} \frac{x}{d} = 11,2 \cdot 10^{-3}$, то есть достаточно

близкая величина.

Теперь рассмотрим участок тепловой стабилизации. Здесь, в отличие от пограничного слоя, нет того подобия между тепловой и гидродинамической задачей при $Pr = 1$, о котором говорилось выше. Применим для анализа снова метод подобия, используя дополнение, предложенное Хантли. Выше уже указывалось, что увеличение числа размерностей может привести к получению более однозначных результатов, если такое добавление не приводит к появлению новых размерных постоянных.

Суть дополнений, внесенных Хантли, состоит в том, что если рассматривается масштаб некоторой векторной величины, то в качестве размерностей можно использовать ее компоненты, если они отдельно входят в переменные величины, характеризующие рассматриваемую задачу. Чаще всего это положение можно реализовать в отношении координат. Действительно, в задаче могут фигурировать процессы, масштаб которых различен в зависимости от пространственной координаты, вдоль которой протекает процесс. Например, в канале передача теплоты теплопроводностью протекает вдоль поперечной координаты, а конвективный перенос - вдоль продольной.

Используем подобный подход для получения формы зависимости для теплоотдачи на входном участке трубы. Коэффициент теплоотдачи зависит от следующих величин:

$$\alpha = f(d, x, w, a, \lambda).$$

Как видно, в зависимости фигурирует 6 величин.

Таким образом, имеется две размерности длины - M_1 и M_2 . Поскольку имеем еще три размерности - $Dж$, c , K , то, согласно π -теореме, остается лишь один безразмерный комплекс, который должен быть константой.

$$\alpha^a \lambda^b a^c x^d w^e d^k = const. \quad (6.30)$$

Запишем левую часть этой формулы в размерностях

$$\left[\frac{Дж}{c \cdot M_2^2 \cdot K} \right]^a \cdot \left[\frac{Дж}{c \cdot M_2 \cdot K} \right]^b \cdot \left[\frac{M_2^2}{c} \right]^c \cdot M_1^d \cdot \left[\frac{M_1}{c} \right]^e \cdot M_2^k.$$

Тогда суммарный показатель степени для каждой размерности должен быть равен нулю. Учитывая структуру зависимости (6.30), положим $a = 1$.

Система для определения показателей степени имеет вид

$$\begin{cases} a + b = 0 \\ 2a + b - 2c - k = 0 \\ a + b = 0 \\ c + e = 0 \\ d + e = 0 \end{cases}.$$

$$d = c = -e; \quad b = -1; \quad 2c + k = 1.$$

Из-за идентичности первого и третьего уравнений один показатель остается неопределенным.

Для удобства положим

$$d = 1/n, \quad c = 1/n, \quad e = -1/n, \quad k = 1 - 2/n.$$

Тогда мы можем записать

$$\alpha \lambda^{-1} a^{1/n} x^{1/n} w^{-1/n} d^{1-2/n} = const$$

или

$$\frac{\alpha \cdot d}{\lambda} = C \frac{w^{1/n} d^{2/n}}{a^{1/n} x^{1/n}}.$$

В безразмерной форме данное уравнение запишется как

$$Nu = C (Pe \, d/x)^{1/n}. \quad (6.31)$$

Таким образом, неизвестным остался лишь показатель степени. Для гидродинамической задачи имеем $n = 2$. Если бы развитие теплового и динамического слоев начиналось с момента входа в трубу, то были бы основания принять $n = 2$. Однако обычно считают, что до начала обогрева имеется адиабатический участок, на котором формируется установившийся профиль скорости. Можно априори полагать, что в этом случае формирование профиля температуры должно протекать медленнее. Считается, что для этого случая $n = 3$.

В большей степени, чем локальные, расчетчиков интересуют средние коэффициенты теплоотдачи на заданной длине канала. Выше уже получена формула (6.13) для средней теплоотдачи на участке пластины длиной L . В безразмерных переменных уравнение (6.13) будет иметь следующий вид:

$$\overline{Nu} = \frac{1}{L} \int_0^L Nu(x) dx . \quad (6.32)$$

Конкретно для уравнения (6.32) получим

$$\overline{Nu} = C(Pe \cdot d)^{1/3} \frac{1}{L} \int_0^L x^{-1/3} dx = C(Pe \cdot d)^{1/3} \frac{3/2}{L} L^{2/3} = 1,5C(Pe \cdot d / L)^{1/3} . \quad (6.33)$$

Полное решение поставленной задачи показывает, что формула (6.31) имеет следующий окончательный вид:

$$\overline{Nu} = 1,55(Pe \cdot d / L)^{1/3} . \quad (6.34)$$

Необходимо отметить удобство приложения интерпретации Хантли. Используя лишь один масштаб длины, невозможно получить форму решения задачи, столь близкую к реальной.

В заключение используем этот же метод для определения установившейся теплоотдачи. Выше путем качественных рассуждений пришли к выводу, что в этом случае $Nu = const$. В рассматриваемых условиях зависимость от продольной координаты x отсутствует. Тогда имеем $d = 0$.

В систему

$$\begin{cases} a + b = 0 \\ 2a + b - 2c - f = 0 \\ a = b = 0 \\ c + e = 0 \\ d + e = 0 \end{cases}$$

для определения показателей степени необходимо подставить $d = 0$. Тогда $e = 0$ и $c = 0$. Как и ранее имеем $a = 1$, $b = -1$. Но тогда $f = 1$. Таким образом, $\frac{\alpha \cdot d}{\lambda} = c$ или $Nu = C$. То есть получен тот же результат.

Обширные теоретические исследования ламинарного течения в каналах были выполнены Б.С. Петуховым. В частности, ниже приведены результаты расчетов чисел Нуссельта вдали от входа для каналов различного поперечного сечения. В дальнейшем будем рассматривать и другие результаты, полученные Б.С. Петуховым.



Рис. 6.9. Б.С. Петухов

Петухов Борис Сергеевич (1912-1984) – (рис. 6.9) - советский теплофизик. Его работы посвящены исследованиям процессов конвективного теплообмена в потоках жидкостей и газа при высоких тепловых нагрузках, переменных физических свойствах теплоносителя, наличии химических реакций и околокритических параметрах вещества, исследованиям тепло-обмена в жидких металлах, а также взаимодействиям потока жидкого металла с электромагнитным полем.

Большой интерес представляют проведенные Б.С. Петуховым исследования теплообмена при воздействии поля силы тяжести на турбулентные пристенные течения, особенно в околокритической области.

6.3.3. Результаты расчетного исследования для наиболее часто встречающихся на практике каналов некруглого сечения

Исследование каналов некруглого сечения, широко используемых на практике, к которым относятся призматические, треугольные, кольцевые каналы и продольно-обтекаемые пучки труб, оказывается значительно сложнее. Один из наиболее удобных способов – это использование коэффициентов формы, которые сводят канал к «эквивалентной» круглой трубе. При этом в качестве линейного размера используется так называемый гидравлический диаметр, определяемый введенной выше формулой $d_g = 4f/\Pi$, где f - проходное сечение, Π – периметр.

Сопротивление и теплоотдача для наиболее часто встречающихся на практике каналов некруглого сечения представлены в табл. 6.1.

Сопротивление и теплоотдача записываются как произведение соответствующей величины для круглой трубы на так называемый коэффициент формы $K_{\phi C}$ - для сопротивления, тогда ζ определяется по формуле

$$\zeta = K_{\phi C} \cdot 64/Re.$$

Для теплоотдачи – число Nu умножается на коэффициент $K_{\phi T}$, тогда

$$Nu = K_{\phi T} \cdot Nu_{mp}.$$

На рис. 6.10 показаны поперечные сечения и геометрия каналов, приведенных в табл. 6.1. Движение теплоносителя направлено перпендикулярно плоскости рисунка.

Таблица 6.1

Вид канала	d_2	$K_{\Phi C}$	$K_{\Phi T}$
Прямоугольный $\frac{a}{b} = 1, 2, 3$; a, b – стороны	$\frac{2a \cdot b}{a+b}$	0,9; 1; 1,08	0,81; 0,91; 1,1
Кольцевой $\frac{R_{BH}}{R_H} = 0,8; 0,6$; R_{BH}, R_H – внутренний и наружный радиусы	$2(R_H - R_{BH})$	1,5; 1,49	1,38; 1,48 – для внутреннего радиуса; 1,27; 1,23 – для наружного
Равнобедренный треугольник с углом при вершине 2β ; $\beta = 30^\circ, 45^\circ$, a – сторона	$\frac{a \cdot \sin 2\beta}{1 + \sin \beta}$	0,83; 0,82	0,73 (30°)
Пучок с правильным квадратным расположением труб; трубный шаг 1,2; 1,4; 2; σ – относительный шаг	$(1,27\sigma^2 - 1) \cdot d$	1,26; 1,7; 2,52	-
Пучок с правильным треугольным расположением труб; трубный шаг 1,2; 1,4; 2; σ – относительный шаг	$(1,1\sigma^2 - 1) \cdot d$	1,56; 1,83; 2,46	1,6; 2,3; 3,44

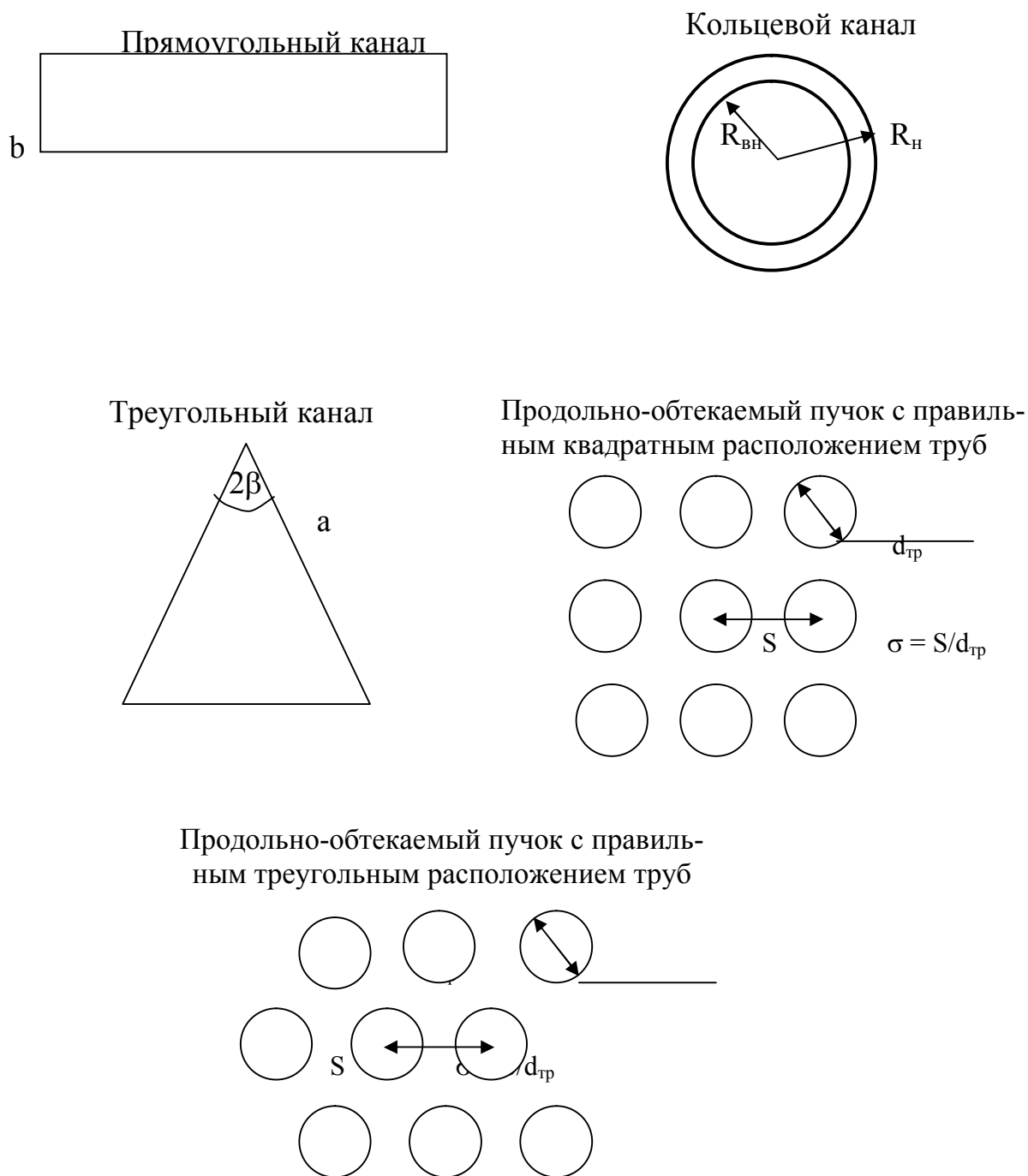


Рис.6.10. Геометрия каналов, приведенных в табл. 6.1

6.4. Турбулентность и ее роль в процессе теплообмена

6.4.1. Переход к турбулентности в трубах и в пограничном слое

Течения реальной жидкости во многих случаях резко отличаются от ламинарных течений, о которых до сих пор шла речь. Было давно экспериментально определено, что имеются два основных режима течения: **ламинарный** и **турбулентный**. При ламинарном режиме у движущихся частиц жидкости плавные (а для стационарного режима и стационарные) траектории. Области между близкими соседними траекториями образуют слои. Само название течения – ламинарное - характеризует его слоистый характер. Например, для одномерного движения линии тока параллельны друг другу. Однако, как было обнаружено впервые О. Рейнольдсом при исследовании течения в прямолинейной трубе, с ростом скорости при определенных условиях стационарность движения нарушается, и движение частиц становится неупорядоченным и хаотическим. Такую форму движения О. Рейнольдс назвал турбулентной. Стационарного или одномерного турбулентного движения не существует. Направление и значения скоростей отдельных жидких частиц непрерывно меняются. При этом резко возрастает интенсивность перемешивания, что было обнаружено путем введения в поток краски.



Рис. 6.11. О. Рейнольдс

Осборн Рейнольдс (1842 – 1912) – английский инженер и физик. Область его научной деятельности была весьма широкой. Наибольшую известность принесли его работы в области гидродинамики. Ему принадлежит цикл исследований, в результате которых (1883 г.) было установлено условие перехода между двумя основными режимами течения жидкости - турбулентным и ламинарным. Этим условием является достижение граничного значения некоторого безразмерного комплекса, который в дальнейшем получил название числа Рейнольдса. Им была сформулирована аналогия между гидродинамикой и теплообменом, которая известна как аналогия Рейнольдса (рис. 6.11).

Переход к турбулентному режиму течения наблюдается и в пограничном слое. При малых значениях x (рис. 6.6) течение в пограничном слое может быть ламинарным. С увеличением x толщина пограничного слоя возрастает, слой делается неустойчивым, и течение в пограничном слое становится турбулентным.

Исследования турбулентности имеют уже достаточно длительную историю. Однако успехи в ее физическом описании оказываются, тем не менее, ограниченными. Прогресс, в основном, касается методов расчета, которые благодаря развитию вычислительной техники становятся все более разнообразными и позволяют описывать все более сложные течения.

Чтобы подчеркнуть фатальные, если можно так выразиться, трудности, возникающие при попытках глубокого изучения турбулентности, приведем фрагмент биографии известного физика Вернера Гейзенберга. Немецкий ученый основные усилия направлял на изучение релятивистской квантовой механики, но опубликовал также несколько статей по турбулентности. Перед смертью он сказал, что хотел бы задать Господу два вопроса – об основах относительности и о причине турбулентности. «Думаю, что Господь ответит мне на первый из них» - закончил Гейзенберг.

Наиболее продолжительную историю имеет анализ перехода от ламинарного к турбулентному течению. Ранее всего, как уже было отмечено, этот переход был обнаружен в прямолинейных каналах. Важнейшую роль при этом играют поперечные движения, которые приводят к интенсивному перемешиванию движущейся жидкости. В результате своих исследований О. Рейнольдс открыл закон подобия, который впоследствии получил его имя. Согласно этому закону переход от ламинарного течения к турбулентному определяется числом $\frac{w \cdot \ell}{\nu} = \frac{\rho \cdot w \cdot \ell}{\mu}$ (которое впоследствии получило название числа Рейнольдса - Re), в котором для трубы в качестве линейного размера используется диаметр трубы, а для пограничного слоя – расстояние, отсчитываемое от передней кромки. Теплоотдача существенно зависит от режима течения, поскольку перенос теплоты при ламинарном течении определяется теплопроводностью, а при турбулентном - некоторыми эффективными коэффициентами переноса, которые будут рассмотрены ниже.

Число Re , при котором происходит переход ламинарного течения в турбулентное, называют **критическим числом Рейнольдса** $Re_{кр}$. Для круглой трубы эта величина приблизительно составляет 2300. Значения $Re_{кр}$, могут существенно повышаться, если предпринимаются специальные меры для обеспечения минимального уровня возмущений в потоке на входе в канал. Практически были достигнуты значения $Re_{кр}$ порядка 40000. Трудно-предположить, насколько велико может быть число $Re_{кр}$ при искусственно созданных идеальных условиях. Но зато можно сказать, что существует нижняя граница - $Re_{кр}$ порядка 2000, когда со временем затухают даже самые сильные возмущения. Важно отметить, что физический смысл числа Re можно трактовать как отношение инерционных сил, имеющих порядок $\rho \cdot w^2$, и вязкостных сил, имеющих порядок $\frac{\mu \cdot w}{d}$. При малых числах Re вязкостные силы достаточно велики по сравнению с инерционными и обеспечивают подавление турбулентности. Поэтому, при попытке искусственно организовать турбулентное течение (турбулизовать поток), необходимо непрерывно поддерживать необходимый уровень возмущений.

Ниже будут описаны достаточно простые модели турбулентности, которые позволяют описать **осредненные** параметры течения для основных базовых задач теории теплообмена. Здесь же рассмотрим вопрос оценки **пульсационных** характеристик турбулентного движения.

Значения пульсаций скоростей и других, связанных с ними характеристик турбулентного течения, могут описываться с помощью аппарата теории случайных функций с использованием корреляционных моментов и спектральных плотностей. Однако этот аппарат, во-первых, является весьма сложным, а во-вторых, для его практического использования требуются значения большого количества эмпирически получаемых параметров. Правомерен вопрос, когда и в каких случаях, помимо чисто научных проблем, возникает потребность в определении этих величин?

Рассмотрим случай, так называемой, **развитой турбулентности**, которому соответствуют числа Рейнольдса, многократно превышающие его критическое значение. Турбулентные пульсации характеризуются не только самим значением скорости, но и пространственным размером той зоны, в которой имеет место ее изменение. Этот размер, который обозначим буквой ℓ , носит название **масштаба движения**. Логично предположить, что этот масштаб растет с ростом самой величины пульсации скорости, а максимальная величина пульсации скорости имеет порядок изменения осредненной скорости на длине ℓ . Обозначим эту величину через Δw . Для пояснения данного соображения заметим, что если выберем в качестве масштаба диаметр трубы d , то $\Delta w = w$. Разумеется, такая оценка для пульсаций будет несколько завышенной, но число Рейнольдса $\frac{\Delta w \cdot \ell}{\nu}$ будет иметь порядок Re для потока в целом. С уменьшением масштаба приходим к пульсациям скорости с меньшей амплитудой. Рассмотренные пульсации называются **крупномасштабными**. В них содержится большая часть кинетической энергии турбулентности, а влияние вязкости в них весьма мало. То есть в таких движениях практически не происходит диссипации кинетической энергии в теплоту.

Наряду с крупномасштабными пульсациями в спектре турбулентности представлены и пульсации существенно меньшего масштаба λ с соответствующими пульсационными скоростями v_λ . Эти пульсации содержат лишь весьма малую часть пульсационной кинетической энергии. Но роль их, тем не менее, очень важна. Чтобы пояснить эту роль, рассмотрим число Рейнольдса, соответствующее такой пульсации $Re_\lambda = \frac{v_\lambda \cdot \lambda}{\nu}$. Пусть λ постепенно снижается и вместе с ним снижается и Re_λ . В конце концов, при $\lambda = \lambda_0$ его величина приближается к единице. Отсюда следует, что в области порядка λ_0 вязкие силы начинают оказывать существенное влияние на движение, которое теперь сопровождается диссипацией энергии. Таким образом, необратимые потери энергии при турбулентном движении происходят по следующей схеме. Имеет место непрерывный переход энергии от крупномасштабных движений к мелкомасштабным до тех пор, пока она не достигает пульсаций с масштабом $\sim \lambda_0$, после чего энергия движения диссипируется в теплоту. То есть мелкомасштабные движения по удачному выражению В.Г. Левича служат тем «мостиком», при помощи которого кинетическая энергия крупномасштабных движений может переходить в тепловую. В стационар-

ных условиях рассматриваемый поток энергии также оказывается стационарным.

Теперь рассмотрим мелкомасштабное движение, которое является промежуточным между крупномасштабным и диссипационным. Масштабы для него определяются неравенством $\ell \gg \lambda \gg \lambda_0$. (6.35)

В этих условиях можно найти характеристики турбулентного движения из соображений размерности. Известно, что величина v_λ зависит лишь от ρ , λ и константы ε , характеризующей диссипацию энергии в единицу времени. В силу неравенства (6.35) она не может зависеть ни от вязкости, ни от w и ℓ .

Из упомянутых величин можно составить лишь одну безразмерную комбинацию

$$\frac{\rho \cdot v_\lambda^3}{\varepsilon \cdot \lambda} = C .$$

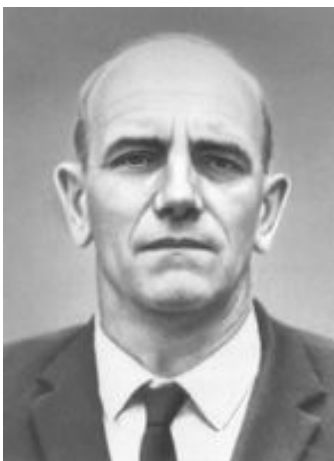
Отсюда

$$v_\lambda = \left(\frac{\varepsilon \cdot \lambda}{\rho} \right)^{1/3} .$$

Напишем пульсационное число Re_λ

$$Re_\lambda = \frac{v_\lambda \cdot \lambda}{\nu} .$$

Допустим, что $\lambda = \lambda_0$ и $Re_\lambda = 1$, тогда получим $\lambda_0 \approx \left(\frac{\nu^2 \cdot \rho}{\varepsilon} \right)^{1/4}$.



Александр Михайлович Обухов (1918 - 1989) — (рис. 6.12)- геофизик, академик АН СССР (с 1970), организатор и директор института физики атмосферы, который теперь носит его имя. Специалист по физике атмосферы и турбулентности. Является одним из создателей, совместно с А. Н. Колмогоровым, теории мелкомасштабной турбулентности. Автор работ по обоснованию гидродинамической теории краткосрочного прогноза погоды. Он уделял большое внимание исследованиям и обработке данных наблюдений, развитию теории и методов лабораторного моделирования процессов в окружающей среде. Имя Обухова носит ряд законов и параметров в этой области физики.

Рис. 6.12. А.М. Обухов

Эти формулы были получены Обуховым. Заметим, что λ_0 носит название **внутреннего масштаба турбулентности**. То есть в него не входят никакие конкретные задаваемые характеристики процесса (скорость и размер).

Рассмотрим поставленный выше вопрос о необходимости оценки пульсационных скоростей и соответствующих масштабов.

Теплогидродинамические исследования могут проводиться для самых различных задач, в которых масштабы могут быть сопоставимы или несопоставимы с внутренними параметрами. Воздействие турбулентного потока на рассматриваемый объект может проявляться как осредненным во времени, так и нестационарным.

Чтобы проиллюстрировать смысл этого утверждения рассмотрим два различных предмета, взвешенные в емкости с жидкостью: шарик диаметром 1 мм и броуновскую частицу диаметром порядка 1 мкм . Молекулы жидкости находятся в состоянии хаотического теплового движения и оказывают постоянное воздействие на предметы. Для шарика, диаметр которого на 4 порядка превышает размер молекулы воды, множество одновременных ударов со всех сторон взаимно уравниваются. Он их практически не «чувствует». Броуновская частица сравнительно невелика. Она под действием ударов окружающих молекул будет совершать движения в различных направлениях, постепенно перемещаясь по некоторой траектории.

Аналогичная ситуация имеет место и для взаимодействия турбулентного движения с объектами различного масштаба. Например, трубка, в которой течет турбулентный поток с постоянным средним расходом, не будет «чувствовать» флуктуаций перепада давления. Но для малой частицы, находящейся в турбулентном потоке всегда найдется набор турбулентных пульсаций с масштабами, превышающими ее размер. Такая частица всегда будет испытывать воздействия, приводящие к ее перемещению.

До сих пор предполагалось, что движение жидкости происходит или в канале, или вдоль твердой поверхности. При этом генератором турбулентности оказывается область течения, отстоящая от стенки на такое расстояние, что градиент осредненной скорости еще достаточно велик, а абсолютное значение скорости уже достаточно велико.

Однако существуют и другие механизмы возникновения и поддержания турбулентности. Один из них - это многообразные турбулизирующие устройства. Второй – это поля объемных сил, обладающих при определенных условиях возможностью развивать возникающие случайным образом отклонения параметров сплошной среды от равновесного состояния.

Наиболее мощные проявления второго механизма наблюдаются в атмосфере в результате взаимодействия гравитационного поля с термическими возмущениями различного происхождения. Проанализируем такое взаимодействие лишь для свободной и смешанной конвекции и только для элементов технических устройств.

Если рассматривать атмосферные турбулентные потоки, то крупномасштабные пульсации скорости в состоянии оказывать существенные нестационарные воздействия на элементы строительных конструкций, на летательные аппараты и т. д. Те, кто были пассажирами авиалайнеров, попадавших в зону атмосферной турбулентности, представляют себе характер этого

воздействия. Для обеспечения возможности учета этого фактора разработаны достаточно сложные методы, информация о которых будет дана далее. Будут изложены простейшие способы описания турбулентных течений, где рассматриваются осредненные по времени локально стационарные движения, а влияние турбулентности моделируется в стационарном приближении.

6.4.2. Простейшие практические методы расчета гидродинамики и теплообмена при турбулентных течениях

Рассмотрим обтекание пластины жидкостью в точке, расположенной (рис. 6.13) достаточно далеко от начальной кромки так, чтобы течение условно занимало всю верхнюю полуплоскость по оси y . Условие прилипания в сочетании с непроницаемостью стенки обеспечивает отсутствие пульсаций скорости в некотором тонком слое, примыкающем к оси x . В этом слое течение носит ламинарный характер. Градиент давления отсутствует. Из рассмотрения условия равновесия произвольного прямоугольника (выделен серым цветом) получим, что сумма касательных напряжений равна нулю на его параллельных оси x сторонах. Таким образом, можно считать, что величина касательного напряжения не зависит от y и, следовательно, является постоянной $\tau(y) = \tau_0 = const$.

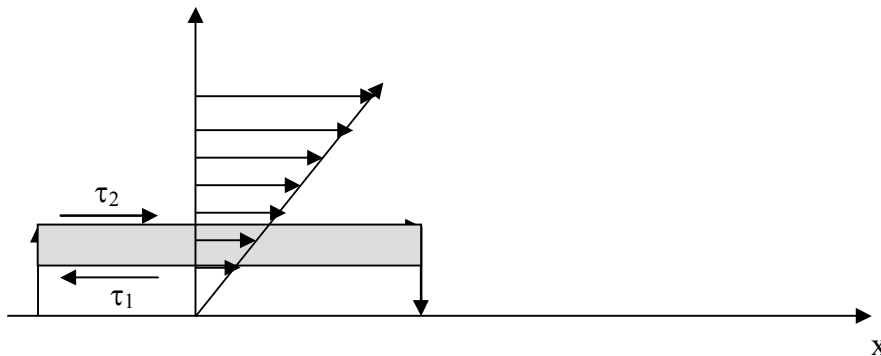


Рис. 6.13. Обтекание пластины жидкостью

В пределах тонкого ламинарного подслоя, где распределение скорости вблизи стенки является линейным и касательное напряжение в соответствии с законом трения Ньютона равно $\mu \frac{\partial w}{\partial y} = \tau_0$ и $w = \frac{\tau_0}{\mu} y$. (6.36)

Касательное напряжение не зависит от режима течения и распространяется на область турбулентного течения. Осреднение скорости в пристенной области не проводят, поскольку условно считают, что турбулентные пульсации в этой области отсутствуют. При переходе в турбулентную область скорость усредняют по времени.

Теперь обратимся к анализу размерностей. В данном случае, с учетом бесконечной области течения, отсутствует заданный масштаб скорости. Его можно построить с помощью величин τ_0 и ρ . Масштаб этот в отечественной

литературе носит название **динамической скорости** w_* , а в западной – **скорости касательных напряжений**.

$$w_* = \left(\frac{\tau_0}{\rho} \right)^{0,5} .$$

Далее можно построить и масштаб длины, который будет иметь вид

$$\ell^+ = \nu / w_* ,$$

где ν - коэффициент кинематической вязкости.

Тогда линейное распределение скорости (5.60) можно записать в безразмерном виде

$$w^+ = y^+, \quad (6.37)$$

где

$$w^+ = w / w_* ; \quad y^+ = \frac{y}{\ell^+} = y \frac{w_*}{\nu} .$$

Подобная форма зависимости для скорости справедлива лишь вблизи стенки. Представляет интерес распределение скорости вдали от стенки. Выше уже упоминалось о том, что переход к турбулентному режиму в потоке определяется числом $Re_{кр}$. При постоянном увеличении числа Re постепенно устанавливается развитое турбулентное течение. Рост числа Re при заданной величине линейного размера можно обеспечить как неограниченным увеличением скорости, так и за счет уменьшения вязкости. Следовательно, в соотношение, характеризующее распределение осредненной скорости, вязкость входить не должна. Тогда приходим к выводу, что градиент скорости должен определяться уравнением

$$\frac{dw}{dy} = \frac{w_*}{\chi \cdot y} , \quad (6.38)$$

где χ - некоторая константа.

Интегрируя уравнение (6.38), получим $w = \frac{w_*}{\chi} (\ln y + C)$ - логарифмический профиль скорости. На практике его записывают в форме

$$w^+ = \frac{1}{\chi} (\ln y^+ + C') . \quad (6.39)$$

Вдали от стенки касательное напряжение остается равным τ_0 . При этом оно должно определяться зависимостью, не включающей вязкость.

Запишем выражение, аналогичное закону трения Ньютона, где вместо коэффициента динамической вязкости фигурирует некоторая величина – коэффициент турбулентной вязкости μ_T , которая должна определяться полем осредненной скорости

$$\tau_0 = \mu_T \frac{dw}{dy} . \quad (6.40)$$

Учитывая, что по определению $\tau_0 = \rho \cdot w_*^2$, имеем

$$\tau_0 = \rho \cdot \chi^2 \cdot y^2 \left(\frac{dw}{dy} \right)^2 . \quad (6.41)$$

Отсюда

$$\mu_T = \rho \cdot \chi^2 \cdot y^2 \left| \frac{dw}{dy} \right| . \quad (6.42)$$

Рассматривая усредненные пристенные течения жидкости без градиента давления Прандтль и Карман утверждали, что характерный масштаб пульсаций скорости w'_y равен градиенту осредненной скорости, умноженному на некоторый характерный масштаб длины ℓ_T , который назвали путем смешения. В молекулярной физике он является аналогом длины свободного пробега.



Теодор фон Карман (1881-1963) - учёный в области механики. С 1913 профессор и директор аэродинамического института в Ахене. Основатель и директор (1930—1949) Гуггенхаймовской аэролаборатории Калифорнийского технологического института (США). Основные труды написаны по самолётостроению, аэро-, гидро- и термодинамике, теории упругости и пластичности. Разработал теорию однородной изотропной турбулентности, метод расчёта пограничного слоя, полуэмпирическую теорию турбулентности, теорию профиля при дозвуковых скоростях и осесимметричного тела при сверхзвуковых скоростях и т. д. В 1911 г. математически описал перемежающийся двойной

Рис. 6.14. Т. Карман ряд вихрей, образующийся позади тела в потоке жидкости, который затем назвали “дорожка Кармана” (рис. 6.14).

Получим теперь выражения для коэффициентов турбулентной вязкости и теплопроводности по аналогии с тем, как это делается в молекулярной физике для идеального газа.

Возьмем два слоя жидкости на расстоянии ℓ_T друг от друга. Это - среднее расстояние, на котором переносимая пульсацией порция жидкости перемешивается с окружающей жидкостью. Истинные скорости в этом случае

$$w_x = \overline{w_x} + w'_x; \quad w_y = w'_y ,$$

где $\overline{w_x}$ - усредненная скорость; w'_x - пульсационная составляющая скорости.

Вследствие пульсаций составляющей скорости w'_y имеет место турбулентное перемешивание (перенос импульса и теплоты). Действительно, через

единичную площадку, перпендикулярную оси y , в единицу времени переносится масса жидкости $\rho \cdot w'_y$. Находясь в первом слое, она имела импульс $\rho \cdot w'_y \cdot \overline{w_x}$. Во втором слое ее импульс будет равным $\rho \cdot w'_y (\overline{w_x} + \ell_T \frac{d\overline{w_x}}{dy})$.

Таким образом, изменение импульса вследствие наличия пульсаций обуславливает напряжения турбулентного трения

$$\tau_0 = \tau_T = \rho \cdot w'_y \cdot \ell_T \frac{d\overline{w_x}}{dy} . \quad (6.43)$$

При этом путь смешения (или перемешивания) ℓ_T определяется так, чтобы

$$w'_y = \ell_T \frac{d\overline{w_x}}{dy} . \quad (6.44)$$

Предполагая $w'_y \sim w'_x$, получаем

$$\tau_0 = \rho \cdot \ell_T^2 \left(\frac{d\overline{w_x}}{dy} \right)^2 . \quad (6.45)$$

Следовательно,

$$\mu_T = \rho \cdot \ell_T^2 \left| \frac{d\overline{w_x}}{dy} \right| . \quad (6.46)$$

Заменив реальную картину воздействия турбулентности выражением (6.46), показано, как осуществить **моделирование турбулентности** с помощью достаточно простых выражений.

Аналогично определяются зависимости для турбулентного переноса теплоты. Длина пути смешения определяется эмпирически. Успех этой модели был предопределен тем обстоятельством, что для многих простых течений ℓ_T описывается относительно простыми формулами. В частности, для течений в пограничном слое была предложена формула $\ell_T = \chi \cdot y$, (6.47) поскольку в рассматриваемом случае отсутствуют какие либо пространственные масштабы за исключением расстояния от стенки y . Здесь χ - эмпирическая универсальная константа. Если подставить (6.47) в (6.45), разделить полученное уравнение на ρ и извлечь из обеих частей квадратный корень, то получим выражение, идентичное (6.38). Согласно наиболее поздним опытным результатам $\chi = 0,41$. Округлим эту величину до 0,4.

Итак, двумя способами получена одна и та же связь, из которой следует логарифмический профиль скорости. Учитывая сложность турбулентного движения, такой простой результат кажется даже несколько неожиданным. Постоянную в уравнении (6.39) C' невозможно определить из граничных условий, поскольку логарифмическое распределение справедливо лишь вдали от стенки.

Отметим, что первый исследователь турбулентного движения О. Рейнольдс, получивший основные уравнения, которые до настоящего времени

используются для рассмотрения сложных задач, связанных с турбулентным движением, и высказавший целый ряд идей, развивавшихся в ходе дальнейших исследований, не пришел к логарифмическому профилю скорости, хотя, получить его можно было достаточно просто.

Универсальность логарифмического профиля выражается в том, что практически для любых задач стационарного турбулентного течения зона логарифмического профиля существует в пристенном слое и весьма устойчива относительно различных возмущений. С помощью этой зависимости удалось получить большое количество расчетных формул, среди которых выделяется логарифмический закон сопротивления. При этом выявляется любопытная ситуация. Формула Прандтля получена для пластины в предположении, что $\tau = const$. На самом деле баланс сил для плоского канала приводит к линейному распределению касательного напряжения

$$\tau = \tau_0 \left(1 - \frac{y}{h}\right), \quad (6.48)$$

где h - полуширина канала.

При учете этого фактора вид распределения скорости усложняется и должен бы быть более точным. Однако более точным оказывается простое логарифмическое распределение. При упрощенном представлении сложных физических явлений интуиция, использованная на начальном этапе, часто играет большую роль, чем попытки дальнейшего уточнения используемого представления.

Существование такой простой формы распределения осредненной скорости является особенным свойством турбулентных течений. Оно явилось основной базой для развития методов их описания.

Сравнение полученного распределения с формулой (6.1) для ламинарного течения показывает их глубокое различие. С математической точки зрения это различие выражается в том, что линейный профиль при ламинарном движении переходит при турбулентном движении в логарифмический. Существенно, что логарифмический характер распределения скоростей для турбулентного движения сохраняется и для более сложных случаев.

Постоянную $C = C'/\chi$ можно определить лишь из экспериментальных данных. Они дают $C = 5,5$:

$$w^+ = 2,5 \ln y^+ + 5,5. \quad (6.49)$$

Теперь, с учетом условия срачивания логарифмического профиля с линейным, можно определить конкретную толщину ламинарного (вязкого) подслоя. Если использовать так называемую двухслойную модель, когда распределение скорости состоит из двух участков, показанных на рис. 6.15: линейного и логарифмического, то точка пересечения их кривых соответствует $y^+ \approx 11,6$. Очевидно, что тогда при $y^+ < 11,6$, $\mu_T = 0$. Таким образом, при $y^+ = 11,6$ появляется скачок эффективной вязкости. Это связано со слишком грубой схематизацией процесса.

Распределение (6.49) носит название универсального логарифмического распределения для турбулентного потока. Оно представлено на рис. 6.15 вместе с формулой (6.37), дающей распределение в вязком подслое.

Надо заметить, что при больших значениях y^+ (порядка 10^3 и больше, которые возможны лишь при очень больших числах Re) появляется отклонение от логарифмического закона. В литературе есть версия, что доказательство независимости профиля скорости от числа Re не является строгим и должно быть скорректировано с учетом некоторой зависимости от Re . Интересующихся этим вопросом можно отослать к книге Г.И. Баренблатта [14]. На рис. 6.15 кривая 1 соответствует линейному изменению скорости в вязком подслое 1. Кривая 2 соответствует логарифмическому распределению осредненной скорости в пристенной турбулентной части пограничного слоя и если перейти от натуральных к десятичным логарифмам, то

$$w^+ = 5,75 \lg \cdot y^+ + 5,5. \quad (6.50)$$

Если оставаться в рамках двухслойной модели, то **толщина вязкого подслоя равна** $y_{\delta}^+ \approx 11,6$. Однако из рис. 6.15 видно, что в области, примыкающей

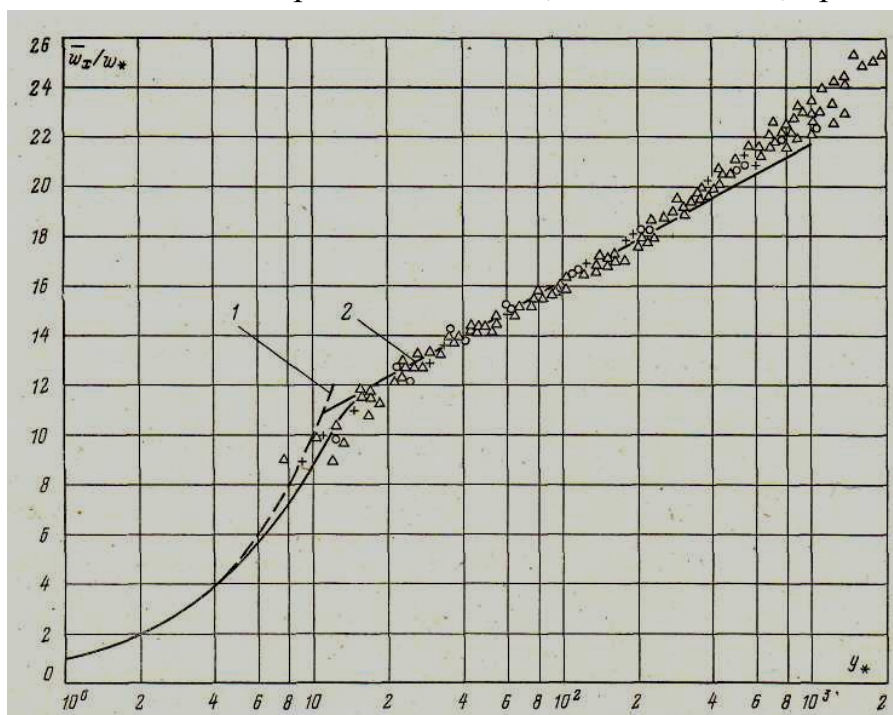


Рис.6.15. Распределение безразмерной скорости по толщине турбулентного пограничного слоя

к условной границе вязкого подслоя, экспериментальные точки отклоняются как от линии 1, так и от линии 2. Это происходит потому, что течение в выбранном таким образом вязком подслое не имеет чисто ламинарного характера. Отклонения от линейного закона начинают проявляться уже при $y^+ > 5$, что указывает на проникновение в ламинарный подслои пульсаций скорости. С другой стороны, отклонение от универсального логарифмического профиля проявляется до $y^+ \sim 30$. Таким образом, имеется зона взаимодействия между молекулярным и турбулентным переносом импульса. Она, как пока-

зывает анализ баланса энергии турбулентного потока на базе опытных данных, является генератором пульсационного движения. В литературе предлагались различные способы учета этого обстоятельства. Наиболее популярной сейчас является формула Ван-Дрифта. Он предложил модифицировать формулу для пути смешения введением демпфирующей функции

$$\ell_T = \chi \cdot y \left[1 - \exp\left(-\frac{y^+}{A_0^+}\right) \right] \quad , \quad (6.51)$$

где $A_0^+ = 26$.

Если исследовать зависимость (6.51) для малых значений y^+ , то получим следующую формулу:

$$\ell_T = \chi \cdot y \frac{y^+}{A_0^+} \quad . \quad (6.52)$$

Если подставить (6.52) в формулу (6.42) для турбулентной вязкости, то получим, что в вязком подслое турбулентная вязкость убывает как y^4 :

$$\mu_T \approx y^4 \quad . \quad (6.53)$$

Эта зависимость, как увидим ниже, имеет практическое значение для определения теплоотдачи при высоких числах Прандтля.

Обратимся теперь к рис.6.16, на котором изображена общая схема турбулентного пограничного слоя. **Внутренняя область**, в которую входят вязкий подслой, буферный слой и логарифмическая область, составляет примерно 20 % толщины пограничного слоя, из них толщина вязкого подслоя около 2 %; толщина **внешней области**, в которую входят область следа и область перемежаемости - примерно 80 %. Для внешней области характерно значительно более слабое изменение скорости. При течении в канале внешняя область исчезает при достижении условий стабилизации.

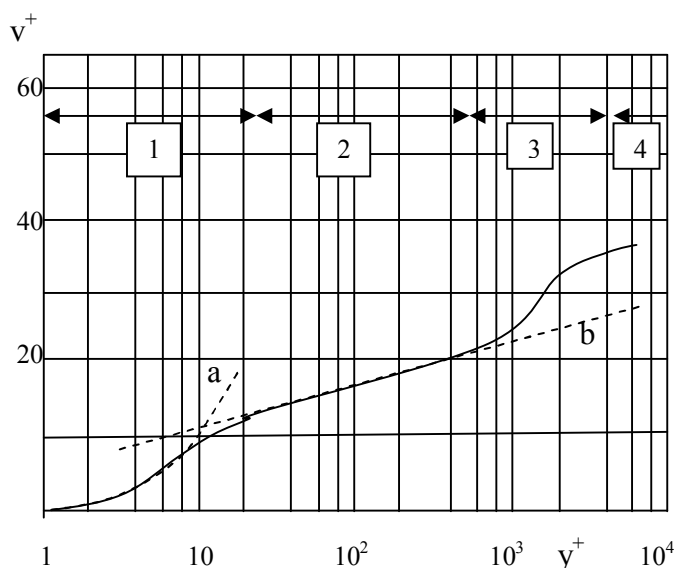


Рис. 6.16. Схема строения турбулентного пограничного слоя:
1-вязкостный и переходный слой; 2 – логарифмический слой; 3 – слой следа, 4- область перемежаемости; $a - v^+ = y^+$; $b - v^+ = 1/\chi \ln y^+ + C$

6.4.3. Турбулентный гидродинамический пограничный слой

Смысл понятия турбулентного пограничного слоя почти такой же, как у ламинарного. Он возникает, когда условия существования ламинарного режима течения в слое нарушаются. Наружная граница турбулентного пограничного слоя разделяет область проявления влияния стенки и область невозмущенного потока. Однако есть и существенная разница. Оценки касательных напряжений ламинарного $\mu \frac{\bar{w}}{\delta}$ и турбулентного пограничных слоев существенно отличаются. Непосредственное использование логарифмического профиля не позволяет получить такое же простое выражение для толщины слоя, как в ламинарном случае. Тем не менее, есть возможность использовать несколько иной подход. Логарифмический профиль с высокой степенью точности можно аппроксимировать профилем вида $\frac{w}{w_*} = (y/\delta)^{1/n}$. (6.54)

Такой подход позволяет получить законы изменения толщины турбулентного пограничного слоя весьма простым путем. Итак, пусть имеется степенной

$$\text{закон трения} \quad \tau_0 = K \cdot \rho \cdot \bar{w}^2 \left(\frac{\bar{w} \cdot \delta}{\nu} \right)^{-m}. \quad (6.55)$$

Это выражение можно записать в виде $w_*^2 = K \cdot \rho \cdot \bar{w}^{2-m} \cdot \nu^m \cdot \delta^{-m}$.

$$\text{Отсюда получим} \quad \frac{\bar{w}}{w_*} \sim \left(\frac{w_* \cdot \delta}{\nu} \right)^{\frac{m}{2-m}}. \quad \text{Учитывая равенство (6.53),}$$

$$\text{получим} \quad \bar{w} = \frac{w}{\left(\frac{y}{\delta} \right)^n}. \quad \text{Обозначим} \quad \frac{m}{2-m} = n.$$

$$\text{Тогда} \quad \frac{w}{w_*} \sim \left(\frac{w_* \cdot y}{\nu} \right)^{\frac{m}{2-m}}.$$

Таким образом, степенному закону трения с показателем m соответствует степенной профиль скорости с показателем $m/(2-m)$. Например, $m = 1/4$ соответствует профилю скорости с показателем $1/7$. Закон $1/7$ хорошо соответствует универсальному логарифмическому профилю при числах $Re_x < 10^7$. Найдем теперь закон изменения толщины турбулентного пограничного слоя при этих условиях.

Запишем уравнение аналогичное (5.1), но для касательных напряжений используем степенную формулу (6.55). Тогда получим

$$\rho \cdot \bar{w}^{2-m} \nu^m \delta^{-m} \bar{w} \cdot dx \approx \rho \cdot \bar{w}^2 d\delta.$$

Отсюда
$$\frac{d\delta}{dx} \sim \frac{\bar{w}^{-m} v^m}{\delta^m} . \quad (6.56)$$

Интегрируя это уравнение, получим зависимость для толщины турбулентного пограничного слоя
$$\frac{\delta(x)}{x} \approx Re_x^{-\frac{m}{m+1}} . \quad (6.57)$$

Коэффициент пропорциональности в этой зависимости зависит от m . Например, для $m = 1/4$ он равен $0,37$, то есть зависимость принимает вид

$$\frac{\delta(x)}{x} = 0,37 Re_x^{-1/5} .$$

Для более широкой области чисел Re используют меньшие значения m . Для $m = 1/6$ получается часто используемая зависимость

$$\frac{\delta(x)}{x} = 0,16 Re_x^{-1/7} . \quad (6.58)$$

$$C_f(x) = 0,0263 Re_x^{-1/7} . \quad (6.59)$$

Необходимо также обратить внимание на то, что при выводе полученных зависимостей пренебрегают начальным участком, на котором сначала будет развиваться ламинарный пограничный слой.

6.4.4. Турбулентный тепловой пограничный слой

Аналогично вязкому подслою у стенки можно выделить **тепловой подслой**. Он характеризуется преобладанием переноса теплоты за счет теплопроводности над турбулентным переносом. Важно заметить, что для высоко-теплопроводных жидкостей ($Pr \gg 1$) тепловой подслоя захватывает часть турбулентной области. Для малотеплопроводных, вязких жидкостей с большими числами Прандтля тепловой подслоя погружен в гидродинамический и является основным термическим сопротивлением теплоотдачи.

В зоне развитой турбулентности вдали от стенки механизм переноса тепла и импульса один и тот же. Толщины теплового δ_T и динамического δ пограничных слоев практически совпадают. При турбулентном течении жидкости толщина пограничного слоя растет быстрее, чем при ламинарном.

В тепловом подслое перенос теплоты определяется теплопроводностью и поэтому распределение температуры по его толщине является линейным. Представим распределение температуры в вязком подслое, где скорость меняется по линейному закону, как: $\theta^+ = Pr \cdot y^+$, (6.60)

где
$$\theta^+ = \frac{\vartheta}{\vartheta_*}; \quad \vartheta_* = \frac{q_c}{\rho \cdot c_p \cdot w_*}; \quad y^+ = \frac{w_* \cdot y}{\nu} .$$

Распределение температуры в зоне логарифмического распределения осредненной скорости после выполнения операций, аналогичных выше, запишется как:

$$\theta = \frac{\text{Pr}_r}{\chi} \ln y^+ + C_q(\text{Pr}) \quad (6.61)$$

где $C_q = f(\text{Pr})$ – учитывает изменение температуры, связанное с неравенством толщин теплового δ_{tm} и динамического подслоев δ_n . Поскольку скорость и температура в вязком и тепловом подслоях изменяются по линейному закону, то $\tau_c = \mu \frac{w_m}{\delta_n}$; $q_c = \lambda \frac{\vartheta_m}{\delta_{tm}}$. При этом τ и q постоянны внутри δ_{tm} и δ_n .

Тогда можно записать, что

$$q_c = \tau_c \frac{\lambda}{\mu} \frac{\vartheta_m}{w_m} \frac{\delta_n}{\delta_{tm}} \quad (6.62)$$

где при $y = \delta_{tm} \Rightarrow \vartheta_m = T_m - T_c$; u_m и T_m – скорость и температура на внешней границе теплового подслоя; при $y = \delta_n \Rightarrow T_c$ – температура поверхности стенки.

Для турбулентной части пограничного слоя молекулярный перенос теплоты и импульса пренебрежимо мал. Поэтому распределение осредненных скорости и температуры идентичны. Тогда на основании уравнений (5.79) и (6.54) запишем

$$q_m = \tau_m \cdot c_p \frac{T_0 - T_n}{w_0 - w_n} \quad (6.63)$$

На границе теплового подслоя нет разрыва теплового потока, поэтому можно приравнять выражения (6.62) и (6.63) и решить полученное уравнение относительно разности температур. Запишем окончательный результат

$$T_0 - T_c = \frac{q_c \cdot w_0}{\tau_c \cdot c_p} \left[1 + \frac{\mu \cdot c_p}{\lambda} \frac{w_m}{w_0} \frac{K \cdot \delta_{tm}}{\delta_n} - \frac{w_m}{w_0} \right] \quad (6.64)$$

Поскольку $\delta_n \approx 12 \frac{\nu}{w_*}$, то

$$w_m = \frac{\delta_n \cdot w_*^2}{\nu} = 11 w_* = 11 \sqrt{\frac{\tau_c}{\rho}} \quad (6.65)$$

На основании аналогии с уравнением (5.32) можно принять $\frac{\delta_{tm}}{\delta_n} = \frac{1}{\sqrt[3]{\text{Pr}}}$.

Подставляя (6.61) и δ_{tm}/δ_n в (6.64) и решая его относительно q_c , имеем

$$q_c = \frac{\tau_c \cdot c_p (T_0 - T_c)}{w_0 \left[1 + \frac{11}{w_0} \sqrt{\frac{\tau_c}{\rho}} \left(\text{Pr}^{2/3} - 1 \right) \right]} \quad (6.66)$$

Обозначим $C_f = \frac{2\tau_c}{\rho \cdot w_0^2}$ – коэффициент трения, характеризующий касательное напряжение трения на стенке τ_c . Подставляя $\tau_c = \frac{C_f \cdot \rho \cdot w^2}{2}$ в (6.66) и поделив левую и правую его части на $\rho \cdot c_p \cdot w_0 (T_0 - T_c)$, получим

$$St \equiv \frac{\alpha}{\rho \cdot c_p \cdot w_0} = \frac{C_f/2}{1 + 11,6 \sqrt{\frac{C_f}{2}} \left(Pr^{2/3} - 1 \right)}, \quad (6.67)$$

где

$$St = \frac{Nu}{Re \cdot Pr} = \frac{\alpha}{\rho \cdot C_p \cdot w_0}. \quad (6.68)$$

При $Pr = 1$ выражение (6.67) переходит в простую формулу

$$St = C_f/2. \quad (6.69)$$

Формула $St = C_f/2$ является математическим выражением аналогии переноса теплоты и количества движения. Указанная аналогия имеет большое значение для теории теплопереноса при турбулентном течении. Важно также, что она имеет место и для массообмена. В результате для исследования различных процессов можно использовать большой объем данных.

Поскольку при выводе формулы (6.67) использовалась зависимость для пограничного слоя, то она, естественно, содержит зависимость от длины. Как видно из структуры формулы (6.69), она заключена в коэффициенте сопротивления ζ , который зависит от числа Рейнольдса $Re = \frac{w_0 \cdot x}{\nu}$. Само число Стентона линейного размера не содержит.

Перейдем теперь к теплоотдаче в канале. Выше было введено понятие коэффициента сопротивления для канала. Если гидравлическое сопротивление определяется лишь силами трения, то τ_c можно выразить через коэффициент гидравлического сопротивления ζ для стабилизированного течения. Для ламинарного режима определялся этот коэффициент, используя профиль скорости в трубе при установившемся течении.

Если перепад давления на данном участке трубы идёт лишь на преодоление трения на стенке, то $\Delta P \cdot f = \tau_c \cdot F$, где f - поперечное сечение трубы; F - поверхность участка трубы длиной ℓ . Перепад давления по формуле Дарси

$$\Delta P = \zeta \frac{\ell}{d} \frac{\rho \cdot \bar{w}^2}{2}.$$

Тогда

$$\tau_c = \Delta P \frac{f}{F} = \zeta \frac{\ell}{d} \frac{\rho \cdot \bar{w}^2}{2} \frac{f}{F}.$$

Для круглой трубы:

$$\frac{\ell}{d} \cdot \frac{f}{F} = \frac{1}{4}.$$

Отсюда

$$\tau_c = \frac{\zeta}{8} \rho \cdot \bar{w}^2 = \frac{C_f}{2} \rho \cdot \bar{w}^2. \quad (6.70)$$

Из уравнения (6.70) видно, что между коэффициентом трения C_f и коэффициентом сопротивления ζ существует следующая связь:

$$\zeta = 4C_f. \quad (6.71)$$

Записывая уравнение (6.70) через w_* , получим

$$w_*^2 = \frac{\zeta}{8} \bar{w}^2,$$

откуда

$$w_* = \bar{w} \sqrt{\frac{\zeta}{8}}.$$

Подстановка коэффициента сопротивления ζ , определенного для условий гидродинамической стабилизации в формулу для стабилизированной теплоотдачи вместо C_f , исключает влияние длины. Формула (6.67) имеет структуру, соответствующую наиболее точным формулам для теплоотдачи в трубе. Сравним ее с формулой Б.С.Петухова и В.В.Кириллова, которая наиболее часто рекомендуется для уточненных расчетов

$$Nu = \frac{\frac{\zeta}{8} \text{Re} \cdot \text{Pr}}{(1 + 900/\text{Re}) + 12,7 \sqrt{\frac{\zeta}{8}} (\text{Pr}^{2/3} - 1)}. \quad (6.72)$$

Небольшое отличие состоит в изменении коэффициента во втором члене знаменателя и отсутствия поправки $900/\text{Re}$, которая для развитого турбулентного течения весьма мала.

Обычно формулы для практического расчета теплоотдачи имеют степенную форму. Например, если в формулу (6.67) вместо множителя

$$\frac{C_f/2}{1 + 11,6 \sqrt{\frac{C_f}{2}} (\text{Pr}^{2/3} - 1)}$$

подставить экспериментально найденную функцию

$f(\text{Pr}) = 0,91 \text{Pr}^{0,43}$, а ζ определить по формуле $\zeta = 0,184 \text{Re}_d^{-0,2}$, то получим зависимость

$$Nu = 0,021 \text{Re}_{fd}^{0,8} \text{Pr}_f^{0,43}. \quad (6.73)$$

Для унификации расчетной зависимости относительно направления тепловых потоков и переменности физических свойств капельных жидкостей М.А.Михеев предложил ввести следующую поправку:

$$Nu = 0,021 Re_{fd}^{0,8} Pr_f^{0,43} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} . \quad (6.74)$$

Формула (6.74) известна как формула М.А. Михеева.

Для упрощения в приведенных формулах опущены поправки на неизотермичность и зависимость от длины. Формулы (6.67) и (6.72) показывают, что зависимость теплоотдачи от числа Прандтля отличается от степенной. В частности, из структуры зависимости (6.72), которая была проверена на большом объеме экспериментального материала, следует, что зависимость эта усиливается с уменьшением числа Pr . Заметим, что при больших числах Pr показатель степени при числе Pr будет приближаться к $1/3$, а при числе Pr , близком к единице, может быть $\sim 0,5$.

С дальнейшим снижением числа Прандтля показатель степени продолжает расти, а при очень больших числах Прандтля показатель уменьшается до $1/4$. Однако эти заключения не могут быть сделаны на основании формулы (5.96), ибо при ее выводе используется упрощенная схема турбулентного обмена. Распределение интенсивности теплообмена внутри пограничного слоя представлено на рис. 6.17.

Теперь вернемся к коэффициенту сопротивления для труб. Наилучшей аппроксимацией для коэффициента сопротивления гладкой трубы является

так называемый логарифмический закон, но он неудобен тем, что ζ входит в него в неявном виде. Поэтому на практике используются упрощенные выражения, наиболее популярной из которых является формула Блазиуса $\zeta = 0,316 / Re^{0,25}$. (6.75)

Однако нужно помнить, что при $Re > 10^5$ она дает заметную погрешность. Более широкую область использования имеет формула, которая в отечественной литературе носит название формулы Филоненко

$$\zeta = \frac{1}{(1,82 \lg Re - 1,64)^2} . \quad (6.76)$$

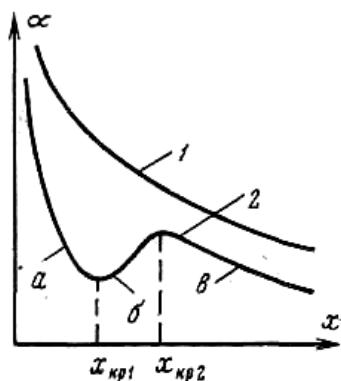


Рис.6.17. Распределение интенсивности теплообмена по длине: 1 - турбулентное течение; 2 - смешанное течение: а - ламинарное; б - переходное; в - турбулентное

6.5. Шероховатость в трубах

На практике приходится иметь дело с более или менее **шероховатыми** трубами.

6.5.1. Влияние шероховатости на сопротивление

Изучению сопротивления в шероховатых трубах было посвящено большое количество исследований. Общая схема

подхода к описанию сопротивления для этого случая состоит в выделении двух предельных случаев.

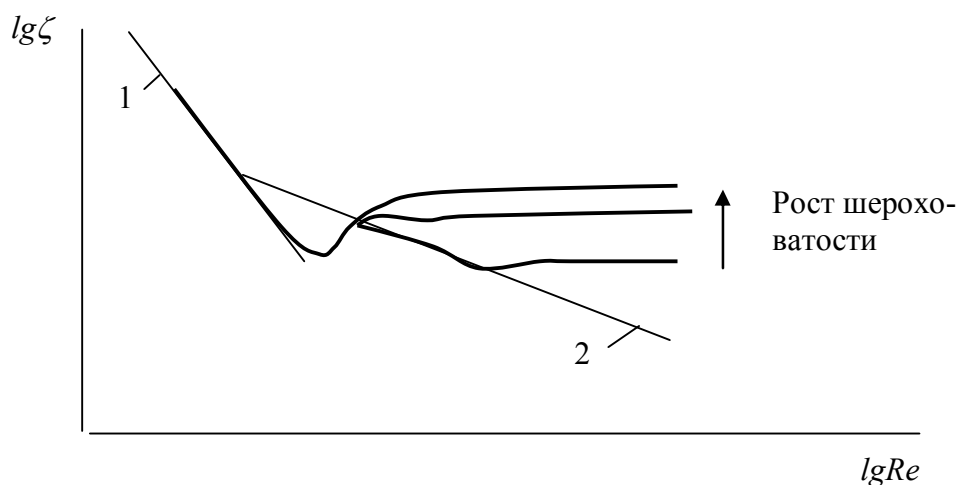


Рис. 6.18. Качественная картина зависимости $\zeta(Re)$ для шероховатых труб: 1 - $\zeta = 64/Re$; 2 - $\zeta = 0,316/Re^{0,25}$ - реальный ход зависимости для ζ

Если высота бугорков шероховатости значительно меньше толщины ламинарного подслоя, то трубу можно рассматривать как гладкую. Если справедливо обратное соотношение, то сопротивление определяется взаимодействием потока с бугорками шероховатости и не зависит от числа Re . В этом смысле этот участок зависимости коэффициента сопротивления называют автомодельным. Имеется некоторая переходная область между этими двумя предельными случаями (рис. 6.18). При малых числах Re зависимость $\zeta(Re)$ совпадает с зависимостью для ламинарного течения, затем начинается переход к турбулентному течению и при небольших значениях относительной шероховатости $\Delta = \delta_w/d$ реальная кривая, выделенная жирной линией, переходит в зависимость Блазиуса (δ_w - высота бугорка шероховатости). С ростом Re она отходит от нее и переходит в некоторую предельную горизонтальную линию, то есть оказывается не зависящей от Re . С ростом шероховатости этот переход происходит при меньших числах Re .

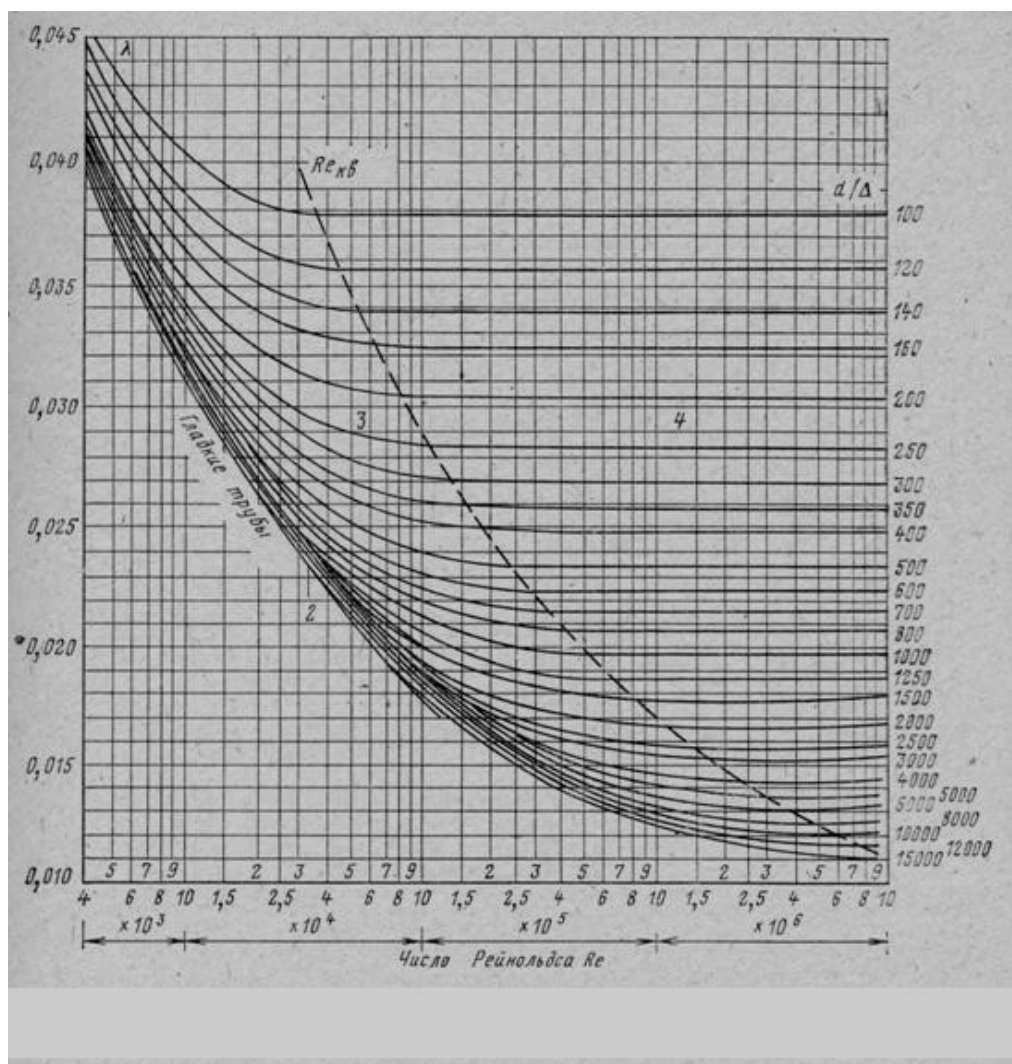


Рис. 6.19. Диаграмма для расчета ζ в технических трубах

Если перейти от однородной шероховатости к технической, то форма зависимости для $\zeta(Re)$ несколько меняется. Поскольку на поверхности реальной технической трубы имеется широкий спектр размеров бугорков шероховатости, кривые $\zeta(Re)$ становятся монотонными. В этом случае практические расчеты проводятся с помощью диаграммы, приведенной на рис. 6.19. Эта диаграмма позволяет определить коэффициент сопротивления для трубы в широком диапазоне изменения числа Re и относительной шероховатости Δ . При этом относительная шероховатость, представленная на диаграмме, является некоторой условной величиной, которая приводит реальную шероховатость внутренней поверхности трубы к эквивалентной однородной шероховатости, состоящей из бугорков одинакового размера. Эту условную величину шероховатости определяют путем сопоставления результатов измерения потерь давления для автомоделных условий в реальных трубах и в трубах с однородной шероховатостью.

В заключение отметим, что формула Блазиуса (6.74) дает возможность при некоторой ее трансформации рассчитывать сопротивление как для гладких, так и шероховатых труб. Для этого ее нужно переписать в виде

$$\zeta = 0,11[\Delta + 68/\text{Re}]^{0,25} . \quad (6.77)$$

Нетрудно проверить, что при $\Delta \rightarrow 0$ формула переходит в (6.75).

6.5.2. Теплоотдача в шероховатых трубах

Выше при рассмотрении сопротивления в шероховатых трубах были определены два основных предельных случая, связанных с соотношением высоты бугорка шероховатости δ и толщины вязкого подслоя δ_{II} , которая составляет $\sim 6\nu/v^*$:

- бугорки шероховатости глубоко погружены в вязкий подслой. В этом случае число Re при обтекании бугорка - порядка единиц, и бугорки обтекаются жидкостью без отрыва потока, а течение в подслое не нарушается,

- бугорки шероховатости существенно превосходят толщину вязкого подслоя. В этом случае обтекание жидкостью бугорков становится отрывным и пульсации как скорости, так и температуры у стенки заметно увеличиваются. Это приводит к возрастанию сопротивления и теплоотдачи.

При ламинарном течении ни коэффициент α , ни гидравлическое сопротивление не зависят от относительной шероховатости. Теплоотдача может возрасти за счёт большей поверхности теплообмена шероховатой стенки, но это уже относится лишь к искусственной шероховатости, которая формируется именно для этой цели.

При турбулентном течении шероховатость поверхности, возникшая естественным путем за счет свойств материала и метода его обработки, влияет на теплоотдачу, но это влияние существенно слабее, чем на сопротивление. С.С. Кутателадзе провел приблизительную расчетную оценку роста теплоотдачи для стандартной зернистой шероховатости, по которой определяется коэффициент сопротивления труб. Оценка показала, что для этого случая между ростом сопротивления и ростом теплоотдачи имеется следующее приблизительное соотношение: $(\zeta/\zeta_0) \approx (\alpha/\alpha_0)^{2,5}$. (6.78)

Поэтому увеличение зернистой шероховатости не может рассматриваться как метод интенсификации теплообмена. Обычно для этого используются специальные рельефы, для которых сопротивление не растет так быстро, как по формуле (6.78). Такие поверхности рассматриваются в специальном разделе, посвященном интенсификации теплообмена.

6.6. Переходный режим

Область чисел Рейнольдса $\text{Re} = 2 \cdot 10^3 \div 10^4$ носит название переходной. Смысл этого термина состоит в том, что закономерности для развитого турбулентного течения, которые использовались в предыдущих разделах, для

переходной области еще не справедливы. После перехода от ламинарного течения к турбулентному режиму турбулентность существует в виде некоторых очагов, которые чередуются с участками ламинарного течения. Это явление носит название **перемежаемости**. При $Re = const$ коэффициент перемежаемости (доля времени существования турбулентного течения) возрастает с увеличением расстояния от входа в трубу, а также возрастает и с увеличением Re . Чем больше Re , тем на меньшей длине трубы может быть ламинарный режим. Переход от ламинарного режима течения к турбулентному происходит в ядре потока и в пограничном слое не одновременно. С ростом степени турбулентности на входе в трубу длина ламинарного пограничного слоя уменьшается. Обобщённые методики расчёта теплообмена в переходной области отсутствуют. Теплоотдача зависит от большого числа факторов, которые с трудом поддаются учёту. Поэтому здесь приводятся относительно новые данные, которые дают более точную зависимость теплоотдачи от числа Pr .

Рассмотрим эти результаты в окрестности $Re_{кр}$ (рис. 6.20). Как видно, кривые стабилизированной теплоотдачи практически сливаются при переходе от турбулентного к ламинарному режиму. Этот переход носит относительно гладкий характер для небольших чисел Pr , но при высоких числах Pr режим меняется практически скачком. Утолщенная сплошная линия соответствует переходу для $Pr = 3$. Отсутствуют крутые изгибы вблизи $Re_{кр}$. Только при $Re \sim 4000$ можно заметить локальный изгиб. Совершенно иначе переход выглядит для $Pr = 100$. Штриховая линия стремится к ламинарному значению почти вертикально. Однако нижняя граница переходного режима может смещаться вниз от числа Рейнольдса $Re \sim 2000-2300$, которое рассматривается как нижняя граница зоны перехода к турбулентному режиму, если на поверхность трубы наносятся некоторые интенсифицирующие элементы искусственной шероховатости. Этот вопрос будет рассмотрен в последующем выпуске. Заметим, что для гладкой трубы формула Гнилинского, как видно из рис. 6.20, удовлетворительно совпадает с опытом. Имеется возможность ее применения в переходной области при замене в числителе Re на $(Re - 1000)$:

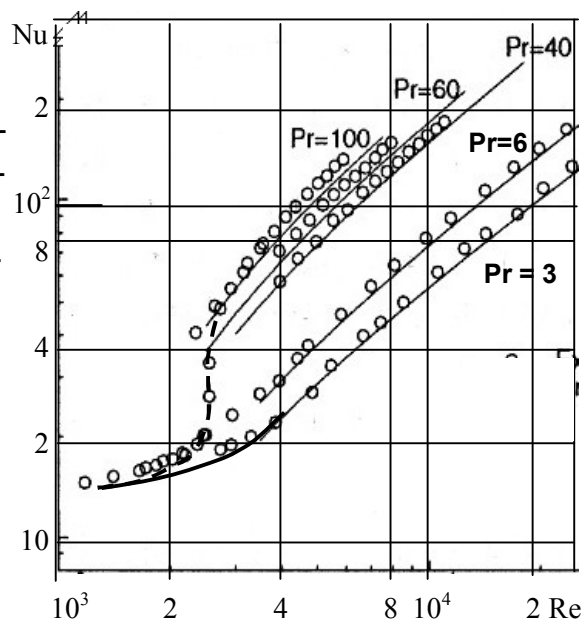


Рис. 6.20. Зависимость $Nu(Re)$ для круглой трубы:
 о - экспериментальные данные
 по формуле Гнилинского

$$Nu = \frac{\zeta/8 (Re - 1000) Pr}{(1 + 12,7 \sqrt{\zeta/8} (Pr^{2/3} - 1))} \left[1 + \left(\frac{d}{L} \right)^{2/3} \right]. \quad (6.79)$$

В ней также содержится поправка на относительную длину.

6.7. Изогнутые трубы

При движении в изогнутых трубах в жидкости возникают центробежные силы, создающие в поперечном сечении **циркуляционные токи** (вторичную циркуляцию). В результате возникает движение жидкости по винтовой линии. С уменьшением радиусагиба трубы R влияние центробежного эффекта увеличивается. При этом возникает так называемое **ламинарное течение с макровихрями**. Его возникновение определяется числом Дина

$$De = Re \sqrt{\frac{d}{D}}, \quad (6.80)$$

где d – диаметр трубы и D – диаметр изгиба оси трубы.

Ламинарное течение с макровихрями возникает при $De = De_{кр} = 11,6$. Если труба является крутозагнутой, то указанный переход возникает при небольших числах Re . Например, при $D/d = 16$, $Re_{кр} = 46,4$. В этих условиях масштаб влияниягиба значительно влияет на сопротивление. Например, при $D/d = 50$ и $Re = 1000$ значение коэффициента сопротивления выше в 2 раза чем для прямолинейной трубы. Одновременно растет критическое число

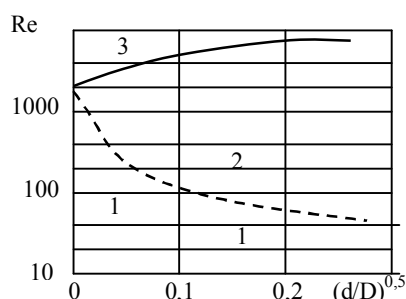


Рис. 6.21. Области режимов течения в змеевиках: 1 – ламинарное; 2 – ламинарное с макровихрями; 3 – турбулентное

$Re_{кр}$, соответствующее переходу к турбулентному течению. При этом меняется сам характер перехода. Если судить по кривым сопротивления, этот переход происходит тем более плавно, чем больше кривизна трубы (d/D) . Изменение $Re_{кр}$ и границы режимов течения иллюстрируются рис.6.21. Вторичная циркуляция наблюдается при турбулентном и при ламинарном течении. Однако здесь ее влияние существенно слабее.

Введем два критических значения числа Re :

$$Re'_{кр} \approx 11,6 \sqrt{\frac{D}{d}}; \quad Re''_{кр} = 18500 \left(\frac{d}{2R} \right)^{0,28}.$$

С использованием этих чисел режимы течения в изогнутых трубах классифицируются следующим образом:

при $Re < Re'_{кр}$ – **ламинарное течение без вторичной циркуляции;**

при $Re'_{кр} < Re < Re''_{кр}$ – **ламинарное течение со вторичной циркуляцией;**

при котором расчёт α ведётся по уравнению (6.74);

при $Re > Re_{кр}''$ - турбулентное течение со вторичной циркуляцией. В этом случае расчёт α ведётся по уравнению (6.74) для прямой трубы с умножением на поправку $\varepsilon_{изг} = 1 + 1,8 \frac{d}{R}$.

6.8. Некоторые особенности теплогидродинамики высокоскоростных потоков

Для конкретизации названия данного раздела необходимо дать определение высокой скорости. Обычно масштабом скорости является скорость звука. То есть высокой считается скорость, сравнимая со звуковой, или превышающая ее. Реально такие скорости достижимы практически лишь для газовых теплоносителей. Околозвуковые и сверхзвуковые течения обычно изучаются в рамках газовой динамики. В данном случае существенным является то обстоятельство, что взаимосвязи между гидродинамической и тепловой стороной процесса становятся определяющими. К примеру, гидродинамические характеристики с практически постоянной плотностью изотермического потока не могут быть использованы для неизотермического путем введения в них определенных поправок. Именно с демонстрацией данной особенности высокоскоростных потоков связано появление этого раздела.

Рассмотрим простейшую иллюстрацию упомянутых особенностей. Пусть поток газа движется по трубе переменного сечения с тепло-изолированными стенками, то есть является адиабатным. Обозначим через w , ρ , f скорость, плотность и площадь поперечного сечения трубы соответственно. Тогда из условия сохранения массы можно записать

$$w \cdot \rho \cdot f = const \quad (6.81)$$

Логарифмируя, а затем дифференцируя (6.81), получим

$$\frac{dw}{w} + \frac{d\rho}{\rho} + \frac{df}{f} = 0 \quad (6.82)$$

Теперь воспользуемся уравнением Бернулли в дифференциальной форме:

$$\frac{d\rho}{\rho} + w \cdot dw = 0 \quad (6.83)$$

Далее проведем следующие преобразования уравнения (6.82):

$$\frac{dw}{w} + \frac{d\rho}{\rho} + \frac{df}{f} = \frac{dw}{w} + \frac{d\rho}{dp} \frac{p}{\rho} + \frac{df}{f} = \frac{dw}{w} - \frac{w \cdot dw}{a^2} + \frac{df}{f} = \frac{dw}{w} (1 - M^2) + \frac{df}{f} = 0$$

где $M = \frac{w}{a}$ – число Маха; a – скорость звука, определяемая как $a^2 = \frac{dp}{d\rho_{ад}}$.

$$\text{Тогда} \quad \frac{dw}{w} (1 - M^2) = -\frac{df}{f} \quad (6.84)$$

Из (6.84) видно, что при $M < 1$ (дозвуковое течение) рост скорости имеет место при уменьшении поперечного сечения. При $M > 1$ (сверхзвуковое тече-

ние), рост скорости будет происходить при одновременном увеличении поперечного сечения. Коррекция уравнения Бернулли не эффективна. В чем же физический смысл подобного результата?

Если исключить быстрые нестационарные процессы, то рассматриваемый тип движения реализуется практически только для газа. В этом случае порядок величины скорости звука соответствует средней скорости теплового движения молекул. Это легко продемонстрировать, сравнивая соответствующие формулы для идеального газа. Поскольку движение молекул определяет взаимодействие между элементами потока, то изменение его характера вполне объяснимо. Канал, изменение сечения которого определяется уравнением (6.84), называется сверхзвуковым соплом (соплом Лавая).

Положим, что истечение в сопло происходит из котла большого объема, где газ считается покоящимся, и обозначим его параметры (параметры торможения) через p_0 , ρ_0 , T_0 . Здесь мы не будем пытаться детально анализировать этот процесс. Покажем лишь, насколько велики в этом случае изменения как механических, так и тепловых характеристик потока. Поток является адиабатным, и все изменения происходят за счет перехода одних видов энергии в другие. Можно показать, что связь изменения текущих параметров потока с изменением числа Маха (M) определяется через комплекс

$$A_{k,M} = 1 + \frac{k-1}{2} M^2 \quad (6.85)$$

следующим образом:

$$\frac{p_0}{p} = A_{k,M}^{\frac{k}{k-1}} \frac{\rho_0}{\rho} = A_{k,M}^{\frac{1}{k-1}}, \quad (6.86)$$

где $\frac{T_0}{T} = A_{k,M}$.

Из формулы (6.86) видно, что изменения скорости и давления однозначно связаны с изменением плотности и температуры. Например, для воздуха ($k = 1,41$) по достижении скорости звука ($M = 1$) абсолютная температура оказывается на 20 % ниже температуры торможения, а для $M = 1,4$ – на 40 %. Еще сильнее меняются плотность и давление. Газодинамические формулы используются, например, для расчетов трактов газотурбинных установок.

Теперь рассмотрим два случая, когда тепловые эффекты, связанные с высокими скоростями, позволяют заменить чисто термодинамические схемы. Речь пойдет о холодильных установках.

Большая часть таких установок основана на **обратном цикле Карно**. Это так называемые **компрессионные** холодильные машины, к которым относится и большинство бытовых холодильников. Значительное распространение имеют также **абсорбционные** холодильники, которые отличаются отсутствием компрессора. И в том, и в другом случае холодильный эффект обеспечивается за счет испарения жидкого хладагента.

Однако имеется и другая возможность охлаждения. Эффект достигается при разделении однофазного потока газа на горячую и холодную части за счет эффектов теплопередачи. Рассмотрим два устройства, в которых реализуется подобный метод: трубу Ранка-Хильша и трубу Леонтьева.

6.8.1. Труба Ранка-Хильша

Изобретение вихревой трубы является примером того, как при исследовании казалось бы достаточно изученных устройств иногда неожиданно открываются новые эффекты. Французский инженер Жорж Ранк занимался исследованием циклонных сепараторов, предназначенных для очистки газа от пыли. В ходе этой работы он неожиданно обнаружил, что центральные слои газа, выходящие из циклона, имели более низкую температуру, чем исходный газ. Величина охлаждения достигала 30-40 °С. На первый взгляд такой результат казался необъяснимым и даже вызвал некоторое недоверие специалистов. Однако в 1931 г. Ранк получил патент на **вихревую трубу**. Тем не менее его открытие 15 лет оставалось незамеченным.

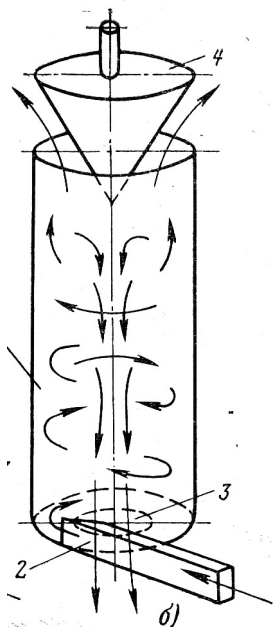


Рис. 6.22. Движение газа в трубе Ранка:
1-труба; 2-сопло;
3- диафрагма;
4-конус

Положение изменилось лишь после 1946 г., когда немецкий физик Р. Хильш, исследуя вихревую трубу, по существу вторично открыл вихревой эффект и указал возможности его практического использования. Поэтому вихревую трубу часто называют трубой Ранка-Хильша. Интересно заметить, что советский ученый К.И. Страхович, не зная об опытах Ранка, теоретически предсказал полученный им результат.

Чтобы составить представление о механизме этого, на первый взгляд парадоксального явления, рассмотрим схематически один из наиболее распространенных вариантов выполнения вихревой трубы, представленный на рис. 6.22. Поток поступает в трубу через сопло 2 в тангенциальном направлении и совершает вращательно – поступательное движение вверх. На концах трубы устанавливаются диафрагма 3 и конус 4. Конус обеспечивает возможность регулирования выхода части газа, движущейся на периферии трубы. Уменьшая зазор, что приводит к повышению давления, можно добиться того, что часть газа начинает выходить наружу через диафрагму 3. При этом возникает радиальное движение, «подпитывающее» нисходящий внутренний поток вдоль оси. Выше уже упоминалось о температуре торможения T_0 , которая учитывает переход кинетической энергии потока в тепловую. Формула (6.86), связывающая истинную температуру потока T и T_0 , была записана через число Маха. В данном случае ее проще записать в виде

$$T_0 = T + w^2/2c_p, \quad (6.87)$$

где w - скорость, c_p – теплоемкость.

При адиабатном истечении газа из сосуда, в котором он неподвижен, его температура торможения равна начальной температуре T_0 , а истинная температура T будет снижаться в соответствии с уравнением (6.87). Если обратиться к рис. 6.22, то наименьшая температура T_2 будет на выходе из сопла 2. Газ, совершающий вращательно-поступательное движение во внешнем слое, продвигается к регулируемому конусу, а во внутреннем слое противотоком идет к диафрагме. Тепловое взаимодействие внутреннего и внешнего потоков протекает таким образом, что по мере приближения к входу возрастает теплоотвод от внутреннего потока к внешнему. В результате внутренний поток оказывается охлажденным, а внешний – нагретым. В настоящее время вычислительная аэродинамика позволяет расчетным путем определять на ЭВМ тепловые характеристики для различных конструкций труб Ранка-Хильша.

Основным недостатком вихревых труб является их низкий КПД, который связан с большой затратой энергии на сжатие газа. Но в некоторых случаях этот фактор не является существенным. Например, при транспортировании газа, когда высокие перепады давления оказываются «даровыми» и решающим фактором оказывается простота самих холодильных устройств.

6.8.2. Труба Леонтьева

При движении потоков с околосвуковой и сверхзвуковой скоростью температура поверхностей определяется эффектами торможения потока у стенки. Для реального вязкого потока эта температура определяется взаимодействием процессов теплопроводности и вязкой диссипации и отличается от идеальной температуры торможения, которая определяется формулой

$$\frac{T_c}{T} = 1 + r \frac{k-1}{2} M^2, \quad (6.88)$$

где T_c и T – температуры стенки и потока.

А.И. Леонтьев – академик РАН, (рис. 6.23) председатель Национального комитета по тепло- и массообмену РАН. Известен исследованиями в области теплообмена. Одной из наиболее известных работ А.И.Леонтьева является установление совместно с С.С. Кутателадзе предельных законов теплообмена и трения в турбулентном пограничном слое для высоких чисел Re . В 1998 А.И. Леонтьев за работы в области турбулентного теплообмена удостоен международной премии ASME и AIChE и медали Макса, Якоба. Большую роль в повышении квалификации молодых ученых играет Школа - семинар под его руководством, проводимая раз в 2 года в различных городах России с 1977 г.



Рис. 6.23. А.И. Леонтьев

Это отклонение определяется коэффициентом восстановления r , который оказывается больше или меньше единицы в зависимости от того, больше или меньше единицы число Прандтля.

Задача состоит в разделении единого потока на два, для которых при идентичных входных параметрах, температуры стенки различны.

Согласно рис. 6.24, газ из ресивера 1 поступает в дозвуковой кольцевой канал 2 и через сверхзвуковое сопло 3 в сверхзвуковой канал 4.

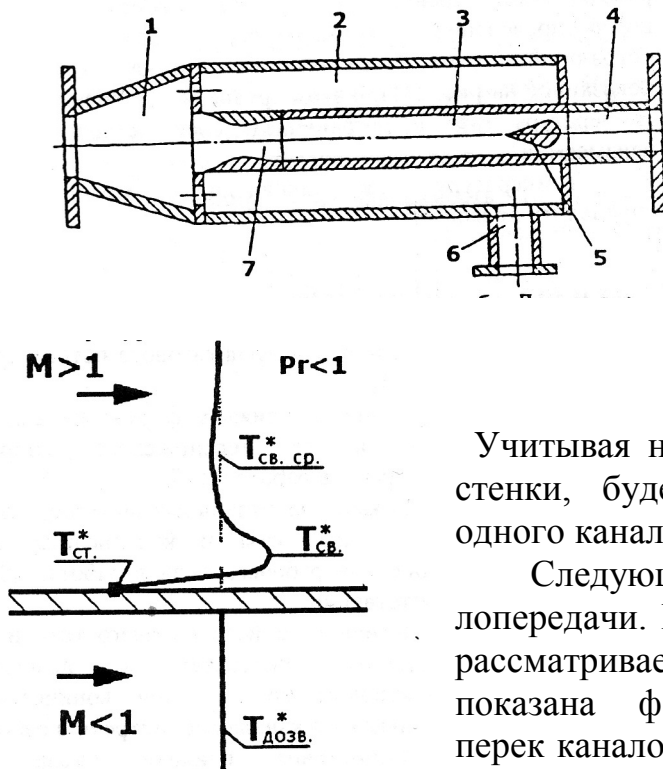


Рис. 6.25. Принцип работы трубы Леонтьева

Рис. 6.24. Принципиальная схема трубы Леонтьева (ТЛ): 1 - разделительная камера; 2 - внешний (дозвуковой) канал; 3 - внутренний (сверхзвуковой) канал; 4 - выходной патрубком сверхзвукового канала; 5 - сверхзвуковой диффузор; 6 - выходной патрубком дозвукового канала; 7 - сверхзвуковое сопло

Учитывая неравенство равновесных температур стенки, будет происходить передача теплоты из одного канала в другой.

Следующий рисунок объясняет процесс теплопередачи. Поскольку для газа число $Pr < 1$, то рассматривается лишь этот случай. На рис. 6.25 показана форма распределения температур поперек каналов. Для дозвукового течения температура торможения в пограничном слое практически не зависит от координаты.

Для сверхзвукового течения проявляется превосходство роста теплоотвода над ростом диссипации ($Pr < 1$). Профиль температуры искажается. Температура стенки оказывается ниже. В результате происходит передача теплоты от дозвукового к сверхзвуковому каналу. Таким образом, дозвуковой поток охлаждается, а сверхзвуковой нагревается.

В отличие от трубы Ранка-Хильша эффект трубы Леонтьева был сначала предсказан теоретически и лишь затем подтвержден экспериментальным путем.

Важность приведенных примеров состоит в том, что в динамических условиях возникает формальная возможность обойти некоторые ограничения, следующие из классических принципов термодинамики. Разделение потока на две части разной температуры двумя описанными способами иллюстрирует подобную возможность.

6.9. Примеры с решениями

Пример 6-1. Верхняя панель колпака бумагоделательной машины длиной $l_0 = 40$ м и шириной $a = 3,0$ м, обтекается продольным потоком воздуха. Скорость и температура набегающего потока равны соответственно $w_0 = 0,5$ м/с и $t_0 = 24^\circ\text{C}$. Температура поверхности колпака $t_c = 46^\circ\text{C}$. Определить средний по длине пластины коэффициент теплоотдачи и количество теплоты, отдаваемой колпаком воздуху.

Решение.

Находим параметры воздуха при $t_0 = 24^\circ\text{C}$: $\nu = 15,03 \cdot 10^{-6}$ м²/с;
 $\lambda = 2,63 \cdot 10^{-2}$ Вт/(м·град); $Pr = 0,702$.

Находим число Рейнольдса

$$Re = \frac{w_0 \cdot \ell_0}{\nu} = \frac{0,5 \cdot 12}{15,03 \cdot 10^{-6}} = 3,99 \cdot 10^5 < 5 \cdot 10^5, \text{ следовательно, рас-}$$

четное число Re меньше критического числа. Откуда следует, что режим течения в пограничном слое ламинарный. Тогда средний по длине коэффициент теплоотдачи может быть рассчитан по формуле $Nu_\ell = 0,67 \cdot Re_\ell^{0,5} \cdot Pr^{1/3}$,

$$\text{где } Nu_\ell = \frac{\alpha \cdot \ell_0}{\lambda}; \quad Re = \frac{w_0 \cdot \ell_0}{\nu}.$$

$$Nu_\ell = 0,67(3,99 \cdot 10^5)^{0,5} \cdot (0,702)^{0,33} = 0,67 \cdot 631,66 \cdot 0,89 = 376,6;$$

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{\ell_0} = \frac{376,6 \cdot 2,63 \cdot 10^{-2}}{12} = 0,825 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{град}}.$$

Количество отдаваемой верхней панелью колпака теплоты определится как $Q = \alpha(t_c - t_0)F = 0,825(46 - 24)40 \cdot 3 = 2178$ Вт.

Пример 6-2. Найти для условий задачи 6-2 толщину гидродинамического пограничного слоя и значения местных коэффициентов теплоотдачи на разных расстояниях от передней кромки верхней панели колпака бумагоделательной машины: $x = (0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,7; 0,9; 1,0)l_0$. Построить график зависимости толщины гидродинамического пограничного слоя δ_x и коэффициента теплоотдачи от расстояния x/l_0 .

Решение.

Толщина пограничного слоя и локальный коэффициент теплоотдачи в нем на расстоянии x от передней кромки панели колпака при ламинарном режиме течения жидкости, когда $Re_x < Re_{кр} = 5 \cdot 10^5$, определяется по формулам:

$$\delta_x = \frac{4,64x}{\sqrt{Re_x}} \text{ и } Nu = 0,33 Re_x^{0,5} Pr^{1/3},$$

$$\text{где } Nu_x = \frac{\alpha \cdot x}{\lambda} \text{ и } Re_x = \frac{w_0 \cdot x}{\nu}.$$

$$\text{На расстоянии } x = 0,1l_0 \Rightarrow Re_x = \frac{0,5 \cdot 0,1 \cdot 40}{15,03 \cdot 10^{-6}} = 13,31 \cdot 10^4; \quad \delta_x = \frac{4,64 \cdot 0,1 \cdot 40}{\sqrt{13,31 \cdot 10^4}} = 0,051 \text{ м.}$$

$$Nu_x = 0,33(13,31 \cdot 10^4)^{1/2} (0,702)^{1/3} = 0,33 \cdot 364,8 \cdot 0,889 = 107,0;$$

$$\alpha_x = Nu_x \frac{\lambda}{x} = 107,0 \frac{2,63 \cdot 10^{-2}}{0,1 \cdot 40} = 0,7 \frac{Вт}{м^2 \cdot град};$$

$$x = 0,2l_0 \Rightarrow Re_x = \frac{0,5 \cdot 0,2 \cdot 40}{15,03 \cdot 10^{-6}} = 26,61 \cdot 10^4; \quad \delta_n = \frac{4,64 \cdot 0,2 \cdot 40}{\sqrt{26,61 \cdot 10^4}} = 0,072 м.$$

$$Nu_x = 0,33(26,61 \cdot 10^4)^{1/2} (0,702)^{1/3} = 0,33 \cdot 515,85 \cdot 0,889 = 151,33;$$

$$\alpha_x = 151,33 \frac{2,63 \cdot 10^{-2}}{0,2 \cdot 40} = 0,5 \frac{Вт}{м^2 \cdot град};$$

$$x = 0,3l_0 \Rightarrow Re_x = \frac{0,5 \cdot 0,3 \cdot 40}{15,03 \cdot 10^{-6}} = 39,92 \cdot 10^4; \quad \delta_n = \frac{4,64 \cdot 0,3 \cdot 40}{\sqrt{39,92 \cdot 10^4}} = 0,088 м.$$

$$Nu_x = 0,33(39,92 \cdot 10^4)^{1/2} (0,702)^{1/3} = 0,33 \cdot 631,82 \cdot 0,889 = 185,35;$$

$$\alpha_x = 185,35 \frac{2,63 \cdot 10^{-2}}{0,3 \cdot 40} = 0,41 \frac{Вт}{м^2 \cdot град};$$

$$x = 0,4l_0 \Rightarrow Re_x = \frac{0,5 \cdot 0,4 \cdot 40}{15,03 \cdot 10^{-6}} = 53,22 \cdot 10^4; \quad Re_x = 5,32 \cdot 10^5 > Re_{кр} = 5 \cdot 10^5.$$

Следовательно, при $x = 0,4l_0$ ламинарный режим течения в слое при данных параметрах переходит в турбулентный, когда среднее значение теплоотдачи при обтекании колпака воздухом определяется по формуле $Nu = 0,032 Re^{0,8}$, локальный коэффициент теплоотдачи и толщина турбулентного гидродинамического пограничного слоя определяется по формулам:

$$Nu_x = 0,0255 Re_x^{0,8} \quad \text{и} \quad \delta_m = \frac{0,37x}{\sqrt[5]{Re_x}} \quad \text{соответственно.}$$

$$\delta_m = \frac{0,37x}{\sqrt[5]{Re_x}} = \frac{0,37 \cdot 0,4 \cdot 40}{\sqrt[5]{53,22 \cdot 10^4}} = 0,424 м.$$

$$Nu_x = 0,0255 \cdot (53,22 \cdot 10^4)^{0,8} = 971,40; \quad \alpha_x = 971,4 \frac{2,63 \cdot 10^{-2}}{0,4 \cdot 40} = 1,6 \frac{Вт}{м^2 \cdot град}.$$

$$x = 0,5l_0 \Rightarrow Re_x = \frac{0,5 \cdot 0,5 \cdot 40}{15,03 \cdot 10^{-6}} = 66,53 \cdot 10^4; \quad \delta_m = \frac{0,37 \cdot 0,5 \cdot 40}{\sqrt[5]{66,53 \cdot 10^4}} = 0,506 м.$$

$$Nu_x = 0,0255 \cdot (66,53 \cdot 10^4)^{0,8} = 1161,32; \quad \alpha_x = 1161,32 \frac{2,63 \cdot 10^{-2}}{0,5 \cdot 40} = 1,53 \frac{Вт}{м^2 \cdot град}.$$

$$x = 0,7l_0 \Rightarrow Re_x = \frac{0,5 \cdot 0,7 \cdot 40}{15,03 \cdot 10^{-6}} = 93,15 \cdot 10^4; \quad \delta_m = \frac{0,37 \cdot 0,7 \cdot 40}{\sqrt[5]{93,15 \cdot 10^4}} = 0,663 м.$$

$$Nu_x = 0,0255 \cdot (93,15 \cdot 10^4)^{0,8} = 1520,15; \quad \alpha_x = 1520,15 \frac{2,63 \cdot 10^{-2}}{0,7 \cdot 40} = 1,43 \frac{Вт}{м^2 \cdot град}.$$

$$x = 0,9l_0 \Rightarrow Re_x = \frac{0,5 \cdot 0,9 \cdot 40}{15,03 \cdot 10^{-6}} = 119,76 \cdot 10^4; \quad \delta_m = \frac{0,37 \cdot 0,9 \cdot 40}{\sqrt[5]{119,76 \cdot 10^4}} = 0,811 м.$$

$$Nu_x = 0,0255 \cdot (119,76 \cdot 10^4)^{0,8} = 1858,61; \quad \alpha_x = 1858,61 \frac{2,63 \cdot 10^{-2}}{0,9 \cdot 40} = 1,36 \frac{Вт}{м^2 \cdot град}.$$

$$x = 1,0l_0 \Rightarrow \operatorname{Re}_x = \frac{0,5 \cdot 1,0 \cdot 40}{15,03 \cdot 10^{-6}} = 133,07 \cdot 10^4; \quad \delta_m = \frac{0,37 \cdot 1,0 \cdot 40}{\sqrt[5]{133,07 \cdot 10^4}} = 0,882 \text{ м.}$$

$$Nu_x = 0,0255 \cdot (133,07 \cdot 10^4)^{0,8} = 2022,11; \quad \alpha_x = 2022,11 \frac{2,63 \cdot 10^{-2}}{1,0 \cdot 40} = 1,33 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{град}}.$$

Результаты расчетов представлены в табл. 6.2 и на рис. 6.26, 6.27.

Таблица 6.2

x/l_0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,7	0,9	1,0
$\delta_x, \text{мм}$	51	72	88	424	506	663	811	882
$\alpha_x, \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{град}}$	0,7	0,5	0,4	1,6	1,53	1,43	1,36	1,33



Рис. 6.26. Изменение толщины гидродинамического пограничного слоя по длине колпака машины

Пример 6 – 3.

Вычислить средний коэффициент теплоотдачи и температуры на входе и выходе из трубы при течении трансформаторного масла в трубах, диаметром $d = 16 \text{ мм}$ и длиной $l = 1,5 \text{ м}$; системы смазки подшипников бумагоделательной машины. Определить падение давления по длине трубки. Скорость масла в трубе составляет $w = 0,3 \text{ м/с}$. Средняя температура масла в трубе $t_{жс} = 70^\circ \text{С}$, средняя температура стенки трубы $t_c = 25^\circ \text{С}$.

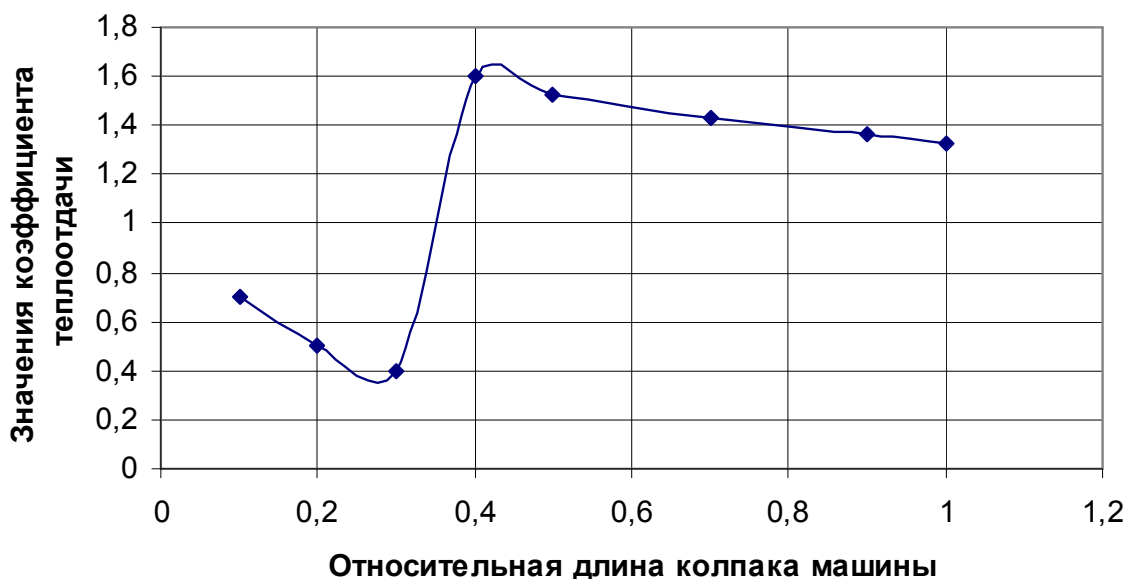


Рис. 6.27. Изменение коэффициента теплоотдачи по длине гидродинамического пограничного слоя

Решение.

По значению числа Re определяем режим течения масла.

При $t_{жс} = 70^\circ \text{C}$ находим коэффициент кинематической вязкости масла

$$\nu_{жс} = 4,54 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}. \quad Re_{жс} = \frac{w \cdot d}{\nu} = \frac{0,3 \cdot 0,016}{4,54 \cdot 10^{-6}} = 1057.$$

Режим течения ламинарный, поскольку $Re_{жс} < 2300$. В этих условиях необходимо найти величину влияния, оказываемого естественной конвекцией на теплоотдачу. Для этого рассчитываем комплекс $(GrPr)_Г$. Находим определяющую температуру пленки $t_Г = 0,5(t_{жс} + t_c) = 0,5(70 + 25) = 47,5^\circ \text{C}$. При этой температуре находим значения физических свойств масла

$$\nu_Г = 8,26 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}; \quad \beta_Г = 7,037 \cdot 10^{-4}, 1/\text{град}; \quad Pr_Г = 119,75.$$

$$(Gr \cdot Pr)_Г = g \cdot \beta_Г \frac{(t_{жс} - t_c) d^3}{\nu_Г^2} Pr = 0,81 \cdot 7,037 \cdot 10^{-4} \frac{(70 - 25)(0,016)^3}{(8,26 \cdot 10^{-6})^2} 119,75 = 1,8 \cdot 10^5$$

Поскольку $(Gr \cdot Pr)_Г < 8 \cdot 10^5$, влиянием естественной конвекции на теплоотдачу можно пренебречь, и режим течения масла считать вязкостным.

Средний коэффициент теплоотдачи при вязкостном режиме течения жидкости в трубах при $Re_{жс} < 2300$ можно рассчитывать по формуле

$$Nu_Г = 1,5 \left(Pe_Г \frac{d}{l} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu_{жс}}{\mu_c} \right)^{0,14} \varepsilon,$$

где $Nu_{\Gamma} = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda_{\Gamma}}$; $Pe_{\Gamma} \frac{d}{l} = \frac{4G \cdot c_{p\Gamma}}{\pi / \lambda_{\Gamma}}$; $\alpha = \frac{q}{t_{жс} - t_c}$; индексы «с» и «Г» оз-

начают, что физические свойства жидкости находятся по справочникам при температуре стенки t_c и определяющей температуре t_{Γ} соответственно.

Поправка на участок гидродинамической стабилизации

$\varepsilon = 0,6 \left(\frac{1}{Re_{жс}} \cdot \frac{l}{d} \right)^{-1/7} \left(1 + 2,5 \frac{1}{Re_{жс}} \cdot \frac{l}{d} \right)$ вводится в случаях, когда перед обогре-

ваемым участком трубы отсутствует участок гидродинамической стабилиза-

ции и $\frac{1}{Re} \frac{l}{d} < 0,1$; $\frac{1}{Pe_{\Gamma}} \frac{l}{d} \leq 0,05$; $(Gr \cdot Pr)_{\Gamma} \leq 8 \cdot 10^5$; $0,07 \leq \frac{\mu_c}{\mu_{жс}} \leq 1500$.

Для расчета теплоотдачи по средней температуре масла $t_{жс} = 70^{\circ} C$, тем-

пературе стенки $t_c = 25^{\circ} C$ и температуре пленки $t_{\Gamma} = 47,5^{\circ} C$ находим необ-

ходимые значения его физических параметров $\rho_{жс} = 850 \frac{кг}{м^3}$;

$$\mu_{жс} = 38,6 \cdot 10^{-4} \frac{Н \cdot с}{м^2}; \lambda_{\Gamma} = 0,1084 \frac{Вт}{м \cdot град}; C_{p\Gamma} = 1,831 \frac{кДж}{кг \cdot град};$$

$$\mu_c = 163,3 \frac{Н \cdot с}{м^2}.$$

Определяем расход масла в трубе

$$G = \rho_{жс} \cdot w \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 850 \cdot 0,3 \frac{3,14 \cdot (0,016)^2}{4} = 0,0512 \text{ кг/с}.$$

Проверяем условия ввода поправки на участок гидродинамической ста-

билизации

$$Pe_{\Gamma} \frac{d}{l} = \frac{w \cdot l \cdot d}{a \cdot l} = \frac{4G \cdot d \cdot \rho_{\Gamma} \cdot C_{p\Gamma}}{\rho_{жс} \cdot \pi \cdot d^2 \cdot \lambda_{\Gamma}} = \frac{4G \cdot C_{p\Gamma}}{\pi \cdot d \cdot \lambda_{\Gamma}} = \frac{4 \cdot 0,0512 \cdot 1,831}{3,14 \cdot 0,016 \cdot 0,1084} = 68,8.$$

Таким образом $\frac{1}{Pe_{\Gamma}} \frac{l}{d} = \frac{1}{68,8} = 0,014 \leq 0,05$. Следовательно, одно из усло-

вий ввода поправки на участок гидродинамической стабилизации выполнено.

$$\frac{1}{Re_{жс}} \frac{l}{d} = \frac{1}{1057} \frac{1,5}{0,016} = 0,087 < 0,1.$$

Поправка на участок гидродинамической стабилизации

$$\varepsilon = 0,6(0,087)^{-1/7} (1 + 2,5 \cdot 0,087) = 0,6 \cdot 1,414 \cdot 1,217 = 1,03.$$

Число Нуссельта $Nu_{\Gamma} = 1,55(68,8)^{1/3} \left(\frac{38,6}{163,3} \right)^{0,14} \cdot 1,03 = 1,55 \cdot 4,092 \cdot 0,817 \cdot 1,03 = 5,33$.

Коэффициент теплоотдачи

$$\alpha = 5,33 \frac{0,1084}{0,016} = 36,1 \frac{Вт}{м^2 \cdot град}.$$

Для нахождения температур масла на входе и выходе из трубы опреде-

ляем количество передаваемой в ней теплоты

$$Q = \alpha(t_{жс} - t_c) \cdot F = \alpha(t_{жс} - t_c) \pi \cdot d \cdot l = 36,1 \cdot (70 - 25) \cdot 3,14 \cdot 0,016 \cdot 1,5 = 122,4 \text{ Вт.}$$

Находим разность температур на входе и выходе из трубы

$$\delta_t = t_{вых} - t_{вх} = \frac{Q}{G \cdot C_{ржс}} = \frac{122,4}{0,0512 \cdot 1,964 \cdot 10^3} = 1,2 \text{ } ^\circ\text{C},$$

где $C_{ржс} = 1,964 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$ теплоемкость масла при $t_{жс} = 70 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Среднее арифметическое значение температуры масла $t_{жс} = 0,5 \cdot (t_{вх} + t_{вых}) = 70 \text{ } ^\circ\text{C}$. Следовательно, $t_{вх} = 71 \text{ } ^\circ\text{C}$ и $t_{вых} = 69 \text{ } ^\circ\text{C}$.

При вязкостном неизотермическом течении жидкости в трубах коэффициент сопротивления трения определяется по формуле $\xi = \xi_u \left(\frac{\mu_c}{\mu_{жс, вх}} \right)^n$,

где $\xi_u = \frac{64}{\text{Re}}$ - коэффициент сопротивления трения при изотермическом тече-

нии; $n = C \left(\text{Pe}_{вх} \frac{d}{l} \right)^m \left(\frac{\mu_c}{\mu_{вх}} \right)^{-0,032}$; при $\text{Pe}_{вх} \frac{d}{l} \leq 1500 \Rightarrow C = 2,3; m = -0,3;$

при $\text{Pe}_{вх} \frac{d}{l} > 1500 \Rightarrow C = 0,535; m = -0,1.$

$$\text{Pe}_{вх} \frac{d}{l} = \frac{4G \cdot C_{P, вх}}{\pi \cdot d \cdot \lambda_{вх}} = \frac{4 \cdot 0,0512 \cdot 1,97}{3,14 \cdot 0,016 \cdot 0,106} = 75,8 < 1500; C = 2,3; m = -0,3.$$

$$n = 2,3(75,8)^{-0,3} \left(\frac{163,3}{37,8} \right)^{-0,032} = 0,599.$$

$$\xi = \frac{64}{\text{Re}_{жс}} \left(\frac{\mu_c}{\mu_{вх}} \right)^n = \frac{64}{1057} \left(\frac{163,3}{37,8} \right)^{0,599} = 0,145.$$

$$\text{Падение давления } \Delta P = \xi \frac{l}{d} \frac{\rho_{жс} \cdot w^2}{2} = 0,145 \frac{1,5}{0,016} \frac{850 \cdot (0,3)^2}{2} = 520 \text{ Н/м}^2.$$

Пример 6-4. В вертикальном подогревателе вода с температурой на входе $t_{вх} = 15 \text{ } ^\circ\text{C}$ снизу вверх течет по трубам диаметром $d = 32 \text{ мм}$. Температура стенок труб теплообменника поддерживается равной $t_c = 160 \text{ } ^\circ\text{C}$. Определить длину труб подогревателя, если температура при расходе воды $G = 0,02 \text{ кг/с}$ на выходе составляет $t_{вых} = 80 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Решение.

По средней температуре воды $t_{жс} = 0,5(t_{вх} + t_{вых}) = 0,5(15 + 80) = 47,5 \text{ } ^\circ\text{C}$ находим ее физические параметры $\rho_{жс} = 989,1 \text{ кг/м}^3$; $C_{Pжс} = 4,174 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$;

$\mu_{жс} = 575,4 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}^2}$. По t_c находим $\lambda_c = 0,6835 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{град}}$. Рассчитываем

число Re :

$$Re = \frac{4 \cdot G}{\pi \cdot d \cdot \rho_{ж}} = \frac{4 \cdot 0,02}{3,14 \cdot 0,032 \cdot 575,4 \cdot 10^{-6}} = 1384 < 2300.$$

Режим течения ламинарный. Выбираем физические параметры воды по температуре пленки $t_{\Gamma} = 0,5(t_c + t_{ж}) = 0,5(160 + 47,5) = 103,7^{\circ}C$; $\beta_{\Gamma} = 7,73 \cdot 10^{-4} \text{ 1/град}$; $\nu_{\Gamma} = 0,286 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$; $a_{\Gamma} = 16,94 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2/\text{с}$; $Pr = 1,69$.

При совпадении направлений вынужденной и свободной конвекции и вязкостно-гравитационном режиме движения расчет теплоотдачи проводим по формуле

$$Nu_c = 0,35 \left(Pe_{\Gamma} \frac{d}{l} \right)^{0,3} \left[(Gr \cdot Pr)_{\Gamma} \frac{d}{l} \right]^{0,18}.$$

Уравнение справедливо при $\left(Pe_{\Gamma} \frac{d}{l} \right)_{ac} \leq Pe_{\Gamma} \frac{d}{l} \leq 1100$; $20 \leq \frac{l}{d} \leq 130$;

$$8 \cdot 10^5 \leq (Gr \cdot Pr)_{\Gamma} \leq 4 \cdot 10^8,$$

где асимптотическое значение числа Пекле $\left(Pe_{\Gamma} \frac{d}{l} \right)_{ac} \approx 1,5 \cdot \left((Gr \cdot Pr)_{\Gamma} \frac{d}{l} \right)_{\Gamma}^{0,25}$.

Для решения уравнения с двумя неизвестными α и l используем уравнение теплового баланса $Q = G \cdot C_{P,ж} (t_{вых} - t_{ex}) = \alpha (t_c - t_{ex}) \pi \cdot d \cdot l$.

$$Pe_{\Gamma} = \frac{w \cdot d}{a_{\Gamma}} = \frac{4 \cdot G}{\pi \cdot d \cdot \rho_{ж} \cdot a_{\Gamma}} = \frac{4 \cdot 0,02}{3,14 \cdot 0,032 \cdot 989,1 \cdot 16,94 \cdot 10^{-8}} = 4752.$$

Находим коэффициент теплоотдачи из критериального уравнения Нуссельта

$$\begin{aligned} \alpha &= \lambda_c \cdot 0,35 \cdot (Pe_{\Gamma})^{0,3} (Gr \cdot Pr)_{\Gamma}^{0,18} d^{-0,52} l^{-0,48} = \\ &= 0,6835 \cdot 0,35 \cdot (4752)^{0,3} \left(\frac{7,73 \cdot 10^{-4} \cdot 9,81 \cdot (0,032)^3}{(0,286 \cdot 10^{-6})^2} (160 - 47,5) \cdot 1,69 \right)^{0,18} (0,032)^{-0,52} l^{-0,48} = \\ &= 348 \cdot l^{-0,48}. \end{aligned}$$

Находим коэффициент теплоотдачи из уравнения теплового баланса

$$\alpha = \frac{G \cdot C_{P,ж} (t_{вых} - t_{ex})}{\pi \cdot d \cdot (t_c - t_{ex}) l} = \frac{0,02 \cdot 4174 \cdot (80 - 15)}{3,14 \cdot 0,032 \cdot (160 - 15) \cdot l} = \frac{372}{l}.$$

Приравниваем найденные значения коэффициентов теплоотдачи

$$348 \cdot l^{-0,48} = \frac{372}{l}. \quad l^{0,52} = \frac{372}{348} = 1,069. \quad l = 1,14 \text{ м.}$$

Проверяем применимость критериального уравнения Нуссельта

$$\begin{aligned} \frac{l}{d} &= \frac{1,14}{0,032} = 35,6; \quad Pe_{\Gamma} \frac{d}{l} = 4752 \frac{1}{35,6} = 133,5; \quad \left(Pe_{\Gamma} \frac{d}{l} \right)_{ac} \approx 1,5 \cdot \left((Gr \cdot Pr)_{\Gamma} \frac{d}{l} \right)_{\Gamma}^{0,25} = \\ &= 1,5 \left(5,8 \cdot 10^8 \cdot \frac{1}{35,6} \right)^{0,25} = 95,2. \end{aligned}$$

Поскольку $20 \leq \frac{l}{d} \leq 130$ и $\left(Pe_{\Gamma} \frac{d}{l} \right)_{ac} \leq Pe_{\Gamma} \frac{d}{l} \leq 1100$, то критериальное уравнение Нуссельта применимо для данных условий.

Пример 6-5. Определить коэффициент теплоотдачи от стенки трубки конденсатора паротурбинной установки к охлаждающей воде, количество передаваемой теплоты и длину трубки. Средняя по длине температура стенки $t_c = 32^{\circ} \text{C}$. Внутренний диаметр трубки $d = 28 \text{ мм}$. Температура воды на входе равна $t_{вх} = 15^{\circ} \text{C}$, на выходе – $t_{вых} = 24^{\circ} \text{C}$. Средняя скорость воды поддерживается равной $w = 1,5 \text{ м/с}$.

Решение.

Определяем среднюю температуру воды $t_{жс} = 0,5(t_{вх} + t_{вых}) = 0,5(15 + 24) = 19,5^{\circ} \text{C}$ и находим ее физические параметры $\nu_{жс} = 1,021 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$; $C_{Pжс} = 4,183 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$; $\lambda_{жс} = 0,598 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{град}}$; $\rho_{жс} = 998,2 \text{ кг/м}^3$; $Pr_{жс} = 7,035$. По $t_c = 32^{\circ} \text{C} - Pr_c = 5,2$. Число $Re_{жс} = \frac{w \cdot d}{\nu_{жс}} = \frac{1,5 \cdot 0,028}{1,021 \cdot 10^{-6}} = 41,14 \cdot 10^3 > 1 \cdot 10^4$.

Таким образом, режим движения турбулентный и расчет теплоотдачи можно произвести по формуле Михеева $Nu_{жс} = 0,021 \cdot Re_{жс}^{0,8} \cdot Pr_{жс}^{0,43} \cdot \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25} \cdot \varepsilon_l$, где индексы «ж» и «с» означают выбор параметров воды по ее средней температуре; ε_l – поправка на начальный участок, значения которой приведены в табл. 6.3.

Таблица 6.3

$Re_{жс}$	l/d								
	1	2	5	10	15	20	30	40	50
$1 \cdot 10^4$	1,65	1,5	1,34	1,23	1,17	1,13	1,07	1,03	1
$2 \cdot 10^4$	1,51	1,4	1,27	1,18	1,13	1,10	1,05	1,02	1
$5 \cdot 10^4$	1,34	1,27	1,18	1,13	1,10	1,08	1,04	1,02	1
$1 \cdot 10^5$	1,28	1,22	1,15	1,10	1,08	1,06	1,03	1,02	1

Более точные результаты при значениях $Re_{жс} > 1 \cdot 10^5$ или $Pr_{жс} > 5$ могут быть получены по формуле

$$Nu_{жс} = \frac{\frac{\xi}{8} Re_{жс} Pr_{жс}}{12,7 \sqrt{\frac{\xi}{8}} \cdot (Pr_{жс}^{2/3} - 1) + 1,07} \left(\frac{\mu_{жс}}{\mu_c} \right)^n,$$

где $\xi = \frac{1}{(1,82 \cdot \lg Re_{жс} - 1,64)^2}$ – коэффициент сопротивления трения при изотермическом турбулентном течении жидкости в гладких трубах. При нагревании $n = 0,11$; при охлаждении – $n = 0,25$.

При неизвестной длине трубки расчет ведем методом последовательных приближений. Поправку на начальный участок принимаем $\varepsilon_l = 1$. Находим коэффициент теплоотдачи от стенки трубы к воде

$$Nu_{жс} = 0,021(41,14 \cdot 10^3)^{0,8} (7,035)^{0,43} \left(\frac{7,035}{5,2}\right)^{0,25} = 220,1;$$

$$\alpha = Nu_{жс} \frac{\lambda_{жс}}{d} = 220,1 \frac{0,598}{0,028} = 4700 \frac{Вт}{м^2 \cdot град}.$$

Рассчитываем расход воды через трубку

$$G = w \cdot \rho_{жс} \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 1,5 \cdot 998,2 \frac{3,14 \cdot (0,028)^2}{4} = 0,921 \text{ кг/с};$$

количество передаваемой теплоты

$$Q = G \cdot C_{Ржс} (t_{вых} - t_{вх}) = 0,921 \cdot 4183 \cdot (24 - 15) = 34673 \text{ Вт}.$$

Находим среднелогарифмический температурный напор

$$\Delta t = \frac{t_{вых} - t_{вх}}{2,3 \lg \frac{t_c - t_{вх}}{t_c - t_{вых}}} = \frac{24 - 15}{2,3 \cdot \lg \frac{32 - 15}{32 - 24}} = 11,9^\circ C$$

и длину трубки $l = \frac{Q}{\alpha \cdot \Delta t \cdot \pi \cdot d} = \frac{34673}{4700 \cdot 11,9 \cdot 3,14 \cdot 0,028} = 7,05 \text{ м}.$

Рассчитываем $\frac{l}{d} = \frac{7}{0,028} = 250$. При расчете принято $\varepsilon_l = 1$, что справедли-

во при $\frac{l}{d} > 50$, тогда производить следующее приближение не требуется.

Пример 6-6. По трубке с внутренним диаметром $d = 18 \text{ мм}$ и $l/d > 50$ перекачивается вода со скоростью $w = 1,5 \text{ м/с}$, нагреваясь от $t_{вх} = 10^\circ C$ до $t_{вых} = 60^\circ C$. Температура внутренней стенки трубы составляет $t_c = 105^\circ C$. Определить коэффициент сопротивления трения и сравнить его со значением коэффициента при изотермическом течении.

Решение.

Находим среднюю температуру воды $t_{жс} = 0,5(t_{вх} + t_{вых}) = 35^\circ C$ и определяем ее физические параметры $\nu_{жс} = 0,732 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$; $Pr_{жс} = 4,865$;

$$\mu_{жс} = 727,4 \cdot 10^{-6} \frac{Н \cdot с}{м^2}; \quad \mu_c = 270,7 \cdot 10^{-6} \frac{Н \cdot с}{м^2}.$$

Рассчитываем число $Re_{жс} = \frac{w \cdot d}{\nu_{жс}} = \frac{1,5 \cdot 0,018}{0,732 \cdot 10^{-6}} = 36885$.

При турбулентном режиме движения несжимаемой жидкости в гладких трубах в неизотермических условиях коэффициент сопротивления трения

при $3,3 \cdot 10^3 < Re_{жс} < 2,5 \cdot 10^5$; $0,3 < \frac{\mu_c}{\mu_{жс}} < 38$ и $1,3 < Pr_{жс} < 178$ рассчитывается по

формуле
$$\xi = \xi_u \left(\frac{\mu_c}{\mu_{жс}} \right)^n,$$

где $\xi_u = \frac{1}{(1,82 \cdot \lg Re_{жс} - 1,64)^2}$ - коэффициент сопротивления в изотермических условиях; $\frac{\mu_c}{\mu_{жс}}$ - отношение коэффициентов динамической вязкости жидкости, выбранных при температурах стенки и средней температуре жидкости; $n = 0,14$ при нагревании жидкости и $n = 0,28 Pr_{жс}^{-0,25}$ при ее охлаждении.

$$\xi_u = \frac{1}{(1,82 \cdot \lg Re_{жс} - 1,64)^2} = \frac{1}{(1,82 \cdot \lg 36885 - 1,64)^2} = 0,0224;$$

$$\xi = \xi_u \left(\frac{\mu_c}{\mu_{жс}} \right)^n = 0,0224 \left(\frac{270,7}{727,4} \right)^{0,14} = 0,0195; \quad \frac{\xi}{\xi_u} = 0,87.$$

7. ТЕПЛООБМЕН И ГИДРОДИНАМИКА ПРИ ВНЕШНЕМ ОБТЕКАНИИ ДИСКРЕТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ТЕПЛООБМЕНА И ИХ СИСТЕМ

Технологические устройства, в которых осуществляются тепло- и массообменные процессы в большинстве случаев состоят из множества аналогичных элементов, которые оказываются дискретными при их рассмотрении в трехмерном или двумерном представлении. Например, в межтрубном пространстве кожухотрубного теплообменника поток теплоносителя обтекает систему цилиндров. При поперечном обтекании она считается системой **плохообтекаемых тел**, сечение которых имеет вид, изображенный условно на рис.7.1. Единичным элементом такой системы является поперечно обтекаемый одиночный цилиндр. Понятие «плохообтекаемый» подразумевает, что образующийся на поверхности тела пограничный слой отрывается при сравнительно небольших числах Рейнольдса. При этом в практическом диапазоне режимных параметров его гидродинамическое сопротивление определяется наличием кормовой отрывной области. Если обтекание отклоняется от поперечного, то при постепенном переходе к продольному обтеканию, элементы в плоскостях течения оказываются уже хорошо обтекаемыми, а при чисто продольном обтекании вопрос о кормовой области практически снимается.

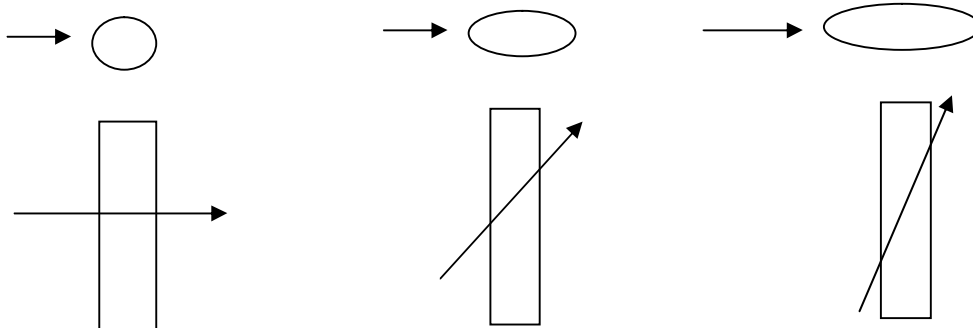


Рис.7.1. Внешнее обтекание тел

В этом разделе будут рассматриваться системы плохообтекаемых тел.

7.1. Одиночная труба

Обтекание одиночного бесконечного цилиндра - это одна из классических задач гидродинамики идеальной жидкости, то есть жидкости, у которой отсутствует вязкость. При этом жидкость плавно омывает сечение цилиндра, как показано на рис. 7.2. Это сечение носит название «миделево сечение». Линии тока жидкости оказываются симметричными относительно оси цилиндра, перпендикулярной направлению течения.

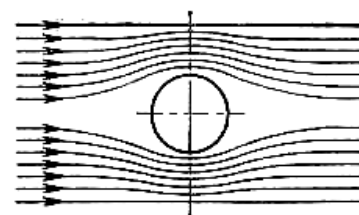


Рис. 7.2. Безотрывное обтекание цилиндра

Подобная симметрия обеспечивается отсутствием сопротивления потоку идеальной жидкости. При таком обтекании давление меняется вдоль контура цилиндра. Оно достигает в миделевом сечении минимума, которому соответствует максимум скорости, равный удвоенной скорости набегающего потока. Для реальной вязкой жидкости, когда на поверхности цилиндра удовлетворяется условие прилипания и возникает пограничный слой, плавное обтекание цилиндра существует до $Re = \frac{w_0 \cdot d}{\nu} \approx 5$, где w_0 – скорость набегающего потока, d – внешний диаметр.

При $Re > 5$ картина меняется. Пограничный слой, образующийся на передней половине трубы, в кормовой части отрывается от поверхности, и позади цилиндра образуются два симметричных вихря.

С ростом числа Re эта форма течения становится неустойчивой. Вихри начинают периодически отрываться от трубы и затем уносятся потоком жидкости, образуя при $Re \sim 60$ вихревую дорожку, которая носит название дорожки Кармана. Частота отрыва вихря растет до $Re \approx 10^3$. Затем рост частоты

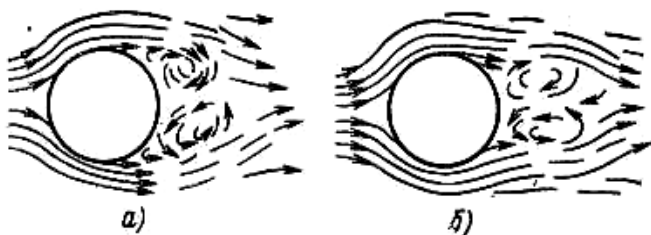


Рис. 7.3. Обтекание цилиндра при отрыве ламинарного (а) и турбулентного (б) пограничных слоев

прекращается, и при $Re = 10^3 \div 2 \cdot 10^5$ она становится постоянной величиной, характеризуемой **числом Струхалия** $Sh = \frac{f \cdot d}{w_0} = 0,21$, где f – частота. При даль-



Рис. 7.4. В. Струхаль

В. Струхаль (1850-1922) чешский физик и гидродинамик. Один из основателей Департамента физики (1907 г.) в Карловом университете в Праге. Был ректором этого университета с 1903 по 1904 г. Исследовал колебания струн, процесс возникновения звука. Обнаружил, что причиной возникновения звука при колебании струны являются периодический отрыв воздуха и связанное с ним вихреобразование. Предложил критерий (число Струхалия), связавший частоту колебаний со скоростью течения и характерным размером, который затем стал широко применяться (рис. 7.4).

нейшем росте числа Re регулярность отрыва нарушается, и течение в кормовой области полностью турбулизируется.

Причины отрыва пограничного слоя состоят в следующем. Вблизи минимума (максимального) сечения цилиндра в потоке вне пограничного слоя происходит переход скорости от ее роста к снижению, вызывающий повышение статического давления, под действием которого возникают возвратные течения, оттесняющие пограничный слой от поверхности тела. Все описанные эффекты влияют, естественно, и на теплоотдачу, к рассмотрению которой перейдем далее. Сопротивление потоку жидкости, оказываемое ей при омывании цилиндров разных диаметров, представлено на рис. 7.5.

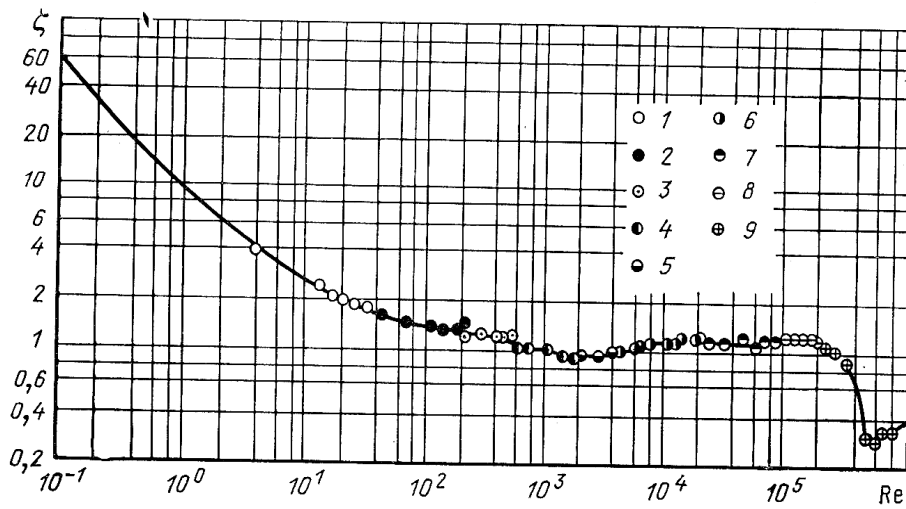


Рис. 7.5. Сопротивление поперечно обтекаемого цилиндра D мм

○ — 0,05; ● — 0,1; ⊙ — 0,3; ⊖ — 1,0; ⊗ — 3,0; ⊕ — 7,9; ⊗ — 42;
⊖ — 80; ⊕ — 300

Зависимость относительной амплитуды поперечных колебаний от скорости при обтекании трубы потоком воздуха показана на рис. 7.6.

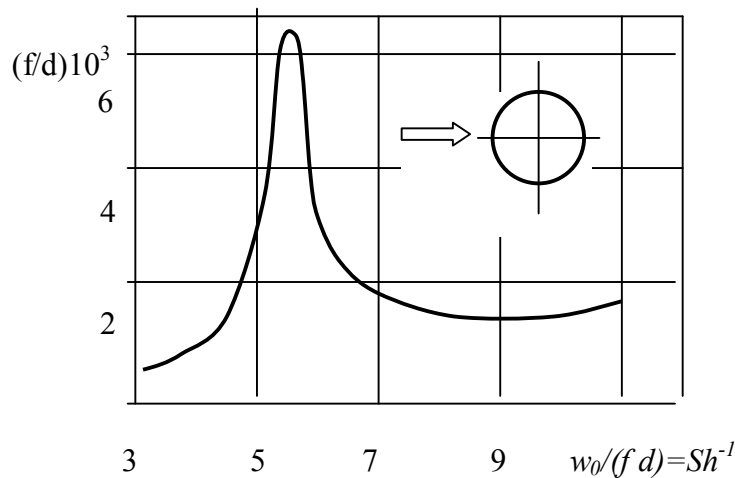


Рис. 7.6. Зависимость относительной амплитуды поперечных колебаний от скорости при обтекании трубы потоком воздуха ($f = 58$)

На рис. 7.7 показано изменение теплоотдачи по периметру сечения цилиндра при малых и больших числах Re . Кривая 1 соответствует теплоотдаче при отрыве ламинарного пограничного слоя, кривая 2 – турбулентного.

Падение α на лобовой части трубы происходит из-за роста толщины ламинарного пограничного слоя. Минимум α на кривой 1 соответствует месту отрыва пограничного слоя. В кормовой части трубы наблюдается сложный вихревой характер движения. При малых числах Re теплоотдача в кормовой части трубы невысока.

С возрастанием числа Re интенсивность теплоотдачи в кормовой области может сравняться с интенсивностью теплообмена в лобовой части.

На кривой 2, относящейся к высоким числам Re , первый минимум α соответствует переходу ламинарного течения в слое в турбулентное, после чего α резко возрастает. Второй минимум α соответствует месту отрыва турбулентного пограничного слоя. После отрыва потока кормовая часть трубы оказывается в зоне интенсивного вихревого движения. Вследствие этого коэффициент теплоотдачи α возрастает. Результаты многочисленных экспериментов по теплоотдаче цилиндра были обобщены А.А.Жукаускасом в виде следующих расчетных зависимостей:



Рис. 7.8. А.А. Жукаускас. Полученные им зависимости широко применяются в практических расчетах (рис. 7.8).

$$5 < Re < 10^3 \rightarrow Nu_{жс} = 0,5 Re_{жс}^{0,5} Pr_{жс}^{0,38} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25}; \quad (7.1)$$

$$10^3 < Re < 2 \cdot 10^5 \rightarrow Nu_{жс} = 0,25 Re_{жс}^{0,6} Pr_{жс}^{0,38} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25}; \quad (7.2)$$

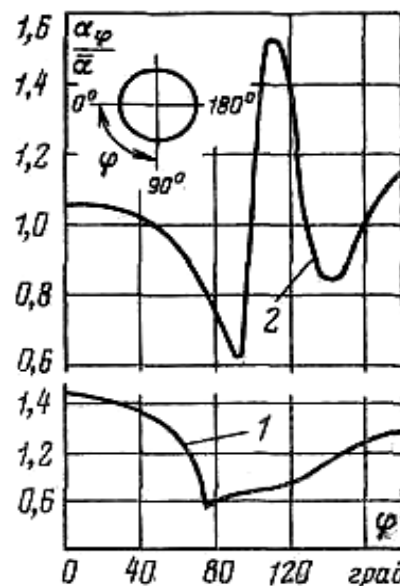


Рис. 7.7. Изменение теплоотдачи по окружности цилиндра

Альгирдас А. Жукаускас (1923-1997), создатель и руководитель литовской школы теплофизики. Большинство его работ было посвящено изучению конвективного теплообмена в однофазных потоках: теплообмен в ламинарном и турбулентном пограничных слоях; исследования структуры потока; теплоотдача поперечно обтекаемых пучков труб; обтекание и теплообмен шероховатых и ребристых труб; вибрации труб в теплообменниках; теплообмен в каналах и трубах; теплоотдача в высокотемпературных потоках газа при химических реакциях; сложный теплообмен при наличии конвекции и излучения; интенсификация теплоотдачи и эффективность теплообменни-

$$Re = 2 \cdot 10^5 \div 2 \cdot 10^6 \rightarrow Nu_{жс} = 0,023 Re_{жс}^{0,8} Pr_{жс}^{0,38} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25} \quad (7.3)$$

В уравнениях (7.1 - 7.3) в качестве определяющего линейного размера берется диаметр цилиндра d . Скорость потока соответствует ее среднему значению в узком сечении канала. Определяющая температура – средняя температура потока: $t_{жс} = 0,5(t_{вх} + t_{вых})$.

С увеличением степени турбулентности потока α увеличивается. Это увеличение описывается уравнением $Nu = Nu_0 [1 + 0,09(Re * Tu)^{0,2}]$, (7.4) где Nu_0 – определяется по (7.2).

С уменьшением угла атаки φ коэффициент теплоотдачи α снижается:

$$\alpha_\varphi = \bar{\alpha}_{\varphi=90^\circ} (1 - 0,54 \cos^2 \varphi), \quad (7.5)$$

где α_φ , $\bar{\alpha}_{\varphi=90^\circ}$ – коэффициенты теплоотдачи соответственно при $\varphi < 90^\circ$ и $\varphi = 90^\circ$.

7.2. Теплоотдача при поперечном омывании пучков труб

В промышленности поперечно обтекаемые трубы используются в пучках, которые классифицируются на **коридорные** и **шахматные**. Характеристиками пучка являются **поперечный шаг S_1** и **продольный шаг S_2** .

Форма течения жидкости в пучке зависит от характера ее течения до пучка. При низких Re течение может оставаться ламинарным.

Турбулентный пограничный слой на стенках труб пучка может появиться при меньших Re , чем при омывании одиночной трубы: $Re_{кр} = 10^5$. При $Re < 10^5$ передняя часть труб обтекается ламинарным пограничным слоем, а кормовая – отдельными неупорядоченными вихрями. Таким образом, течение, в основном, носит смешанный характер. Однако можно все же выделить три режима: ламинарный, смешанный и турбулентный. Для смешанного режима $Re = 10^3 \div 10^5$.

Омывание первого ряда труб шахматного и коридорного пучков аналогично омыванию одиночного цилиндра. Характер омывания остальных труб зависит от типа пучка. Трубы второго и последующего рядов

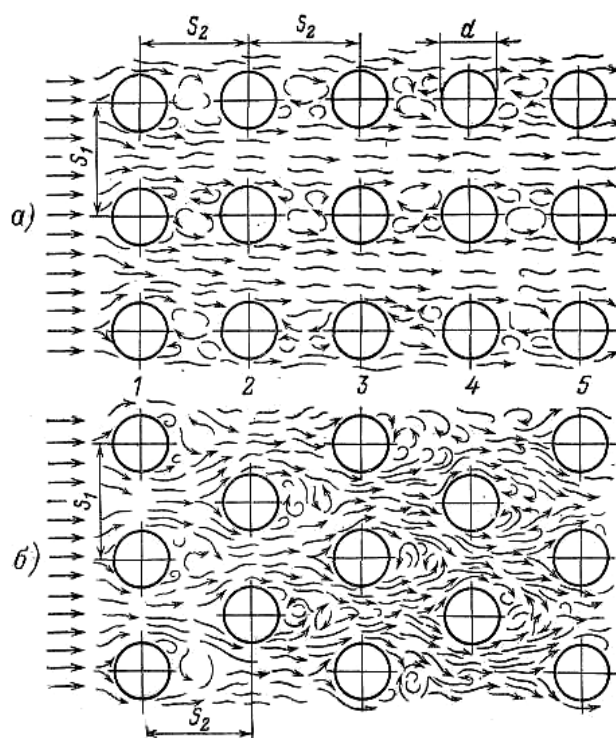


Рис. 7.9. Характер движения жидкости в коридорном (а) и шахматном (б) пучках труб

коридорного пучка находятся в вихревой зоне, образованной впереди стоящими трубками. Однако основной поток протекает в продольных коридорах между рядами. Поэтому как лобовая, так и кормовая часть труб коридорного пучка омываются с меньшей интенсивностью по сравнению с аналогичными трубками первого ряда. По характеру омывания глубинные трубы шахматного пучка близки к трубкам первого ряда. Изменения коэффициента

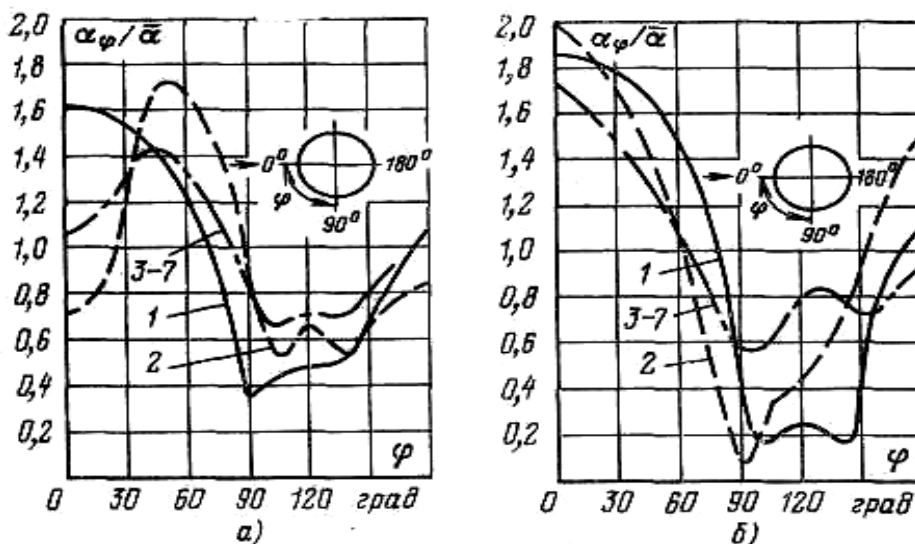


Рис. 7.10. Изменение α по периметру труб для различных рядов коридорных (а) и шахматных (б) пучков

теплоотдачи α по окружности труб первого ряда коридорного и шахматного пучков соответствуют распределению α для поперечно обтекаемой одиночной трубы. Для остальных труб коридорного пучка максимум α наблюдается при $\varphi \approx \pm 50^\circ$. Два максимума α возникают в точках, куда приходится удар набегающих струй. Лобовая часть труб не подвергается интенсивному воздействию потока. Поэтому коэффициенты теплоотдачи в лобовой части труб коридорного пучка при умеренных числах Рейнольдса невысоки. В трубах шахматного пучка максимум теплоотдачи приходится на лобовую часть.

Средняя теплоотдача труб первых рядов сильно зависит от начальной турбулентности потока. Начиная с третьего ряда, теплоотдача стабилизируется, поскольку степень турбулентности потока, помимо скорости, уже определяется лишь компоновкой пучка.

Уровень теплоотдачи первого ряда шахматного пучка составляет около 60 % теплоотдачи третьего ряда, а второго – 70 %. В коридорных пучках стабилизация теплоотдачи по рядам происходит быстрее: α для первого ряда составляет 60 %, а α для второго ряда – 90 % от теплоотдачи третьего ряда. Возрастание теплоотдачи по рядам объясняется дополнительной турбулизацией потока в пучке. Если же поток дополнительно турбулизирован до входа в пучок, то теплоотдача первых рядов может оказаться даже выше, чем глубинных.

При смешанном режиме средняя теплоотдача ряда α_{cp} может определяться согласно зависимости:

$$Nu_{жс} = c Re_{жс}^n Pr_{жс}^{0,38} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25} \varepsilon_s \quad (7.6)$$

Для шахматных пучков $c = 0,41$; $n = 0,61$.

Для коридорных пучков $c = 0,26$; $n = 0,65$.

$\varepsilon_s = (S_2/d)^{-0,15}$ – для коридорного;

$\varepsilon_s = (S_1/S_2)^{1,6}$ при $S_1/S_2 < 2$ для шахматного и при $S_1/S_2 \geq 2$: $\varepsilon_s = 1,12$.

Определяющий размер в числах Re и Nu – внешний диаметр. Скорость жидкости берется по узкому сечению пучка. В качестве определяющей температуры используется средняя температура жидкости: $T_{жс} = 0,5(T_{вх} + T_{вых})$.

ε_s – учитывает влияние относительных шагов: S_1/d – относительный поперечный и S_2/d – относительный продольный шаги.

С учетом сказанного выше об изменении теплоотдачи по рядам, средний для пучка труб, состоящего из n рядов, коэффициент теплоотдачи определяется как

$$\bar{\alpha} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + (n-2)\alpha_3}{n} \quad (7.7)$$

В качестве второй базовой геометрической конфигурации используется наиболее простое изолированное плохообтекаемое тело – одиночная сфера. В аппаратах химической технологии, топочных устройствах и в других технологических устройствах используются слои и насадки, образуемые набором одиночных частиц или тел. В качестве первичной модели таких устройств используется представление частиц в виде сферических.

7.3. Теплоотдача и гидродинамика обтекания одиночной сферы

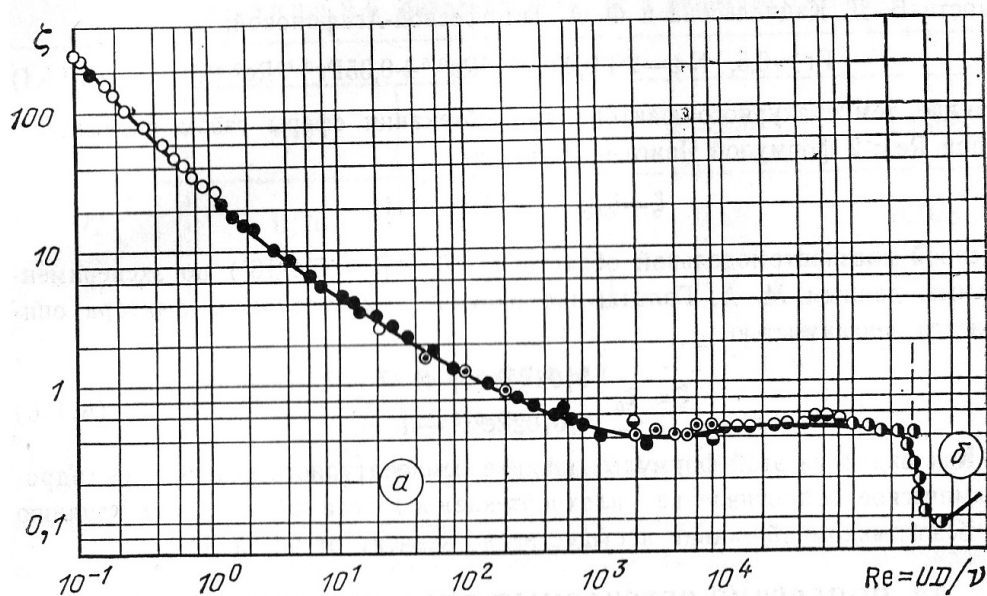


Рис. 7.11. Коэффициент сопротивления одиночной сферы: а - ламинарное течение; б - турбулентное течение

Максимально простая форма сферы позволяет получить теоретическое решение для распределения скорости при ее безотрывном обтекании при ламинарном режиме течения, вычислить силу, действующую на сферу со стороны потока, и коэффициент гидродинамического сопротивления.

Эти зависимости носят название закона Стокса и имеют вид.

$$F = 3\pi \cdot \mu \cdot w \cdot d, \quad \zeta = 24 / Re, \quad (7.8)$$

где w – скорость набегающего потока; F – сила, действующая на сферу;

$Re = \frac{w \cdot d}{\nu}$. Однако закон Стокса справедлив лишь при $Re < 2$.

Как видно из рис. 7.11, зависимость коэффициента сопротивления ζ от числа Re носит достаточно сложный характер. В интервале чисел Рейнольдса $10^3 < Re < 2 \cdot 10^5$ закон сопротивления близок к автомодельному и $\zeta \sim 0,4 - 0,6$. Начало этой области обусловлено отрывом ламинарного пограничного слоя с передней части сферы, а конец – смещением зоны отрыва в кормовую часть из-за турбулизации пограничного слоя. При этом происходит «кризис сопротивления». Сопротивление падает приблизительно в 4 раза.

Выше было определено предельное значение коэффициента теплоотдачи к одиночной сфере при стремлении конвективной составляющей теплопереноса к нулю. Эта величина определяется выражением $Nu = 2$ и используется для построения эмпирических зависимостей для теплоотдачи. Одна из наиболее известных подобных зависимостей была получена Ф.А. Агафоновой и Б.Д. Кацнельсоном

$$Nu = 2 + 0,03 Pr^{0,33} Re^{0,5} + 0,35 Pr^{0,36} Re^{0,58} . \quad (7.9)$$

Формула справедлива при $Pr < 0,5$.

Другая форма уравнения для расчета теплоотдачи дается В. Гнилинским

$$Nu = 2 + \sqrt{Nu_{лам}^2 + Nu_{турб}^2} . \quad (7.10)$$

При этом для вычисления $Nu_{лам}$, $Nu_{турб}$ используются формулы для продольно обтекаемой пластины (эти формулы приводятся выше), в которых вместо длины l подставляется диаметр сферы d . Несмотря на то, что формула не имеет ясного физического смысла, сопоставление ее с опытными данными показывает неплохое совпадение вплоть до $Re \sim 10^5$.

7.4. Теплообмен и гидравлика неподвижного слоя частиц

7.4.1. Гидравлика

Начнем с рассмотрения слоев, образуемых неподвижными сферами (шарами), причем сначала будем считать слой **монодисперсным**, т.е. состоящим из сфер одного диаметра. Поскольку рассмотрение монодисперсного слоя является лишь первым шагом для рассмотрения слоя частиц произвольной формы, то мы определим важнейшие характеристики такого слоя. Этими характеристиками являются порозность ϕ (относительная объемная доля пустот), размер частиц d , их форма и удельная поверхность f .

Если обозначить насыпную плотность зернистого материала через ρ_n , а через ρ_0 – истинную плотность материала, то получим: $\varphi = 1 - \rho_n / \rho_0$.

В случае монодисперсного слоя сферических частиц диаметром d их количество в 1 м^3 слоя будет равно $[6(1 - \varphi)] / \pi d^3$. Поэтому для f имеем

$$f = \frac{6(1 - \varphi)}{\pi \cdot d^3} \pi \cdot d^2 = \frac{6(1 - \varphi)}{d} .$$

В слое, поперечное сечение и высота которого равны соответственно F и H , суммарная поверхность всех каналов, равная суммарной поверхности всех частиц, составляет $F \cdot H \cdot f$. Определение дальнейших величин, характеризующих слой, носит уже в некоторой степени условный характер. Сочетанный периметр всех каналов ($\Pi_{см}$) принимается равным $\Pi_{см} = \frac{F \cdot H \cdot f}{H} = F \cdot f$, а их суммарное живое сечение $\omega_c = \varphi \cdot F$. В таком случае эквивалентный гидравлический диаметр канала выразится как

$$d_э = \frac{4\Pi_{см}}{\omega_c} = \frac{2}{3} \frac{\varphi}{(1 - \varphi)} d . \quad (7.11)$$

Очевидно, что на самом деле величины $\Pi_{см}$ и ω_c меняются от сечения к сечению, и формула (7.11) дает некоторую осредненную величину. Изменив условия осреднения, можно получить зависимость отличную от (7.11). Чаще используют при построении расчетных формул **характерную скорость**, которую определяют по минимальному сечению, которое равно $\phi \cdot F$,

$$\text{где} \quad \phi = 0,56 \varphi - 0,052 . \quad (7.12)$$

Строя зависимость для перепада давления по аналогии с прямолинейным каналом, скорость в котором равна $w_k = U/\varphi$, а длина $\ell = \gamma \cdot H$, получим

$$\Delta p = \zeta \frac{\ell}{d_э} \frac{w_k^2}{2} \rho_{жс} , \quad (7.13)$$

где U - скорость, приведенная к сечению F ; γ - коэффициент извилистости; ζ - коэффициент сопротивления.

Выражение для коэффициента сопротивления, справедливое в широком диапазоне чисел Рейнольдса, найти достаточно сложно. Поэтому на практике используются полуэмпирические формулы, одна из которых приводится ниже:

$$\Delta p = \left[150 \frac{(1 - \varphi)^2}{\varphi^3} \frac{\mu_{жс} \cdot w_k}{d^2} + 1,75 \frac{1 - \varphi}{\varphi^3} \frac{\rho_{жс} \cdot w_k^2}{d} \right] H . \quad (7.14)$$

Это уравнение носит название уравнения Эргана. В формуле (7.14) первый член структурно соответствует коэффициенту сопротивления для ламинар-

ного течения ($\zeta \sim Re^{-1}$), а второй – автомодельному значению $\zeta \approx const$. Последнее можно трактовать и как сопротивление формы.

Практически частицы, образующие слой, чаще всего не являются сферическими. Для них можно также использовать формулу (7.14), если воспользоваться так называемым коэффициентом сферичности Φ и эквивалентным диаметром $d_v = (6V/\pi)^{1/3}$, где V – объем частицы, а $\Phi = \frac{\pi \cdot d_v^2}{4S}$, где S – миделево сечение частицы.

Очевидно, что для сферических частиц $\Phi = 1$. При использовании формулы (7.14) необходимо заменить d на $d_v \Phi^{-0,5}$.

7.4.2. Теплоотдача

В отечественной литературе наиболее часто используются зависимости, предложенные М.Э. Аэровым и О.М. Годесом, в которых расчетная область разбивается на 3 интервала по числу $Re_s = \frac{w \cdot d_s}{\nu}$. Числа Нуссельта

$Nu = \frac{\alpha \cdot d_s}{\lambda}$ в этих зависимостях также строятся с использованием d_s .

$$\begin{aligned} 0,2 < Re_s < 2, & \quad Nu_s = 0,51 Pr^{0,33} Re_s^{0,85}; \\ 2 < Re_s < 30 & \quad Nu_s = 0,72 Pr^{0,33} Re_s^{0,47}; \\ 8 \cdot 10^4 > Re_s > 30 & \quad Nu_s = 0,39 Pr^{0,33} Re_s^{0,64}. \end{aligned} \quad (7.15)$$

7.5. Псевдооживление

Псевдооживление – это превращение слоя зернистого материала под влиянием восходящего газового или жидкостного потока, либо иных физико-механических воздействий, в систему, твердые частицы которой находятся во взвешенном состоянии. Эта система напоминает по свойствам жидкость – псевдооживленный слой. Из-за внешнего сходства с кипящей жидкостью псевдооживленный слой часто называют кипящим слоем. Область применения кипящего слоя в последнее время непрерывно расширяется, поскольку он предоставляет уникальные возможности для интенсификации различных химических процессов, включая и процессы сгорания.

7.5.1. Некоторые основные понятия. Типы и способы создания псевдооживленных систем

Простейшую псевдооживленную систему можно создать в заполненном слое зернистого материала вертикальном аппарате, через днище которого равномерно по сечению вводят инертный оживляющий агент (газ или жидкость). При его небольшой скорости w зернистый слой неподвижен. С увеличением скорости высота слоя начинает возрастать (слой расширяется). Когда w достигает критического значения, при котором сила гидравлического сопротивления слоя восходящему потоку оживляющего агента становится рав-

ной весу твердых частиц, слой приобретает текучесть и переходит в псевдоожиженное состояние. Соответствующую линейную скорость оживающего агента называют скоростью начала псевдоожижения, или первой критической скоростью W_k [для мелких ($d < 0,1$ мм) частиц $W_k \sim d^2$, для крупных ($d > 1$ мм) — $W_k \sim \sqrt{d}$, где d - диаметр частиц]. Последняя уменьшается с увеличением плотности восходящего потока.

При дальнейшем возрастании W_k гидравлическое сопротивление слоя остается постоянным, пока он не разрушится и не начнется интенсивный вынос зернистого материала потоком из аппарата. Отвечающая данному состоянию слоя скорость потока называется скоростью уноса (свободного витания частиц) или второй критической скоростью псевдоожижения (W_{yn}), превышающей W_k в десятки раз. Если скорость оживающего агента больше скорости витания самых крупных частиц, слой полностью увлекается потоком (такие скорости используются для транспортирования взвесей).

По мере увеличения W **порозность** (доля объема, занятого оживающим агентом) слоя возрастает, поэтому средние концентрации твердых частиц в единице объема слоя уменьшаются. При этом, если оживающим агентом является газ, появляются подвижные полые неоднородности — пузыри. В этом случае слой называется неоднородным. При использовании жидкости в качестве оживающего агента слой, расширяясь, остается существенно более однородным по локальным концентрациям частиц и носит название однородного слоя. При использовании газа высокого давления образуется псевдоожиженный слой промежуточного типа.

Разновидностью псевдоожиженного слоя является так называемый **фонтанирующий слой**. В этом случае газ (жидкость) вводят в нижнюю часть зернистого слоя в виде струи. Твердые частицы подхватываются ею и выносятся в верхнюю часть слоя. На периферии струи (обычно у стенок аппарата) сверху вниз движется плотный слой частиц, т.е. частицы непрерывно циркулируют. В фонтанирующем слое во взвешенном состоянии находится лишь часть твердых частиц. Поэтому используемый термин "взвешенный слой" иногда менее универсален, чем термин "псевдоожиженный слой".

В ряде случаев обеспечивают пульсационную подачу оживающего агента или вводят его попеременно в различные участки нижнего сечения слоя, например, с помощью вращения газораспределительной решетки, перфорированной лишь в некоторых секторах. Такой прием позволяет привести зернистый слой в псевдоожиженное состояние при меньших расходах оживающего агента по сравнению с обычным кипящим слоем.

Используются и другие способы создания псевдоожиженных систем: механические, электромагнитные и др. Ниже будет рассматриваться только наиболее распространенный случай псевдоожижения с помощью газа.

Аналогия между псевдоожиженным слоем и жидкостью является главным свойством слоя как среды для проведения различных химико-

технологических процессов. Выделим поэтому некоторые общие свойства слоя и жидкости.

Гидростатическое давление в слое высотой H то же, что и для столба жидкости и составляет $\Delta p = \rho H$,

где ρ - средняя массовая концентрация (плотность) твердых частиц.

При механическом воздействии на поверхности слоя, похожей на поверхность кипящей воды, могут возникать поперечные волны.

Поведение инородных тел в слое подчиняется закону Архимеда. Например, можно судить о наступлении псевдооживленного состояния, если тела с плотностью, меньшей средней плотности слоя, всплывают, а с большей - тонут.

Из отверстия в боковой стенке аппарата с псевдооживленным слоем через введенный в него трубопровод твердые частицы "вытекают", образуя струю, начальная скорость которой $w = \sqrt{gH}$, где g - ускорение силы тяжести.

Смежные псевдооживленные слои ведут себя как сообщающиеся сосуды. Поддерживая в таких слоях за счет различия в рабочих скоростях оживляющего газа разные плотности твердых частиц, можно организовать циркуляцию материала. В горизонтальных лотках слой течет так же, как жидкость.

Скорости всплытия пузырей в слое и невязкой жидкости при малых скоростях оживляющего газа практически одинаковы и пропорциональны $\sqrt{d_n}$, где d_n - эквивалентный диаметр пузыря (диаметр эквивалентного шара, имеющего тот же объем, что и пузырь).

Сходство между жидкостью и слоем проявляется при помещении в него перемешивающих устройств. Закономерности макросмешения в псевдооживленном слое твердых частиц и жидкости сопоставимы с наблюдаемыми при барботаже газа. Однако аналогия с жидкостью наблюдается лишь при пропускании через зернистый слой достаточного для его псевдооживления количества газа. Например, если газ вводят неравномерно по сечению слоя, возникают зоны, где частицы неподвижны. Такие неподвижные (застойные) зоны могут образовываться на различных конструктивных элементах аппарата (на внутренних теплообменных устройствах и др.). В застойных зонах могут протекать нежелательные побочные процессы, возникать агломераты твердых частиц и т. д. При укрупнении частиц в ходе химико-технологического процесса возможно прекращение состояния псевдооживления.

7.5.2. Пузыри в псевдооживленном слое

Важнейшим свойством псевдооживленных слоев типа «газ - твердое тело» является образование в них пузырей. Обычно их размеры находятся в интервале 3 - 30 см, но иногда наблюдаются пузыри диаметром 0,5 - 0,7 м. От размеров пузырей, их общего числа, скоростей подъема зависит микросмешение газа и твердых частиц, а следовательно, и свойства слоя как среды для осуществления химико-технологических процессов. В промышленных аппаратах, диаметры которых в пять и более раз превышают возможные макси-

мальные размеры пузырей, картина их движения зависит от размера и плотности твердых частиц. По этим признакам ожидаемые материалы подразделяют на группы *A*, *B*, *C*, *D*. Принадлежность сыпучих материалов к соответствующей группе приблизительно устанавливают с помощью рис. 7.12.

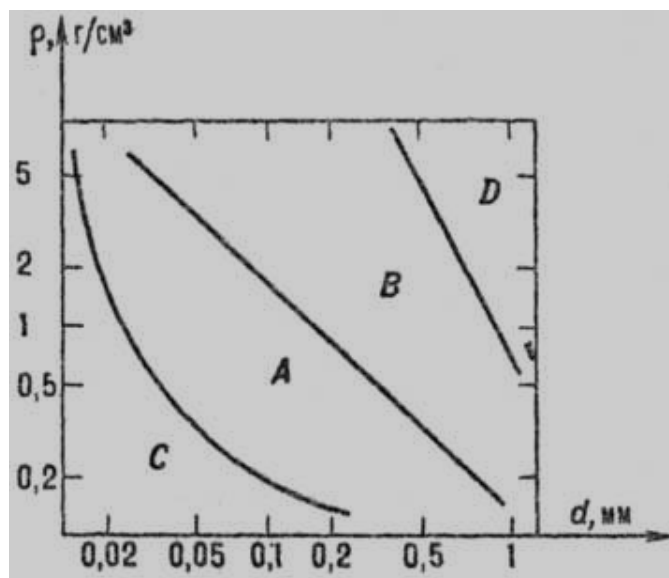


Рис. 7.12. Диаграмма классификации сыпучих материалов в логарифмической шкале (*A*–*D*-группы; ρ и d – плотность и диаметр твердых частиц)

Эта классификация была предложена в 1973 г. профессором Д. Гелдартом.



Рис. 7.13. Д. Гелдарт

Профессор Д. Гелдарт – (рис. 7.13), известнейший британский специалист в области порошковых технологий. Он начал исследовательскую работу в области псевдооживления в 1967 г. В 1973 г. он предложил классификацию порошков в 4 группы, которые носят название «группы Гелдарта». Наряду с работой в нескольких британских университетах он также возглавляет компанию Powder Research Ltd., которая осуществляет подготовку специалистов и консультации в области порошковых технологий и применения кипящего слоя для каталитических процессов.

В слоях частиц группы *A* (рис. 7.14, а) пузыри зарождаются вблизи поверхности газораспределительной решетки. По мере всплытия пузыри растут за счет натекания газа из плотной фазы и коалесценции. Одновременно наблюдается их разрушение, образование короткоживущих агломератов мелких пузырей, разделенных прослойками твердой фазы. Мелкие пузыри вновь сливаются в один пузырь. На расстояниях 1,0–1,5 м от газораспределителя размеры пузырей стабилизируются. Однако при этом пузыри начинают двигаться "цепочками", траектории которых меняются. Масштабы плотных зон (плотных пакетов) слоя, разделяющих полые неоднородности, растут. Скорость

сти всплытия пузырей составляют $0,7-1,0$ м/с, в то время как скорости оживающего газа, отнесенные к полному сечению слоя, обычно не превышают $0,4$ м/с. Доля газа, проходящего слой в виде пузырей, быстро возрастает при удалении от газораспределителя. На расстоянии $0,2-0,5$ м от решетки типа "пористая плита" в виде пузырей движется практически весь газ.

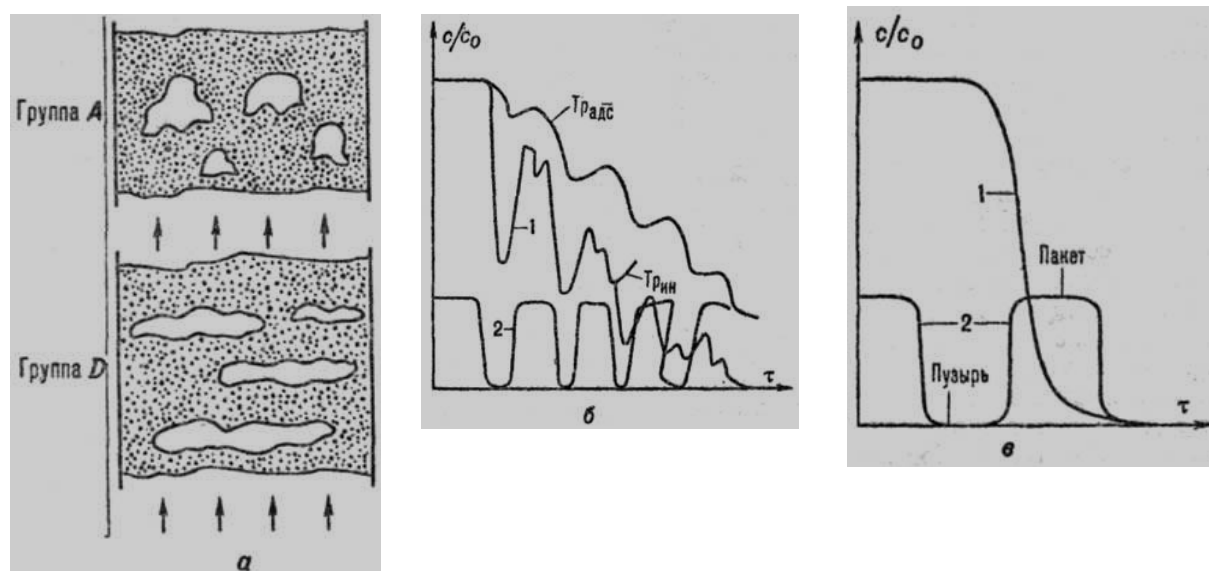


Рис. 7.14. Локальные кривые вымывания газов-трассеров (1) и кривые флуктуации плотности псевдооживленного слоя (2): а - фрагменты двухмерного слоя (материалы групп А и D); б - инертный и адсорбирующий трассеры, соответственно: $Tr_{ин}$ и $Tr_{адс}$ (материал группы А); в - инертный трассер (материал группы D); c_0 , c - начальная и текущая концентрации трассера; τ - время

В псевдооживленных слоях материалов группы В картина движения пузырей качественно не изменяется, но наблюдаются заметные количественные отличия осредненных характеристик фазы пузырей. Например, уменьшается число актов разрушения и коалесценции пузырей, а также доля газа, проходящего слой в виде пузырей. В слоях материалов группы D характер движения пузырей заметно изменяется. Пузыри приобретают "сплюсненную" форму, то есть их размеры по горизонтали становятся существенно больше размеров по вертикали (см. рис. 7.14, а). При этом скорости всплытия пузырей меньше скоростей оживающего газа. В слоях материалов группы С пузыри не образуются. Эти материалы удается привести в псевдооживленное состояние только при дополнительном механическом воздействии, например, с помощью помещенной в слой мешалки.

Структура потоков в псевдооживленном слое упрощенно описывается моделью, в которой можно выделить три механизма. По первому из них применительно к материалам групп А и В газ движется через пузырь снизу вверх под действием перепада давлений, пропорционального высоте пузыря. Если его скорость превышает скорость газа, пузырь "догоняет" и снова "всасыва-

ет" газ. При этом возникает устойчивое "облако циркуляции" газа, из которого газ проникает вглубь плотных пакетов. По второму механизму, обычно сопутствующему первому, перенос газа между пузырями и плотными зонами межфазного обмена происходит вследствие деформации, разрушения пузырей и образования их агломератов. Третий механизм предполагает участие в переносе газа твердых частиц.

Перенос газа между пузырями и плотными зонами обычно исследуют экспериментально. Например, совмещают локальные кривые вымывания меченого газа-трассёра и локальные кривые флуктуации плотности, вызываемые движением пузырей (см. рис. 7.14). Сравнение кривых в области слоя, где сформировались большие пузыри, показывает, что в пузырях измеряются минимальные концентрации трассёра (плотность слоя также минимальна), а в плотных пакетах - максимальные концентрации (плотность максимальна). Чем больше разница концентраций в пузырях и плотной зоне, тем меньше коэффициенты обмена (обменные потоки газа между разреженными и плотными зонами, отнесенные к единице объема слоя).

Из исследования процессов с помощью инертных трассеров следует, что при переходе от материалов групп *A* и *B* к материалам группы *D* коэффициенты обмена увеличиваются на два порядка. Это связано с тем, что газ проходит пузыри, обгоняя их, и "облака циркуляции" исчезают. Если газ-трассер, например, хладон-12, адсорбируется частицами (рис. 7.14, б), то при смене пакетов на пузыри пульсации концентраций трассёров меньше, т. е. коэффициенты обмена возрастают. Это объясняется участием в переносе газа твердых частиц и количество переносимого газа тем выше, чем выше адсорбционная способность частиц. Так, в промышленных адсорберах коэффициенты обмена в 100-1000 раз больше, чем в каталитических реакторах, в которых практически отсутствует адсорбционный перенос газа.

Пузыри, всплывая, перемешивают твердые частицы. В грубом приближении их перемешивание напоминает молекулярную диффузию. Поэтому для описания перемешивания обычно используют диффузионную модель. При этом коэффициент диффузии принято называть эффективным или коэффициентом перемешивания. Твердые частицы также переносят газ, который содержится в порах, свободном объеме пакетов, и адсорбируются на их поверхности. Поэтому интенсивность перемешивания газа тем больше, чем выше способность частиц адсорбировать газ.

Твердые частицы - основной теплопереносящий агент в псевдооживленном слое, поскольку объемные теплоемкости частиц на три порядка выше, чем для газа. Значения коэффициентов их перемешивания достаточно велики для того, чтобы слой был практически изотермичен (при быстропротекающих экзотермических реакциях изотермичность слоя может быть нарушена).

7.5.3. Теплообмен в псевдооживленном слое

Теплообмен между поверхностью твердых частиц и оживающим газом скорость химико-технологических процессов в слое обычно не лимитирует.

Например, при сушке материала, содержащего поверхностную влагу, температура слоя практически равна температуре мокрого термометра, т.е. успевает установиться термическое равновесие в слое, даже если время пребывания в нем газа составляет десятые доли секунды.

Одна из основных причин широкого применения техники псевдоожижения - интенсивный теплообмен псевдоожиженного слоя с поверхностями погруженных в него тел или со стенками аппарата $\alpha \approx 100-1000 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град})$.

Теплота передается:

- 1) через тонкую газовую прослойку (толщиной менее d), которая непрерывно разрушается и обновляется благодаря движению твердых частиц около одной из указанных поверхностей;
- 2) твердым частицам при их контакте с теплообменной поверхностью (разность температур отдельной частицы и поверхности близка к разности температур поверхности и слоя, поскольку время контакта мало);
- 3) пакетам твердых частиц, которые периодически сменяются у поверхности или чередуются с пузырями;
- 4) твердой фазе, движущейся сплошным потоком в контакте с поверхностью.

В высокотемпературных псевдоожиженных системах заметную роль играет также тепловое излучение.

Наблюдаемые закономерности теплообмена слоя с какой-либо поверхностью можно объяснить в рамках перечисленных механизмов. Эти механизмы, как правило, действуют совокупно и процесс теплообмена - нестационарен. Например, мгновенные значения коэффициента теплоотдачи изменяются с периодичностью, соответствующей появлению пузырей у теплообменной поверхности (см. рис. 7.12). В момент ее контакта с пузырями коэффициент теплоотдачи минимален и максимален при контакте с плотными пакетами. Осредненные по времени коэффициенты теплоотдачи (обычно применяемые в инженерных расчетах) возрастают при увеличении температуры псевдоожиженной системы, теплопроводности газа и плотного слоя частиц, а также при уменьшении их диаметра до тех пор, пока они способны к самостоятельному псевдоожижению (не принадлежат к группе С). При увеличении рабочей скорости газа w коэффициенты теплоотдачи первоначально возрастают вследствие увеличения подвижности частиц и их плотных пакетов. При дальнейшем росте w время контакта теплообменной поверхности с пузырями увеличивается и осредненные по времени коэффициенты теплоотдачи уменьшаются. Их локальные значения существенно зависят от конструкции теплообменных устройств, а также от ориентации последних по отношению к направлению движения газа. Так, для горизонтального цилиндра коэффициент теплоотдачи в "лобовой" зоне может быть в 3-4 раза больше, чем в "кормовой" (рис. 7.15). Таким образом, аналогия между псевдоожиженным слоем и жидкостью имеет пределы.

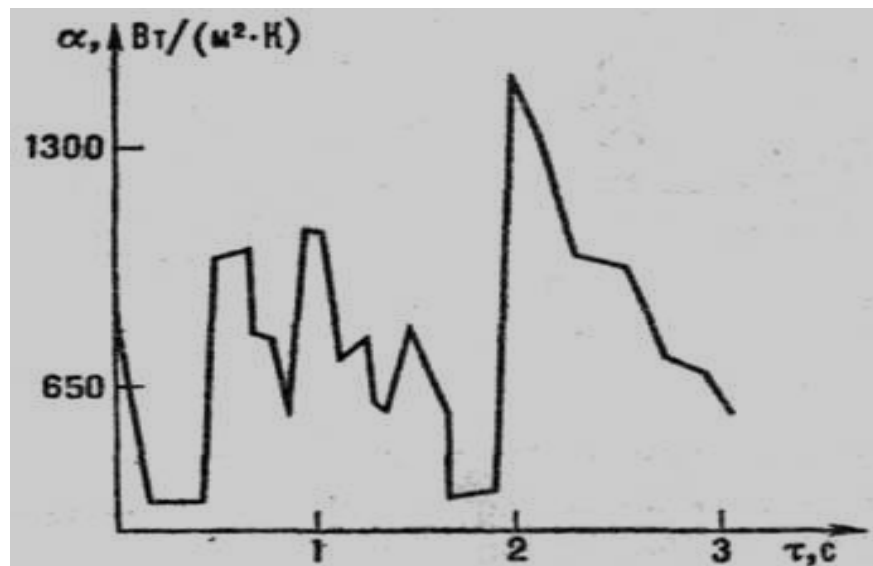


Рис. 7.15. Мгновенные значения коэффициентов теплоотдачи α от псевдооживленного слоя к теплообменной поверхности (τ - время)

7.5.4. Достоинства и недостатки псевдооживленного слоя

В зависимости от особенностей химико-технологического процесса одни и те же свойства псевдооживленного слоя можно трактовать и как достоинства, и как недостатки. Так, унос из слоя мелких частиц осложняет осуществление каталитических процессов, а при сушке используется для выгрузки готового продукта. При интенсивном перемешивании слоя выравнивается гравитационное поле, что приводит к существенным затратам на пылеочистку отработанных газов. Тем не менее, при обжиге, хлорировании или сушке, сопровождаемых осмолением поверхности твердых частиц и стенок аппаратов, истираемость играет важную роль. Главные преимущества аппаратов с псевдооживленным слоем: простота загрузки и перемещения оживляемого материала и выгрузки готового продукта; возможность размещения внутри теплообменных, газораспределительных или перемешивающих устройств; интенсивность теплообмена между псевдооживленным слоем и поверхностью конструктивных элементов; возможность увеличения единичной мощности агрегатов, катализаторов и т.д. Области применения псевдооживленного слоя весьма многообразны. Их можно обобщить с помощью нескольких типовых схем аппаратов, каждый из которых может быть использован для проведения группы процессов, обладающих сходными чертами. Псевдооживление в проточных системах газ-твердое тело (рис. 7.16, а, б) часто применяют при нагревании и охлаждении, адсорбции, сушке, водной дегазации полимеров, коксовании, восстановлении Fe_2O_3 водородом и др. Обычно твердые частицы движутся сверху вниз навстречу газовому потоку. Приближение структуры потоков к идеальному вытеснению достигается посредством провальных перегородок, решеток с переточными устройствами, оформлением псевдооживленного слоя в виде вертикального каскада последовательно соединенных аппаратов.

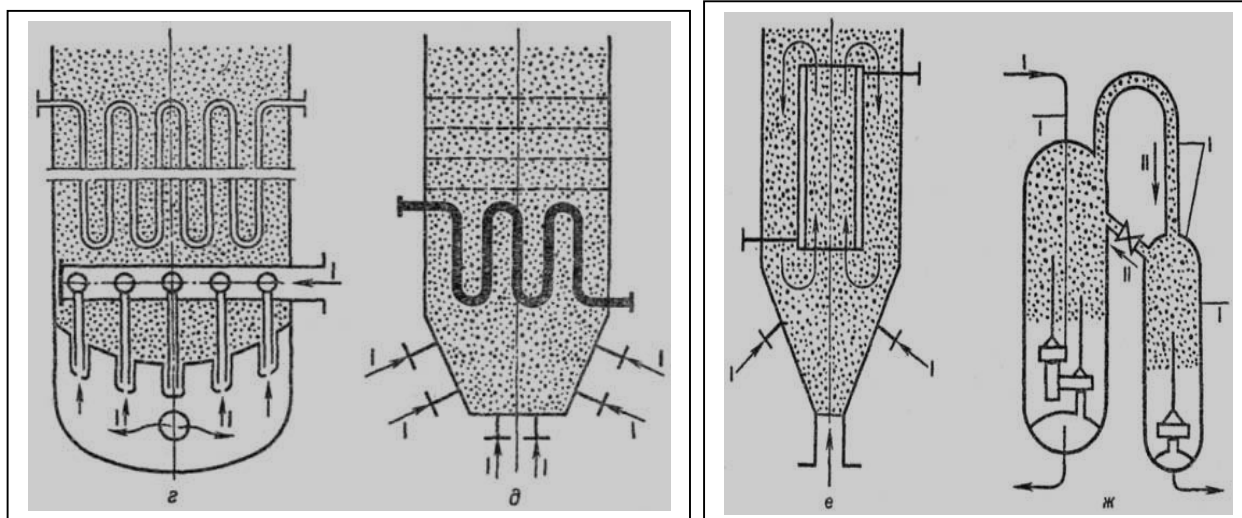
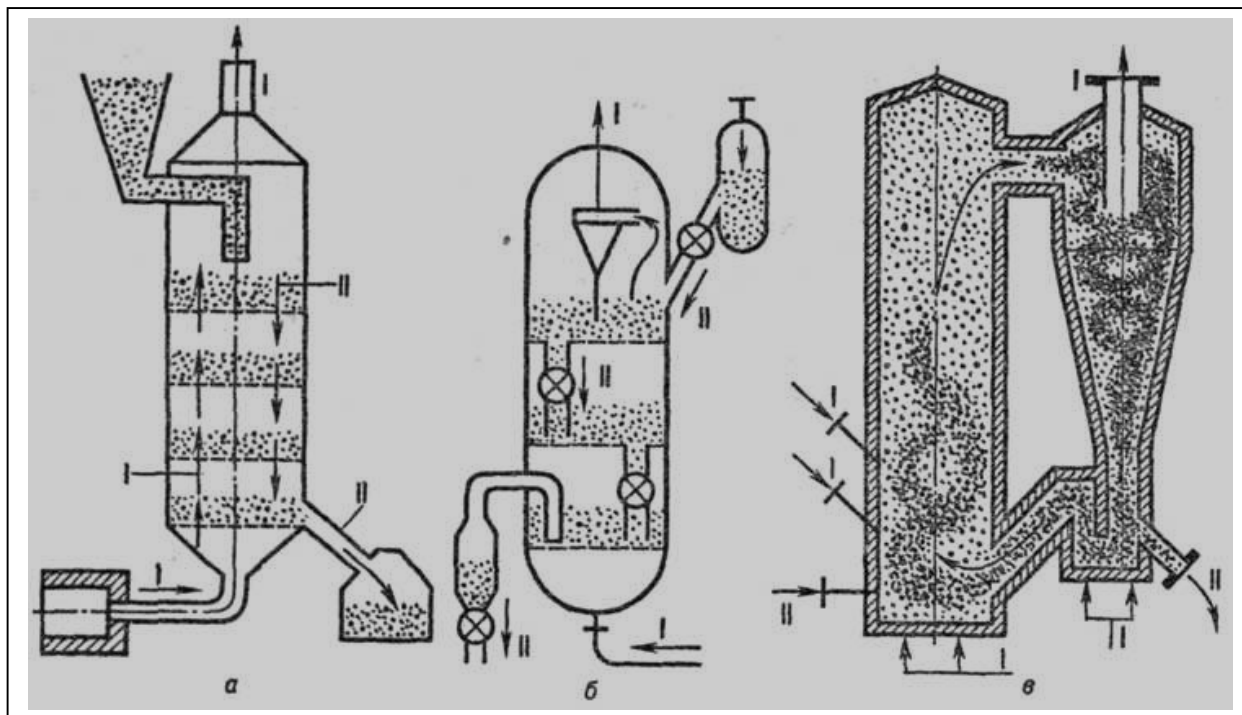


Рис. 7.16. Аппараты с псевдооживленным слоем: а, б-секционированные противоточные с решетками провальными и снабженные переточными устройствами (адсорбция, обжиг); в - прямоточный с "быстрым" слоем и циркуляцией твердых частиц (обжиг, сжигание твердых топлив); г, д - с внутренними теплосъемными элементами и различными способами газораспределения (реакторные процессы); е- с внутренним циркуляционным контуром (десублимация, реакторные процессы); ж - блок аппаратов с циркуляцией твердых частиц (крекинг, реформинг); I-поток сжижающего агента; II-поток частиц.

В подобных противоточных системах создаются оптимальные условия взаимодействия фаз. Так, при экзотермических процессах (например, при окислении) в верхних по ходу потока секциях аппарата с псевдоожиженным слоем осуществляется подогрев твердых частиц отходящими газами, в нижних - нагревание оживающего агента обработанными твердыми частицами. В результате в рабочей зоне удается поддерживать высокие температуры без дополнительного подвода теплоты. При адсорбции в нижних секциях аппарата насыщенные сорбируемым компонентом частицы взаимодействуют с газовым потоком, в котором концентрация этого компонента максимальна. В верхних секциях обедненный им газ контактирует со свежими твердыми частицами. Таким образом, обеспечивается приближение к оптимально возможной степени извлечения целевого компонента. Широко распространены прямоточные процессы в "быстрых" псевдоожиженных слоях, нередко комбинируемых с обычными кипящими слоями (рис. 7.16, в). При скоростях, превышающих скорости уноса, твердые частицы движутся в виде газовой взвеси или разреженных пакетов. При этом перемешивание газовой и твердой фаз невелико, в результате чего предотвращается агломерация частиц (например, при сжигании угля или сланцев).

При всем многообразии конструкций реакторов, последние представляют собой аппараты со свободно кипящими или секционированными с помощью провальных решеток слоями, которые снабжены теплообменными элементами. Они имеют газораспределители в виде перфорированных плит или в виде сопла, а также барботеры. На рис. 7.16, г, показано, что через решетку и барботер вводятся различные газовые потоки. Нередко газ поступает в реактор через боковые штуцера (рис. 7.16, д, е). Функционируют аппараты, в которые одновременно вводятся газообразные и жидкие реагенты. Способы улучшения контактирования фаз, а также воздействия на перемешивание в реакторах принципиально те же, что и для систем газ-жидкость в колонных аппаратах.

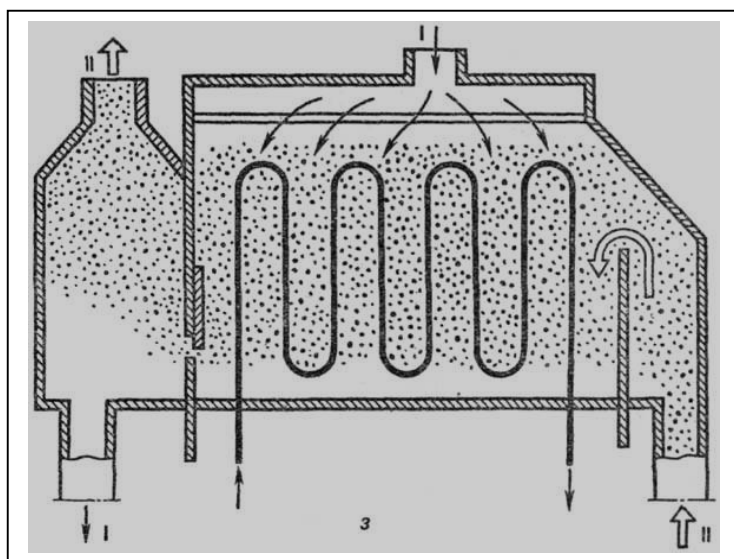


Рис. 7.17. Аппарат с горизонтальным слоем (нагревание, охлаждение, сушка)

Благодаря текучести псевдооживленного слоя такие каталитические процессы вторичной переработки нефти, как крекинг и риформинг, проводят в совмещенных блоках: реактор - регенератор (рис.7.16, ж), что позволяет перейти от полупериодического производства к непрерывному (рис.7.17).

Подобные комбинации распространились и на иные реакционные и массообменные процессы.

Псевдооживленный слой также применяют: для получения гранулированных продуктов путем ввода в слой распыленных растворов или струй газов, конденсирующихся с образованием твердых продуктов: минеральных удобрений, льда, $AlCl_3$ для покрытия защитной полимерной пленкой нагретых деталей; для проведения кристаллизации из растворов и т. д.

Вообще, отрасль промышленности, где псевдооживленный слой не используется или не может быть применен в перспективе, назвать трудно. В то же время он является одной из наиболее сложных сред для осуществления химико-технологических процессов, и перечень неудачных попыток его использования также весьма велик.

7.5.5. Примеры с решениями

Пример 7 - 1. Труба, диаметром $d = 32$ мм, охлаждается поперечным потоком воды. Скорость движения и средняя температура воды составляют $w = 2,5$ м/с; $t_{жс} = 20$ °С. Определить необходимую температуру поверхности трубы для поддержания плотности теплового потока, равного $q = 60 \cdot 10^4$ Вт/м²; рассчитать значение коэффициента теплоотдачи.

Решение.

Определяем физические параметры воды по $t_{жс} = 20$ °С:

$$v_{жс} = 1,006 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}; \quad \lambda_{жс} = 0,599 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{град}}; \quad Pr_{жс} = 7,02.$$

$$\text{Рассчитываем режим движения воды } Re_{жс} = \frac{w \cdot d}{v_{жс}} = \frac{2,5 \cdot 0,032}{1,006 \cdot 10^{-6}} = 79523.$$

Поскольку $1 \cdot 10 \leq Re_{жс} \leq 2 \cdot 10^5$, то расчет ведем по формуле

$$Nu_{жс} = 0,25 \cdot Re_{жс}^{0,6} \cdot Pr_{жс}^{0,38} \cdot \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25}.$$

Вследствие того, что в формулу входит Pr_c , определяемое по t_c , которую необходимо найти по условию задачи, то решение необходимо проводить либо графическим методом, либо методом последовательных приближений.

Используем первый метод – графический.

Зададимся тремя значениями температуры стенки трубы: $t_{c1} = 40$ °С; $t_{c2} = 60$ °С; $t_{c3} = 80$ °С. Вычислим для этих температур плотность теплового потока и построим график $q = f(t_c)$. Для $t_{c1} = 40$ °С, $Pr_{c1} = 4,31$ рассчитаем значение коэффициента теплоотдачи и плотность теплового потока

$$Nu_1 = 0,25 \cdot (79523)^{0,6} \cdot (7,02)^{0,38} \cdot \left(\frac{7,02}{4,31}\right)^{0,25} = 0,25 \cdot 871,6 \cdot 2,1 \cdot 1,13 = 517,08;$$

$$\alpha_1 = Nu_1 \frac{\lambda_{жс}}{d} = 517,08 \frac{0,599}{0,032} = 9679 \frac{Вт}{м^2 \cdot C};$$

$$q_1 = \alpha_1 \cdot \Delta t_1 = 9679 \cdot (40 - 20) = 193580 \text{ Вт/м}^2.$$

Для $t_{c2} = 60^\circ C$, $Pr_{c2} = 2,98$ значение коэффициента теплоотдачи будет отличаться от α_1 только из-за изменения Pr_c . Следовательно,

$$\alpha_2 = \alpha_1 \left(\frac{Pr_{c1}}{Pr_{c2}}\right)^{0,25} \text{ и } q_2 = q_1 \left(\frac{Pr_{c1}}{Pr_{c2}}\right)^{0,25} \frac{t_{c2} - t_{жс}}{t_{c1} - t_{жс}}.$$

$$\alpha_2 = 9679 \cdot \left(\frac{4,31}{2,98}\right)^{0,25} = 10614 \frac{Вт}{м^2 \cdot C} \text{ и } q_2 = 193580 \cdot \left(\frac{4,31}{2,98}\right)^{0,25} \frac{60 - 20}{40 - 20} = 425876 \text{ Вт/м}^2.$$

$$\text{При } t_{c3} = 80^\circ C, Pr_{c3} = 2,21 \alpha_3 = 9679 \cdot \left(\frac{4,31}{2,21}\right)^{0,25} = 11438 \frac{Вт}{м^2 \cdot C}$$

$$\text{и } q_3 = 193580 \cdot \left(\frac{4,31}{2,21}\right)^{0,25} \frac{80 - 20}{40 - 20} = 686283 \text{ Вт/м}^2.$$

По вычисленным значениям на графике, рис. 7.18, строим функцию $q = f(t_c)$.

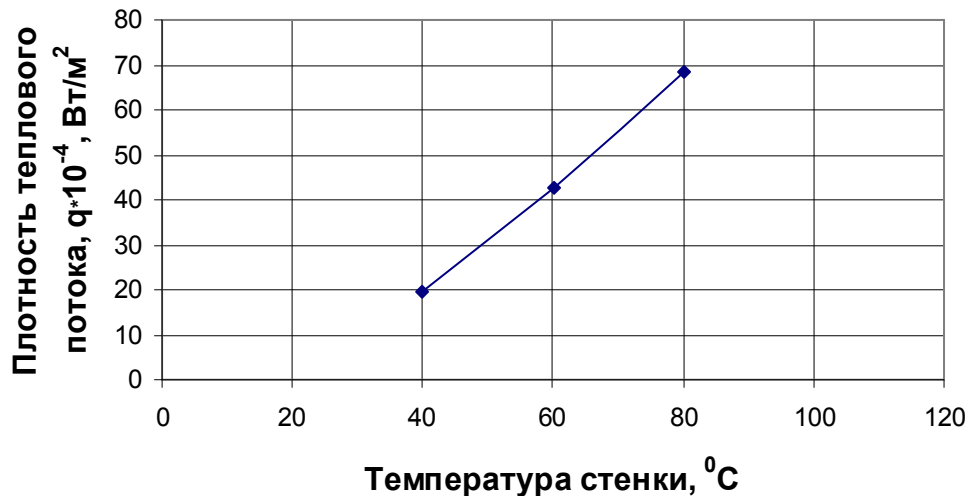


Рис. 7.18. Зависимость плотности теплового потока от температуры стенки

Из рис. 7.18 находим $t_c = 74^\circ C$ при $q = 60 \cdot 10^4 \text{ Вт/м}^2$. $Pr_c = 2,41$.

По найденной температуре находим коэффициент теплоотдачи

$$Nu_{жс} = Nu_1 \cdot \left(\frac{Pr_{c1}}{Pr_c}\right)^{0,25} = 517,08 \cdot \left(\frac{4,31}{2,41}\right)^{0,25} = 598;$$

$$\alpha = Nu_{жс} \frac{\lambda_{жс}}{d} = 598 \frac{0,599}{0,032} = 11194 \frac{Вт}{м^2 \cdot C}.$$

Пример 7 - 2. В воздухоподогревателе шахматный пучок труб обтекает поперечным потоком воздуха. Внешний диаметр труб в пучке $d = 32 \text{ мм}$. Поперечный шаг $s_1 = 2,5d$; продольный шаг $s_2 = 1,5d$. Средняя скорость в уз-

ком сечении пучка и средняя температура воздуха составляют соответственно $w = 9 \text{ м/с}$ и $t_{жс} = 160 \text{ }^\circ\text{C}$. Найти коэффициент теплоотдачи от поверхности труб к воздуху для третьего ряда пучка труб при условии, что температура поверхности труб $t_c = 500 \text{ }^\circ\text{C}$, а угол атаки равен $\varphi = 90^\circ$ и $\varphi = 60^\circ$.

Решение. По средней температуре воздуха находим его физические параметры $\nu_{жс} = 30,09 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$; $\lambda_{жс} = 0,0364 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{град}}$; $Pr_{жс} = 0,682$.

При $t_c = 500 \text{ }^\circ\text{C}$ $Pr_c = 0,687$. Рассчитываем число Рейнольдса

$$Re_{жс} = \frac{w \cdot d}{\nu} = \frac{9 \cdot 0,032}{30,09 \cdot 10^{-6}} = 9571.$$

Поскольку $1000 < Re_{жс} < 10^5$ применяем формулу

$$Nu_{жс} = C \cdot Re_{жс}^n \cdot Pr_{жс}^{0,33} \cdot \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25} \cdot \varepsilon_s.$$

Так как $\frac{s_1}{s_2} = \frac{2,5}{1,5} = 1,66 < 2$, то $\varepsilon_s = \left(\frac{s_1}{s_2} \right)^{1/6} = (1,66)^{1/6} = 1,08$.

Для третьего ряда шахматного пучка

$$Nu_{жс} = 0,41 \cdot Re_{жс}^{0,6} \cdot Pr_{жс}^{0,33} \cdot \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25} \cdot \varepsilon_s = 0,41 \cdot (9571)^{0,6} \cdot (0,682)^{0,33} \cdot \left(\frac{0,682}{0,687} \right)^{0,25} \cdot 1,08 = 0,41 \cdot 245 \cdot 0,881 \cdot 0,998 \cdot 1,08 = 95,4.$$

Коэффициент теплоотдачи при $\varphi = 90^\circ$

$$\alpha = Nu_{жс} \frac{\lambda_{жс}}{d} = 95,4 \frac{0,0364}{0,032} = 108 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{град}}$$

При обтекании пучков труб под углом атаки φ , не равным 90° , $\alpha_\varphi = \varepsilon_\varphi \cdot \alpha$, где ε_φ - поправка на угол атаки, значения которой в зависимости от φ приведены в табл. 7.1.

Таблица 7.1

φ	90	80	70	60	50	40	30	20	10
ε_φ	1	1	0,98	0,94	0,88	0,78	0,67	0,52	0,42

При $\varphi = 60^\circ$, $\varepsilon_\varphi = 0,94$ коэффициент теплоотдачи составит

$$\alpha_{\varphi=60^\circ} = 0,94 \cdot 108 = 101,5 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{град}}.$$

Пример 7 -3. Трубчатый теплоуловитель бумагоделательной машины проектируется с коридорным расположением труб, $d = 38 \text{ мм}$, поперечными и продольными шагами $s_1 = s_2 = 2,5d$. Число труб в одном ряду по ходу потока $m = 16$, число рядов труб $n = 30$. Температура воздуха из зала БДМ, поступающего в теплоуловитель, $t_{вх} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, на выходе из аппарата $t_{вых} = 40 \text{ }^\circ\text{C}$. Температура стенки трубы составляет $t_c = 60 \text{ }^\circ\text{C}$. Найти длину трубок тепло-

уловителя, чтобы при скорости воздуха в узком сечении пучка $w = 7 \text{ м/с}$ трубки обеспечивали теплосъем $Q = 125 \text{ кВт}$.

Решение. Находим физические параметры воздуха по его средней температуре $t_{жс} = 0,5 \cdot (t_{вх} + t_{вых}) = 0,5 \cdot (20 + 40) = 30 \text{ }^\circ\text{C}$; $\nu_{жс} = 16 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$; $Pr_{жс} = 0,701$;

$\lambda_{жс} = 0,0267 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{град}}$. Определяем число Рейнольдса

$$Re_{жс} = \frac{w \cdot d}{\nu_{жс}} = \frac{7 \cdot 0,038}{16 \cdot 10^{-6}} = 16625 .$$

Так как $10^3 \leq Re_{жс} \leq 10^5$, то используем для расчета следующую зависимость для труб третьего ряда коридорного пучка $Nu_{жс} = 0,26 \cdot Re_{жс}^{0,65} \cdot Pr_{жс}^{0,33} \cdot \varepsilon_s$.

Поскольку для воздуха величина числа Pr меняется незначительно, то для данного диапазона изменения температур уравнение принимает следующий вид:

$$Nu_{жс} = 0,23 \cdot Re_{жс}^{0,65} \cdot \varepsilon_s, \text{ где } \varepsilon_s = \left(\frac{s_2}{d} \right)^{-0,15} = (2,5)^{-0,15} = 0,872 .$$

$$Nu_{жс} = 0,23 \cdot (16635)^{0,65} \cdot 0,872 = 111 .$$

Коэффициент теплоотдачи для третьего ряда

$$\alpha_3 = Nu_{жс} \frac{\lambda_{жс}}{d} = 111 \frac{0,0267}{0,038} = 78 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{град}} .$$

Средний коэффициент теплоотдачи коридорного пучка при $n = 30$

$$\bar{\alpha} = \alpha_3 \left(1 - \frac{0,5}{n} \right) = 78 \cdot \left(1 - \frac{0,5}{30} \right) = 76,7 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{град}} .$$

Определяем плотность теплового потока и необходимую поверхность теплообмена

$$q = \bar{\alpha} \cdot (t_c - t_{жс}) = 76,7 \cdot (60 - 30) = 2301 \text{ Вт/м}^2 ,$$

$$F = \frac{Q}{q} = \frac{125 \cdot 10^3}{2301} = 54,3 \text{ м}^2 .$$

Находим требуемую длину труб $\ell = \frac{F}{\pi \cdot d \cdot m \cdot n} = \frac{54,3}{3,14 \cdot 0,038 \cdot 16 \cdot 30} = 0,95 \text{ м} .$

8. ТЕПЛОТДАЧА ПРИ СВОБОДНОМ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ

Причина возникновения свободного движения – теплообмен. Свободное движение возникает под действием разности плотностей нагретых и холодных частиц неравномерно нагретой жидкости.

Если жидкость находится в поле силы тяжести, то наличие неоднородного поля плотностей вызывает появление результирующих подъемных сил, приводящих жидкость в движение, которое называют **гравитационной свободной конвекцией**.

Вдоль нагретой пластины снизу вверх движется ламинарный слой, толщина которого растет по мере того, как в процесс нагрева вовлекаются все новые частицы жидкости (рис.8.1). На некоторой высоте ламинарный слой начинает разрушаться и переходит в турбулентный с ламинарным подслоем. Коэффициент теплоотдачи α уменьшается по мере увеличения толщины ламинарного пограничного слоя и стабилизируется в области турбулентного движения.

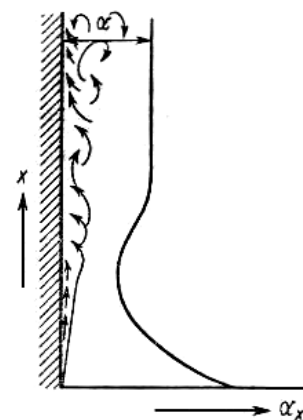


Рис. 8.1. Изменение α при свободном движении жидкости вдоль вертикальной пластины

На поверхности теплообмена и на внешней границе слоя скорость равна нулю. В отличие от вынужденного движения скорость является функцией определяющих параметров процесса и не входит в условия однозначности. Температура в пограничном слое изменяется от температуры на поверхности теплообмена t_c до температуры окружающей среды $t_{жс}$.

Для аналитического исследования теплоотдачи в условиях свободного движения могут быть использованы методы теории пограничного слоя, применяемые в задачах теплообмена при вынужденном движении.

8.1. Пограничный слой в условиях преобладания гравитационных сил

В изотермических условиях гравитационные силы не влияют на характер течения и при отсутствии каких-либо других сил движение потока вообще не возникает. Однако в неизотермических условиях возникают нескомпенсированные силы, вызывающие движение, которое носит название естественной (или свободной) конвекции. Первый термин является более удачным, поскольку подчеркивает, что движение в неизотермических условиях возникает естественным путем. Ограничимся здесь рассмотрением движения, возникающего около нагреваемой плоскости. При этом будет использоваться линеаризация зависимости плотности от температуры, которая уже рассматривалась выше, т.е.

$$\frac{(\rho_0 - \rho)}{\rho_0} = \beta \cdot \Delta t .$$

Очевидно, что полученные результаты с незначительными изменениями могут быть использованы и при охлаждении.

Возможны три основных варианта геометрического характера рассматриваемых движений, которые поясняются на рис.8.2.

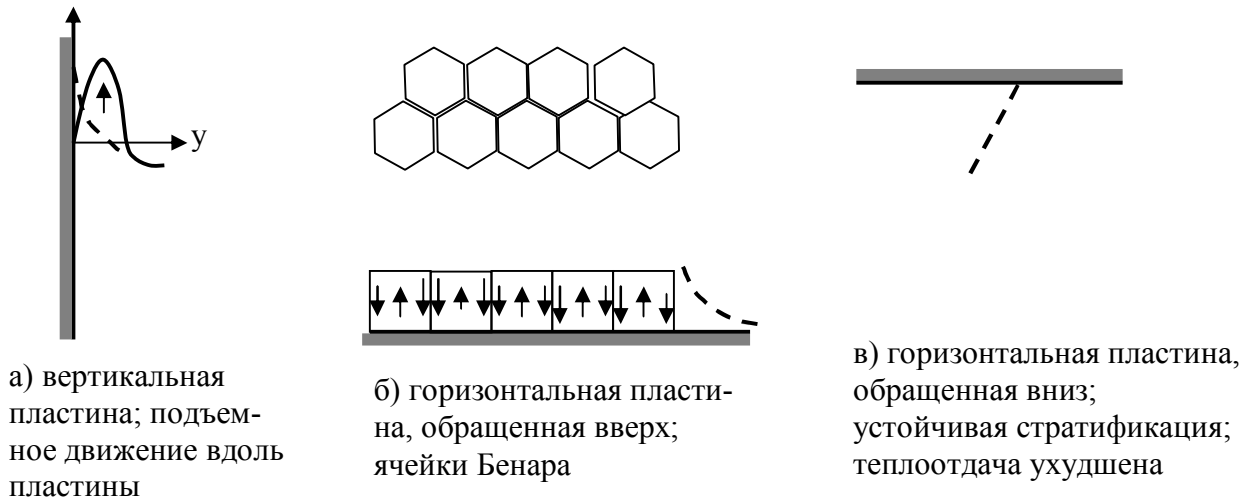


Рис.8.2. Конвекция у нагретой пластины различным образом ориентированной в гравитационном поле:

----- Распределение температуры
 ————— Распределение или направление скорости

Что касается случая, представленного на рис.8.2, а, то он может быть рассмотрен аналогично тому, как это было сделано для вынужденного движения. Однако не следует повторять доказательства, связанные с приближенным интегрированием уравнений пограничного слоя. Вместо этого воспользуемся следующими данными. В задаче о естественной конвекции (рис. 8.3) отсутствует внешний масштаб скорости, а число Грасгофа является квадратом числа Рейнольдса для естественной конвекции $Re_{\Delta t} = w_{\Delta t} \cdot \ell / \nu = Gr^{0,5}$, полученного по характерной скорости $w_{\Delta t} = \sqrt{g \cdot \beta \cdot \Delta t \cdot \ell}$. Используя для рассматриваемого случая результат, полученный выше для ламинарного пограничного слоя с заданной скоростью внешнего потока, получим $\frac{\delta_{\Delta t}}{\ell} \approx Re_{\Delta t}^{-0,5} \approx Gr^{-0,25}$.

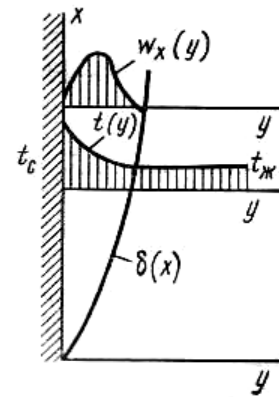


Рис.8.3. Распределение температуры и скорости в пограничном слое у нагретой вертикальной плиты

Отсюда можно, во-первых, сделать вывод, что толщина ламинарного пограничного слоя в случае свободной конвекции растет как $\ell^{0,75}$, то есть быстрее, чем для случая постоянной внешней скорости. Во-вторых, можно записать, что $Nu \sim Re_{\Delta t}^{0,5} f(Pr)$ или $Nu = C Gr^{0,25} f(Pr)$, причем $f(\ell) = 1$. Выше была

проиллюстрирована возможность определения показателя степени при выборе $f(Pr)$ в форме Pr^n для случаев $Pr \gg 1$, $Pr \ll 1$. Однако ситуация для рассматриваемого процесса несколько иная. Представить тепловой слой существенно более тонким, чем динамический вряд ли возможно, поскольку движение возникает именно в результате образования перегретого слоя. Поэтому для случая $Pr \gg 1$ зависимость толщины теплового слоя от числа Pr



Рис. 8.4. Д. Релей

Релей Джон Уильям (1842–1919) - английский физик (рис.8.4). Один из основоположников теории колебаний и акустики, теории теплового излучения. Занимался также молекулярной физикой, электромагнетизмом, оптикой. Исследуя колебания упругих тел, установил ряд свойств колебательных систем. Первым обратил внимание на автоколебания. Изучал поверхностные волны. В 1885 предсказал существование особых волн этого вида («волны Рэля»). Установил соотношение между фазовой и групповой скоростями. В 1900 г. получил зависимость распределения энергии в спектре абсолютно черного тела от температуры (закон Рэля – Джинса). Вместе с Рамзаем открыл аргон и определил его место в периодической системе. За эту работу в 1904 был удостоен Нобелевской премии по физике.

должна быть слабее. Видимо, в этом случае разумно будет воспользоваться тем фактом, что в качестве критерия возникновения естественной конвекции используется число Рэля $Ra = Gr \cdot Pr = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta t \cdot \ell^3}{\nu \cdot a}$. Такая форма отражает равноправное влияние теплопроводности и вязкости на свободную конвекцию. Имя Рэля, взятое для обозначения этого числа подобия, напоминает о большой роли ученого в изучении свободной конвекции.

Форма зависимости для теплоотдачи при $Pr > 1$ имеет вид

$$Nu = C_1 Ra^{0,25}, \quad (8.1)$$

где $C_1 = 0,56$.

При $Pr \ll 1$ приведенные утверждения уже не справедливы, поскольку тепловому слою ничего не мешает быть толще гидродинамического. При этом вязкость уже не должна оказывать влияния на теплоотдачу и зависимость для теплоотдачи принимает вид $Nu \sim Re_{\Delta t}^{0,5} Pr^{0,5}$, аналогичный зависимости

$$Nu = C_2 (GrPr^2)^{0,25}, \quad (8.2)$$

где $C_2 = 0,53$.

Теоретический анализ теплоотдачи у горизонтальной пластины (рис. 8.2, б) значительно более сложен. Учитывая неустойчивость равновесия, соответствующую нагреву снизу, уже при малых градиентах температуры у поверхности возбуждается движение жидкости. При малых числах Ra на поверхности образуется система б-угольных ячеек, которые носят название

ячеек Бенара. С ростом числа Ra эта система, в свою очередь, также становится неустойчивой и, в конце концов, конвекция принимает неупорядоченную, хаотическую форму. При этом, как показывают опытные данные, значения коэффициентов теплоотдачи достаточно близки к вертикальным пластинам. Для случая, представленного на рис. 8.2, в, теплоотдача при малых числах Ra может сводиться к чистой теплопроводности. Но с ростом числа Ra и здесь развивается конвекция за счет подъема нагретой среды вдоль периметра пластины. Уровень теплоотдачи оказывается примерно в 2 раза ниже, чем для случая на рис. 8.2, б.

8.2. Результаты некоторых экспериментальных исследований свободной конвекции

В настоящем разделе представлены результаты экспериментального исследования задач, позволяющие проводить практические расчеты.

В качестве числа подобия при свободном гравитационном движении используется число Грасгофа $Gr = \beta \frac{g \cdot \ell^3}{\nu^2} \vartheta$, где β [1/К] – температурный коэффициент объемного расширения, представляющий собой относительное изменение объема при изменении температуры на один градус. Число Gr названо в честь известного инженера, не имевшего, однако, отношения к рассматриваемому вопросу,

Уравнение свободно-конвективного теплообмена имеет вид:

$$Nu = C (Gr \cdot Pr)_m^n . \quad (8.3)$$

Экспериментально установлено существование трех режимов движения, каждому из которых соответствуют некоторые пределы изменения $(Gr \cdot Pr)_m$.

Для охлаждаемых на воздухе проволок малого диаметра ($d \ll 1$ мм) при близких к нижнему пределу значениях $(Gr \cdot Pr)_m$, приведенных в табл. 8.1, число Nu принимает близкое к постоянному значение $Nu = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda} = 0,45 \div 0,5$.

Теплота в этом случае переносится за счет теплопроводности через пленку нагретого воздуха, обволакивающего проволоку. Поскольку α здесь практически обратно пропорционален диаметру, то электрообогреваемые тонкие проволочки выдерживают большие плотности тока без пережога.

Значению $(Gr \cdot Pr) > 5 \cdot 10^2$ соответствует ламинарное движение. При $(Gr \cdot Pr) > 2 \cdot 10^7$ устанавливается турбулентный режим. Коэффициент C и показатель n находятся по табл. 8.1.

Таблица 8.1

$Gr \cdot Pr$	$1 \cdot 10^{-3} - 5 \cdot 10^2$	$5 \cdot 10^2 - 2 \cdot 10^7$	$2 \cdot 10^7 - 1 \cdot 10^{13}$
C	1,18	0,54	0,135
n	1/8	1/4	1/3

При турбулентном режиме в области $n = 1/3$, α не зависит от определяющего размера. Такой процесс теплообмена называют автомодельным относительно линейного размера. Уравнение (8.3) применимо для любых капельных и упругих жидкостей при $Pr \geq 0,7$ для тел любых форм и размеров. В качестве определяющей температуры используется средняя арифметическая температура пограничного слоя: $t_m = 0,5(t_{жс} + t_c)$. За определяющий размер принимается для труб и шаров – диаметр, для вертикальных плит – их высота, для горизонтальных плит – их меньшая сторона. Для горизонтальных плит α уменьшается на 30 %, если нагретая сторона обращена вниз.

Практически важной является проблема расчета теплоотдачи при свободном движении жидкости в ограниченном пространстве (рис. 8.5). Она охватывает широкий спектр случаев от производственных и жилых помещений до воздушных изоляционных прослоек. Теплоотдача зависит от формы и размеров пространства, рода жидкости и температурных характеристик поверхностей, ограничивающих пространство. Для больших ограниченных объемов задача разбивается на несколько частных задач, в которых используются решения для основных типов поверхностей. Затем эти решения синтезируются в решение задачи в целом. Например, для помещения необходимо рассмотрение всех упомянутых результатов для разных вариантов ориентации плит. Часто этих данных оказывается достаточно для упрощенного анализа. Для практических расчетов теплового потока через прослойки используется понятие эквивалентной теплопроводности. Плотность теплового потока че-

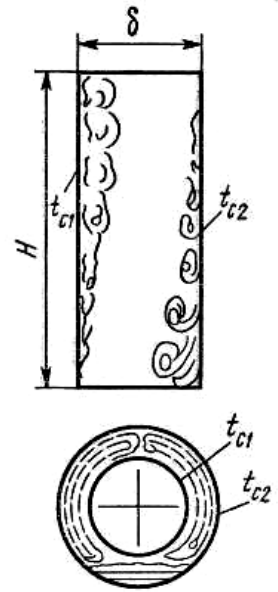


Рис. 8.5. Циркуляция жидкости в замкнутом пространстве

рез прослойку толщиной δ рассчитывается по уравнению $q = \frac{\lambda_{эkv}}{\delta}(t_{c1} - t_{c2})$,

где $\lambda_{эkv}$ – эквивалентный коэффициент теплопроводности, учитывающий конвективный перенос теплоты; t_{c1} и t_{c2} – температуры горячей и холодной поверхностей, разделенных прослойкой. Эквивалентный коэффициент теплопроводности находится по уравнению $\lambda_{эkv} = \varepsilon_k \cdot \lambda_{жс}$, где ε_k – коэффициент, учитывающий влияние конвекции.

$\varepsilon_k = f(Gr \cdot Pr)$, может быть определен из рис. 8.6.

Необходимо иметь в виду, что теплообмен естественной конвекцией в газах обычно сочетается с лучистым теплообменом. В зависимости от уровня температуры и геометрии объекта одна из этих форм теплообмена может превалировать, или их вклад оказывается соизмеримым. Очевидно, что вклад естественной конвекции будет возрастать с уменьшением линейного размера системы. Для реально больших объемов термическое сопротивление цен-

тральной части оказывается достаточно малым. Поэтому передача теплоты определяется, как уже говорилось выше, через зависимости для теплоотдачи элементов его внутренних поверхностей.

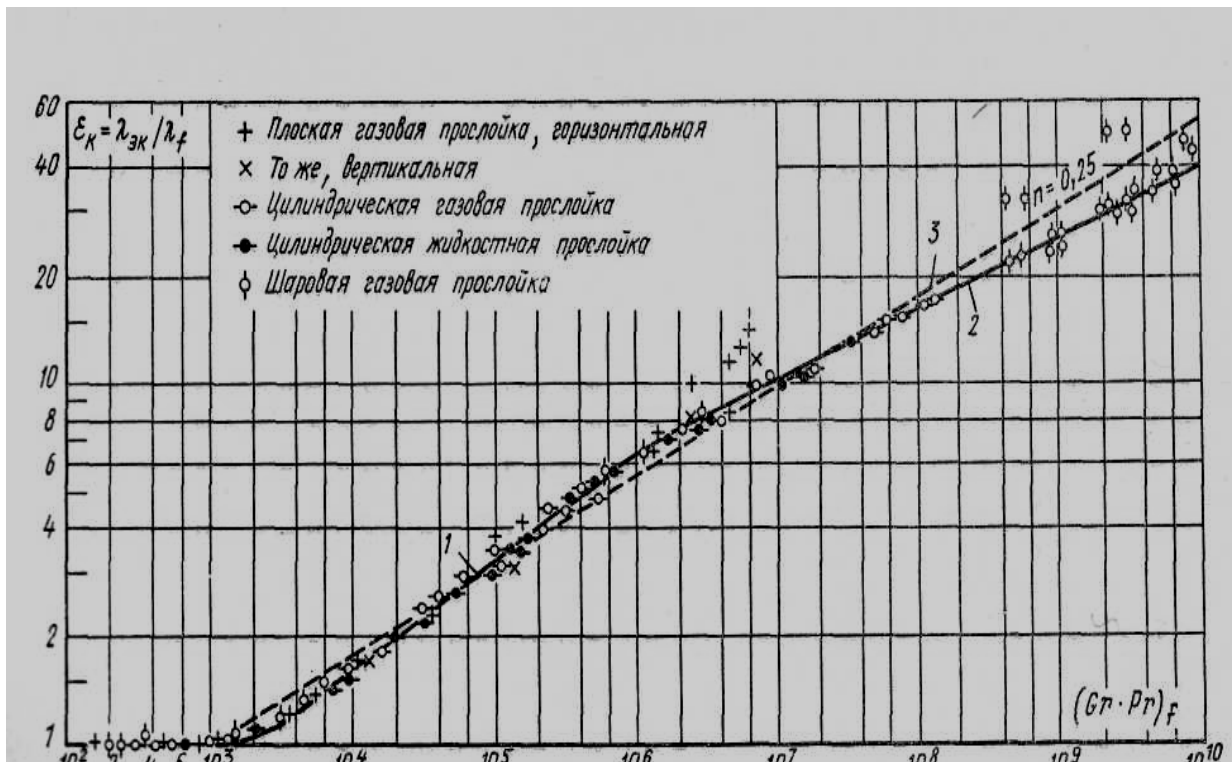


Рис. 8.6. Коэффициент ε_k при свободной конвекции в замкнутом объеме

Рассмотрим здесь еще одну имеющую практическое значение задачу о свободной конвекции в замкнутом объеме – это передача теплоты через глухие патрубки. В качестве примера приведем систему СУЗ (стержни управления и защиты) ядерного реактора ВВЭР. Эти стержни передвигаются в достаточно длинных каналах, которые расположены над активной зоной. Естественно, что эти каналы связаны с объемом активной зоны, в которой находится охлаждающая вода под давлением 16 МПа и температурой порядка 300°C . Температура в верхнем блоке реактора значительно ниже. Таким образом, имеем вертикальные патрубки, подогреваемые снизу. Такой градиент температуры приводит к конвективному перемешиванию, которое способствует переносу теплоты снизу вверх. Этот перенос является нежелательным, поскольку температура в верхнем блоке, где расположен целый ряд систем управления реактором, не должна быть слишком высокой. Следовательно, необходимо иметь систему отвода теплоты от каналов СУЗ, а для определения характеристик этой системы нужно знать, какое количество теплоты будет попадать в верхнюю камеру через каналы.

Проблема осевого переноса теплоты в подогреваемой снизу круглой трубе была экспериментально исследована Г.А. Остроумовым в начале 50-х годов прошлого века. Опыты проводились на вертикальных стеклянных

трубках, заполненных водой, которые обогревались снизу с помощью электронагревателя.

При отсутствии конвекции и наличии положительного градиента температуры в трубе установится некоторая плотность теплового потока, определяемая законом Фурье. Если считать потери теплоты через боковую поверхность малыми, то этот поток будет постоянным по высоте. Если в трубе возникает конвекция, то плотность теплового потока увеличивается, что соответствует как бы росту коэффициента теплопроводности жидкости.

Обозначая этот коэффициент через $\lambda_{эф}$, а отношение $\lambda_{эф} / \lambda$ через Nu^* можно представить опытные данные в виде $Nu^* = F(Ra^*)$,

$$\text{где } Ra^* = \frac{g \cdot \beta \cdot A \cdot d^4}{\nu \cdot a} ; \quad A = |dT/dx| .$$

Чтобы сделать более наглядным смысл этого обозначения, рассмотрим такую модельную схему. Пропускаем тепловой поток через некоторый плоский зазор (рис. 8.7), в котором находится неподвижный в среднем теплоноситель. Подобная задача рассматривалась выше, но считался зазор достаточно тонким. В данном случае не вводим такого ограничения. В этих условиях в зазоре возникает свободная конвекция, в результате которой получаем два различных коэффициента теплоотдачи на верхней и нижней поверхностях

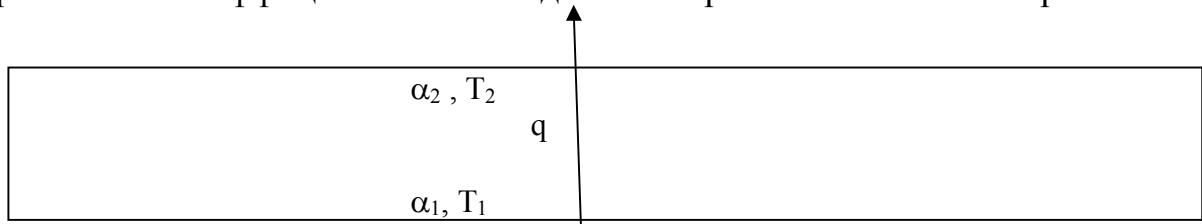


Рис. 8.7. Модельный плоский зазор

зазора. Тогда плотность теплового потока может быть записана как

$$q = \alpha_1 (T_1 - T_{жс}) = \alpha_2 (T_{жс} - T_2).$$

Исключая температуру в центральной части зазора, $T_{жс}$, получим

$$q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{\lambda(T_1 - T_2)}{H \cdot Nu_c},$$

$$\text{где } Nu_c = \frac{\alpha_c \cdot H}{\lambda} \quad \text{и} \quad \frac{1}{\alpha_c} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} .$$

Если бы процесс прохождения теплоты определялся чистой теплопроводностью, то $q_0 = \frac{\lambda(T_1 - T_2)}{H}$.

$$\text{Следовательно, } \frac{q}{q_0} = Nu_c = \frac{\alpha_c \cdot H}{\lambda} .$$

При этом, если считать $\alpha_c H = \lambda_{эф}$, то можно рассматривать Nu_c как $\lambda_{эф} / \lambda$

$$\text{Тогда } q = \frac{\lambda_{эф}(T_1 - T_2)}{H} .$$

Обратимся теперь к результатам экспериментального исследования свободной конвекции в вертикальных трубах, которые были получены под руководством Г.А. Остроумова - одного из пионеров исследования свободной конвекции в замкнутых объемах,

Результаты этих опытов выглядели следующим образом (рис. 8.8). При числе $Ra^* > 10^2$ число Nu^* было приблизительно равно 100. При дальнейшем росте теплоподвода число Ra^* не росло, поскольку градиент температуры оставался постоянным. То есть происходила явная перестройка потока, которая заканчивалась при $Nu^* \sim (1-2) \cdot 10^3$.

Далее число Nu^* колебалось в этом же диапазоне, практически не меняясь в зависимости от Ra^* .

В результате Г.А. Остроумов пришел к выводу, что далее процесс теплопереноса оказывается автомодельным относительно числа Ra^* . Длительное время такая точка зрения оставалась общепринятой и автомодельное значение Nu^* использовалось в расчетах.

Однако для системы СУЗ, о которой упоминалось выше, диапазон чисел Ra^* оказался значительно более широким, чем в опытах Г.А. Остроумова. И при этом, как видно на рис. 8.8, характер процесса вновь изменился при Ra^* порядка 10^7 . При этом начался новый, достаточно быстрый рост числа Nu^* . Рост этот наблюдался в интервале $10^7 < Ra^* < 2 \cdot 10^9$. На рис. 8.8 представлена лишь одна из серий экспериментальных данных, полученных для

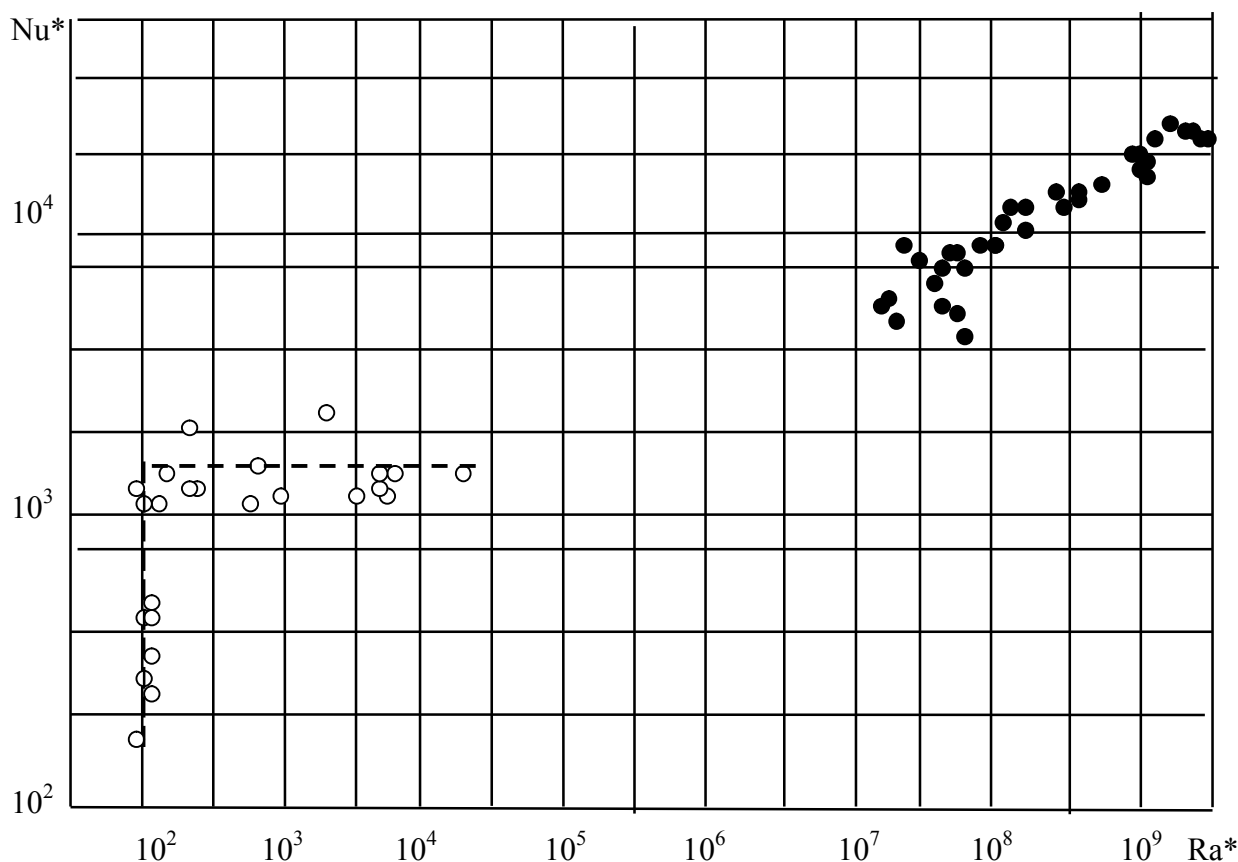


Рис.8.8. Результаты экспериментального исследования теплопереноса в обогреваемой снизу закрытой трубе

высоких давлений. В этой части интервала изменения Ra^* зависимость от числа Ra^* в большей степени напоминает обычные формулы для теплоотдачи при турбулентной свободной конвекции.

8.3. Смешанная конвекция

Помимо «чистой» свободной конвекции, на практике достаточно часто встречаются случаи, когда при наличии вынужденного движения свободная конвекция, тем не менее, оказывает существенное влияние на процесс теплоотдачи. Такой характер процесса носит название **смешанной конвекции**. Дальнейшая часть настоящего раздела будет посвящена описанию подобных режимов теплообмена.

8.3.1. Вязкостно-гравитационный режим течения в трубе

В условиях вязкостно-гравитационного режима подъемные и вязкостные силы соизмеримы.

При вязкостно-гравитационном режиме значительное влияние на теплообмен оказывает направление свободных токов, вызванных разностью плотностей нагретой и холодной жидкости, и их интенсивность.

В зависимости от направления вынужденного и свободного движения рассматриваются различные случаи их взаимодействия.

1. Направления вынужденного и свободного движений у стенки совпадают (рис. 8.9) при нагревании жидкости и её подъемном движении в вертикальной трубе:

1 - суммарная кривая скорости; 2 - распределение скорости при вынужденном движении; 3 - при свободном движении. Профили скоростей типа 1 носят название М-образных. Они возникают, если на поток действуют неравномерно распределенные по сечению объемные силы. Аналогичная ситуация возникает, например, в магнитной гидродинамике.

Для условий $q = const$ теплоотдача может быть определена по формуле

$$Nu_{cp} = Nu_{\lambda} [1 + (Ra \cdot A/B)]^{0,27}, \quad (8.4)$$

где Nu_{λ} - число Нуссельта в случае отсутствия

свободной конвекции; $B = 1,45X^{-1} + 78 X^{1/4}$;

при $X < 0,07 \Rightarrow B = 60$,

при $X > 0,7 \Rightarrow X = x/(d Pe)$; $Ra \cdot A = Gr Pr \cdot d \cdot A -$

форма числа Релея ; $A = dT/dx$.

Эти результаты были получены как эксперимен-

тальным, так и теоретическим путем. Удобство теоретического исследования определялось тем обстоятельством, что при $q = const \Rightarrow A = const$. Для дру-

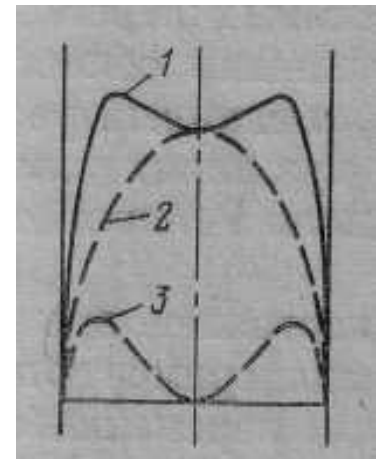


Рис. 8.9. Распределение скоростей в канале при подъемном движении

того предельного случая $T = const$ решение, полученное иным способом, приведено ниже.

2. Направления свободной и вынужденной конвекции взаимно перпендикулярны. Наблюдается в горизонтальных трубах (рис. 8.10). При нагревании жидкости у стенки возникают восходящие токи, а нисходящие - в центральной части трубы. Такие течения носят название **вторичных токов**. В простейшем случае картина движения жидкости напоминает семейство двух винтовых линий с противоположным направлением вращения. Но, помимо этого, у верхней образующей при нагреве и у нижней образующей

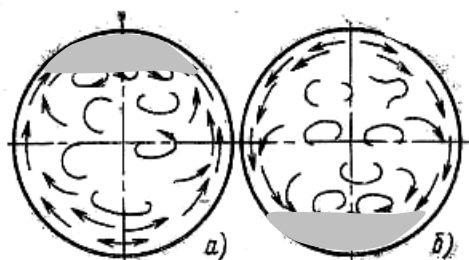


Рис 8.10. Поперечные токи в горизонтальной трубе при течении жидкости: а- нагревание; б- охлаждение.

при охлаждении возникают застойные зоны. Эти зоны обозначены на рисунках серым цветом. В этой части каналов локальная теплоотдача ниже, чем в отсутствие влияния гравитации. При равномерном по периметру обогреве в окрестности верхней образующей будет иметь место существенный перегрев стенки. Однако средняя теплоотдача за счет возникновения вторичных токов, тем не менее, увеличивается по сравнению с чисто вынужденным течением. Такая схема циркуляции напоминает ту, о которой упоминалось при рассмотрении движения в изогнутых трубах. Это вполне естественно, поскольку и в том и в другом случае поток находится под воздействием неравномерно распределенной массовой силы. Здесь – это гравитационные силы, а в главе 6 – центробежные.

Для этого случая приведем лишь формулу для теплоотдачи при $q_{cm} = const$ в условиях тепловой стабилизации

$$Nu_{cp} = 4,36 \left[1 + \frac{Ra_q}{1,8 \cdot 10^4} \right]^{0,045}, \quad (8.5)$$

где $Ra_q = \frac{Gr \cdot Pr \cdot d \cdot q}{\lambda}$.

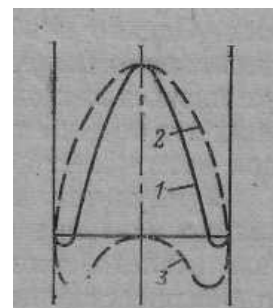


Рис. 8.11. Подъемное течение охлаждаемой жидкости. Обозначения те же, что на рис. 8.9

3. Направления вынужденной и свободной конвекции у стенки противоположны – это, например, подъемное течение в вертикальной трубе в условиях охлаждения (рис.8.11). Скорость жидкости у стенки уменьшается. При этом уменьшается и теплоотдача. Но такой характер течения сохраняется в очень узком диапазоне параметров. Когда градиент скорости у стенки приближается к нулю, возникают возвратные течения и приведенная на рис.8.11 картина разрушается. При этом происходит более ранний пере-

ход к турбулентности и интенсивность теплоотдачи возрастает. Нижняя граница применения зависимости для турбулентного течения при вынужденной конвекции в результате оказывается даже несколько ниже $Re = 2000$.

8.3.2. Турбулентная смешанная конвекция

Чтобы рассмотреть турбулентную смешанную конвекцию, надо, прежде всего, представлять себе характер взаимодействия гравитационных сил с турбулентными пульсациями. Для этого можно использовать уравнение энергии турбулентности, но этот путь представляется довольно сложным. С другой стороны, ответ на поставленный вопрос в качественной форме может быть получен элементарным путем с помощью того же метода Релея, который был продемонстрирован ранее.

Рассмотрим пульсацию вертикальной составляющей скорости для движущейся в гравитационном поле среды при наличии температурного поля. В той интерпретации, которая используется в модели Прандтля при этих пульсациях «моль» смещается или вверх, или вниз. Постулируем, что плотность среды падает с ростом температуры, и рассмотрим два варианта распределения температуры по высоте z , которые показаны на рис. 8.12. На смещенный «моль» будет действовать архимедова сила. Определим ее знак в зависимости от распределения температуры. Для случая 1 плотность смещенного вверх моля будет выше, чем плотность окружающей жидкости, и архимедова сила стремится затормозить смещение моля. При смещении моля

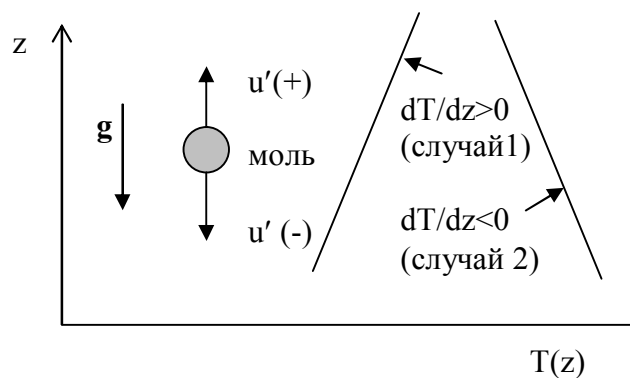


Рис. 8.12. Иллюстрация взаимодействия сил плавучести с турбулентностью

вниз его плотность будет ниже плотности окружающей жидкости и эффект будет тот же самый. Для случая 2 эффект действия гравитационных сил будет противоположным и они будут стремиться увеличить смещение моля. Таким образом, видно, что положительный градиент скорости подавляет турбулентность, а отрицательный – способствует ее усилению. Непосредственно эти эффекты воздействуют лишь на z -составляющие пульсаций, но

поскольку пульсационная энергия перераспределяется в сторону выравнивания ее компонентов, то сделанный общий вывод является справедливым.

Надо заметить, что таким же образом исследовалась устойчивость неподвижного неизотермического слоя жидкости в главе 6.

Рассмотрим теперь, каким образом эффекты плавучести будут проявляться в условиях вынужденной конвекции.

Для вертикального или наклонного канала температура будет расти по высоте при нагреве подъемного потока и охлаждении опускного. Поэтому для этих случаев можно ожидать ослабления турбулентности вынужденного потока.

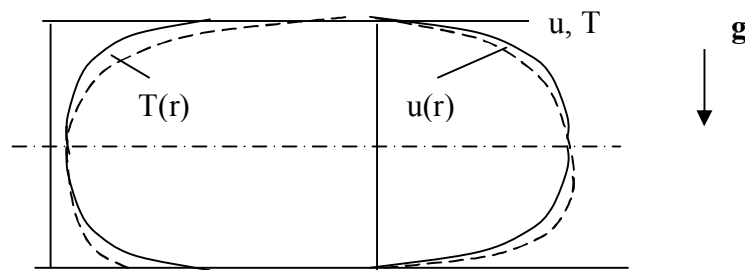


Рис. 8.13. Смешанная конвекция для горизонтальных обогреваемых труб: T – температура; u – скорость;
 ————— чисто вынужденное течение;
 - - - - - с учетом свободной конвекции

Более сложно складывается ситуация для горизонтального потока (рис. 8.13). Полагаем, что труба обогревается с постоянной плотностью теплового потока по периметру. Тогда в сечении будем иметь невозмущенные распределения температуры и скорости.

В соответствии с конфигурацией температурного поля положительное влияние на турбулентность проявится в нижней части трубы, а отрицательное – в верхней. Кроме того, сохранятся вторичные течения, возникающие и при ламинарном течении, которые также приводят к повышению температуры в верхней части трубы. Снижение теплоотдачи в верхней части трубы и повышение в нижней усиливают этот эффект.

Развитие течения на входном участке носит весьма сложный характер, и его рассмотрение выходит за рамки настоящего курса. Что касается средней теплоотдачи, то ее максимальный рост по сравнению с «чистой» вынужденной конвекцией не превышает 15-20 %.

Надо заметить, что основной проблемой при нагреве потока в горизонтальных каналах является неравномерность теплоотдачи по периметру и возможный перегрев стенки в области верхней образующей, где подавление турбулентности является наиболее сильным.

Теперь рассмотрим более подробно проявление влияния свободной конвекции в вертикальных трубах. Начнем с первого случая – нагревания

подъемного потока. Существуют два способа представления опытных данных для смешанной конвекции в трубах.

Один – это использование чисел Re и Gr (или Ra) в форме отношения Re / Gr^n , которое отражает соотношение интенсивностей вынужденной и свободной конвекции.

Второй способ – использование отношения расчетных значений коэффициентов теплоотдачи для чисто вынужденной и чисто свободной конвекции $\alpha_{рвк} / \alpha_{рск}$ для существующих условий течения. Воспользуемся здесь вторым способом, который является более простым и наглядным. Данные, представленные на рис. 8.14, описывают зависимость для смешанной конвекции в форме

$$\alpha / \alpha_{рвк} = f(\alpha_{рск} / \alpha_{рвк}), \quad (8.6)$$

где $\alpha_{рвк}$ и $\alpha_{рск}$ – расчетные значения теплоотдачи при вынужденной конвекции и свободной конвекции соответственно.

Качественно картина для подъемного движения выглядит следующим образом. При малых напорах (низкая плотность теплового потока и высокие скорости вынужденного движения), что соответствует малым $\alpha_{рск} / \alpha_{рвк}$, теплоотдача практически определяется вынужденной конвекцией и $\alpha = \alpha_{рвк}$. По мере роста $\alpha_{рск} / \alpha_{рвк}$ и его приближения к единице, что соответствует

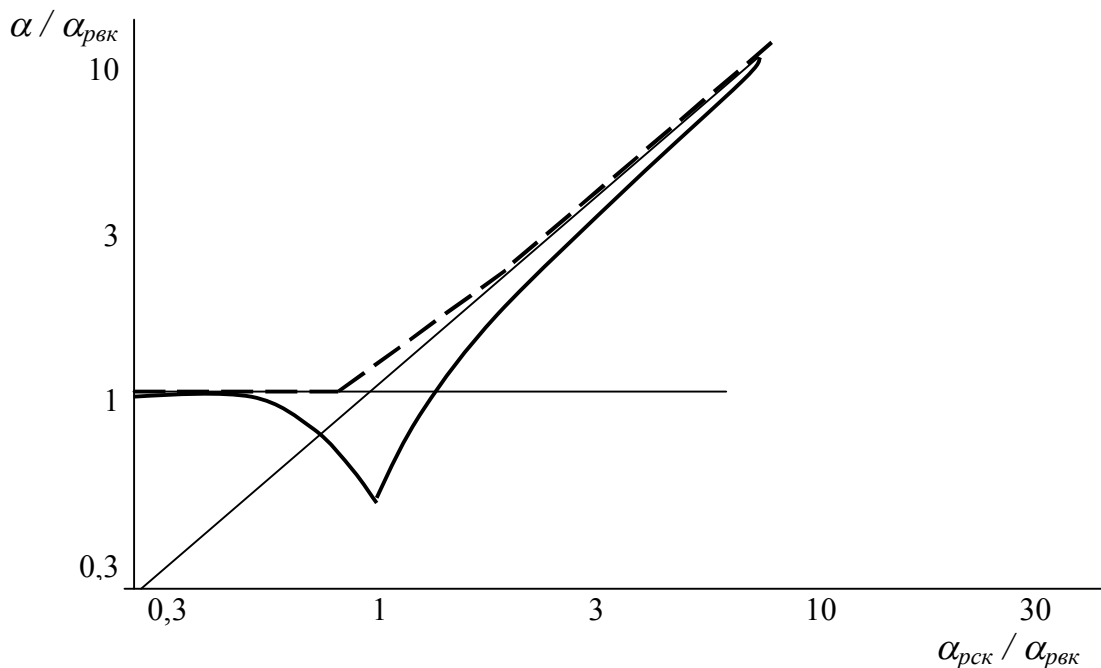


Рис.8.14. Теплоотдача при смешанной конвекции в вертикальных обогреваемых трубах:

_____ линии «чистой» вынужденной конвекции $\alpha / \alpha_{рвк} = 1$ и
 «чистой» свободной конвекции $\alpha / \alpha_{рвк} = \alpha_{рск} / \alpha_{рвк}$, то есть $\alpha = \alpha_{рск}$;
 _____ подъемное движение; _____ опускное движение

одинаковой интенсивности вынужденной и свободной конвекции, коэффициент теплоотдачи α уменьшается и достигает минимального значения, со-

ставляющего порядка 50 % от $\alpha_{рск}$ и $\alpha_{рвк}$ в отдельности. Рост относительной теплоотдачи при $\alpha_{рск} / \alpha_{рвк} > 1$ уже происходит за счет свободной конвекции. Теплоотдача постепенно приближается к $\alpha_{рск}$, и отношение $\alpha / \alpha_{рвк}$ стремится к единице. Для опускного движения картина выглядит иначе. Еще до достижения условия $\alpha_{рск} / \alpha_{рвк} = 1$ начинается рост относительной теплоотдачи $\alpha / \alpha_{рвк}$, которая оказывается выше единицы и постепенно приближается к линии «чистой» свободной конвекции.

Таким образом, в полной мере проявляются эффекты, о которых говорилось выше. На самом деле, однако, процесс является более сложным, поскольку проявляется еще тенденция к возникновению свободно-конвективных течений, которые в области $\alpha_{рск} / \alpha_{рвк} \sim 1$ интенсивно взаимодействуют с вынужденным течением. Это взаимодействие качественно соответствует тому, которое рассматривалось выше для условий, соответствующих ламинарному течению. Аналогичные результаты позже были получены теми же авторами для плоских каналов. Эти результаты представлены на рис.8.15. Полученные результаты были аппроксимированы следующими формулами:

$$\alpha = \alpha_E \quad \Rightarrow \quad \text{при } \alpha_B / \alpha_E < 0,15,$$

$$\alpha = 0,566 \alpha_B (\alpha_B / \alpha_E)^{-1,3} = 0,566 \alpha_E (\alpha_B / \alpha_E)^{-0,3} \quad \Rightarrow \quad \text{при } \alpha_B / \alpha_E = 0,15 - 0,9; \quad (8.7)$$

$$\alpha = 0,687 \alpha_B (\alpha_B / \alpha_E)^{0,54} \quad \Rightarrow \quad \text{при } \alpha_B / \alpha_E = 0,9 - 2,0; \quad (8.8)$$

$$\alpha = \alpha_B \quad \Rightarrow \quad \text{при } \alpha_B / \alpha_E > 2,0. \quad (8.9)$$

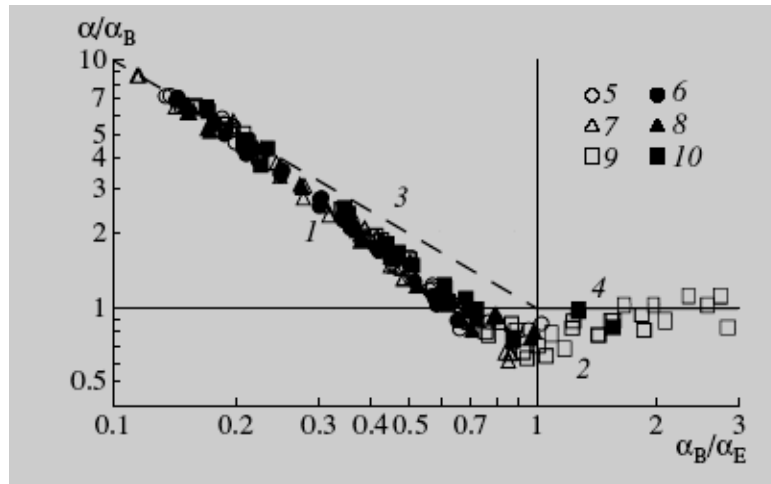


Рис. 8.15. Обобщение экспериментальных данных с вертикальными плоскими каналами:

1, 2 – расчёт по (8.8); 3 – расчёт по (8.7) при $\alpha = \alpha_E$; 4 – расчёт по скорректированной формуле (8.9) для круглой трубы при $\alpha = \alpha_B$; 5-10 – опытные данные; 5 - для $\delta_{кан}=50$ мм, $L_{об}=2,48$ м, [10]; 6 – 50 мм, 1,018 м, [11]; 7 – 25 мм, 2,48 м, [12]; 8 – 25 мм, 1,018 м, [13]; 9 – 12 мм, 2,48 м, [6]; 10 – 12 мм, 1,018 м, [5]; ($\delta_{кан}$ - ширина канала, $L_{об}$ – обогреваемая длина).

8.3.3. Влияние свободной конвекции на теплообмен при около- и сверхкритических параметрах состояния однофазной жидкости

При подготовке к освоению сверхкритических параметров в энергетике начались широкие исследования теплообмена в этой области. Казалось, что отсутствие двухфазности рабочего тела приведет к существенному упрощению подобных расчетов. Однако проблема оказалась существенно более сложной, чем можно было ожидать. Помимо «нормальных» режимов теплоотдачи, для которых оказались более или менее справедливыми полученные ранее зависимости для однофазной среды, были выявлены зоны «ухудшенной» и «улучшенной» теплоотдачи. Смысл этих терминов достаточно ясен. Он определяет соотношение этих режимов теплообмена с «нормальной» ситуацией. В принципе было ясно, что причиной такой ситуации является резкое изменение физических свойств теплоносителя в окрестности критической точки. Однако конкретный механизм проявления этого влияния не был ясен. Понадобился довольно продолжительный период теоретических и экспериментальных исследований, чтобы прийти к выводу, что наиболее существенную роль здесь играют гравитационные силы.

На рис. 8.16 приведены зависимости нескольких физических свойств

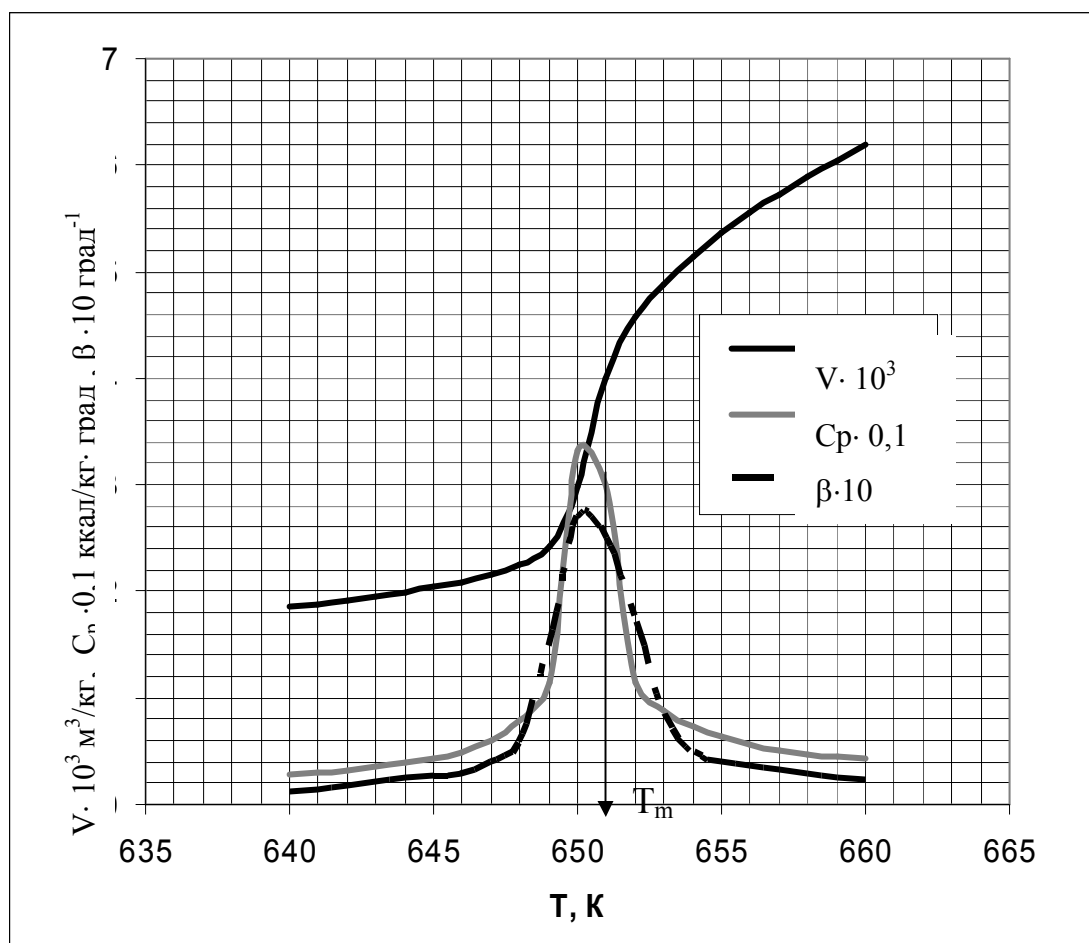


Рис. 8.16. Некоторые физические свойства воды в сверхкритической области

воды от температуры в окрестности критической точки. Как видно из этого рисунка, наиболее резкое изменение претерпевают теплоемкость C_p и коэффициент температурного расширения β . При $T = T_{кр}$ они проходят через максимум, который превышает их нормальные значения более, чем на порядок.

В результате такого скачка теплоемкости в околоскритической области имеет место быстрый рост энтальпии. Оказывается целесообразным разбить интервал энтальпий в СКД на 3 области:

- область жидкого состояния ($i < i_{m0}$);
- область псевдофазового перехода ($i_{m0} < i < i_{m1}$);
- область газообразного состояния ($i > i_{m1}$).

Индекс m показывает, что интервал $i_{m0} < i < i_{m1}$ содержит точку максимума теплоемкости. Такое разбиение используется для систематизации зависимостей для теплоотдачи и гидравлического сопротивления. В первой и третьей областях закономерности оказываются близкими к существующим для жидкого и газообразного состояния. Для оценки границ i_{m0} , i_{m1} используется понятие относительной работы теплового расширения при постоянном давлении

$$E_q = \left(\frac{p \partial v}{\partial i} \right)_p = \frac{\rho \beta}{(\rho c_p)}$$

Эта величина в области 2 переходит от значений, характерных для жидкости ($\sim 10^{-2}$) до характерных для газа 0,2- 0,3. Приблизительные граничные значения для E_q составляют 0,02 и 0,2. Из этих значений можно найти соответствующие величины энтальпий. В частности, для воды это 1500 и 3000 кДж/кг. Для смешанной конвекции жидкости с закритическими параметрами точка с минимальным снижением теплоотдачи оказывается несколько сдвинутой относительно T_m .

Распределение температуры стенки по длине трубы немонотонно и может принимать форму, изображенную на рис.8.17, на которой изображены некоторые результаты экспериментального исследования теплообмена в трубе диаметром 8 мм. Важно отметить, что в связи с особенностями поведения физических свойств в околоскритической области диапазон чисел Рейнольдса в котором проявляется влияние свободной конвекции на теплоотдачу, оказывается гораздо шире, чем для обычных условий. Например, для режима, приведенного на рис. 8.17, значение числа Re превышает 50000.

Заметим, что конкретный расчет теплоотдачи для ухудшенных режимов оказывается достаточно сложным. Поэтому более удобным оказывается использование данных по сопротивлению и построение реальных границ режимов ухудшенной теплоотдачи.

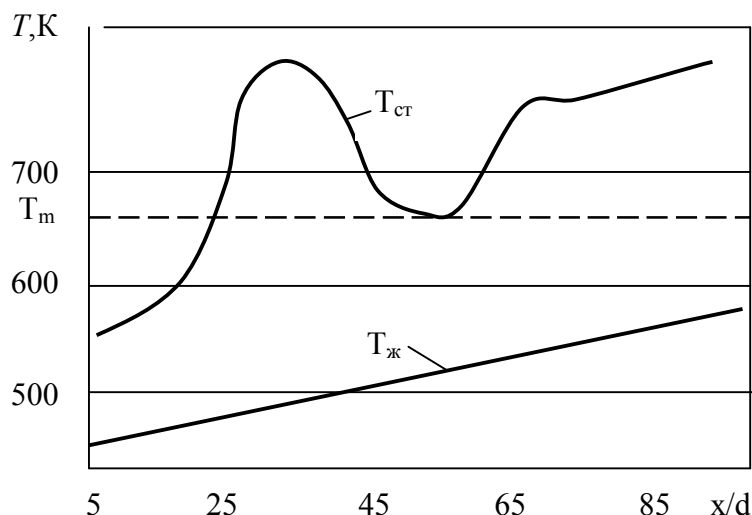


Рис.8.17. Пример распределения температуры при подъемном течении воды в вертикальной трубе при давлении ~ 29 МПа: $T_{ст}$ - температура стенки, $T_{ж}$ - температура жидкости, T_m - температура максимума теплоемкости (см. рис. 8.16)

8.4. Примеры с решениями

Пример 8 – 1. Определить потери теплоты в единицу времени с 1 м^2 поверхности цилиндрической горизонтальной трубы, диаметром $d = 600 \text{ мм}$, охлаждаемой воздухом. Температура поверхности трубы $t_c = 220 \text{ }^\circ\text{C}$ и температура воздуха $t_{жс} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$.

Решение. По температуре $t_{жс}$ определяем физические параметры для воздуха $\nu_{жс} = 15,06 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$; $\lambda_{жс} = 2,59 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{град}}$; $\beta_{жс} = \frac{1}{t_{жс} + 273} = \frac{1}{293} \text{ 1/град}$;
 $Pr_{жс} = 0,703$; $Pr_c = 0,679$.

Потери теплоты в единицу времени с 1 м^2 поверхности цилиндрической горизонтальной трубы определяем по уравнению $q = \alpha(t_c - t_{жс})$, где $\alpha[\text{Вт}/\text{м}^2]$ – коэффициент теплоотдачи от стенки трубы к воздуху. Критериальная зависимость для вычисления среднего коэффициента теплоотдачи

при свободном движении жидкости имеет вид $Nu_{жс} = C \cdot (Gr \cdot Pr)_{жс}^n \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25}$,

где постоянная C и показатель n определяются режимом свободного движения и условиями обтекания поверхности. Они определяются по табл. 8.2 в зависимости от произведения $GrPr$

Таблица 8.2

$(GrPr)_{жс}$	C	n	Условия движения
$1 \cdot 10^3 - 1 \cdot 10^9$	$0,75$	$0,25$	Вдоль вертикальной стенки
$\geq 6 \cdot 10^{10}$	$0,15$	$0,333$	
$1 \cdot 10^3 - 1 \cdot 10^9$	$0,50$	$0,25$	На горизонтальной трубе

$$\text{Находим } (GrPr)_{жс} = \frac{g \cdot \beta_{жс} \cdot \Delta t \cdot d^3}{\nu_{жс}^2} Pr_{жс} = \frac{9,81 \cdot (220 - 20) \cdot 0,6^3}{293 \cdot (15,06 \cdot 10^{-6})^2} 0,703 = 4,48 \cdot 10^9.$$

Из табл. 8.2 находим $C = 0,5$ и $n = 0,25$.

$$\text{Тогда } Nu_{жс} = 0,5(4,48 \cdot 10^9)^{0,25} = 0,5 \cdot 258,7 = 129,4.$$

Определяем коэффициент теплоотдачи

$$\alpha = Nu_{жс} \frac{\lambda_{жс}}{d} = 129,4 \frac{0,0259}{0,6} = 2,0 \frac{Вт}{м^2 \cdot град}.$$

Потери теплоты в единицу времени с единицы поверхности трубы составляют $q = 2 \cdot (200 - 20) = 400 \text{ Вт/м}^2$.

Пример 8 -2. Вычислить количество теплоты, отдаваемое свободной конвекцией верхней частью колпака бумагоделательной машины с размерами $a \times b = 12 \times 60 \text{ м}^2$ воздуху. Температуры поверхности колпака и окружающего воздуха соответственно равны $t_c = 30^\circ \text{С}$ и $t_{жс} = 20^\circ \text{С}$.

Решение. По температуре воздуха определяем его параметры $\nu_{жс} = 15,06 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$; $\lambda_{жс} = 2,59 \cdot 10^{-2} \frac{Вт}{м \cdot град}$; $\beta_{жс} = \frac{1}{t_{жс} + 273} = \frac{1}{293} \text{ 1/град}$;
 $Pr_{жс} = 0,703$.

Теплоотдачу от горизонтальных плит можно рассчитывать по критериальной зависимости для вычисления среднего коэффициента теплоотдачи при свободном движении жидкости $Nu_{жс} = C \cdot (Gr \cdot Pr)_{жс}^n \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25}$. За определяющий размер берется меньшая сторона плиты. При этом, если теплоотдающая поверхность обращена кверху, то полученное по формуле значение α увеличивается на 30 %, если книзу – α уменьшается на 30 %.

Определяющим размером считается меньшая сторона поверхности колпака $a = 12 \text{ м}$.

Рассчитываем произведение $(GrPr)$

$$(Gr \cdot Pr)_{жс} = g \cdot \beta_{жс} \frac{\Delta t \cdot a^3}{\nu_{жс}^2} Pr_{жс} = 9,81 \cdot \frac{10 \cdot (12)^3}{293 \cdot (15,06 \cdot 10^{-6})^2} 0,703 = 1,8 \cdot 10^{12}.$$

По полученному значению $(GrPr)_{жс}$ по табл. 8.2 находим $C = 0,15$ и $n = 0,333$ к критериальной зависимости

$$Nu_{жс} = 0,15 \cdot (1,8 \cdot 10^{12})^{0,333} = 0,15 \cdot 12050 = 1807.$$

$$\text{Тогда } \alpha = Nu_{жс} \frac{\lambda_{жс}}{a} = 1807 \frac{0,0259}{12} = 3,9 \frac{Вт}{м^2 \cdot град},$$

$$\alpha_{nl} = 1,3 \cdot 3,9 = 5,07 \frac{Вт}{м^2 \cdot град}.$$

Количество теплоты, отдаваемое верхней частью колпака бумагоделательной машины, составит $Q = \alpha_{nl} (t_c - t_{жс}) \cdot a \cdot b = 5,07 \cdot 10 \cdot 12 \cdot 60 = 36504 \text{ Вт}$.

Пример 8 – 3. Определить плотность теплового потока через вертикальную воздушную прослойку в окнах, толщиной $\delta = 25$ мм, с температурами внутренней и наружной поверхностей $t_e = 25^{\circ} \text{C}$ и $t_n = -15^{\circ} \text{C}$.

Решение. Плотность теплового потока через воздушную прослойку находится по уравнению $q = \frac{\lambda_3}{\delta} (t_e - t_n)$.

Эквивалентный коэффициент теплопроводности находится по формуле

$$\lambda_3 = \lambda \cdot \varepsilon_k,$$

где λ – действительный коэффициент теплопроводности воздуха; ε_k – коэффициент конвекции, определяющийся по уравнению $\varepsilon_k = 0,18 \cdot (Gr \cdot Pr)_{np}^{0,25}$.

Находим определяющую температуру жидкости в прослойке $t_{np} = 0,5 \cdot (t_e + t_n) = 0,5 \cdot (25 - 15) = 5^{\circ} \text{C}$. По этой температуре выбираем физические

параметры воздуха в прослойке $\nu_{np} = 13,72 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$; $\lambda_{np} = 0,0247 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{град}}$;

$$Pr_{np} = 0,706; \beta_{np} = \frac{1}{5 + 273} = \frac{1}{278} \text{ 1/град}.$$

Вычислим произведение $Gr \cdot Pr = 0,18 \frac{9,81 \cdot (25 + 15) \cdot (0,025)^3}{278 \cdot (13,72 \cdot 10^{-6})^2} 0,706 = 1,49 \cdot 10^4$,

определим коэффициент конвекции $\varepsilon_k = 0,18 \cdot (1,49 \cdot 10^4)^{0,25} = 1,99$.

Эквивалентный коэффициент теплопроводности

$$\lambda_3 = 0,0247 \cdot 1,99 = 0,0491 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{град}}.$$

Плотность теплового потока через прослойку

$$q = \frac{0,0491 \cdot 40}{0,025} = 79 \text{ Вт/м}^2.$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Галин Н.М., Кириллов П.Л. Тепломассообмен (в ядерной энергетике): учебное пособие для вузов. - М.: Энергоатомиздат, 1987. - 374 с.
2. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача: учебник для вузов. – 4-е изд. перераб. и доп. - М.: Энергоиздат, 1981. - 415 с.
3. Крейт Ф., Блэк У. Основы теплопередачи / пер. с англ. - М.: Мир, 1983. - 512 с.
4. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. - М.: Атомиздат, 1979. - 416 с.
5. Михеев М.А., Михеева И.М. Основы теплопередачи. - М.: Энергия, 1977. - 344 с.
6. Петухов Б.С., Генин Л.Г., Ковалев С.А. Теплообмен в ядерных энергетических установках: учебное пособие для вузов. - М.: Энергоатомиздат, 1986. - 408 с.
7. Теория тепломассообмена: учебник для вузов / под ред. А.И. Леонтьева. - М.: Изд-во МГТУ, 1997. - 383 с.
8. Цветков Ф.Ф., Григорьев Б.А. Тепломассообмен: учебное пособие для вузов. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Изд-во МЭИ, 2005. – 550 с.
9. Краснощеков Е.А., Сукомел А.С. Задачник по теплопередаче: учебное пособие для вузов. – 4-е изд., перераб. – М.: Энергия, 1980.- 288 с.
10. Poskas, P., Bartkus, G., and Vilemas, J., Turbulent Mixed Convection Heat Transfer in Upward Inclined Flat Channel Gas Flow //Heat Transfer, 1998. Proc. I НТС, Kyongju, 1998. Vol. 3. - p. 275.
11. Шицман М.Е., Особенности температурного режима в трубах при сверхкритических давлениях //Теплоэнергетика, 1968, №5. - С. 57-61.
12. Вихрев Ю.В., Барулин Ю.Д. Коньков А.С. Исследование теплообмена в вертикальных трубах при сверхкритических давлениях //Теплоэнергетика, 1967. №9. - С.80-82.
13. Беляков И.И., Красикова Л.Ю., Жуковский А.В., Фефелова Н.Д. Теплообмен в вертикальной подъемной и горизонтальных трубах при закритическом давлении // Теплоэнергетика, 1971. №11. - С.39-43.
14. Баренблатт Г.И. Подобие, автомодельность, промежуточная асимптотика. - М.: Гидрометеиздат, 1970. - 207 с.