

Федеральное агентство по образованию

Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования

«Санкт-Петербургский государственный  
технологический университет  
растительных полимеров»

В. В. РЫБАЛКО

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ  
КОНТРОЛЯ НАДЁЖНОСТИ  
ОБЪЕКТОВ ЭНЕРГЕТИКИ**

Санкт-Петербург  
2010

УДК 621.12(039)

Р 932

ББК 30.14

Рыбалко В. В. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ КОНТРОЛЯ НАДЁЖНОСТИ  
ОБЪЕКТОВ ЭНЕРГЕТИКИ/ ГОУВПО СПбГТУРП. СПб., 2010. - 151 с.: ил. 84.

- ISBN 978-5-916-46-019-3

Монография посвящена актуальным вопросам контроля надёжности энергетических объектов в эксплуатации.

В работе представлены, теоретически обоснованы и подтверждены на конкретных примерах оригинальные методики расчёта показателей безотказности энергетических объектов. Уровень изложения материала рассчитан на вдумчивого читателя, знакомого с основами теории надёжности сложных технических объектов.

Примеры расчётов показателей безотказности и создание математических моделей выполнялись с использованием интегрированных математических пакетов *Mathcad* и *Statistica*, что позволило обеспечить наглядность процесса вычисления, а читателю легко проверить достоверность результатов.

Результаты, полученные в данной работе, могут быть использованы в практической деятельности специалистов научных центров, руководителей и специалистов групп надёжности энергетических объектов.

Методики и алгоритмы, предложенные в монографии, могут удачно дополнить лекционный материал по проблемам обеспечения надёжности сложных технических систем и поэтому рекомендуются преподавателям и студентам высших учебных заведений инженерного профиля.

**V.V. Rybalco.** The monograph is devoted to topical issues of monitoring the reliability of the energy-profit facilities in operation. Assessment of the reliability indices of objects are invited to perform with a specially designed mathematical models and control the level of performance reliability, as well as the trend of the main parameters of processes of generation, transformation and distribution of energy.

Examples of calculations of reliability indices and the creation of mathematical models were performed using integrated mathematical package *Mathcad* and *Statistica*, thus ensuring the visibility of the process of calculation, and the reader can easily verify the results.

The results obtained in this, paper can be used in the practical activities of the Professional of research centers, managers and specialists groups, of energy objects. Methods and algorithms, as proposed in the monograph, can be useful complement to the lecture material for the problems of ensuring reliability of complex technical systems, and, thus, are recommended for teachers and students of higher educational institutions of engineering profile.

Ил. 84 табл.11, библиогр.: 51 назв.

Рецензент: кафедра энергетических установок Военно-морской академии им. Н.Г. Кузнецова  
(начальник кафедры энергетических установок, кандидат технических наук Л.Н. Попов)

ISBN 978-5-916-46-019-3

© Рыбалко В. В., 2010

© ГОУ ВПО Санкт-Петербургский  
государственный технологический  
университет растительных полимеров,  
2010

## Введение

Главная функция разработчика - создавать вещи, которые трудно производить и невозможно обслуживать.

Э. Мэрфи

Человечество всегда использовало для обеспечения своего существования различные устройства, которые создавали энергию в нужной форме, преобразовывали и передавали её в требуемом направлении.

Энергия (*energeia* [греч.] - деятельность) - как мера движения материи связывает между собой различные области человеческой деятельности и существует во многих формах. Формы проявления энергии классифицируют примерно на 15 видов, часть из которых встречается наиболее часто (рис.1.В).

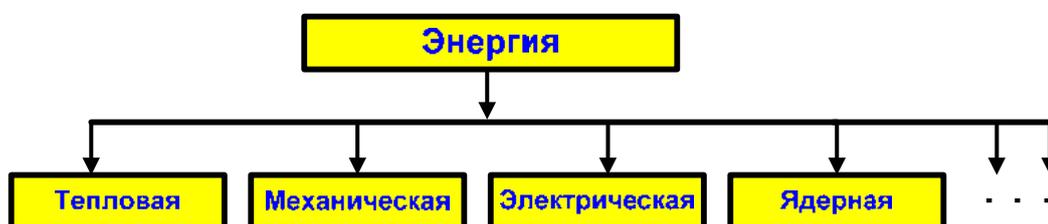


Рис.1.В. Наиболее часто используемые формы энергии

Для генерации, преобразования из одной формы в другую (трансформации) и транспортировки энергии нужны различные технические устройства, которые можно объединить общим понятием – объекты энергетики. Объектами (*objectum* [лат.] – предмет) называют всё то, на что направлена человеческая деятельность.

Объекты энергетики являются одними из самых распространенных и востребованных технических устройств, обеспечивающих существование и развитие цивилизации. К объектам энергетики следует отнести устройства генерации энергии (двигатели, установки), трансформаторы энергии (теплообменные аппараты, преобразователи, накопители), устройства транспортировки энергии, а также потребители энергии различного рода. В цепочке генерации, преобразования и транспортирования энергии от источника (например, органического топлива) до потребителя важное место занимают двигатели и установки, использующие топливо и создающие энергию.

Установлено, что между выработкой энергии на жителя страны и удельным национальным доходом существует тесная связь (рис.2.В). Чем больше вырабатывается энергии, тем богаче страна, тем более развита инфраструктура, современные технологии и, соответственно, выше уровень цивилизации. Если среднее годовое потребление в мире энергии всех видов составляет 2 200 кВтч/чел, то в Норвегии 25 000 кВтч/чел, а в Кампучии

13 кВтч/чел. Мощность источников энергии в США 12 кВт/чел, в России 6 кВт/чел, а в Индии 0,3 кВт/чел.

Характерной особенностью процессов генерации энергии конца XX и начала XXI веков является существенное увеличение значений их показателей экономичности.

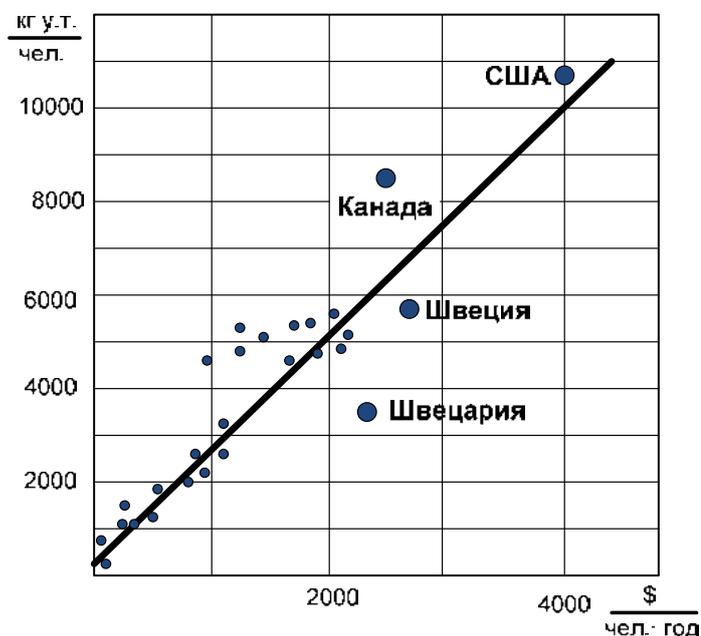


Рис.2.В. Зависимость между удельной добычей топлива и удельным национальным доходом

Это объясняется общим техническим прогрессом, а также связано с объективно существующей в мире проблемой истощения невозобновляемых запасов органического топлива и желанием проектантов частично решить проблему надвигающегося энергетического кризиса за счёт повышения эффективности создаваемых энергетических объектов. При этом под эффективностью обычно понимают соотношение полезного эффекта и затрат на его получение, а показателем эффективности, чаще всего, считают коэффициент полезного действия (КПД). Тенденция изменения КПД установок показана на рис.3.В.

Увеличение КПД большинства традиционных установок часто достигается путём повышения напряжённости процессов генерации и трансформации энергии в котлоагрегатах, камерах сгорания, компрессорах и турбинах, в различных теплообменных аппаратах. Оценивая напряжённость рабочего процесса по величине параметров рабочего тела в элементах энергетических объектов, можно заметить рост температур, давлений и скоростей потоков рабочих тел, а также частот вращения роторов турбомашин во вновь создаваемых паротурбинных и газотурбинных установках. В этом можно убедиться на примере постоянного увеличения температуры газов после камеры сгорания газотурбинных установок (ГТУ) различного назначения. Как видно

на рис.4.В, за последние примерно 50 лет (точнее с 1954 г. по 2008 г.) температура газов увеличилась на  $400 \div 500$  °С.

Дополнительным подтверждением наличия указанной закономерности может служить всё большая востребованность в энергетических установках новых конструкционных материалов - жаропрочных сплавов, керамических и композитных материалов.

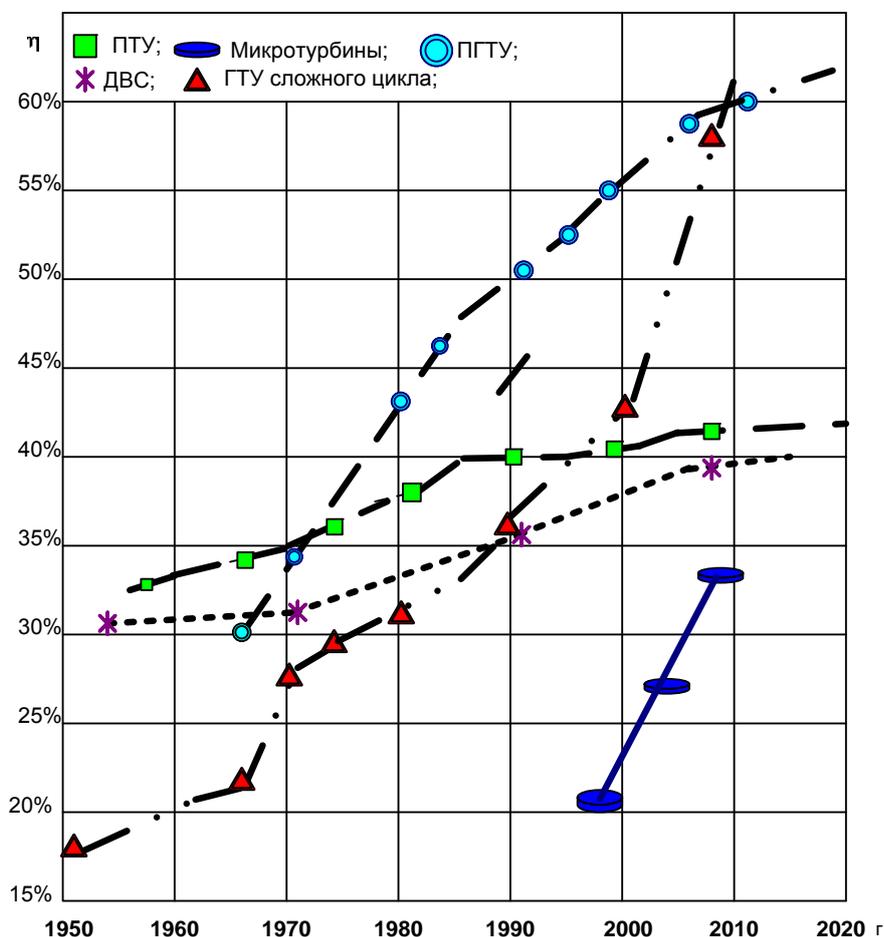


Рис.3.В. Тенденции изменения КПД объектов генерации энергии

Такие материалы обладают повышенной прочностью, коррозионной стойкостью, стабильностью характеристик.

Сравнительно недавно, во второй половине XX века, показатель долговечности  $\sigma_{100}^{800} = 130$  МПа жаропрочного сплава 40X15H7Г7Ф2МС для рабочих лопаток газовых турбин считался значительным достижением металлургов, а в сравнении с характеристиками современных материалов - это уже давно устаревший сплав. Как показано на рис.5.В, современные сплавы ЧС-70ВИ и ЧС-88У-ВИ при увеличенной на порядок долговечности выдерживают почти в два раза большие напряжения. Для придания материалам и основным деталям нужных свойств в энергетическом производстве повсеместно применяют защитные и термобарьерные покрытия со сложной технологией их нанесения. Значительный вклад в повышение прочностных свойств со-

временных сплавов вносят технологические достижения в виде монокристаллических отливок, порошковой металлургии и пр.

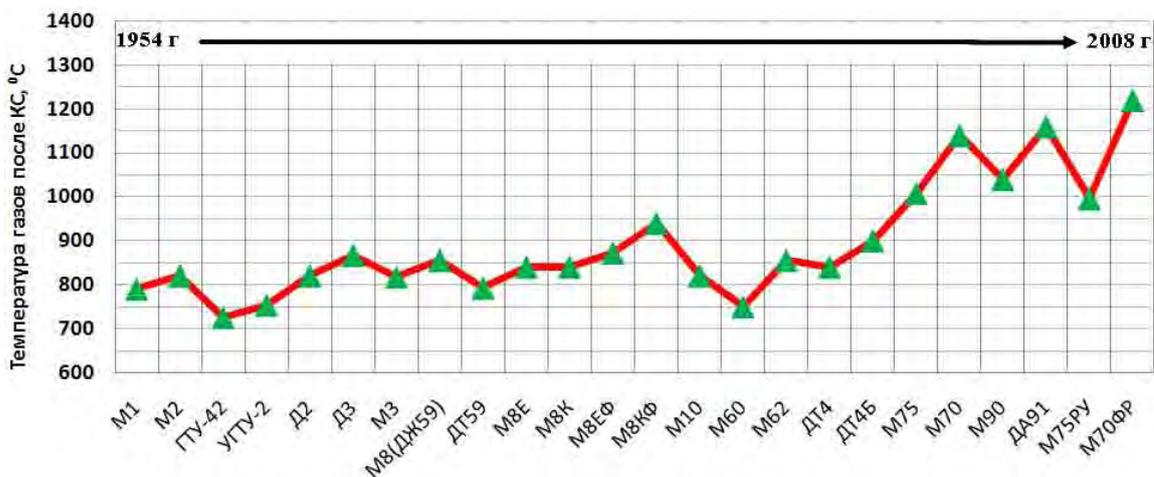


Рис.4.В. Температура газов за камерой сгорания в отечественных газотурбинных установках

На рис.5.В показаны характеристики длительной прочности некоторых жаропрочных сплавов применяемых в газотурбинной энергетике.

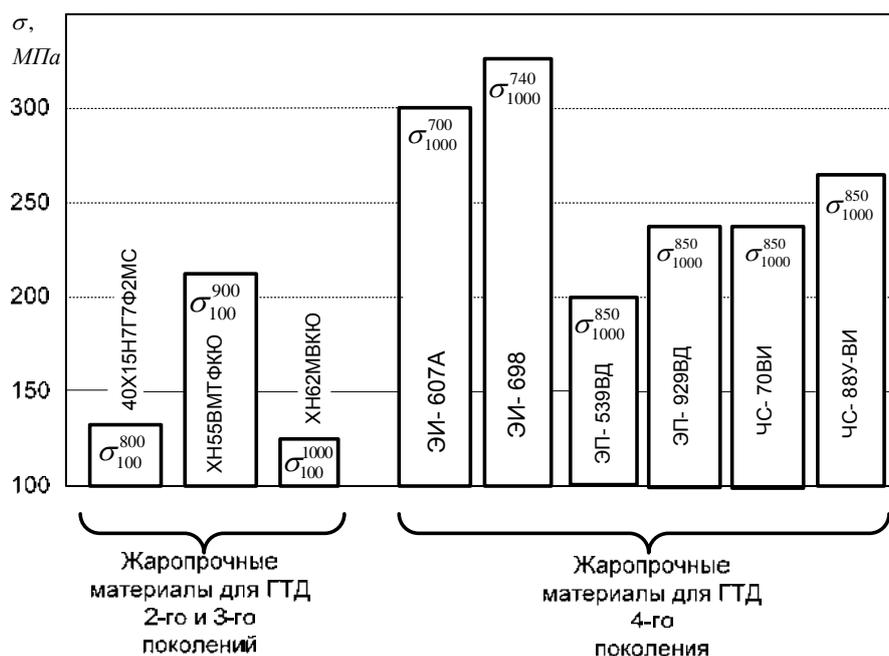


Рис.5.В. Длительная прочность современных сплавов, применяемых в энергомашиностроении

Высокая напряжённость рабочего процесса многих энергетических объектов, значительная концентрация выделяемой энергии в единице объёма конструкции (до 3,0 МДж/(м<sup>3</sup>·с)) способствуют увеличению риска возникновения отказов с тяжёлыми последствиями. Даже применение самых современных материалов, передовых технологий проектирования и изготовления не могут принципиально исключить подобные отказы, а лишь дают возмож-

ность снизить вероятность их появления. Анализ причин и закономерностей проявления большинства техногенных катастроф второй половины XX века подтверждает это.

Практика эксплуатации энергетических объектов подтверждает, что при их разработке важно реализовывать на всех этапах жизненного цикла требования и рекомендации теории надёжности. Основным из этих требований является соблюдение принципа триединства или триады надёжности (рис.6.В). Упрощённо этот принцип можно представить как последовательную реализацию методов теории надёжности на трёх этапах жизненного цикла объектов, а именно: 1 - проектирование объектов с требуемым уровнем надёжности; 2 - изготовление объектов с учётом требований теории надёжности; 3 - обеспечение надёжности во время эксплуатации.

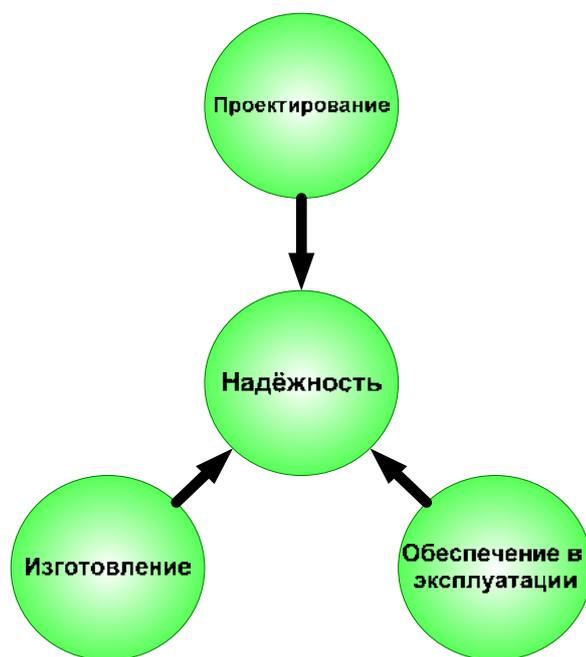


Рис.6.В. Принцип триады надёжности

Известно, что одним из важнейших этапов жизненного цикла технических объектов является эксплуатация, а точнее, использование их по назначению. Обеспечение надёжности объектов во время эксплуатации включает различные организационные и технические мероприятия. Одним из ответственных мероприятий является процедура контроля показателей надёжности, которая имеет целью проверить соответствие фактических показателей с проектными (нормативными) величинами.

Контроль показателей надёжности предусматривает наличие нормативных величин показателей надёжности, которые устанавливаются в соответствующих руководящих документах (РД), государственных стандартах (ГОСТ) и других нормативно-технических документах (НТД) [1,4,6]. При отсутствии нормативных величин показателей процедура контроля теряет смысл. Поэтому важно рассмотреть принципы нормирования показателей надёжности и показать способы и методики разработки нормативных вели-

чин показателей безотказности объектов энергетики. Это будет способствовать решению проблемы нормирования этих показателей для вновь разрабатываемых объектов.

Кроме того, традиционные процедуры контроля показателей надёжности (ПН) предусматривают использование апробированных методик расчёта таких показателей на основе эксплуатационных данных.

В настоящее время разработана значительная нормативная и научная база для оценки показателей надёжности сложных технических систем в эксплуатации. Так, например, в Руководящем документе РД 50-690-89 обобщены требования и рекомендации государственных стандартов, а также многих ведомственных документов по оценке и контролю показателей надёжности [1,3,4]. В этом смысле данный руководящий документ можно считать полным и достаточным для решения задач контроля показателей безотказности технических объектов. Позднее разработанные национальные стандарты РФ, например, ГОСТ Р 52527-2006 [2] уточняют отдельные формулировки, но принципиально не меняют основные положения этого документа. Поэтому методические рекомендации Руководящего документа РД 50-690-89 можно считать базовыми и общепринятыми в инженерной практике. Кроме того, этот документ содержит хорошее математическое обеспечение для выполнения расчётов любого уровня сложности в виде алгоритмов, таблиц и графиков.

Однако практика реализации методик расчёта из этого документа показала, что применительно к высоконадёжным объектам не всегда можно получить результат с приемлемой точностью в связи со спецификой исследуемых объектов.

С точки зрения теории надёжности энергетические объекты обладают следующими особенностями:

1. *Малосерийность и часто уникальность объектов генерации и трансформации энергии.* Это приводит к существенно ограниченной статистической информации об отказах, что, в свою очередь, заставляет применять при контроле надёжности оригинальные методы оценки показателей, отличные от типовых, рекомендованных нормативной литературой.
2. *Функциональная избыточность.* Известно, что простая система (объект) может находиться только в двух состояниях: состоянии работоспособности (исправном) и состоянии отказа. При отказе любого элемента простая система либо полностью прекращает выполнение своей функции, либо продолжает ее выполнение в полном объеме, если отказавший элемент резервирован.

Энергетические объекты при отказе отдельных элементов и даже целых подсистем, как правило, не теряют работоспособность полностью, а зачастую только снижают характеристики эффективности. Эта особенность обусловлена функциональной избыточностью

энергетических объектов, что, в свою очередь, иногда затрудняет формулировку понятия «отказ» объекта.

3. *Высокая надежность основных элементов.* Тщательная отработка элементов энергетических объектов при создании приводит к тому, что отказы, приводящие к полному прекращению функционирования, являются крайне редкими событиями. Поэтому, как показывает практика эксплуатации, объем статистической информации о нарушении работоспособности объектов в процессе использования по назначению, как уже отмечено выше, обычно невелик.

Поэтому, из-за специфических свойств энергетических объектов возникает необходимость разработки новых методических приёмов расчёта показателей надёжности. Проблема отсутствия представительных выборок об отказах в отдельных случаях делает практически невозможным выполнение рекомендаций РД 50-690-89 и аналогичных более поздних документов, например ГОСТ 27.401-97 [5] при расчёте показателей безотказности в эксплуатации.

Анализ альтернативных методов расчёта показателей безотказности (ПБ) в условиях дефицита представительной информации показал необходимость проведения дополнительных исследований и создания оригинальных методик и алгоритмов, которые можно представить в виде обобщённой схемы, показанной на рис.7.В.

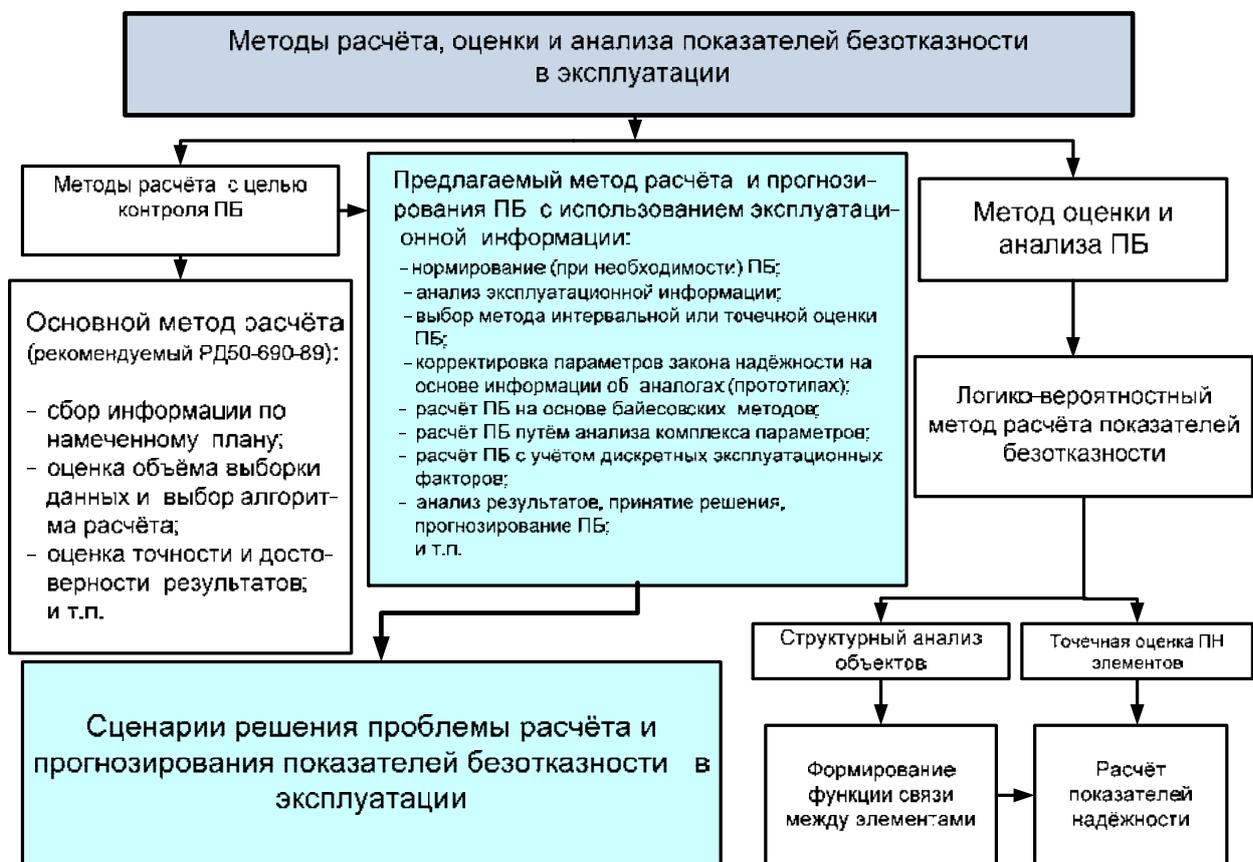


Рис.7.В. Структура методов расчёта показателей безотказности

В левой части структуры на рис.7.В показан блок, который предусматривает расчёты на основании существующих нормативных документов, а в правой части размещены методы<sup>1</sup> оценки и анализа ПБ, основанные на логико-вероятностном подходе к расчёту надёжности.

Как отмечено выше, левый блок методов не может быть использован для решения поставленной задачи из-за специфики энергетических объектов (дефицита статистической информации), а правый блок, содержащий логико-вероятностные методы (ЛВМ) не отвечает требованиям текущего контроля (мониторинга) ПБ в эксплуатации. Это объясняется следующим.

Известно, что мощные и эффективные алгоритмы ЛВМ решают широкий класс задач при оценке показателей надёжности на этапе проектирования объектов [13]. Они показали высокую результативность при оценке не только надёжности, но и безопасности объектов. Однако с точки зрения эксплуатационника у этого метода есть «слабое звено» в виде неформализуемого этапа декомпозиции структурно-сложного объекта на составляющие элементы. Этот этап всегда содержит «человеческий фактор», и поэтому при каждом расчёте можно получить различные оценки ПБ не из-за изменения надёжности объектов, а по причине различного подхода к формированию расчётного алгоритма. Это делает практически невозможной с помощью этого метода процедуру контроля ПБ в эксплуатации.

Таким образом, существует объективная необходимость разработки новых расчётных методик для получения ПБ энергетических объектов, которые будут востребованы специалистами при решении задач контроля надёжности в эксплуатации. Как отмечено выше, функция контроля подразумевает получение оценок ПБ и сравнение их с нормативными величинами. Новый метод, с помощью которого можно решать поставленную задачу контроля ПБ энергетических объектов, показан в среднем блоке схемы на рис.7.В.

Реализация нового метода предлагается в виде совокупности сценариев, каждый из которых является частной методикой расчёта с алгоритмом, выполненным в определённом математическом пакете для ПК. Сценарии решаемых задач расчёта и прогнозирования ПБ показаны на рис.8.В.

Все предлагаемые для использования сценарии промаркированы на рис.8.В и обозначены в соответствии в существующей в специальной литературе терминологией.

Прежде всего, выделены два подмножества методов: *A* - параметрические и *B, B, Г* – непараметрические. Эти методы, в свою очередь, разделяются на подмножества.

Так, например, в сценарии *A* расчёт ПБ выполняется при известной функции надёжности объектов обычными методами статистики. При накоплении статистической информации при функционировании объектов показатели безотказности могут быть уточнены (сценарий *A1*). При этом дополнительная информация должна быть представлена в виде определённой функции распределения случайной величины.

<sup>1</sup> Метод (*method*) – норма или правило, способ, приём решения задачи.

В сценарии *Б* предполагается выполнять расчёт показателей безотказности на основе случайно-цензурированной информации о работе объектов. Впоследствии показатели безотказности могут корректироваться путём учёта дополнительной дискретной информации о функционировании объектов, например, количества запусков, числа форсированных режимов и т.п. (сценарий *Б.1*).



Рис.8.В. Сценарии расчёта и прогнозирования показателей безотказности объектов

В сценарии *В* предусматривается анализ текущей информации о параметрах элементов объектов. На основе расчётов запаса надёжности этих элементов может быть получена оценка показателей безотказности всего объекта. Сценарий *Г* – это алгоритм интервальной оценки ПБ - содержит два подмножества *Г.1.1* и *Г.2.1*, которые, в свою очередь, основаны на байесовской оценке вероятности определённой гипотезы об уровне безотказности объектов при различных исходных распределениях их наработок. Такая оценка позволяет получить информацию о показателях безотказности даже при очень глубоких цензурированиях исходных статистических выборок. Все перечисленные методики составляют основное содержание глав 1, 2 и 3 монографии.

Если обратиться к ГОСТ 27.002-89, то определение надёжности как свойства объекта содержит прямое указание на непосредственную связь по-

казателей надёжности и параметров объекта [3]. Согласно этому стандарту нахождение параметров в определённых границах, установленных в нормативно-технической документации (НТД), свидетельствует о работоспособном состоянии объекта. Приближение контролируемого параметра к граничному значению свидетельствует об уменьшении запаса надёжности. Изучение закономерностей смещения параметров от номинальных значений к предельным может служить основой для формирования функции надёжности объекта.

Разработка методик и алгоритмов<sup>2</sup> формирования функций надёжности энергетических объектов представляет собой основное содержание 4-й главы монографии.

Решение всей совокупности указанных задач выполнялось на основе специально разработанных математических моделей<sup>3</sup>. Математическое моделирование реальных процессов возникновения и проявления отказов является единственно возможным способом получения оценок показателей безотказности на основе эксплуатационной информации.

Методика математического моделирования как инструмент исследования сложных процессов и явлений возникла в середине XX в. Теоретическое обоснование и практическая реализация моделей тепловых процессов, процессов размножения и замедления нейтронов в ядерных реакторах, процессов выделения энергии при ядерном взрыве, движения космических аппаратов явились мощным толчком для применения математического моделирования в различных областях техники [7,8,12].

Успех в моделировании полётов ракет и ядерных процессов позволил разработать определённую методологию моделирования. Кратко сущность этой методологии состоит в замене объекта его абстрактным информационным аналогом, состоящим из определённого набора математических и логических операторов. Этот аналог – математическая модель позволяет в дальнейшем работать не с физическим объектом, а с его образом. Это позволяет исследовать на модели поведение реального объекта в нештатной ситуации, при закритических режимах использования, при различных воздействиях факторов внешней среды и т.п. Понятно, что при этом экономятся значительные средства и сокращается время исследования.

Методология математического моделирования может быть представлена в виде единого процесса создания модели, её программной и алгоритмической реализации (рис. 9.В).

Ключевым моментом в подобной методологии познания является разработка математических моделей, которые могут отличаться принципом и методи-

---

<sup>2</sup> Алгоритм (*algorithmi*) – точное предписание относительно последовательности действий (шагов), преобразующих исходные данные в искомый результат. Понятие введено в обращение в память средневекового арабского учёного Аль-Хорезми.

<sup>3</sup> Модель (*modulus* [лат.]— мера) — это объект-заместитель объекта-оригинала, обеспечивающий изучение некоторых свойств оригинала.

кой построения. За прошедшее время сложилась определённая классификация математических моделей (рис. 10.В).



Рис. 9.В. Схема методологии математического моделирования

Для построения статистической модели используют фактические данные о функционировании объектов (например, двигателей) или их отдельных элементов.



Рис. 10.В. Классификация математических моделей

Эти данные можно получить путём *наблюдения* – целенаправленного восприятия объекта без активного вмешательства в его эксплуатацию или при выполнении *эксперимента*, когда исследователь по заранее продуманному плану устанавливает величину управляющих факторов с целью добиться определённого результата.

Очевидно, что повседневная эксплуатация энергетических объектов является примером пассивного накопления данных об их работе путём регистрации установленных в технической документации параметров на электронных или бумажных носителях. Математические модели, создаваемые для оценки показателей безотказности, принадлежат к классу статистических моделей, и для их разработки применяют методы математической статистики. Разработке математических (статистических) моделей посвящена глава 5.

Важной проблемой при использовании методологии математического моделирования является проверка адекватности разработанных моделей. Модель считается адекватной объекту, если результаты моделирования подтверждаются процессами в реальных объектах. Решение об адекватности модели может быть принято при известных критериях и целях моделирования [8]. Некоторые формализованные процедуры проверки и подтверждения адекватности регрессионных моделей рассмотрены в главе 5.

Существуют четыре величайших препятствия к постижению истины, а именно:

- пример жалкого и недостойного авторитета;
- постоянство привычки;
- мнение несведущей толпы;
- прикрытие собственного невежества показной мудростью

*Р. Бэкон*

# Часть I. Модели контроля показателей безотказности

## Глава 1. Показатели безотказности и их нормирование при проектировании энергетических объектов

### 1.1. Показатели безотказности энергетических объектов

*Надежность оборудования обратно пропорциональна числу и положению лиц, за ним наблюдающих.  
Э. Мэрфи*

Показатели надёжности энергетических объектов составляют особую группу среди множества других показателей, характеризующих их качество. Эта группа обычно содержит как интегральные показатели, так и показатели отдельных свойств надёжности, в частности, показатели безотказности. Рекомендации по использованию при проектировании и в эксплуатации тех или иных показателей безотказности содержатся в нормативных документах общего и специального назначения [3,4,5,6].

Государственные стандарты, руководящие документы и другие нормативные акты устанавливают следующие показатели безотказности:

- вероятность безотказной работы  $p(t)$ ;
  - средняя наработка на отказ (до отказа)  $T_{cp}$ ;
  - гамма-процентная наработка на отказ (до отказа)  $T_\gamma$ ;
  - интенсивность отказов  $\lambda(t)$ ;
  - параметр потока отказов  $\omega(t)$ ;
- и др.

Обычно для конкретных объектов устанавливают не больше двух показателей безотказности, на которые ориентированы проектанты при создании техники и эксплуатационники при контроле показателей надёжности в процессе функционирования объектов по назначению.

Нормы на показатели безотказности после согласования их со всеми заинтересованными сторонами фиксируются в ГОСТ, а затем записываются в технические условия на проектирование. Так, например, для энергетических газотурбинных установок (ГТУ) в ГОСТ 29328-92 установлена норма на среднюю наработку на отказ от 800 ч (пиковый класс использования) до 3 500 ч (в базовом классе использования) [6]. Эти величины должны быть обеспечены в эксплуатации в течение всего межремонтного периода. При этом любой аварийный останов по сигналу автоматики или вынужденный

останов, выполненный оператором из-за нарушения работоспособности установки, считается отказом.

Значения показателей безотказности основных элементов (компрессоров, турбин, систем автоматического управления, насосов и др.) устанавливает разработчик, исходя из требований к объекту в целом.

Для проверки соответствия созданных энергетических объектов требованиям стандартов и технических условий проводят приёмосдаточные и эксплуатационные испытания. Наиболее трудоёмкими и не всегда осуществимыми являются испытания на надёжность. Это связано с необходимостью ограничить длительность испытаний в разумных пределах. Поэтому проверке на надёжность для создаваемых объектов часто подвергаются только отдельные элементы.

Так, например, проверки на долговечность проводят по программам ускоренных эквивалентных испытаний при отработке таких элементов, как лопаточный аппарат и диски турбин, а при эксплуатационных испытаниях проверяют надёжность работы защитных устройств, надёжность запусков и т.п.

Следовательно, существуют объективные трудности проверки с необходимой достоверностью фактического уровня отдельных показателей надёжности созданных объектов. Это, в первую очередь, касается показателей безотказности. Большинство показателей безотказности можно определить только по результатам длительной эксплуатации. Продолжительные испытания на надёжность экономически нецелесообразны и часто малоэффективны, так как при испытаниях невозможно полностью моделировать реальные условия эксплуатации. Кроме того, высоконадёжные объекты могут вообще не иметь отказов за время испытаний.

Поэтому для получения корректных оценок безотказности новых объектов исключительно важным является изучение опыта эксплуатации аналогов, а также анализ эксплуатационных данных в смежных областях энергетики, где применяются подобные объекты.

Часто для расчётов показателей безотказности создаваемых объектов используют математические модели различного уровня сложности. Обобщение эксплуатационной информации об отказах пилотных объектов, а также о показателях безотказности аналогов даёт возможность корректировать расчётные модели и, тем самым, повышать качество проектируемых энергетических объектов.

Для расчёта показателей безотказности технических объектов при проектировании и на основе эксплуатационных данных существуют многочисленные методики [1,5,13,17,23,48]. Результаты расчётов сопоставляются с нормативными значениями, которые должны быть заданы до начала процедуры контроля показателей безотказности. В случае если создаётся типовый объект, то нормы известны, как уже отмечалось, из соответствующих ГОСТ или технических условий на проектирование.

При разработке новых объектов обычно требуется обоснование соответствующих норм показателей безотказности. На проектантов или на специалистов заказывающих организаций возлагается задача нормирования выбранных показателей.

Обоснование и расчёт нормативных величин показателей безотказности является сложной задачей, содержащей блок экономического анализа. Понятно, что заниженные нормы приводят к росту эксплуатационных затрат на восстановление отказавшей техники, а завышенные нормы увеличивают капитальные затраты на её создание. Некоторые решения задачи нормирования показателей безотказности рассмотрены ниже.

## 1.2. Методика определения риска отказов

*Закон своею правия природы:  
Нельзя заранее правильно определить,  
какую сторону бутерброда мазать маслом.*

Как отмечено выше<sup>1</sup>, развитие технического прогресса сопровождается усложнением используемых технических объектов и систем. Опыт использования во многих странах глобальных технических систем показывает, что их отказ может привести к мировым катастрофам, представляющим угрозу для всего человечества. Стремление оценить опасность последствий техногенных аварий и катастроф привело к возникновению теории риска [14,15].

Под риском обычно понимают степень опасности возникновения отказов объекта и тяжести их последствий. Риск, фактически, есть мера опасности. Оценка риска определяется произведением тяжести последствий критического отказа на вероятность его возникновения. Источником риска в технических объектах является техническое несовершенство, нарушение правил эксплуатации, а также форс-мажорные обстоятельства. Можно выделить основные источники и факторы технического риска энергетических объектов (табл.1).

*Таблица 1*

Основные источники и факторы технического риска

Источник технического риска	Наиболее распространённые факторы технического риска
Низкий уровень научно-исследовательских работ	Ошибочный выбор направления развития техники и технологии по критериям безопасности.

<sup>1</sup> См. Введение.

Окончание табл.1

Источник технического риска	Наиболее распространённые факторы технического риска
Низкий уровень опытно-конструкторских работ	Выбор потенциально опасных конструктивных схем и принципов действия технических систем. Ошибки в определении эксплуатационных нагрузок. Неправильный выбор конструкционных материалов. Недостаточный запас прочности. Отсутствие в проектах технических мер безопасности.
Опытное производство новой техники	Некачественная доводка конструкций, технологии, документации по критериям безопасности.
Серийный выпуск небезопасной техники	Отклонение от заданного химического состава конструкционных и расходных материалов. Недостаточная точность конструктивных размеров. Нарушение режимов термической и химико-термической обработки деталей. Нарушение регламентов сборки и монтажа конструкций и машин.
Нарушение правил безопасной эксплуатации технических объектов	Использование техники не по назначению. Нарушение проектных режимов эксплуатации. Несвоевременные профилактические осмотры и ремонты. Нарушение правил хранения и транспортирования.
Ошибки персонала	Слабые навыки действия в сложной ситуации. Неумение оценивать информацию о состоянии процесса. Слабое знание сущности происходящего процесса. Отсутствие самообладания в условиях стресса. Недисциплинированность.

Теория риска есть теория принятия решений в условиях вероятностной неопределенности. С математической точки зрения она является разделом теории вероятностей, а приложения теории риска практически безграничны. Наиболее продвинута финансовая область приложений: банковское дело и страхование, управление рыночными и кредитными рисками, инвестициями, бизнес-рисками. Развиваются и нефинансовые приложения, связанные с угрозами здоровью, окружающей среде, рисками аварий и экологических катастроф, и другими направлениями.

В РФ в начале XXI в принято решение об обязательном исполнении при проектировании и эксплуатации сложных технических систем международных стандартов. Стандарты, касающиеся учёта опасных техногенных факторов при создании техники, начали тиражироваться и использоваться в РФ с середины 90-х гг прошлого века.

К их числу следует отнести:

- ГОСТ Р 51333-99 «Безопасность машин. Основные принципы конструирования. Термины, технологические решения и технические условия»;
- ГОСТ Р 51901-2002 «Управление надежностью. Анализ риска технологических систем»;
- ГОСТ Р 27.310-95 «Анализ видов, последствий и критичности отказов»;
- ГОСТ Р 51901.4-2005 «Менеджмент риска. Руководство по применению при проектировании»;
- ГОСТ Р 51901.5-2005 «Менеджмент риска. Руководство по применению методов анализа надежности»;
- ГОСТ Р 51901.13-2005 «Менеджмент риска. Анализ дерева неисправностей»;
- ГОСТ Р 51897-2002 «Менеджмент риска. Термины и определения»;
- ГОСТ ИСО/ТО 12100-1 «Безопасность оборудования. Основные понятия, общие принципы конструирования»;
- ГОСТ Р ИСО 10006-2005 «Системы менеджмента качества. Руководство по менеджменту качества при проектировании».

Одними из первых отечественных нормативных документов по анализу риска, которые уже учитывали последние научные достижения при регламентации процедур исследования и оценки техногенного риска, например, в области промышленной безопасности, были РД 08-120-96 «Методические рекомендации по проведению анализа риска опасных промышленных объектов» Госгортехнадзора РФ. В их развитие разработаны «Методические указания по проведению анализа риска опасных производственных объектов» (РД 03-418-01) [14] и «Методические рекомендации по оценке ущерба от аварий на опасных производственных объектах» (РД 03-496-02).

В этих документах широко используется термин «критический отказ». Критическим отказом объектов называют такой отказ, который при высокой вероятности возникновения приводит к наиболее тяжёлым последствиям. Понятно, что нормирование безотказности технических объектов целесообразно проводить по критическим отказам [43,46,47].

При расчётах опасности отказов часто применяют балльную оценку вероятности возникновения отказов и тяжести последствий. Так, например, по табл.2 определяют возможную частоту возникновения отказов. При наличии статистической оценки вероятности отказа эта задача упрощается. Как показано в табл.2, вероятностям отказов сопоставляется шкала баллов.

Таблица 2

## Классификация событий по вероятности их проявления

Классификация событий	Весовой коэффициент (балл)	Определение	Вероятность возникновения событий по ГОСТ 27.310-95	
			значение	характеристика
Достаточно часто	5	Событие происходит в эксплуатации достаточно часто	$\geq 1 \cdot 10^{-1}$	Вероятны повторные отказы
Реально	4	Событие происходит несколько раз за период срока службы объекта	$1 \cdot 10^{-1} \div 1 \cdot 10^{-2}$	Высокая вероятность отказов
Реально	4	Событие происходит несколько раз за период срока службы объекта	$1 \cdot 10^{-2} \div 1 \cdot 10^{-3}$	Отказы вполне вероятны
Маловероятно	3	Событие происходит несколько раз за период срока службы объекта	$1 \cdot 10^{-3} \div 5 \cdot 10^{-4}$	Отказы наблюдались при испытаниях и эксплуатации аналогичных объектов
Крайне маловероятно	2	Событие может произойти во время срока службы объекта	$5 \cdot 10^{-4} \div 1 \cdot 10^{-5}$	Отказ маловероятен
Совершенно невероятно	1	Событие может не произойти во время срока службы объекта	$< 1 \cdot 10^{-5}$	Отказ практически невероятен
Совершенно невероятно	1	Событие практически невозможно		

При отсутствии корректной статистики весовой коэффициент вероятности событий может быть получен путём опроса экспертов и обращения к этой же таблице.

Следующим шагом при оценке опасности отказов является бальная оценка тяжести последствий отказа для функционирования объекта. Для этого качественной характеристике последствий отказов сопоставляют баллы из табл. 3.

Таблица 3

Показатели тяжести последствий отказов

Класс тяжести последствия отказа объекта	Весовой коэффициент	Определение
Катастрофическое	5	Недопустимое событие за весь срок службы объекта Событие, ведущее к угрозе безопасности объекта или полного срыва функционирования: - разрушение объекта; - разрушение помещения, в котором расположен объект;
Критическое	4	- нелокализованный пожар и т.п. Событие, вызывающее прекращение функционирования объекта или необходимость значительного изменения режима работы
Большое	3	Неисправность, вызывающая несущественное изменение режима функционирования
Малое	2	
Нет влияния на безопасность	1	Нет последствий

Произведение, полученное путём перемножения баллов из обеих таблиц, следует сопоставить с содержанием табл. 4.

Если это произведение соответствует цифрам, выделенным курсивом в табл. 4, то это означает высший приоритет риска. Числовое значение уровня риска (иначе, коэффициента функциональной критичности) позволяет ранжировать риски и тем самым заранее принимать меры по их предотвращению.

Таблица 4

Матрица коэффициентов функциональной критичности  
для оценки опасности отказов

Тяжесть последствий отказов	Баллы	Вероятность события и баллы оценки				
		$\geq 10^{-1}$	$\leq 10^{-3}$	$\leq 5 \cdot 10^{-4}$	$\leq 10^{-5}$	$\leq 10^{-6}$
		5	4	3	2	1
Катастрофическое	5	<b>25</b>	<b>20</b>	<b>15</b>	<b>10</b>	<b>5</b>
Критическое	4	<b>20</b>	<b>16</b>	<b>12</b>	8	4
Большое	3	<b>15</b>	<b>12</b>	9	6	3
Малое	2	<b>10</b>	8	6	4	2
Нет влияния	1	5	4	3	2	1

Пример оценки приоритета рисков для одной из энергетических ГТУ показан в табл. 5.

Таблица 5

Пример вычисления коэффициентов функциональной критичности при выборе опасности отказов ГТУ

Вид отказа	Показатель тяжести последствий отказа	Показатель вероятности отказа	Коэффициент функциональной критичности
Выключение двигателя системой ЛСУ* из-за превышения $T_4$ на запуске	4	3	<b>12</b>
Выключение двигателя системой ЛСУ из-за срабатывания сигнализации «стружка в масле»	3	3	9
Увеличение перепада давления на маслофилт্রে	1	4	4

\*Примечание. ЛСУ - локальная система управления ГТУ.

Значение коэффициента 12 в последней колонке табл. 5 означает, что отказ, который сопровождается ростом температуры газов за турбиной, являются наиболее опасным по сравнению с другими рассмотренными отказами. На втором месте по степени опасности должны быть отказы подшипниковых узлов, как потенциальных источников появления стружки в масле.

Подобный подход к оценке уровня риска рекомендован в п.75 Авиационных правил АП-33, а также в соответствующих общеевропейских стандартах безопасности JAR AMF 25-1309.

### ***1.3. Индивидуальное нормирование показателей безотказности на основе оценки величины ущерба при отказах***

*Думать - самая трудная работа; вот, вероятно, почему этим занимаются столь немногие.*  
Г. Форд

Нормирование показателей надёжности в соответствии с ГОСТ 27.003-89 представляет собой «установление в нормативно технической документации количественных и качественных требований к надёжности» [4]. Нормирование показателей надёжности представляет сложную задачу, имеющую конечную цель минимизировать затраты за жизненный цикл объектов. Низкие нормы безотказности сложных технических объектов могут привести к увеличению количества отказов и аварий с тяжёлыми последствиями. Завышенные нормы безотказности удорожают технику. Поэтому при нормировании вновь создаваемых объектов энергетики обычно учитывают достигнутый уровень развития техники в определённой отрасли, как в нашей стране, так и за рубежом.

Как правило, нормы показателей надёжности и, в частности, безотказности объектов разрабатываются на основе системного подхода при анализе эффективности систем высшего порядка путём расчёта влияния различных подсистем на некоторый показатель эффективности проектируемой системы.

Величину нормы (уровня) надёжности объектов стремятся выбрать оптимальной, используя в качестве критерия оптимальности один из показателей системы высшего порядка. Оптимизация проводится на основе расчёта вероятностей успешного выполнения системой определённых задач. Следует отметить, что непосредственно оптимизируется не надёжность, а тип, структура и основные характеристики проектируемой системы, исходя из принятого показателя эффективности. Показатель надёжности объекта  $R_{тр}$  участвует в решении задачи оптимизации как один из варьируемых факторов и находится в результате вычисления общего показателя эффективности объекта. Требование к фактическому уровню надёжности объектов энергетики  $R_{тр}$  - есть значение этого фактора (в частности – это может быть показатель безотказности), соответствующее выбранному оптимальному облику объекта.

Опыт исследовательского проектирования энергетических объектов показывает, что решение проблемы нормирования показателей безотказно-

сти в общем виде весьма сложно и выполнимо лишь для некоторых частных задач, решаемых объектом в соответствии с его предназначением.

Известно, что существующие НТД часто устанавливают общую норму на показатели надёжности объектов, численное значение которых не учитывает специфику их функционирования. Понятно, что в зависимости от назначения объектов, планируемого района и графика их использования нормативные показатели могут и должны различаться. Отсюда возникает объективная потребность в индивидуальном нормировании показателей надёжности.

Индивидуальное нормирование может базироваться на расчётах социального, экологического или техногенного риска [14,15]. Как отмечено выше, количественная оценка часто требует большой исходной информации и специальных исследовательских работ по разработке соответствующих методик. Понятно, что даже при максимально возможном учёте всех особенностей промышленного производства заказчика существует фактор неопределённости технического, метеорологического и социального характера (наличие вероятности отказа объекта, колебания температуры атмосферы, изменение численности работников, миграция населения в регионе и т.п.), что требует использования при оценке степени риска вероятностных показателей или применения косвенных показателей. Одним из таких косвенных показателей может быть величина ущерба, который возникает при возникновении аварии энергетического объекта.

Авария – в данном контексте понимается как отказ энергетического объекта, вызывающий значительные материальные потери. Величина этих потерь может рассчитываться по известным или специально разработанным методикам [16 - 19]. Применительно к проектируемым объектам целесообразно использовать показатель относительного ущерба, кратного стоимости выработанной в единицу времени тепловой и электрической энергии [20,21].

При возникновении аварийной ситуации (или предпосылок к ней) существует определённый промежуток времени, в течение которого система автоматического управления (САУ) или оператор могут путём воздействия на органы управления избежать аварии. Такой интервал времени (латентный период аварии) обычно известен для типовых отказов оборудования.

Для одиночного энергетического объекта расчёт нормативных показателей безотказности производится при различных величинах относительного ущерба и латентных периодов аварии, например, как показано в табл.6.

На основании исходной информации из табл.6 вычисляется коэффициент относительной стоимости объектов потребителей энергии

$$K_s = 1 + \frac{1}{C_s} .$$

Таблица 6

## Исходная информация для расчёта нормативных показателей надёжности энергетических объектов

Величина	Условное обозначение	Размерность	Значения	
			по прототипу	индивидуальные
Намеченный срок непрерывного функционирования	$T$	ч	–	200
Ресурс	$R$	ч	–	30 000
Стоимость энергии, выработанной за 1 ч работы	$V_0$	руб/ч	–	–
Коэффициент «запаса» надёжности на вероятность аварии	$q_{\text{зап}}$	-	2	–
Латентный период аварии	$t_{\text{ав}}$	ч	0,1 – 10	1
Относительная стоимость ГТУ (по отношению к стоимости объектов потребителя энергии)	$C_s$	–	0,05	–
Коэффициент выработки ресурса в момент возможной аварии ГТУ	$C_g$	–	0,5	–

Величина ущерба от аварии объекта определяется по формуле

$$C_{\text{ущ}} = K_s \cdot R_{\text{ном}} \cdot V_0,$$

а при отсутствии точных значений показателя  $V_0$  величина ущерба принимается в пределах от  $C_{\text{ущ}} = 100 \cdot C_s$  для варианта, когда последствия аварии объекта незначительны до  $C_{\text{ущ}} = 10^6 \cdot C_s$  для тяжёлых последствий аварии. При этом считается, что в момент аварии пропадает невыработанный ресурс объекта, что учитывается коэффициентом  $R_{\text{ном}} = C_g \cdot R$ .

Относительная величина потери эффективности объекта при аварии рассчитывается по формуле

$$d_{\text{ав}} = \left| \frac{1}{t_{\text{ав}}} \left( R_{\text{ном}} + \frac{C_{\text{ущ}}}{V_0} \right) \right|, \quad (1)$$

что позволяет найти оценку верхней границы вероятности аварии  $p_{ав} = \frac{1}{d_{ав}}$  и её максимальное значение  $p_{ав}^{max} = q_{зап} \cdot p_{ав}$ .

По значению максимальной вероятности аварии вычисляется нормативная величина коэффициента готовности объекта

$$K_{Г} = 1 - p_{ав}^{max}, \quad (2)$$

а также нормативное значение интенсивности отказов

$$\lambda = -\frac{\ln(K_{Г})}{T}. \quad (3)$$

Величина нормативного коэффициента готовности во многом определяется степенью потери эффективности, рассчитываемой по уравнению (1), а также латентным периодом аварии. В свою очередь коэффициент  $d_{ав}$  зависит от величины ущерба, возникающего при аварии. Расчёты показывают (рис.1), что нормативный коэффициент готовности в зависимости от величины ущерба может меняться в широких пределах, например, от 0,9995 до 0,99999, т.е. почти на два десятичных разряда.

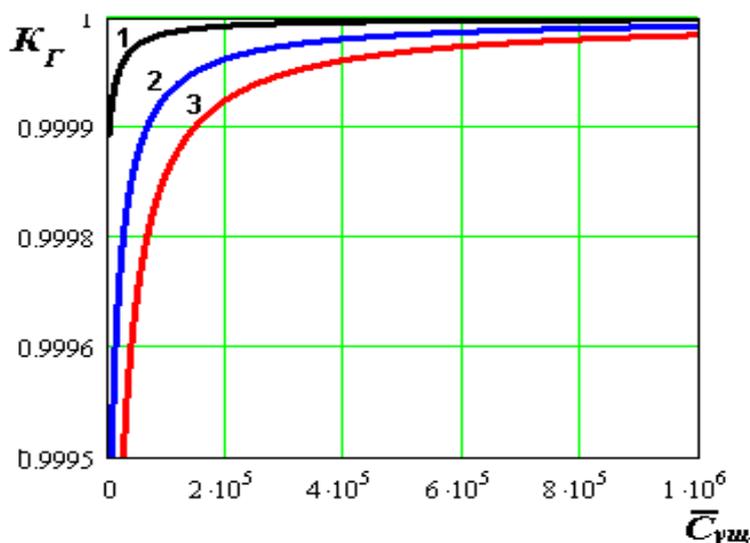


Рис.1. Зависимость нормативного коэффициента готовности объекта от величины возможного относительного ущерба при аварии:  $\bar{C}_{ущ} = C_{ущ}/V_0$ ;  
1 – при  $t_{ав} = 1$  ч; 2 – при  $t_{ав} = 5$  ч; 3 – при  $t_{ав} = 10$  ч

Из данных на графике рис.1 следует, что при относительном ущербе, соответствующем стоимости выработанной энергии за 200 000 ч работы объекта и  $t_{ав} = 10$  ч, нормативный коэффициент готовности равен примерно 0,99992. Сравнивая эту величину с рекомендациями ГОСТ (например,  $K_{Г} = 0,98$  [6]), можно убедиться, что индивидуальные показатели надёжности заметно отличаются в большую сторону.

Путём согласования с заказчиком основных величин, указанных в табл.6, вычисляются нормативные показатели надёжности для проектируемой энергетической установки практически любого назначения.

#### ***1.4. Нормирование показателей безотказности путём анализа эффективности функционирования объекта***

*Вероятность того, что бутерброд упадет маслом вниз,  
прямо пропорциональна стоимости ковра.  
Следствие Дженнинга*

Эффективность – есть мера целенаправленности объекта, которая обладает следующими свойствами [9,18]:

- 1) понятие эффективности является внешним по отношению к рассматриваемому объекту;
- 2) оценка эффективности объекта требует учёта свойств системы высшего порядка (надсистемы);
- 3) нецеленаправленные объекты не обладают эффективностью.

При нормировании показателей безотказности в качестве критерия эффективности принимают вероятность безотказной работы или коэффициент готовности объекта при определённой системе обеспечения эксплуатации<sup>2</sup>.

При решении проблемы нормирования надёжности энергетических объектов как отдельные элементы, так и весь объект рассматриваются как восстанавливаемые объекты. Для восстановления работоспособности объекта после отказа требуется определённое время, которое для однотипных элементов и при характерных отказах примерно одинаково. Обычно считают, что при установившейся эксплуатации поток отказов и восстановлений имеет постоянные параметры.

Таким образом, можно утверждать, что объект при функционировании по назначению проходит ряд состояний (или событий): отказ, восстановление, нахождение в резерве, плановое техническое обслуживание и т.п. с известными параметрами этих состояний. Это позволяет для описания процесса отказов и восстановлений использовать понятия и закономерности теории случайных процессов.

Известно, что *случайным процессом* называют такую функцию неслучайного аргумента, которая при любом фиксированном значении непрерывного аргумента является случайной величиной. В качестве аргумента в случайных процессах, применяемых в теории надёжности, используют вре-

---

<sup>2</sup> Подробнее о критериях эффективности технических систем см. в п.6.1.

мя. При допущении экспоненциального характера потоков событий для анализа надёжности систем используют *марковские случайные процессы*.

Процесс считается *марковским* в том случае, когда состояние объекта в будущем не зависит от его прошлого, т.е. от того, каким образом он подошёл к настоящему состоянию. В этом случае вероятность события в момент времени  $t_n$  зависит от состояния в момент  $t_{n-1}$ , но не зависит от того, каким путём объект пришёл к состоянию  $n-1$ . Использование аппарата марковских процессов позволяет получить нормативные оценки показателей безотказности проектируемых объектов.

Для энергетических объектов практический интерес представляют главным образом такие марковские процессы, в которых пространство состояний изменяется по известному закону. При дискретном количестве состояний и непрерывном времени расчёт производится на основе *переходных вероятностей*.

Рассмотрим несколько наиболее вероятных состояний энергетического объекта, например, как это показано на рис. 2.

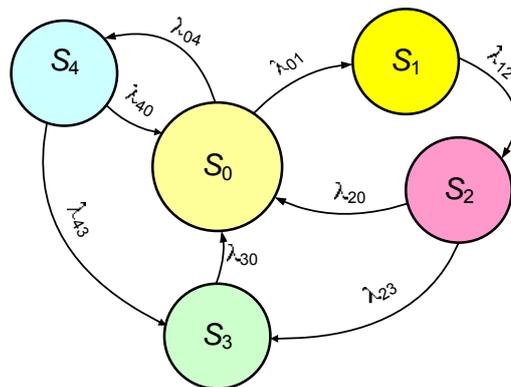


Рис.2. Граф состояний объекта при функционировании по назначению:

$S_0$  - работоспособное состояние;  $S_1$  - состояние скрытого отказа;  $S_2$  - состояние восстановления после отказа;  $S_3$  - состояние готовности к действию;

$S_4$  - состояние планового ТО;  $\lambda$  - интенсивности переходов

Интенсивности переходов из одного состояния в другое с учётом сделанных допущений могут быть рассчитаны по заранее выявленным статистическим данным о временах нахождения объекта (или его аналогов) в различных состояниях.

На основе граф-модели состояний объектов может быть сформирована система дифференциальных уравнений (уравнений Колмогорова), решение которой позволит определить вероятность нахождения объекта в работоспособном состоянии.

Система дифференциальных уравнений Колмогорова для рассматриваемого случая имеет вид

$$\begin{aligned}
 \frac{dp_0(t)}{dt} &= -(\lambda_{04} + \lambda_{01})p_0(t) + p_3(t)\lambda_{30} + p_2(t)\lambda_{20} + p_4(t)\lambda_{40} \\
 \frac{dp_1(t)}{dt} &= -p_1(t)\lambda_{12} + p_0(t)\lambda_{01} \\
 \frac{dp_2(t)}{dt} &= -p_2(t)\lambda_{23} - p_2(t)\lambda_{20} + p_1(t)\lambda_{12} \\
 \frac{dp_3(t)}{dt} &= -p_3(t)\lambda_{30} + p_2(t)\lambda_{23} + p_4(t)\lambda_{43} \\
 \frac{dp_4(t)}{dt} &= -p_4(t)\lambda_{43} - p_4(t)\lambda_{40} + p_0(t)\lambda_{04} .
 \end{aligned} \tag{4}$$

При заданных интенсивностях переходов ( $\text{ч}^{-1}$ ), например,  $\lambda_{01} = 0,001$ ,  $\lambda_{12} = 0,2$ ,  $\lambda_{30} = 1$ ,  $\lambda_{20} = \lambda_{23} = 0,01$ ,  $\lambda_{40} = \lambda_{43} = 0,02$ ,  $\lambda_{04} = 0,005$ , можно получить значение вероятности нахождения объекта в выделенных шести состояниях.

Решение системы (4) удобно выполнить численно при начальных значениях  $p_{(t=0)} = |1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0|$  с помощью стандартной процедуры *rkfixed(\*)* в среде *Mathcad*.

Результат решения в графическом виде для значения вероятности работоспособного состояния объекта  $p_0(t)$  показан на рис.3.

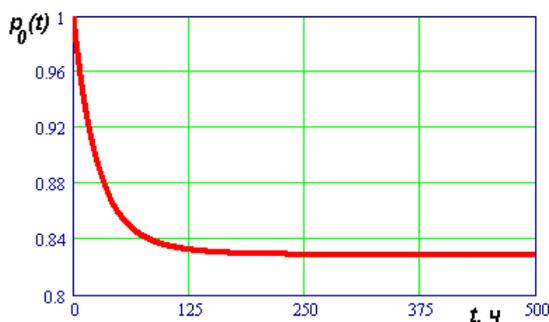


Рис.3. Вероятность нахождения объекта в работоспособном состоянии

Расчётами установлено, что при заданной исходной информации стационарное значение вероятности нахождения объекта в работоспособном состоянии равно 0,828 (рис.3). В связи с тем, что это значение вероятности в данном конкретном случае характеризует несколько свойств объекта, в частности его безотказность и ремонтпригодность, полученный показатель по существу является нормативным коэффициентом готовности объекта.

Следует отметить, что полученное численное значение коэффициента готовности соответствует принятой исходной информации об интенсивностях переходов. Понятно, что исходные значения интенсивностей переходов должны быть тщательно обоснованы до начала вычисления по рассмотренной методике.

### ***1.5. Распределение нормативных значений показателей безотказности среди элементов объекта***

*Бесполезно придумывать защиту от дурака -  
ведь дураки так гениальны.  
Э. Мэрфи*

Безотказность сложных технических объектов во многом определяется надежностью их элементов, что создаёт дополнительную проблему в нормировании надёжности – рационального распределения нормативных показателей безотказности между основными элементами. При решении данной задачи применяют несколько основных допущений:

- все наиболее ответственные элементы объекта соединены последовательно;
- законы надёжности каждого элемента и всего объекта экспоненциальные;
- известны затраты на обеспечение надёжности каждого элемента;
- отказ любого элемента приводит к отказу объекта.

В отдельных случаях вводят дополнительные условия учёта сложности элементов или необходимости предварительной оценки их надёжности.

Все применяемые для решения задачи методы сводятся к нескольким основным:

- метод равномерного распределения показателей;
- метод неопределённых множителей Лагранжа;
- метод весовых коэффициентов;
- метод минимизации затрат;
- метод динамического программирования;
- метод учёта влияющих факторов;
- метод доминирующих последовательностей с ограничениями;
- метод нормирования с учётом резервирования и доработок базовых элементов объекта;
- метод нормирования с учётом восстановления объекта в процессе эксплуатации и ряд других.

Обычно решение проблемы распределения нормативных показателей безотказности начинается с анализа функциональной схемы объекта и выде-

ления основных элементов с таким расчетом, чтобы соответствующий показатель надежности, например, вероятность безотказной работы, определялся по формуле  $P_{об}^0 = \prod_{i=1}^n p_i$ , где  $p_i$  – вероятность безотказной работы  $i$ -го элемента;  $n$  – количество основных элементов объекта.

Энергетический объект будет удовлетворять требованиям по надежности, если выполняется условие

$$P_{об} \geq P_{об}^0, \quad (5)$$

где  $P_{об}^0$  – нормативное значение вероятности безотказной работы.

Это неравенство может быть выполнено при различных сочетаниях показателей надежности основных элементов, что обеспечивается различными затратами средств и времени на их отработку. Это определяет различные способы решения задачи, что отмечено выше. Поэтому возникает задача поиска компромисса, которая состоит в том, чтобы выбрать рациональную комбинацию уровней надежности основных элементов объекта и при этом не ухудшить другие важные показатели качества. Важно при этом, чтобы обеспечение заданной надёжности достигалось при минимуме материальных затрат. Некоторые из перечисленных методов нормирования безотказности элементов рассмотрены ниже.

Одним из простейших способов нормирования безотказности элементов сложного технического объекта является метод равномерного распределения вероятностей безотказной работы.

В этом методе предполагается равнозначность элементов с точки зрения безотказности, что делает решение задачи приближённым, так как функциональные значимости элементов обычно существенно различаются.

Если, например, в газотурбинной установке выделить пять основных элементов: компрессор, камеру сгорания, турбину, зубчатую передачу и электрический генератор, то при известной нормативной величине вероятности безотказной работы установки  $P_{об}^0$ , показатели безотказности элементов будут определяться выражением

$$P_{Ti} = \sqrt[5]{P_{об}^0},$$

что при  $P_{об}^0 = 0,96$  требует нормативной вероятности безотказной работы каждого из выделенных элементов  $P_{Ti} = 0,992$ .

При известных затратах на обеспечение безотказности каждого элемента можно решить задачу распределения нормативного показателя с учётом этих затрат. Один из вариантов решения задачи минимизации затрат в общем виде приведён в работе [16], где предложено использовать функцию экономических затрат для каждого основного элемента сложного объекта  $S(p_{Hi}, p_{Ti})$ , где  $p_{Hi}$  и  $p_{Ti}$  – начальный (достигнутый) и требуемый уров-

ни надежности  $i$ -го основного элемента.

Обработка статистических данных по разработкам различных технических систем при фиксированном начальном значении надежности  $i$ -го элемента  $p_{Hi}$  показывает, что функция затрат является неубывающей дифференцируемой функцией и может быть для каждого элемента представлена в виде

$$s_i = a_i \cdot \ln \frac{1 - p_{Hi}}{1 - P_{об}^0}, \quad (6)$$

где  $a_i$  – параметр, определяемый на основе опыта разработки аналогичных элементов существующих двигателей.

Относительная стоимость затрат на повышение безотказности элемента (рис.4) представляет собой логарифмическую зависимость, кривая которой пересекает горизонтальную ось в точке  $k$ , где значение вероятности безотказной работы элемента равно нормативному значению. Это соответствует значению относительной величины затрат, равному нулю.

Задачу распределения требований к надёжности  $n$  элементов объекта с учётом принятой функции затрат можно представить в виде

$$\sum_{i=1}^n a_i \cdot \ln \frac{1 - p_{Hi}}{1 - p_{Ti}} = \min. \quad (7)$$

Это означает, что при обеспечении требований по надёжности элементов объекта обеспечивается минимизацией функции (7) при дополнительном условии  $P_{об}^0 = \prod_{i=1}^n p_i$ , где  $P_{об}^0$  - требуемый согласно техническому заданию уровень безотказности.

Задача решается с использованием метода неопределённых множителей Лагранжа

$$L = \sum_{i=1}^n a_i \cdot \ln \frac{1 - p_{Hi}}{1 - p_{Ti}} + \theta \left( P_{об}^0 - \prod_{i=1}^n p_{Ti} \right),$$

где  $\theta$  - неопределённый множитель Лагранжа;

Искомое значение вероятности безотказной работы  $i$ -го элемента имеет вид:

$$p_{Ti} = 1 - \frac{a_i}{\sum_{i=1}^n a_i} \left( 1 - P_{об}^0 \right). \quad (8)$$

Коэффициенты  $a_i$  в этом уравнении характеризуют удельную величину затрат на прирост надёжности при отработке  $i$ -го элемента объекта.

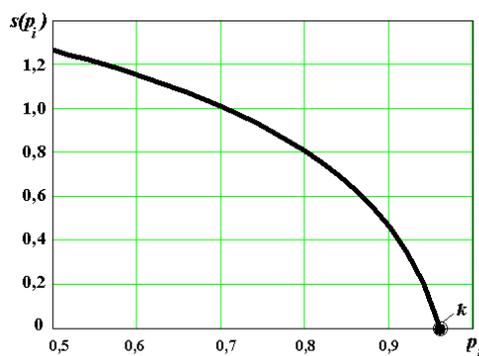


Рис.4. Относительная стоимость затрат на повышение безотказности элемента

Как следует из (8), чем больше затраты (т.е. больше  $a_i$ ), тем меньшую величину имеет оптимальное значение  $p_{Ti}$ . Другими словами, если задано требуемое значение вероятности безотказной работы всего объекта  $P_{об}^0$ , то большую требуемую надёжность должны иметь те элементы, у которых при одинаковых затратах достигается больший прирост безотказности.

В общем случае затратами на повышение безотказности  $i$ -го элемента могут быть финансовые или материальные затраты, или же время на отработку этого элемента. Тогда большей требуемой безотказностью должны обладать те элементы, у которых достигается больший прирост надёжности при одинаковых затратах времени.

При распределении требований по безотказности между элементами может возникнуть такая ситуация, что требуемое оптимальное значение  $p_{Ti}$  какого-либо элемента окажется чрезмерно высоким и неприемлемым либо по срокам и стоимости отработки, либо по конструктивным возможностям. В таких случаях приходится вносить изменения в схему объекта или применять резервирование.

Для рассмотренного выше примера распределения нормативного значения вероятности безотказной работы объекта  $P_{об}^0 = 0,96$  при известных коэффициентах относительных затрат  $a_i$ ,  $i = 1, \dots, 5$

компрессор,  $a_1 = 0,15$ ;

камера сгорания,  $a_2 = 0,30$ ;

турбина,  $a_3 = 0,20$ ;

зубчатая передача,  $a_4 = 0,10$ ;

генератор,  $a_5 = 0,25$

с использованием выражения (8) можно вычислить  $p_{T1} = 0,988$ ;  
 $p_{T2} = 0,992$ ;  $p_{T3} = 0,996$ ;  $p_{T4} = 0,994$ ;  $p_{T5} = 0,990$ .

Как следует из полученных результатов, нормативная величина вероятности безотказной работы объекта распределяется среди элементов в со-

ответствии с весовыми коэффициентами затрат: наибольшую нормативную вероятность безотказной работы, как и ожидалось, должен иметь элемент под номером 4 (зубчатая передача), у которого коэффициент  $a$  меньше.

Если расчётным путём установлена предварительная оценка вероятности безотказной работы  $p_{Hi}$  каждого элемента, входящего в объект, то эта информация может быть использована при распределении общего нормативного показателя среди этих элементов.

В этом случае величина  $p_{Hi}$  используется для вычисления нормировочного коэффициента

$$k_1 = \frac{1 - P^0}{\sum_{i=1}^n (1 - p_{Hi})}, \quad (9)$$

с помощью которого определяются требуемые нормативные показатели безотказности, обеспечивающие нормативную безотказность объекта  $P_{об}^0$ :

$$p_{Ti} = 1 - k_1 (1 - p_{Hi}). \quad (10)$$

Так, например, для рассмотренного выше примера оценки нормативных значений элементов ГТУ при начальных значениях

$p_{H1} = 0,90$ ,  $p_{H2} = 0,95$ ,  $p_{H3} = 0,95$ ,  $p_{H4} = 0,91$ ,  $p_{H5} = 0,92$  и требуемой нормативной безотказности объекта  $P_{об}^0 = 0,96$  нормирующий коэффициент равен:

$$k_1 = \frac{1 - P^0}{\sum_{i=1}^n (1 - p_{Hi})} = \frac{1 - 0,96}{\sum_{i=1}^5 (1 - p_{Hi})} = 0,108.$$

Тогда по уравнению (9) можно получить  $p_{T1} = 0,989$ ,  $p_{T2} = 0,995$ ,  $p_{T3} = 0,994$ ,  $p_{T4} = 0,990$ ,  $p_{T5} = 0,991$ . Нетрудно убедиться в том, что произведение этих величин даст нормативный показатель безотказности объекта 0,96.

Если для объекта задана нижняя доверительная граница (НДГ) вероятности безотказной работы объекта  $P_{об}^{НДГ}$ , то можно рассчитать такую же границу для каждого элемента этого объекта. В этом случае необходимо вычислить коэффициент  $k_2$  [19]

$$k_2 = k_1 + \frac{P_{об}^0 - P_{об}^{НДГ}}{P_{об}^0 \sqrt{\sum_{i=1}^m (1 - p_{Hi})^2}}. \quad (11)$$

Для рассмотренного выше примера при  $P_{об}^{HДГ} = 0,95$  этот коэффициент  $k_2 = 0,169$ , и, соответственно, величина  $p_{Ti}^{HДГ}$  для каждого элемента вычисляется по формуле  $p_{Ti}^{HДГ} = 1 - 0,169(1 - p_{Hi})$ . Это позволяет найти величины  $p_{T1}^{HДГ} = 0,983$ ,  $p_{T2}^{HДГ} = 0,992$ ,  $p_{T3}^{HДГ} = 0,992$ ,  $p_{T4}^{HДГ} = 0,985$ ,  $p_{T5}^{HДГ} = 0,987$ . Разумеется, все эти результаты получены при допущении о последовательном соединении элементов.

Каждый из элементов объекта, в свою очередь, может состоять из отдельных узлов или деталей, влияющих на общий уровень безотказности объекта. Если известно такое количество деталей в каждом элементе, то можно предположить, что с увеличением их количества требования к безотказности соответствующего элемента должны повышаться.

Так, например, если каждый из рассмотренных выше элементов содержит следующее количество ответственных деталей  $z_1 = 5$ ,  $z_2 = 2$ ,  $z_3 = 10$ ,  $z_4 = 10$ ,  $z_5 = 3$ , то можно вычислить относительный коэффициент учёта сложности элементов

$$\alpha_i = \frac{\sum_{i=1}^n z_i}{z_i},$$

и, с учётом полученного значения этого коэффициента, нормативная вероятность безотказной работы элементов вычисляется по формуле  $p_{Ti} = (P_{об}^0)^{\frac{1}{\alpha_i}}$ . В результате для указанных выше показателей сложности элементов  $z_i$  получены величины нормативных вероятностей безотказной работы элементов  $p_{T1} = 0,997$ ,  $p_{T2} = 0,993$ ,  $p_{T3} = 0,986$ ,  $p_{T4} = 0,986$ ,  $p_{T5} = 0,996$ . При расчёте нормативная безотказность объекта принималась  $P_{об}^0 = 0,96$ .

В случае если нормируется интенсивность отказов объекта  $\Lambda$  и известны начальные (расчётные) значения интенсивностей отказов элементов  $\lambda_i$ , то можно найти нормативные значения интенсивностей для каждого из элементов, входящих в объект.

На основе исходных значений интенсивностей отказов элементов  $\lambda_i$  вычисляется коэффициент «уязвимости» каждого из  $n$  элементов

$$\omega_i = \frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^n \lambda_i}. \quad (12)$$

Это позволяет рассчитать нормативные значения интенсивностей отказов элементов по формуле  $\lambda_{Ti} = \omega_i \cdot \Lambda$ .

При заданной нормативной величине для объекта  $\Lambda = 0,00005$  и соответствующих начальных интенсивностях отказов  $\lambda_1 = 0,00005$ ,  $\lambda_2 = 0,00002$ ,  $\lambda_3 = 0,0001$ ,  $\lambda_4 = 0,001$ ,  $\lambda_5 = 0,0002$  и  $n = 5$  получены следующие значения

нормативных интенсивностей отказов  $\lambda_{T_1} = 0,0000018$ ,  $\lambda_{T_2} = 0,0000007$ ,  $\lambda_{T_3} = 0,0000036$ ,  $\lambda_{T_4} = 0,0000365$ ,  $\lambda_{T_5} = 0,0000073$ . Сумма этих интенсивностей отказов даёт нормативную величину  $\Lambda = 0,00005$  для объекта.

Использование данного метода учёта «уязвимости» элементов при нормировании предполагает, что наработки элементов и объекта в процессе будущей эксплуатации будут одинаковы, а отказ каждого элемента вызывает отказ объекта. Понятно, что соединение элементов считается последовательным.

Из рассмотренных методов распределения нормативных показателей безотказности среди элементов объекта обычно при проектировании выбирают тот, который соответствует исходной информации о надёжности этих элементов. Важно при этом иметь дополнительные сведения о затратах на обеспечение безотказности каждого элемента.

**С**татистика – учение, объединяющее точность математических доказательств с неопределённостью случая и примиряющее эти, казалось бы, противоречивые элементы.

Б. Паскаль

## Глава 2. Методика определения нижней доверительной границы нормативных значений показателей безотказности

*Все вероятности равны 50%.  
Либо случится, либо нет.  
Э. Мэрфи*

Как отмечено выше, путём расчёта эффективности функционирования объектов может быть получено нормативное (точечное) значение вероятности безотказной работы (ВБР) или коэффициента готовности. В общем случае нормативный показатель надёжности обозначим  $R_0$ . Обычно величина  $R_0$  указывается в требованиях заказчика и является обязательной для разработчика объекта.

В нормативной технической документации, как правило, не указывается контрольный уровень  $R_k$  (пороговое значение) показателя надёжности, при котором объект можно считать не удовлетворяющим требованиям. Это соответствует тому, что величина  $R_0 = R_k$  и есть (по умолчанию) пороговое значение контролируемого показателя.

Такой (широко распространенный) поход к проблеме нормирования методически ошибочен, так как затрудняет сравнение фактического уровня надёжности, который всегда вычисляется с определённым допуском (погрешностью), по отношению с требованиями нормативных документов. Нетрудно доказать, что нормативный показатель надёжности целесообразно задавать в виде интервала значений, соответствие которому в эксплуатации должно обеспечиваться с назначенной доверительной вероятностью  $\gamma$ . Понятно, что этот интервал значений нормативного показателя должен быть односторонним, т.е.

$R_k = R_0 - \Delta_R$ , и допустимая ширина интервала  $\Delta_R$  требует соответствующего обоснования. Величину  $R_k$  по смыслу можно считать нижней интервальной оценкой (нижней доверительной границей) показателя надёжности объекта  $R_k = \underline{R}$  при заданной доверительной вероятности.

Необходимость оценки и последующего применения интервальных значений для заданных нормативных величин безотказности подтверждает практика реализации программ обеспечения надёжности (ПОН) для сложных технических объектов, а также объективно существующая проблема малых выборок для высоконадёжных объектов ответственного назначения.

Известно, что при отработке и предъявлении заказчику высоконадёжных объектов практически невозможно получить экспериментальные данные о наработках до отказа. Возникает проблема формирования исходной информации для подтверждения безотказности малосерийных и надёжных объектов. Методы расширения информационного пространства путём привлечения до-

полнительных сведений об аналогах не всегда приемлемы из-за отсутствия таковых.

В литературе по проблеме нормирования надёжности подчёркивается, что выбор того или иного метода оценки  $R_0$  в эксплуатации зависит, главным образом, от структуры нормативных показателей надёжности и от объёма и характера исходной информации для расчётов.

При этом возможны следующие варианты.

1. В случае если требуется контролировать точечное значение  $R_0$ , то достоверную оценку можно получить лишь при наличии больших выборок наработок до отказа и последующего выявления закона надёжности. Для высоконадёжной техники это нереально. Кроме того, даже при достаточном объёме выборок, определение закона надёжности на основе статистической информации связано с заданием доверительной вероятности при оценке параметров закона по некоторому критерию согласия (например, Хи-квадрат). Этим допускается, что вычисленная оценка точечного значения  $\tilde{R}_0$  фактически находится в некотором интервале, определяемом принятой доверительной вероятностью.

При малых же выборках в 50 % случаев вычисленные оценки могут быть значительно ниже или выше нормативного уровня только из-за влияния малого размера выборки. Это лишает процедуру оценки всякого смысла.

2. Если в качестве нормы дополнительно задано пороговое значение  $\underline{R} = R_0 - \Delta_R$ , подтверждаемое с заданной доверительной вероятностью  $\gamma$ , то при известной величине  $\Delta_R$  требования к размерности массивов исходной информации могут быть существенно снижены. Возможность получения достоверных оценок в этом случае повышается.

3. Возможен контроль показателей надёжности объекта при заданном браковочном  $R_1$  и приёмочном  $R_2$  уровнях показателя надёжности при одновременно заданных рисках (ошибок) поставщика (изготовителя)  $\alpha$  и потребителя (заказчика объекта)  $\beta$ . Этот вариант требует дополнительной информации о допустимых значениях рисков. Понятно, что такой метод оценки больше устраивает разработчика техники (поставщика), так как позволяет ему самостоятельно (без согласования с заказчиком) устанавливать вероятность  $\alpha$ .

4. При контроле показателей надёжности объекта с заданным нормативным уровнем  $R_0$  и указанным, например, допустимым стандартным отклонением этого параметра  $\sigma_R$  могут возникнуть трудности с получением качественных оценок показателя из-за того, что использование стандартного отклонения даёт результат только при симметричной функции надёжности. Такие функции могут и не наблюдаться для контролируемых объектов. Кроме того, для высоконадёжных объектов и в данном случае присутствует проблема малых выборок.

Таким образом, можно считать доказанным, что для малосерийной и

высоконадёжной техники оптимальной (в смысле получения достоверных оценок) является процедура контроля показателей надёжности в эксплуатации в том случае, если в документах установлены не только точечные, но и интервальные оценки (особенно нижняя доверительная граница) нормативного показателя.

Если в нормативных документах приводятся только точечные оценки  $R_0$ , то возникает необходимость обоснования допустимой величины НДГ, привлекая для этого некоторые дополнительные соображения. Понятно, что пороговую величину  $\underline{R} = R_0 - \Delta_R$  (или только  $\Delta_R$ ) важно знать как проектанту, так и заказчику объектов.

### **2.1. Анализ методов определения нижней доверительной границы нормативных значений показателей безотказности**

*Главный порок математиков - применение греческих букв при первой же возможности.*

Анализ практики контроля показателей надёжности сложных технических объектов подтверждает отмеченное выше обстоятельство, что необходимость вычисления нижней доверительной границы  $\underline{R}$  нормативного показателя  $R_0$  для энергетических объектов обычно возникает в следующих случаях:

- 1) в нормативной документации задана только точечная оценка  $R_0$ , и требуется откорректировать документацию (т.е. определить  $\underline{R}$  при заданной  $\gamma$ ) для обеспечения возможности последующего вычисления более достоверных оценок как в период сдачи объекта заказчику, так и в период эксплуатации;
- 2) при известной нормативной величине  $R_0$  требуется оценить достоверность вычисленных показателей надёжности  $\tilde{R}_0$  путём оценки ширины интервала  $\Delta_R$  при известной информации о наработке установок и наличии (или отсутствии) отказов за некоторый период наблюдения.

Оба эти случая отличаются, главным образом, наличием или отсутствием исходной информации для расчёта. Минимальная исходная информация может быть обеспечена для первого случая, если создаваемый объект не имеет прототипов (аналогов).

Во втором случае информация о фактической величине показателя надёжности объекта в эксплуатации обычно получается расчётным путём на основе некоторых экспериментальных данных, к которым относятся и данные о наработках в процессе функционирования по назначению.

### Априорная оценка

Отсутствие информации об отказах и соответствующих наработках создаваемых объектов накладывает существенные ограничения на возможность получения нижней интервальной оценки нормативного показателя надёжности. Обычно для получения таких оценок используют гипотезу биномиального распределения случайных величин и соответствующие решения, полученные Клоппером и Пирсоном [18]. В качестве исходной информации требуется знать количество наблюдаемых объектов  $N$  и доверительную вероятность  $\gamma$ , при которой обеспечивается выполнение условия  $Вер\{R_0 > \underline{R}\} \geq \gamma$ . Расчёт выполняют по формуле

$$\underline{R} = (1 - \gamma)^{1/N}. \quad (13)$$

Предполагается, что создаваемые объекты априорно не имеют отказов. Известны попытки найти оптимальное соотношение между  $\underline{R}$  и  $\gamma$ , например, максимизируя информационный функционал, содержащий энтропию этих показателей [19]. Решение получается тривиальным и мало что добавляет к точности получаемых оценок.

Как следует из (13), нижняя интервальная оценка показателя надёжности зависит от количества наблюдаемых объектов и от принятой доверительной вероятности. Понятно, что при снижении числа контролируемых объектов нижняя интервальная оценка уменьшается, т.е. диапазон допустимых оценок  $\tilde{R}_0$  расширяется.

Аналогичные результаты можно получить, используя приближённую формулу [22]

$$\underline{R} = \frac{4N - 2n - \chi^2(2n + 2, \gamma)}{4N - 2n + \chi^2(2n + 2, \gamma)}, \quad (14)$$

где  $\chi^2(2n + 2, \gamma)$  - квантиль  $\chi^2$  - распределения с соответствующими степенями свободы,  $n$  - количество зафиксированных отказов.

При вычислении априорной нижней интервальной оценки показателей надёжности по (14) следует принять  $n = 0$ . Результаты вычисления показаны на рис.5.

Как видно на рис.5, с уменьшением количества наблюдаемых (или предполагаемых к созданию) объектов величина нижней интервальной оценки снижается. К уменьшению  $\underline{R}$  приводит также увеличение доверительной вероятности, характеризующей уверенность в накрытии интервалом  $\Delta_R = R_0 - \underline{R}$  истинного значения показателя надёжности.

Расчётами по зависимости (14) установлено, что использование полученной величины  $\underline{R}$  в качестве априорной оценки нижней доверительной границы нормативных показателей надёжности при числе контролируемых

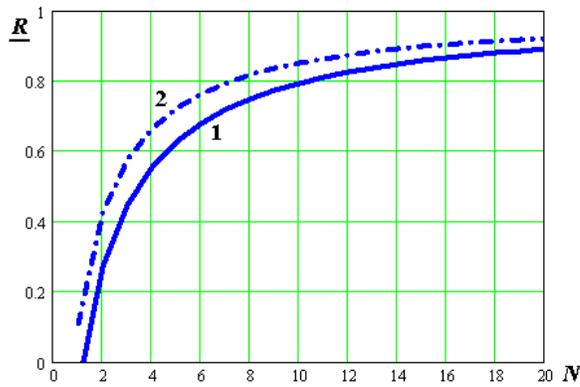


Рис.5. Зависимость априорной нижней интервальной оценки от количества наблюдаемых объектов:  
 1 – при  $\gamma = 0,90$ ; 2 – при  $\gamma = 0,80$

объектов  $N \leq 10$  приводит к расширению интервала допустимых значений показателей надёжности до предельных значений  $\underline{R} \rightarrow 0$ , что делает применение таких оценок при малых количествах объектов бессмысленным, так как  $\Delta_R \rightarrow R_0$ .

*Апостериорная оценка*

Для эксплуатируемых объектов при наличии отказов можно получить нижнюю интервальную оценку рассчитываемых показателей надёжности, также используя зависимость, предложенную Клоппером и Пирсоном в следующем виде

$$\underline{R} = 1 - \frac{\chi^2(n, \gamma)}{(2N - n) + \chi^2(n, \gamma)}, \tag{15}$$

или же выражение (14) при  $n > 0$ . Значение квантили  $\chi^2$  - распределения получают из статистических таблиц или путём обращения к стандартным функциям математических пакетов для персональных компьютеров, например *Mathcad*, *Statistica*.

Результаты расчётов по уравнению (15) при различных количествах отказов и доверительных вероятностях показаны на рис.6.

Как видно на рис.6, с увеличением доверительной вероятности  $\gamma$  величина  $\underline{R}$  понижается (линии 1,3) при любом количестве наблюдаемых объектов, а увеличение количества выявленных отказов приводит к ещё более заметному уменьшению нижней интервальной оценки (графики B, C, D). При фиксированной доверительной вероятности увеличение количества отказов снижает  $\underline{R}$  (линии 5,7).

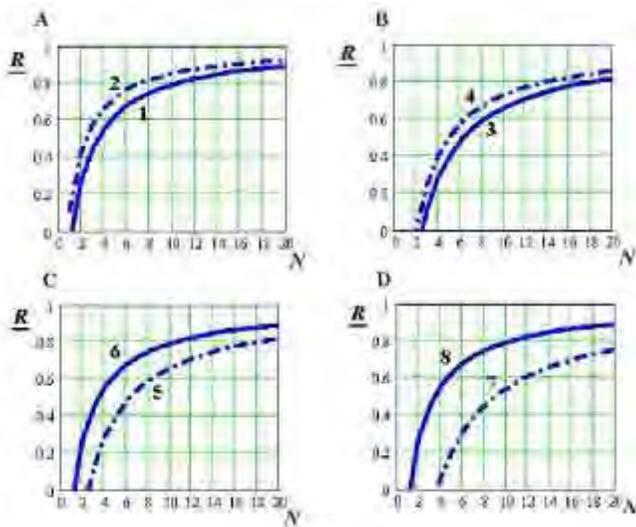


Рис.6. Зависимость нижней интервальной оценки от числа контролируемых объектов и количества отказов при различной доверительной вероятности: А)  $n = 0$ ; 1- при  $\gamma = 0,9$ ; 2- при  $\gamma = 0,8$ ; В)  $n = 1$ ; 3 - при  $\gamma = 0,9$ ; 4 - при  $\gamma = 0,8$ ; С)  $\gamma = 0,9$ ; 5 - при  $n = 1$ ; 6 - при  $n = 0$ ; D)  $\gamma = 0,9$ ; 7 - при  $n = 2$ ; 8 - при  $n = 0$

Применение зависимости (15) для вычисления нижней интервальной оценки показателей надёжности (ПН) целесообразно при количестве контролируемых объектов  $N \geq (8 \div 10)$ , так как в противном случае результат становится тривиальным из-за существенного расширения интервала  $\Delta_R$ .

При априорном допущении, что точечная оценка  $\tilde{R}_0$  показателя надёжности объекта будет находиться в определённом интервале  $\tilde{R}_0 \in [\underline{R}, \bar{R}]$ , и если в качестве верхнего интервального значения принять нормативное значение показателя, например, вероятности безотказной работы (ВБР)  $\bar{R} = p_0$ , то можно получить нижнюю интервальную оценку этого показателя. Решение основывается на оценке полной вероятности возможных исходов при биномиальной схеме испытаний сложных объектов [39].

Расчёт нижней интервальной оценки для числа отказов  $n > 0$  выполняется по формуле

$$\underline{p} = [\tilde{p}_0 - (1 - \bar{n}) p_0] \cdot \frac{1}{\bar{n}}, \tag{16}$$

где  $\tilde{p}_0$  - точечная оценка вероятности безотказной работы;  $p_0$  - нормативное значение ВБР;  $\bar{n}$  - относительное количество отказов.

Результаты расчёта по формуле (16) представлены на рис. 7,8.

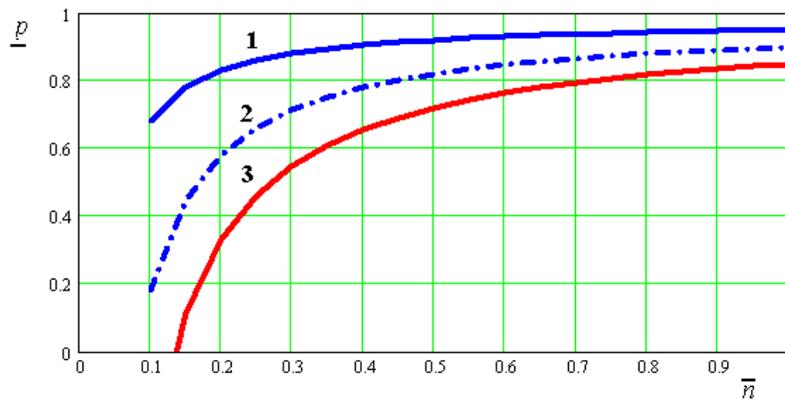


Рис.7. Зависимость нижней интервальной оценки ВБР от относительного количества отказов:  
 1 - при  $\tilde{p}_0 = 0,95$ ; 2 - при  $\tilde{p}_0 = 0,90$ ; 3 - при  $\tilde{p}_0 = 0,85$

Как показано на рис.7, с увеличением относительного количества отказов нижняя интервальная оценка ВБР повышается до предельного значения при  $\bar{n} = 1$ . При этом чем выше точечная оценка, тем больше значение  $\underline{p}$ .

При уменьшении точечной оценки  $\tilde{p}_0$  величина  $\underline{p}$  может снижаться до нуля (рис.8). В случае полностью определённой выборки отказов объектов ( $\bar{n} = 1$ ) точечная оценка всегда совпадает с нормативным значением.

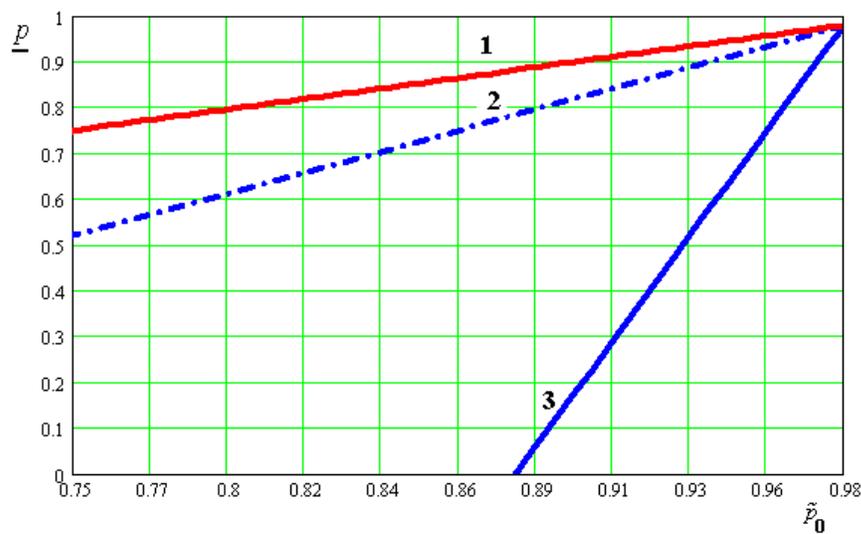


Рис.8. Зависимость нижней интервальной оценки ВБР от величины точечной оценки  
 1 - при  $\bar{n} = 1$ ; 2 - при  $\bar{n} = 0,5$ ; 3 - при  $\bar{n} = 0,1$

Анализ показанных выше и других существующих методов оценки  $\underline{R}$  показал, что большинство из них базируется на гипотезе биномиального распределения количества отказов для ограниченного множества наблюдаемых

объектов. В зависимости от допущений, принятых в каждом из методов величина нижней интервальной оценки получается различной. Для сравнения возможностей каждого из рассмотренных методов выполнены расчёты при одинаковых начальных условиях по уравнениям (13,14,15,16). Для конкретизации принято:  $N = 10$ ;  $n = 1$ ;  $\gamma = 0,90$ ;  $p_0 = 0,95$ ;  $\tilde{p}_0 = 0,90$ .

Результаты расчётов показаны на рис.9.

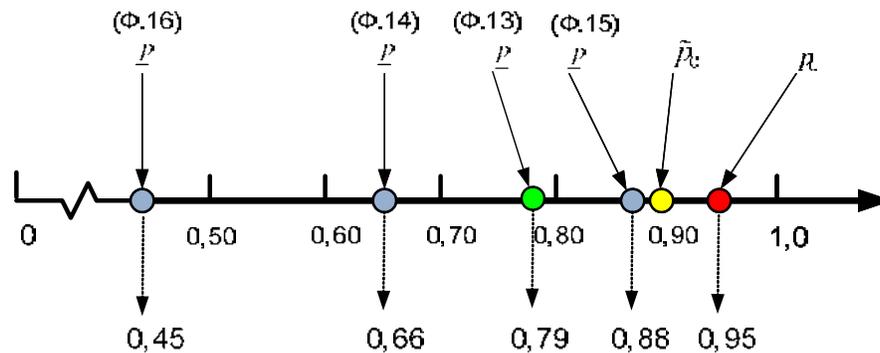


Рис.9. Нижние интервальные оценки вероятности безотказной работы

Как видно на рис.9, наименьший интервал  $\Delta_p = 0,95 - 0,88 = 0,07$  получен при использовании зависимости Клоппера-Пирсона (15). При прочих равных условиях это уравнение можно рекомендовать для использования при интервальной оценке показателей безотказности объектов в эксплуатации. Полученный результат можно использовать также как приближённый и для априорной оценки, так как собственно априорная оценка по уравнению (13) даёт заниженный результат (рис.9). Однако расчёт по уравнению (13) связан с рядом ограничений на объём выборки и на количество отказавших объектов, а результат не учитывает специфику функционирования конкретных объектов. Поэтому целесообразно разработать процедуру оценки  $\underline{p}$ , в которой будут учтены дополнительные факторы, например, затраты на обеспечение надёжности объектов определённого типа как при создании, так и в эксплуатации.

## **2.2. Расчёт нижней доверительной границы нормативных значений показателей безотказности на основе минимизации рисков поставщика и заказчика**

*Если вам непонятно какое-то слово в техническом тексте, не обращайтесь на него внимания.*

*Текст полностью сохраняет смысл и без него.*

*Закон Купера.*

Разработка новой техники ответственного назначения всегда связана с проблемой неопределённости многих параметров, связанных с применением новых материалов, новых технологий, а часто и малоизученными условиями эксплуатации. Эта неопределённость проявляется в виде существования некоторой вероятности отказа нового объекта, даже прошедшего тщательный контроль и соответствующие приёмочные испытания. При эксплуатации нового объекта в силу указанных причин, часто невозможно корректно оценить его состояние в каждый текущий момент времени. Указанные проблемы носят и статистический характер, связанный с тем, что контроль при изготовлении и в процессе эксплуатации подвергаются не все объекты, а только часть из них. Выборочный контроль как эффективное решение при массовом производстве достаточно широко распространён, и методика его проведения связана с понятиями ошибок первого рода (ошибок поставщика), характеризуемых вероятностью  $\alpha$ , и ошибок второго рода (ошибок заказчика) с вероятностью  $\beta$ .

Вероятность  $\alpha$  называют также вероятностью ложного срабатывания системы контроля работоспособности объекта, а  $\beta$  – вероятностью ошибочного негативного диагноза. Желательно, чтобы указанные вероятности были как можно меньше по абсолютной величине. Однако существуют объективные условия, приводящие к взаимозависимости этих вероятностей, в результате чего одновременное уменьшение  $\alpha$  и  $\beta$  невозможно. Речь может идти только об их оптимизации на минимально возможном уровне с учётом этой взаимосвязи.

Смысл вероятностей  $\alpha$  и  $\beta$  наиболее нагляден при рассмотрении так называемой «оперативной характеристики». Под оперативной характеристикой контроля понимают функцию  $\pi(q)$ , равную вероятности принятия от поставщика партии, содержащей некоторую долю дефектных объектов  $q = n/N$ , где  $n$  - число дефектных объектов,  $N$  - число объектов в партии. Под дефектными объектами понимают такие, у которых уровень надёжности ниже нормативного, т.е.  $q > q_{kp} = 1 - R_0$ .

На рис.10 показан общий вид оперативной характеристики, из которой можно установить, что в случае браковки всех объектов с уровнем надёжности

$q > q_{кр}$  следует использовать её идеальную форму (линия  $a-b-c-d$ ). Идеальная оперативная характеристика равна единице при  $q < q_{кр}$  и нулю в противном случае. Нереальность реализации такого плана контроля подтверждается практикой массового производства. Невозможность тотального и достоверного выявления дефектов в создаваемых объектах приводит к необходимости использования более реальных планов, при которых следует принять условия допуска к эксплуатации партии объектов, для которой в контрольной выборке доля дефектных объектов не превышает некоторой величины  $q < q_1$  и браковать всю партию при условии, что в контрольной выборке  $q > q_2$ .

Значение оперативной характеристики  $\pi(q_1)$  определяет вероятность принять партию объектов, в которой будет  $q_1$  дефектных. Тогда вероятность  $1 - \pi(q_1)$  определяет величину риска (ошибкой) поставщика  $\alpha$ . Соответственно,  $\beta = \pi(q_2)$  называют риском (ошибкой) заказчика.

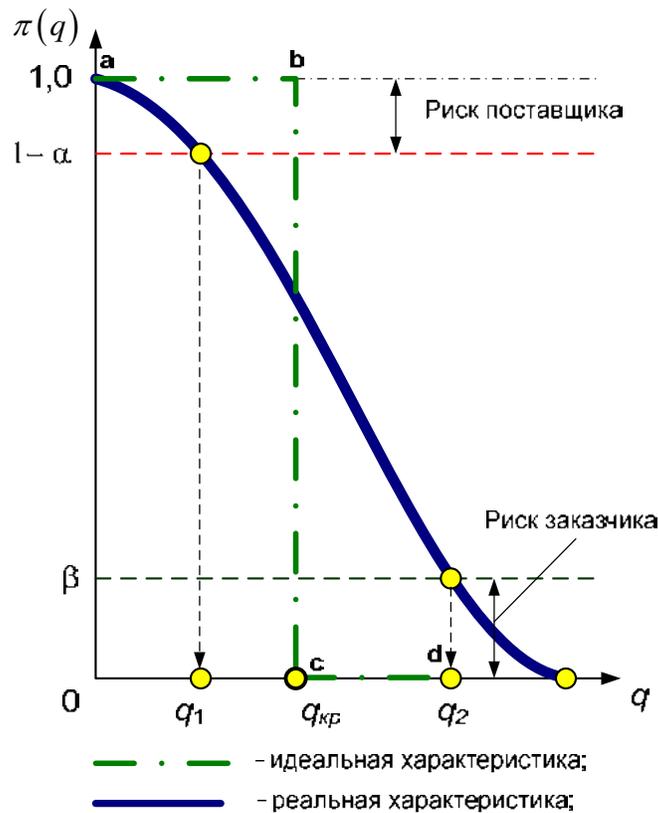


Рис.10. Оперативная характеристика контроля технического состояния:  $a-b-c-d$  — идеальная характеристика

Минимизация рисков возможна в случае введения оценки величины ущерба, получаемой в результате увеличения вероятностей  $\alpha$  и  $\beta$ . Такая оценка в виде функции ущерба широко применяется при разработке новой техники.

Обычно он имеет стоимостной характер и включает затраты на обработку объектов в процессе повышения их надёжности и эксплуатационные затраты при использовании ненадёжной техники.

Для дальнейшего анализа следует сформировать на основе вероятностей ошибок первого и второго рода более информативные показатели, так называемые эффективные риски поставщика  $\alpha_{эфф}$  и заказчика  $\beta_{эфф}$ .

Эффективными рисками называют произведения вероятностей ошибок первого и второго рода и вероятностей возникновения определённого количества отказов за период наблюдения (эксплуатации). При этом вероятности ошибок первого и второго рода рассматривают как функцию бета-распределения случайной величины  $q$ :

$$\alpha_{эфф} = \int_0^{q_0} \{1 - p[q(t)] f(q)\} dq;$$

$$\beta_{эфф} = \int_{q_{кр}}^1 p[q(t)] f(q) dq,$$
(17)

где  $q_0 = 1 - R_0$ ;  $q_{кр} = 1 - R_{кр}$  - нормативное и предельное значения вероятности отказа;

за;  $\int_0^{q_0} f(q) dq = Вер\{q \leq q_0\}$ ;  $\int_{q_{кр}}^1 f(q) dq = Вер\{q > q_{кр}\}$  - вероятности «проявления»

показателя  $q$  меньше (или равным) и соответственно больше установленного значения;  $f(q)$  - функция плотности бета-распределения, характеризующая вероятность отказа  $q$  как случайную величину, распределённую в интервале от нуля до единицы;  $p[q(t)]$  - вероятность появления определённого количества отказов по схеме Бернулли и при соответствующем значении вероятности отказа  $q$ .

Плотность биномиального закона следует рассматривать как априорную, имеющую нижнюю и верхнюю границы распределения, что повышает вероятность «накрытия» полученным интервалом искомой граничной оценки. Для граничных распределений биномиального закона известны выражения

$$f_n(q) = \frac{q^{N-n+1} (1-q)^n}{B(N-n+1, n)}; \quad f_v(q) = \frac{q^{N-n} (1-q)^{n-1}}{B(N-n+1, n)},$$
(18)

где  $B(a, b) = \frac{\Gamma(a) \cdot \Gamma(b)}{\Gamma(a+b)}$  - бета-функция,

С учётом (18) и выражения для плотности бета-распределения окончательно вероятности эффективных рисков могут быть записаны так:

$$\alpha_{эфф} = \frac{\Gamma(N+2)}{\Gamma(N-n+1)\Gamma(n+1)} \int_0^{q_0} \left\{ 1 - \left[ \frac{N!}{(N-n)!n!} q^{N-n} (1-q)^N \right] \left[ q^{N-n-1} (1-q)^{n-1} \right] \right\} dq;$$

$$\beta_{эфф} = \frac{\Gamma(N+2)}{\Gamma(N-n+1)\Gamma(n+1)} \int_{q_{кр}}^1 \left[ \frac{N!}{(N-n)!n!} q^{N-n} (1-q)^N \right] \left[ q^{N-n-1} (1-q)^{n-1} \right] dq,$$
(19)

где  $\Gamma(N-n+1)$ ,  $\Gamma(n+1)$ ,  $\Gamma(N+2)$  - гамма-функции соответствующих аргументов.

В качестве функции потерь часто принимают логарифмическую функцию, которая включает затраты на обеспечение надёжности создаваемых объектов, а также затраты на поддержание эффективного функционирования совокупности объектов при возникновении отказов [16].

$$s_1 = \frac{\ln(1-q)}{\ln(1-q_0)} \frac{1}{c_1}, \text{ где } c_1 = \frac{\ln(q_0)}{\ln(1-q_0)};$$

$$s_2 = \frac{\ln(q)}{\ln(q_0)}.$$
(20)

Величина  $s_1$  учитывает относительные затраты на повышение надёжности создаваемых объектов, а  $s_2$  - относительные затраты на компенсацию потерь при эксплуатации ненадёжных объектов. Выражения (20) рассматриваются как приближённые, учитывающие тенденцию изменения затрат. Для конкретных объектов эти зависимости уточняются на основе фактических затрат.

Суммарные затраты с учётом вероятностей эффективных рисков имеют вид

$$S = \alpha_{эфф} \cdot s_1 + \beta_{эфф} \cdot s_2. \quad (21)$$

Расчёты по уравнению (21) показывают, что относительные затраты зависят от нормативной (точечной оценки) величины  $q_0$  и от количества отказов объектов в эксплуатации. При отношении  $n/N=1$  величина  $S(q)$  имеет явно выраженный минимум, как это показано на рис.11.

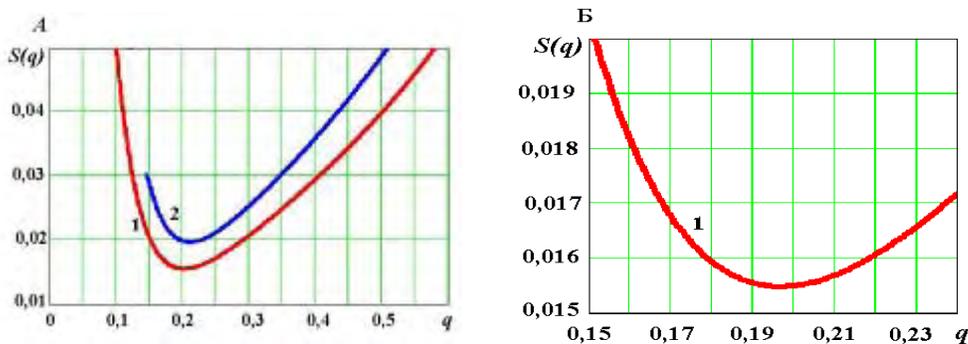


Рис.11. Относительные затраты на разработку и эксплуатацию множества  $N$  объектов в функции вероятности отказа одного объекта: 1- при  $q_0 = 0,05$ ; 2 - при  $q_0 = 0,15$ ; (график Б – увеличенный по масштабу центральный фрагмент графика А)

Этот минимум затрат наблюдается при значении вероятности отказа объектов  $q \approx 0,20$ , что позволяет рекомендовать эту величину в качестве граничной  $q_{kp} \approx 0,20$ , определяющей нижнюю интервальную оценку показателя надёжности объектов. Следовательно, можно утверждать, что при  $q_0 = 0,05$  величина  $\underline{R} = 1 - q_{kp} = 1 - 0,20 = 0,80$ .

Как видно на рис.11, положение минимального значения функции затрат по шкале  $q$  мало меняется при различных нормативных значениях  $q_0$ . Это позволяет утверждать о достаточной общности полученных результатов. Кроме того, указанные результаты получены для случая, наиболее неблагоприятного для объектов с точки зрения надёжности при отношении  $n/N = 1$ . Следовательно, приняв в качестве нижней интервальной оценки расчётное значение  $\underline{R}$  и используя эту величину при оценке показателей надёжности, мы получим некоторый «запас» в надёжности объектов. Ещё раз следует отметить, что полученный результат оценки затрат справедлив только при принятой функции затрат (21).

При отсутствии предварительной информации о величине затрат на обеспечение надёжности создаваемых объектов как при проектировании, так и в эксплуатации иногда применяют линейную функцию относительных затрат. В этом случае суммарные затраты определяются по уравнению

$$S = [(1-q)(1-\alpha_{эфф})] + [q(1-\beta_{эфф})], \quad (22)$$

где  $\alpha_{эфф}$  - нижняя интервальная оценка эффективного риска поставщика и  $\beta_{эфф}$  - верхняя интервальная оценка эффективного риска заказчика (см.(21)).

Как уже отмечалось, интервальные оценки эффективного риска формируются на основе биномиальной модели. Поэтому величина ущерба является функцией трёх параметров:  $q$  - нормативного уровня безотказности объекта,  $n$  - числа отказавших объектов и  $N$  - объёма выборки. Как показано на рис.11, определяющими для величины ущерба являются уровень безотказности объекта и число зафиксированных при наблюдении отказов.

Расчётами по уравнению (22) несложно установить, что при увеличении числа отказавших объектов в эксплуатации минимальный суммарный ущерб поставщика и заказчика будет смещаться в область более высоких показателей безотказности  $p = 1 - q$  (кривая 5 на рис.12). Это означает, что при малых нормативных значениях вероятности отказа  $q_0 \approx 0,05 \div 0,10$  минимальный ущерб при принятии решения будет только при большом количестве зафиксированных в эксплуатации отказов  $n \approx (0,85 \div 1,0) N$ .

Таким образом, при анализе безотказности объектов в эксплуатации и при отсутствии (или небольшом количестве) отказавших объектов за контролируемый интервал наблюдения, любое решение о допуске к эксплуатации или

запрет на эксплуатацию будет сопровождаться значительным ущербом. Это и подтверждает график на рис.12.

В то же время расчёты показывают, что с увеличением  $n$  - числа отказов в эксплуатации минимум ущерба смещается влево и вниз. Следовательно, при уменьшении фактической (апостериорной) безотказности суммарный ущерб будет меньше для априорно высоконадёжных объектов.

Если за время наблюдения отказали все объекты, то минимум суммарного ущерба будет в случае, если их априорная безотказность будет приближаться к нормативной  $q_0$ .

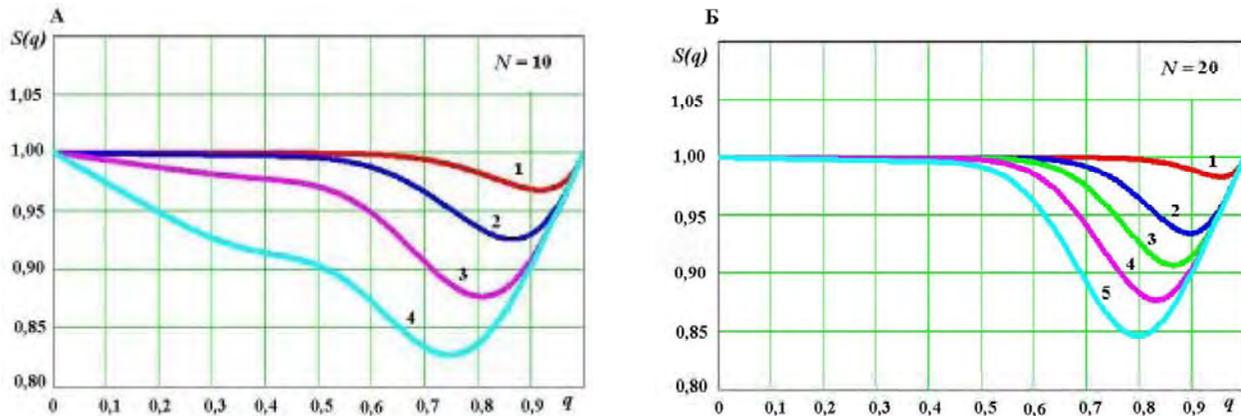


Рис.12. Относительные суммарные затраты в зависимости от уровня проектной безотказности объектов при различном количестве отказавших объектов в эксплуатации и различных объёмах выборки:

А)  $N = 10$ ; Б)  $N = 20$ ; 1- при  $n = 0,10N$ ; 2 - при  $n = 0,15N$ ; 3 - при  $n = 0,20N$ ; 4 - при  $n = 0,25N$ ; 5 - при  $n = 0,3N$

При числе отказов объектов в эксплуатации, равном половине числа наблюдаемых объектов, функция ущерба имеет два локальных экстремума, из которых больший по модулю расположен ближе к началу координат. Это связано с тем, что при фактической (апостериорной) вероятности отказа объектов, близкой к 50%, величина ущерба возрастает для объектов, которые априорно имели такую же безотказность. На графике (рис.13) это соответствует перегибу (седлу) графика при  $q = 0,50$ . С увеличением числа наблюдаемых объектов указанная закономерность становится более выраженной.

Следовательно, при линейной функции затрат минимальный ущерб при оценке работоспособности объектов в эксплуатации будет наблюдаться либо при априорно ненадёжных объектах ( $q = 0,50$ ), либо при апостериорно ненадёжных объектах в эксплуатации при  $n = 0,5N$ .

Выполненный анализ показал, что достоверность интервальных оценок нормативной вероятности безотказной работы объектов в значительной мере зависит от принятой функции ущерба (относительных затрат). Это создаёт про-

блемную ситуацию неопределённости при решении задачи с использованием эффективных оценок на основе минимизации рисков поставщика и заказчика.

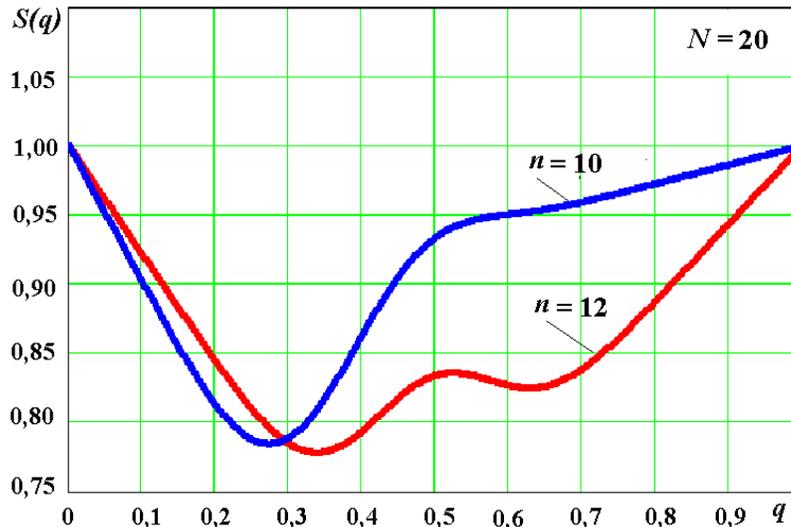


Рис.13. Относительные суммарные затраты в зависимости от уровня проектной безотказности объектов при  $\bar{n} \geq 0,5N$

Для разрешения данной проблемной ситуации при получении достоверных оценок показателей безотказности высоконадёжных объектов в эксплуатации следует рассмотреть возможность использования дополнительной информации о фактических (апостериорных) показателях надёжности установок на основе байесовского подхода. В качестве основной части такой информации целесообразно использовать наработку установок на момент контроля надёжности. В общем случае, это могут быть наработки как отказавших, так и не отказавших объектов. Любая из этих наработок является ценной информацией о действительных показателях безотказности объектов.

**П**ри изучении наук примеры полезнее правил.

И. НЬЮТОН

### Глава 3. Методики контроля показателей безотказности в эксплуатации

*Если факты не подтверждают теорию,  
от них надо избавиться.  
Э. Мэрфи*

Как отмечено выше, при эксплуатации энергетических объектов существует необходимость периодического контроля их показателей безотказности. Контроль в данном случае следует понимать как проверку соответствия показателей безотказности объектов существующим нормам, которые заданы в виде точечных значений вероятности безотказной работы и НДГ этих значений при соответствующей доверительной вероятности. Эти нормативные показатели безотказности объектов относятся к группе позитивных показателей, т.е. таких, которые увеличиваются при росте их надёжности.

Существует определённая процедура оценки показателей надёжности сложных технических объектов в эксплуатации<sup>1</sup>. Она содержит следующие основные этапы:

- 1) выбор плана наблюдения за объектами эксплуатации;
- 2) активное или пассивное планирование наблюдений;
- 3) сбор необходимой информации;
- 4) статистическую обработку информации.

План наблюдения предусматривает формирование определённой исходной информации, позволяющей в конечном итоге получить достоверные показатели надёжности [5]. В то же время известно, что исходную информацию для оценки ПН подразделяют на два вида:

- экспериментальную - о наработках работоспособных и неработоспособных объектов или их составных частей;
- информацию о структуре объекта, взаимодействии составных частей, принятых способах резервирования. Эту информацию обычно представляют в виде структурной схемы надёжности.

В период использования объектов по назначению при решении задач их повседневной эксплуатации наиболее доступна экспериментальная информация о наработках объектов и их элементов. Причём эта информация классифицируется как полученная при пассивном эксперименте в связи с тем, что её объём и последовательность регистрации заранее не планируются в целях расчёта надёжности.

Понятно, что основная часть информации получается при наблюдении за установками, используемыми в повседневной эксплуатации, но существует ещё дополнительная в виде результатов специальных испытаний или при эксплуатации установок-аналогов. Дополнительной информацией являются также результаты эксплуатации объектов - прототипов, имеющих отличные от исследуемых установок режимы эксплуатации или районы ис-

<sup>1</sup> См. Введение.

пользования объектов. При этом часто встречается ситуация, когда объекты не имеют аналогов или прототипов и, поэтому, доступной для анализа является только основная часть эксплуатационной информации.

Наиболее корректными методами оценки показателей надёжности являются расчёты при известных законах надёжности или при наличии соответствующего объёма наработок объектов до отказа, позволяющих определить эти законы (параметрические методы). На рис.8.В показана примерная схема возможных сценариев контроля показателей безотказности сложных технических объектов в эксплуатации. Руководящие документы (например, Государственные стандарты) и многочисленная литература по проблеме обеспечения надёжности сложных технических объектов чаще всего рассматривают метод расчёта при известных законах надёжности как основной и наиболее приемлемый при контроле безотказности [1]. При неизвестном законе надёжности объектов (непараметрические методы) при расчётах часто его постулируют как экспоненциальный без всякого на то основания, так как по остроумному замечанию академика Б.В. Гнеденко «...все так делают» [22].

Одним из возможных и часто встречающихся вариантов развития событий при эксплуатации объектов является ситуация, когда в течение длительного периода наработок отсутствуют отказы (п.Г.1 на рис.8.В). Если ещё учесть обычно небольшое количество контролируемых объектов, то понятно, что традиционные (классические) методы вычисления показателей безотказности (ПБ) для такого случая оказываются малопригодными.

При параметрических и непараметрических методах оценки показателей безотказности объектов иногда приходится использовать дополнительную информацию для корректировки параметров законов надёжности, которые ранее выявлены для объектов-аналогов или прототипов (сценарий А.1). Такая ситуация возникает обычно при ограниченной по объёму информации о надёжности контролируемых установок. Выше уже отмечалось, что подобные методы оценки не вполне соответствуют требованиям контроля безотказности сложных объектов, так как недостаточно формализованы.

Практика контроля надёжности сложных технических объектов в эксплуатации показывает, что сценарии расчёта показателей безотказности, отмеченные в п.п.Г.1.1, Г.2.1, являются методически наиболее сложными, так как для решения таких задач обычно отсутствуют стандартные алгоритмы и часто требуется разработка оригинальных методик.

Методика, соответствующая сценарию А.1 и позволяющая в эксплуатации оперативно выполнять текущую оценку показателей безотказности объектов, аналитически наиболее проста. Это позволяет рекомендовать её для применения при контроле безотказности объектов, которые длительное время эксплуатируются энергетике. В случае если для контролируемых объектов имеются соответствующие аналоги (прототипы), то по результатам эксплуатации может выполняться корректура параметров функции распределения (сценарии А.1, Б.1.). Основные положения методики корректировки параметров законов надёжности рассмотрены ниже.

### 3.1. Методика корректировки показателей безотказности с учётом дополнительной информации

*А математику ещё затем учить следует,  
что она ум в порядок приводит.  
М.В. Ломоносов*

Как отмечено выше, в рассматриваемой методике предполагается (сценарий А.1), что на момент контроля безотказности известны параметры законов надёжности тех объектов (или их элементов), которые считают аналогами (прототипами) контролируемых объектов. Тогда эти параметры и соответствующие законы надёжности можно принимать в качестве дополнительной (априорной) информации при расчёте показателей безотказности эксплуатируемых установок. Если не рассматривать самостоятельную проблему адекватности эксплуатируемых установок и их аналогов, то можно использовать метод корректировки (уточнения параметров) законов надёжности объектов с учётом этой априорной информации. В то же время, необходимым условием применения рассматриваемого метода является наличие закона надёжности эксплуатируемых установок, который принимается как условный.

Для уточнения показателей безотказности энергетической установки с использованием априорной и полученной позднее в эксплуатации (условной) информации используют формулу Байеса

$$p^A(t) = \frac{p_a(t) p_y(t)}{\Phi(t)}, \quad (23)$$

где  $p^A(t)$  - апостериорная (уточнённая) вероятность безотказной работы;  $p_a(t)$  - априорная вероятность безотказной работы;  $p_y(t)$  - условная вероятность безотказной работы, вычисленная по результатам эксплуатации;

$\Phi(t) = \int_0^R p_a(\tau) p_y(\tau, t) d\tau$  - полная вероятность безотказной работы объектов на интервале наработки от 0 до  $R$  – назначенного ресурса.

Допустим, что условным законом надёжности является экспоненциальный закон распределения наработок до отказа эксплуатируемой установки. Примем для конкретности, что параметр этого закона  $\lambda = 0,001$  (рис.15). В этом случае при различных априорных законах надёжности аналогов по уравнению (23) можно рассчитать апостериорную вероятность безотказной работы объектов. Аналитические выражения для  $p^A(t)$  могут быть получены только для некоторых комбинаций априорных и условных законов распределения случайных величин [40]. В остальных случаях решение этого уравнения приходится выполнять численными методами.

При выявлении априорных и условных законов надёжности для объектов обычно используют большой опыт формирования аналитических мо-

делей надёжности аналогичных технических объектов [41]. В соответствии с рекомендациями методических и нормативных источников каждому периоду эксплуатации объектов можно сопоставить определённый закон (модель) надёжности. Эти модели достаточно хорошо изучены и подтверждены на практике для многих сложных технических систем и устройств. При наличии корректной статистики о наработках до отказа (на отказ) можно сравнительно просто оценить параметры таких моделей. На практике возможны и более сложные варианты моделей надёжности.

Так, например, в случае, когда для объектов заканчивается этап приработки (испытаний) и начинается стабильная эксплуатация, то с увеличением наработки могут наблюдаться как износые, так и внезапные отказы. При условии независимости этих событий соответствующие интенсивности отказов рассчитываются для моделей экспоненциального и нормального законов распределений. Их суммирование даёт искомую интенсивность отказов объектов

$$\lambda = \lambda_B + \lambda_H,$$

а вероятность безотказной работы установки оценивается как вероятность сложного события

$$p(t) = p_B(t) \cdot p_H(t) = \frac{\exp(-\lambda_B t)}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \int_t^{\infty} \exp\left[-\frac{(t-T_{cp})^2}{2\sigma^2}\right] dt, \quad (24)$$

где  $\lambda_B$  - интенсивность внезапных отказов;  $T_{cp}$  - средняя наработка до износового отказа, ч;  $\sigma$  - стандартное отклонение наработки до износового отказа, ч.

Тогда суммарная интенсивность отказов установки имеет вид

$$\lambda(t) = \lambda_B + \exp\left[-\frac{(t-T_{cp})^2}{2\sigma^2}\right] / \int_t^{\infty} \exp\left[-\frac{(t-T_{cp})^2}{2\sigma^2}\right] dt, \quad (25)$$

откуда перемножением (24) и (25) можно получить выражение для плотности распределения вероятности наработки до отказа при экспоненциально-нормальной модели надёжности

$$f(t) = \frac{\lambda_B \exp[-\lambda_B t]}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \int_t^{\infty} \exp\left[-\frac{(t-T_{cp})^2}{2\sigma^2}\right] dt + \exp[-\lambda_B t] \frac{\exp\left[-\frac{(t-T_{cp})^2}{2\sigma^2}\right]}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma}. \quad (26)$$

При условии малой величины коэффициента вариации ( $\nu \leq 0,3$ ) путём интегрирования (26) в диапазоне от 0 до  $\infty$  можно получить приближённое (с погрешностью не более 0,005 %) выражение для средней наработки до отказа при данной модели надёжности

$$T \approx \frac{1}{\lambda_B} \left( 1 - \exp\left[ -\left( \lambda_B T_{cp} + \frac{\lambda_B^2 \sigma^2}{2} \right) \right] \right).$$

Таким образом, для рассматриваемой сложной модели надёжности

объектов условную вероятность при использовании формулы Байеса следует рассчитывать по формуле (26).

При корректно выявленных простых априорных и условных моделях надёжности объектов с использованием формулы Байеса (23) можно получить решения апостериорной функции надёжности. Тем самым, в полной мере используется дополнительная информация в виде априорных законов надёжности, полученных при эксплуатации аналогов, для расчёта показателей безотказности эксплуатируемых объектов.

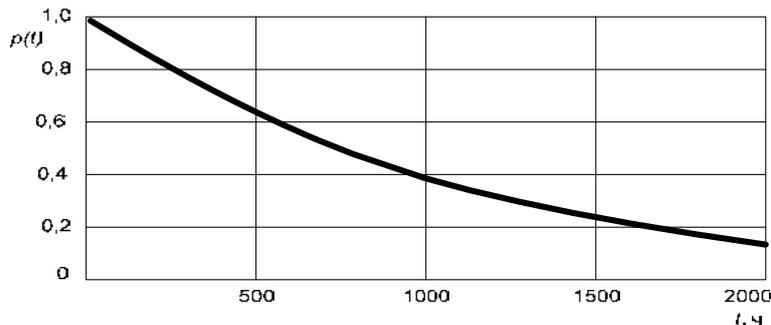


Рис.14. Вероятность безотказной работы объектов при экспоненциальном законе надёжности, принятом в качестве условного закона

Так, например, для априорной функции нормального распределения и условной функции надёжности, соответствующей экспоненциальному закону (рис.14), уравнение для расчёта вероятности апостериорного распределения имеет вид

$$p^A(\tau/T) = \frac{p_n(\tau) \cdot p_e(\tau, T)}{\int_0^{\infty} p_n(\tau) \cdot p_e(\tau, T) d\tau}, \quad (27)$$

где  $p_n(\tau)$  – вероятность априорного нормального распределения с параметрами  $\mu, \sigma$ ;  $p_e(\tau, T)$  – вероятность условного экспоненциального распределения с параметром  $\lambda$ ;  $T$  – априорная наработка.

Результаты расчёта по уравнению (27) показаны на рис.15.

Использование теоремы Байеса в форме уравнения (23) позволяет вычислить апостериорную вероятность безотказной работы объектов при различных соотношениях априорного и условного законов распределения.

На рис.16 представлены результаты аналогичных расчётов при следующих параметрах априорных законов надёжности: математическом ожидании  $\mu = 1000$  ч и стандартном отклонении  $\sigma = 0,25\mu$ .

Из рис. 16 следует, что указанные выше допущения о законах надёжности позволяют установить вероятность безотказной работы объектов практически при любом сочетании априорных и условного законов. Расчёт выполнялся путём численного интегрирования уравнения (27).

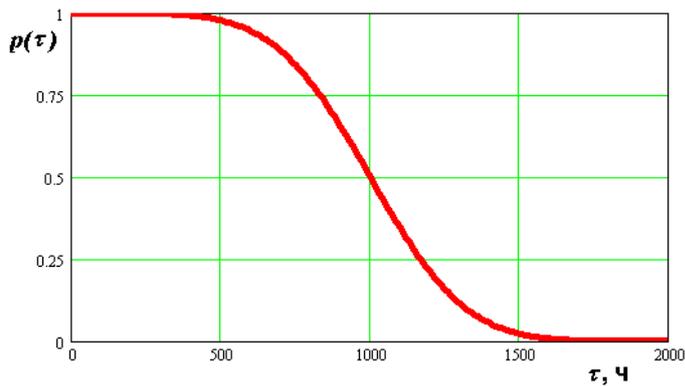


Рис.15. График апостериорной функции надёжности при априорной нормальной функции надёжности ( $\mu = 1000$  ч,  $\sigma = 0,25\mu$ ,  $T = 1\ 000$  ч) и условном экспоненциальном законе наработок до отказа ( $\lambda = 0,001$ )

Слабым местом такого численного решения является необходимость проведения дополнительного анализа по выявлению вида (проверки согласия) теоретического закона для полученной апостериорной вероятности безотказной работы. В то же время численные методы вычисления  $p^A(t)$  дают достаточно точные решения, которые во многих практически важных случаях исключают необходимость подобного анализа.

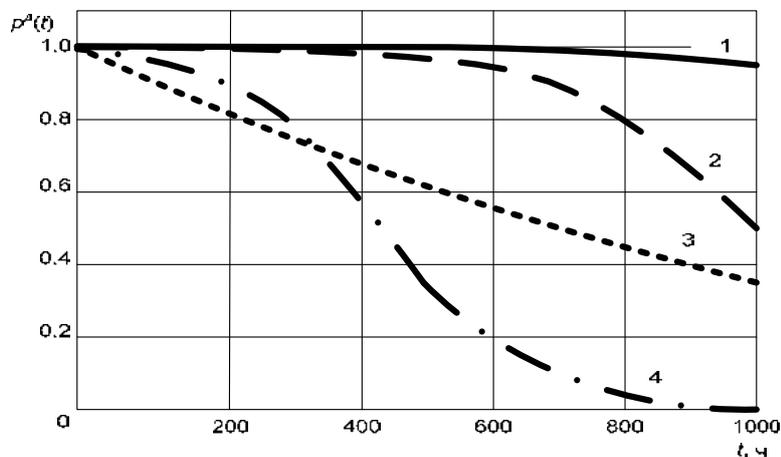


Рис.16. Апостериорная вероятность безотказной работы объектов при условном экспоненциальном законе надёжности и различных априорных законах надёжности 1- гамма-распределение (при  $m = 3$ ); 2 - нормальный закон; 3 - экспоненциальный закон; 4 – закон Вейбулла (при  $\beta = 2,5$ )

Если в качестве условного закона надёжности выявлен закон Вейбулла (рис.17), то использование уравнения (23) позволяет найти апостериорные законы безотказности, как это показано на рис.18.

Для конкретизации анализа в качестве параметров законов распреде-

ления приняты  $\mu = 500$  ч,  $\sigma = 0,35\mu$  и  $\lambda = 0,0025$ .

Во многих работах по теории надёжности утверждается, что использование различных априорных распределений в байесовском подходе не всегда является необходимым в связи с известным положением теоремы Бернштейна-фон Мизеса [19,24].

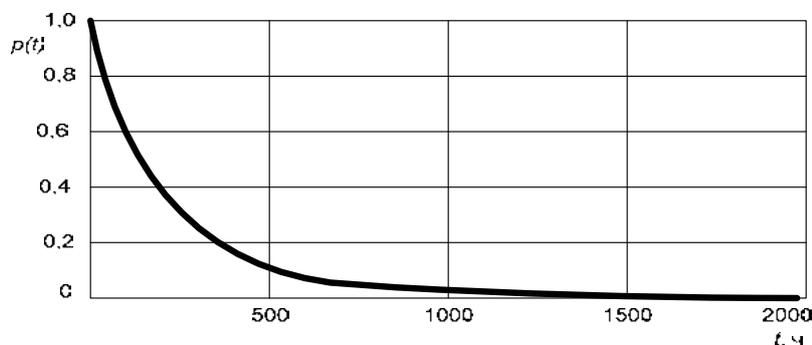


Рис.17. Вероятность безотказной работы объектов при законе надёжности Вейбулла ( $\beta = 1,5$ ), принятом в качестве условного закона

Согласно этой теореме при непрерывной плотности распределения параметров априорного распределения по мере увеличения условной наработки (числа отказов или соответствующих наработок до отказа) апостериорное распределение стремится к пределу, не зависящему от априорного распределения.

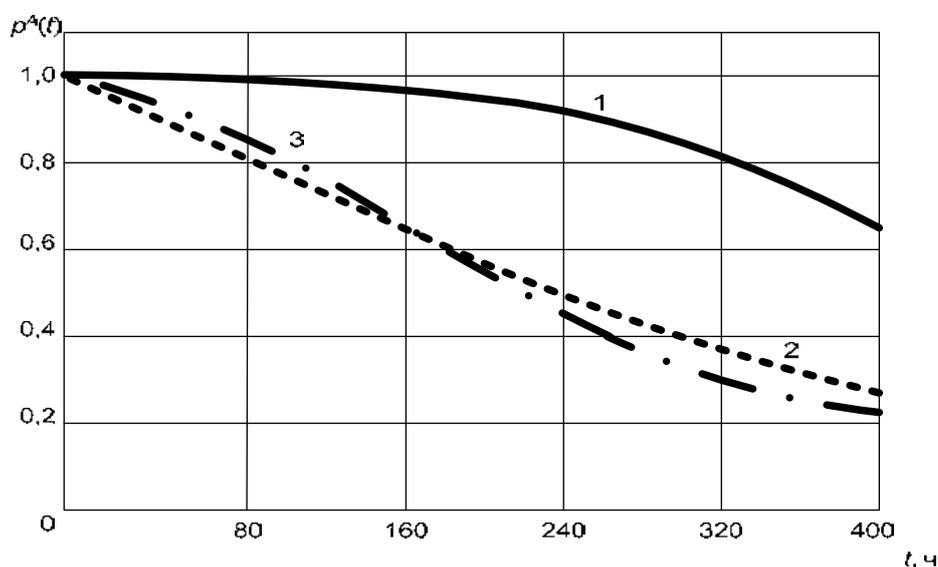


Рис.18. Апостериорная вероятность безотказной работы объектов при условном законе надёжности Вейбулла ( $\beta = 1,5$ ) и различных априорных законах надёжности:

- 1 - нормальный закон;
- 2 - экспоненциальный закон;
- 3 – закон Вейбулла (при  $\beta = 1,5$ )

Рассмотренная методика корректировки показателей безотказности

объектов в эксплуатации предназначена для специалистов научных центров, а также для представителей промышленности, контролирующих периодически или по запросу уровень безотказности объектов.

Использование данной методики предполагает наличие определённой информации о законах надёжности объектов – прототипов (априорная информация), а также о показателях надёжности, полученных при эксплуатации анализируемых объектов (условная информация).

### **3.2. Контроль показателей безотказности на основе байесовской оценки вероятности гипотезы состояния**

*Число гипотез, объясняющих данное явление, обратно пропорционально объёму знаний о нем.  
Э. Мэрфи*

При эксплуатации объектов, особенно новых объектов на начальном этапе их функционирования, возможна ситуация, когда отсутствуют отказы (или их число невелико), для устранения которых требуется снижать уровень назначенной технической готовности. Если, к тому же, объекты не имеют прототипов (аналогов), то обычно отсутствуют сведения о законе надёжности как самих объектов, так и её отдельных элементов. В подобных обстоятельствах специалисты сталкиваются с проблемой отсутствия корректных методов для получения текущих оценок показателей безотказности объектов. Необходимость получения таких оценок возникает не только в различных эксплуатирующих организациях, но и у проектантов для проверки и подтверждения качества создаваемых объектов.

Предположим, что наработка объектов за отчётный период равна  $t$  и расчётное (нормативное) значение вероятности безотказной работы равно  $p_0 = p_{\text{норм}}$ . Кроме того, известна величина нижней доверительной границы (НДГ)  $\underline{p}$ , при достижении которой эксплуатацию следует прекращать и выполнять техническое обслуживание для восстановления качества объектов.

В случае если за анализируемый период наработки не зафиксировано ни одного отказа или их малое количество (например, не более  $k = 3 \div 5$ ), вполне реальным является предположение об однопараметрическом законе надёжности установки, а именно – об экспоненциальном законе.

Для начала рассмотрим случай, когда не зафиксировано ни одного отказа ( $k = 0$ ) при наработке объектов, равной  $t$ . Тогда можно выдвинуть две гипотезы: первая  $H_1$  – безотказность установки за время  $t$  соответствует нормативному уровню  $p_{\text{норм}}$  и вторая гипотеза  $H_2$  – допускающая, что показатель безотказности находится на нижнем граничном уровне  $\underline{p}$ . Как отмечено выше, последнее допущение соответствует прекращению дальнейшей эксплуатации объектов и началу процедуры восстановления их работоспособности.

сти.

Каждая гипотеза имеет определённую вероятность достоверности  $P_{H_1}$  и  $P_{H_2}$ .

Уточнение (корректировку) вероятностей выдвинутых гипотез можно выполнить на основе теоремы Байеса, при заранее (априорно) известных их начальных значениях. Если на основе опыта эксплуатации или по результатам предварительных (приёмочных) испытаний нельзя установить даже приблизительные значения вероятностей гипотез  $H_1$  и  $H_2$ , то вполне допустимо принять  $p_{H_1} = 0,5$ ,  $p_{H_2} = 0,5$ .

Предположим, что директивно заданы вероятности  $p_{норм} = 0,95$  и  $\underline{p} = 0,80$ . Тогда при наработке объектов  $t_0$  можно вычислить соответствующие интенсивности отказов в предположении экспоненциального закона надёжности:

$$\lambda_1 = \frac{-\ln(\overline{p}_{норм})}{t_0}, \lambda_2 = \frac{-\ln(\underline{p})}{t_0}. \quad (28)$$

Уточнение первой гипотезы выполняем по формуле [23,26]:

$$p_{H_1}^A(t) = \frac{p(\lambda_1, t)^{t_0} \cdot p_{H_1}}{\sum_{i=1}^2 p(\lambda_i, t) p_{H_i}}, \quad (29)$$

где  $p_{H_1}^A(t)$  – апостериорная вероятность первой гипотезы;  $p(\lambda_1, t) = \exp(-\lambda_1 \cdot t)$  – априорная вероятность безотказной работы объектов в предположении справедливости первой гипотезы;  $p_{H_1}$  – условная вероятность первой гипотезы (т.е. вероятность того, что безотказность объектов соответствует нормативной). Аналогично по такой же формуле можно уточнить и вторую гипотезу, что в общем случае является излишним, так как  $p_{H_2} = 1 - p_{H_1}$ .

Знаменатель формулы (29) представляет вероятность полного набора событий или, иначе вероятность безотказной работы объектов при соответствующей наработке и справедливости обеих выдвинутых гипотез.

При значениях  $t_0 = 1000$  ч,  $p_{норм} = 0,95$ ,  $\underline{p} = 0,80$ ,  $p_{H_1} = 0,50$ ,  $p_{H_2} = 1 - p_{H_1} = 0,50$  после уточнения получены по (29) следующие величины:  $p_{H_1} = 0,58$ ,  $p_{H_2} = 0,42$  (рис.19,  $k = 0$ ).

Исследования показали, что при фиксированной априорной наработке объектов величина  $p_{H_1}$  стремится к пределу с увеличением итераций (уточнений по уравнению (29)). Как показано на рис.19, часто бывает достаточным два или три уточнения гипотез, что определяется непосредственным расчётом по уравнению (29).

После уточнения гипотез можно вычислить вероятность безотказной работы установки в функции наработки (рис.20).

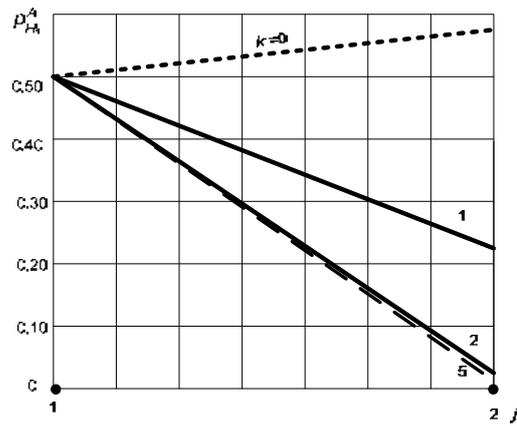


Рис.19. Вероятность первой гипотезы до ( $j=1$ ) и после корректировки ( $j=2$ ) при отсутствии отказов ( $k=0$ ) в период наработки 1 000 ч и различном количестве отказов при наработке в интервале от 1 000 до 1 100 ч:  $k$  – количество отказов

С увеличением наработки и при отсутствии отказов объектов процедуру уточнения вероятности  $p_{H_1}$  можно повторить при новых значениях  $t_0$ . Это позволит заново пересчитать показатели безотказности.

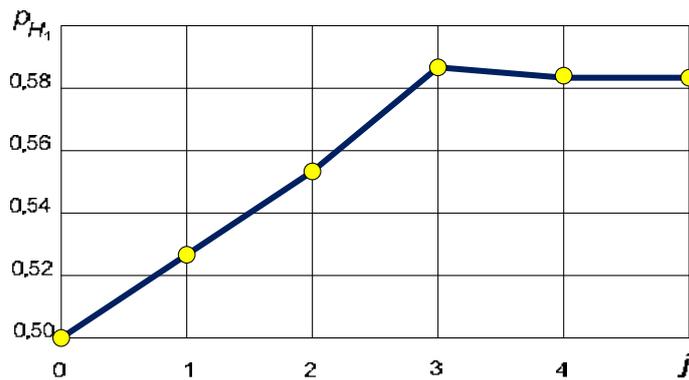


Рис.20. Зависимость вероятности  $p_{H_1}$  от числа итераций при безотказной априорной наработке ( $k=0$ )

При наличии отказов в период анализируемой наработки объектов также можно откорректировать начальные значения вероятностей гипотез  $H_1, H_2$ . Допустим, что при наработке установки  $t_0$  отказы не зафиксированы, а спустя некоторое время  $\Delta t_1$  возник один отказ.

Тогда апостериорная вероятность первой гипотезы может быть найдена из уравнения

$$p_{H_1}^A(t) = \frac{\ln(p(\lambda_1, t)) \cdot [p(\lambda_1, t)]^{\frac{t_0 + \Delta t_1}{t}} \cdot P_{H_1}}{\sum_{i=1}^2 [p(\lambda_i, t)]^{\frac{t_0 + \Delta t_1}{t}} \cdot \ln(p(\lambda_i, t)) \cdot P_{H_i}}, \quad (30)$$

где выражение  $\ln(p(\lambda_1, t)) \cdot [p(\lambda_1, t)]^{\frac{t_0 + \Delta t_1}{t}}$  характеризует априорную вероятность

возникновения отказа объектов в интервале наработки  $(t_0 + \Delta t_1)$ , так как при справедливости первой гипотезы можно получить

$$\begin{aligned} \text{Вер} \{t_0 \leq t < t_0 + \Delta t_1\} &= \exp(-\lambda_1 \cdot t_0) - \exp[-\lambda_1(t_0 + \Delta t_1)] \cong \lambda_1 \Delta t_1 \exp(-\lambda_1 \cdot t_0) = \\ &= (-1) \frac{\Delta t_1}{t} \ln(p(\lambda_1, t)) \cdot [p(\lambda_1, t)]^{\frac{t_0 + \Delta t_1}{t}}. \end{aligned}$$

Расчёт по уравнению (30) показывает, что наличие даже одного отказа уменьшает начальное значение вероятности  $p_{H_1}$ .

Действительно, при начальных условиях, аналогичных предыдущему примеру, и зафиксированном одном отказе установки через  $\Delta t = 100$  ч расчётом можно убедиться в том, что апостериорная вероятность первой гипотезы от начального уровня 0,50 снизилась до  $p_{H_1} = 0,217$  (рис.19). Вероятность безотказной работы объектов при наличии одного отказа даже при безотказной наработке 1000 ч стала заметно меньше нормативного уровня  $p_{\text{норм}} = 0,95$  (рис.21).

Если при эксплуатации объектов наблюдается  $k$  отказов, то корректировка вероятностей гипотез выполняется по следующей зависимости:

$$p_{H_1}^A(t) = \frac{[\ln(p(\lambda_1, t))]^k \cdot [p(\lambda_1, t)]^{\frac{t_0 + \Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots + \Delta t_k}{t}} \cdot p_{H_1}}{\sum_{i=1}^2 [p(\lambda_i, t)]^{\frac{t_0 + \Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots + \Delta t_k}{t}} \cdot [\ln(p(\lambda_i, t))]^k \cdot p_{H_i}}, \quad (31)$$

где интервалы  $\Delta t_j, j = 1, \dots, k$  соответствуют наработкам между отказами.

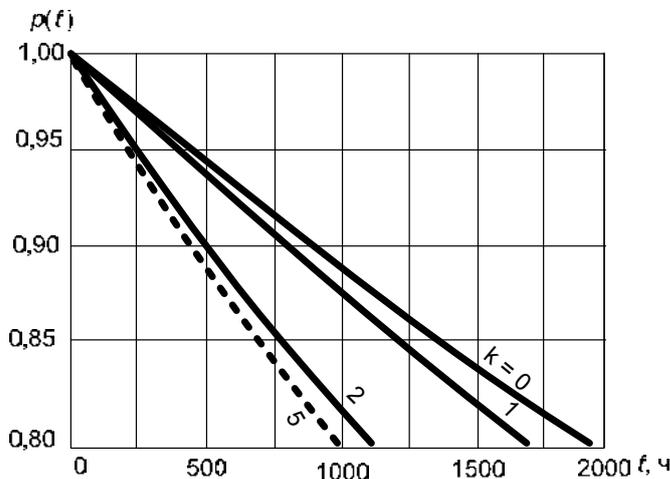


Рис.21. Вероятность безотказной работы объектов при отсутствии отказов ( $k = 0$ ) в период наработки  $t_0 = 1000$  ч и различном количестве отказов на интервале  $\Delta t$  от 1 000 до 1 100 ч

Расчёт вероятности безотказной работы в этом случае показывает заметное снижение надёжности установки. На рис.21 видно, что с увеличением количества отказов  $p(t)$  существенно уменьшается.

Если качественный анализ результатов наблюдения за эксплуатацией

объектов позволяет выявить наличие износных процессов в отдельных элементах, которые могут привести к отказам, то вероятнее всего следует предположить, что закон надёжности установки – Вейбулла. В этом случае уточнение вероятности  $p_{H_1}$  также выполняется на основании теоремы Байеса.

Дополнительно следует знать в качестве априорной информации числовое значение  $\beta$  - параметра формы закона Вейбулла.

Допустим, что этот параметр незначительно превышает единицу, например,  $\beta = 1,21$ , что соответствует определённой близости закона надёжности к экспоненциальному, но всё же свидетельствует о наличии процессов деградации в объектах. Такое возможно, например, при повышенной чувствительности элементов объектов к воздействию факторов внешней среды.

При заданном значении параметра формы  $\beta$  можно вычислить параметр масштаба  $\alpha_i$  закона Вейбулла для безотказной наработки  $t_0$  и нормативных значений верхнего и нижнего предельных уровней показателей безотказности, например,  $p_1 = p_{норм} = 0,95$ ,  $p_2 = p = 0,80$ .

$$\alpha_i = \frac{[-\ln(p_i)]^{1/\beta}}{t_0}, i = 1, 2. \quad (32)$$

Вероятность безотказной работы, соответствующая закону Вейбулла (32), при указанных выше параметрах и зафиксированной безотказной наработке  $t_0 = 1000$  ч показана на рис.22.

$$p_w(t) = \exp\left[-\left(\frac{t}{a}\right)^\beta\right], \quad (33)$$

где  $a = \alpha^{-1/\beta}$ .

По формуле, полученной на основе теоремы Байеса, уточняется вероятность  $P_{H_1}$

$$P_{(H_1,w)}^A(t) = \frac{p_w(t, \alpha_1, \beta) \cdot p_{H_1}}{\sum_{i=1}^2 p_w(t, \alpha_i, \beta) \cdot p_{H_i}}, \quad (34)$$

где  $p_w(t, \alpha, \beta) = \exp\left[-\left(\frac{t}{a}\right)^\beta\right]$ ,  $a = \alpha^{-1/\beta}$ .

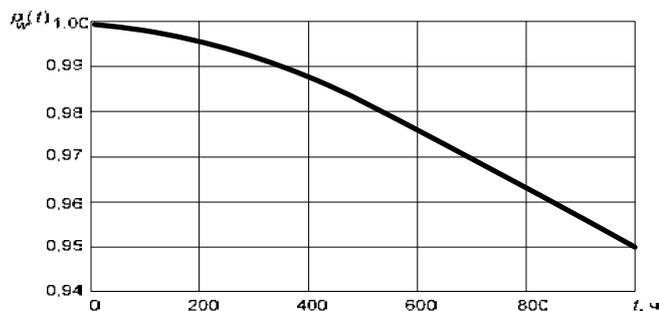


Рис.22. Вероятность безотказной работы объектов при законе Вейбулла с параметрами  $\beta = 1,21$ ,

$$\alpha = 0,00009$$

На основе уточнённых (апостериорных) вероятностей гипотез  $H_1$  и  $H_2$  вычисляется вероятность безотказной работы объектов.

В случае обнаружения отказов и при сохранении неизменными параметров закона надёжности Вейбулла, также можно уточнить начальные значения вероятности  $p_{H_1}$ . По уравнению (35) вычисляется апостериорная вероятность первой гипотезы при возникновении одного отказа через время  $\Delta t_1$  после периода безотказной наработки  $t_0$ .

$$p_{(H_1,w)}^{A_1}(t) = \frac{p_w [(t + \Delta t), \alpha_1, \beta] \cdot \alpha_1 \cdot \beta \cdot (t + \Delta t)^\beta \cdot p_{H_1}}{\sum_{i=1}^2 p_w [(t + \Delta t), \alpha_i, \beta] \cdot \alpha_i \cdot \beta \cdot (t + \Delta t)^\beta \cdot p_{H_i}}, \quad (35)$$

где  $\Delta t = t_0 + \Delta t_1$ .

При возникновении  $k$  отказов установки апостериорная вероятность гипотезы вычисляется аналогичным образом, но предварительно суммируется наработка между отказами  $\Delta t = t_0 + \sum_{i=1}^k \Delta t_i$ .

$$p_{(H_1,w)}^{A_k}(t) = \frac{p_w [(t + \Delta t), \alpha_1, \beta] \cdot (\alpha_1)^k \cdot \beta^k \cdot (t + \Delta t)^\beta \cdot p_{H_1}}{\sum_{i=1}^2 p_w [(t + \Delta t), \alpha_i, \beta] \cdot (\alpha_i)^k \cdot \beta^k \cdot (t + \Delta t)^\beta \cdot p_{H_i}}. \quad (36)$$

Результаты вычисления вероятностей уточнённых гипотез при начальном значении  $p_{H_1} = 0,50$  представлены на рис.23.

Как показано на рис.23, при отсутствии отказов ( $k = 0$ ) вероятность первой гипотезы растёт, а при наличии отказов снижается. При этом, чем больше отказов произошло на интервале наработки  $t_0 + \Delta t$ , тем меньше становится вероятность первой гипотезы.

Результаты расчётов вероятностей безотказной работы объектов после уточнения гипотез по уравнениям (34,35,36) изображены на рис.24.

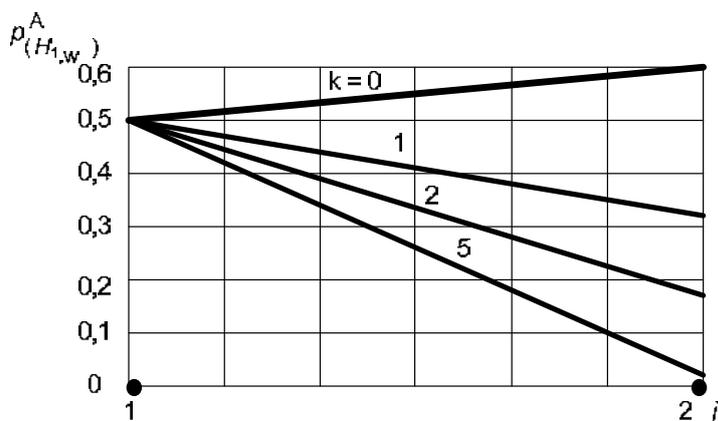


Рис.23. Вероятность первой гипотезы до ( $j=1$ ) и после корректировки ( $j=2$ ) (закон надёжности объектов - Вейбулла) при безотказной наработке

Расчёты подтверждают, что даже при безотказной работе объектов в течение достаточно продолжительного периода  $t$  и при наличии отказов при последующей наработке  $\Delta t$  вероятность безотказной работы заметно снижа-

ется и тем в большей степени, чем больше количество отказов.

Предложенная методика оценки показателей надёжности позволяет даже в условиях безотказного функционирования объектов (или при минимальном количестве информации об отказах) рассчитать вероятность безотказной работы. Тем самым появляется возможность специалистам эксплуатационникам и проектантам объектов контролировать уровень безотказности как новых объектов, находящихся на гарантийной эксплуатации, так и установок, которые уже длительное время эксплуатируются. Это создаёт основу для управления процессом эксплуатации объектов, например, для планирования сроков технического обслуживания, расчёта комплектов ЗИП и пр.

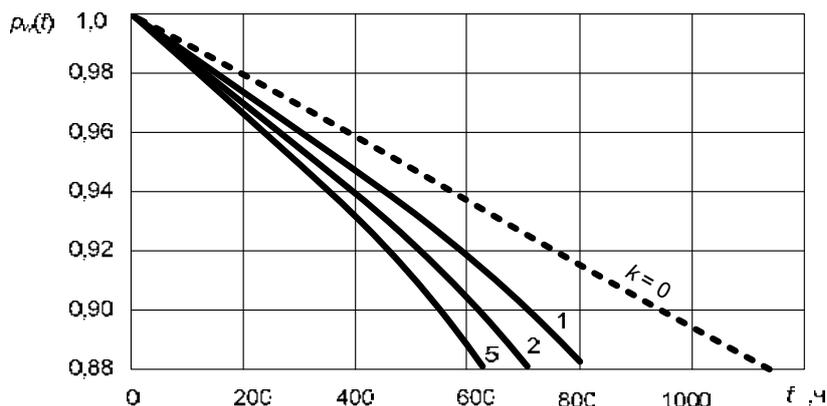


Рис.24. Вероятность безотказной работы объектов при законе надёжности Вейбулла с параметрами  $\beta = 1,21$ ,  $\alpha = 0,00009$ , при безотказной наработке  $t = 1\ 000$  ч и различном числе отказов  $k$  в интервале  $\Delta t$  от 1 000 ч до 1 500 ч

### 3.3. Контроль показателей безотказности методами параметрической надёжности

*Метод решения хорош, если с самого начала мы можем предвидеть – и впоследствии подтвердить это, – что следуя этому методу, мы достигнем цели.*  
Г. Лейбниц

Как уже отмечалось, энергетические объекты проектируются и создаются в соответствии с высокими требованиями к показателям безотказности и обычно при разработке проходят многоэтапную проверку и соответствующие испытания. Поэтому при эксплуатации таких объектов могут отсутствовать наработки до отказов, что приводит к появлению проблемы оценки показателей безотказности на начальном этапе эксплуатации и особенно объектов, не имеющих прототипов (аналогов). Проблема оценки ПБ связана с отсутствием отказов и невозможностью получения представительной стати-

стики для расчётов. Однако, как уже отмечалось, и для проектантов и для эксплуатационников важно постоянно контролировать соответствие показателей безотказности работающих на объекте двигателей существующим требованиям.

Таким образом, существует объективная необходимость разработки методики экспресс-оценки показателей безотказности, например, вероятности безотказной работы на основе текущей эксплуатационной информации. Такая информация в виде совокупности контролируемых параметров доступна для анализа, так как обычно регистрируется и хранится на электронных носителях достаточно длительный период. Системы автоматического управления и контроля на современных объектах содержат устройства накопления и архивации эксплуатационных параметров.

Как уже отмечалось<sup>2</sup>, в ГОСТ 27.002-89 [3] содержится прямое указание на непосредственную связь показателей надёжности и параметров объекта [4,5]. Известно, что нахождение параметров в определённых границах, установленных в нормативно-технической документации (НТД), свидетельствует о работоспособном состоянии установки. Изучение тенденций (тренда) смещения параметров от нормативных значений к предельным может служить основой для формирования функции надёжности объекта. Понятно, что такая функция будет характеризовать только специфические постепенные отказы, так называемые отказы функционирования, что, однако, немаловажно для управления процессом эксплуатации. При известной функции надёжности можно планировать использование объекта на различных режимах, организовывать профилактические работы, рассчитывать объёмы запасных частей и решать другие важные задачи обеспечения эксплуатации. Проектант на основе полученного закона надёжности может корректировать программы обеспечения безотказности для последующих установок и их элементов.

Для получения закона надёжности на основе эксплуатационных параметров рассмотрим установку (или отдельные элементы) как основной источник информации о качестве их функционирования. От объекта через соответствующие датчики передаются сигналы в систему контроля и автоматического управления, где эта информация фиксируется и архивируется. Среди всего множества регистрируемых параметров (их может быть, например, для современных ГТД 50 и более) обычно заранее известны самые информативные и наиболее важные с точки зрения принятия решения о работоспособности двигателя. Из рассмотрения следует исключить те параметры, которые дублируют информацию, например, для повышения её достоверности, а также параметры, отклонение которых от нормы не требует изменения режима функционирования установки.

Примем, что каждый параметр  $x_i$  характеризует один элемент двигателя и образует с этим элементом определённое информационное пространство, которое называют *информационным контуром* [25,27]. В общем случае каждый объект может содержать  $n$  информационных контуров по числу па-

---

<sup>2</sup> См. Введение.

раметров, характеризующих его состояние с учётом ограничений, указанных выше. Понятно, что множество информационных контуров  $x_i, i = 1, \dots, n$  может не совпадать с общепринятой декомпозицией объектов на элементы.

Каждый отдельно взятый параметр имеет номинальное значение  $x_0$ , которое известно в результате расчётов при проектировании двигателей, и соответствующее предельное значение. Номинальное значение параметра обычно тщательно обосновывается при проектировании, так как его величина характеризует соответствие двигателей требованиям заказчика. Этот параметр подтверждается при испытаниях и записывается в эксплуатационную документацию, например, в формуляр двигателя. Так как эта величина директивная, то есть все основания полагать  $x_0$  детерминированной величиной. Предельное же значение параметра обычно устанавливается расчётом и не проверяется (за редким исключением для отдельных элементов) при испытаниях. Это связано с возможностью разрушения деталей при испытаниях и опасностью аварии двигателей. Поэтому часто предельное значение параметра рассматривается как некоторое его усреднённое значение  $\bar{x}_{np}$ , а точное значение в реальных условиях эксплуатации для конкретного двигателя представляет собой случайную величину. Она формируется композицией случайных разбросов свойств материалов деталей, действием стохастических факторов внешней среды, случайным характером процессов деградации в контуре, а также ошибками измерения параметра. Фактическая величина предельного значения параметра в конкретных условиях эксплуатации характеризуется некоторой плотностью распределения  $f(x_{np})$ , где  $x_{np}$  - случайное значение предельного уровня параметра, а  $\Delta x_{np}$  - отклонение этого параметра от среднего значения. На рис.25 выделена опасная зона, в которой измеренный параметр может находиться с некоторой вероятностью, определяемой долей площади под кривой  $f(x_{np})$ .

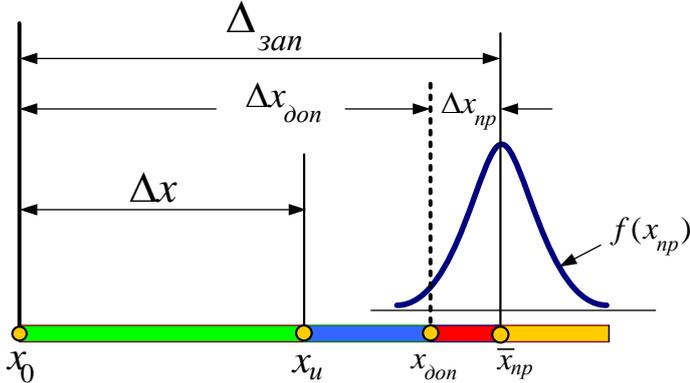


Рис. 25. Структура параметров информационного контура:  $x_0$  - номинальное значение;  $x_u$  - измеренное значение;  $x_{don}$  - допускное значение;  $\bar{x}_{np}$  - предельное значение (среднее)

Величина  $\Delta_{зан} = |\bar{x}_{np} - x_0|$  характеризует нормативный запас надёжности параметра, а  $\Delta x = |x_0 - x_u|$  - отклонение измеренного при контроле параметра  $x_u$  от его нормативного значения.

С учётом введённых обозначений функция надёжности контура может быть записана так:

$$p(x) = \int_x^{\Delta_{зан}} f(\xi) d\xi, \quad (37)$$

где  $f(\xi)$  - плотность распределения параметра  $x_{np}$ .

При усечённо-нормальном законе распределения случайной величины  $x_{np}$  с границами усечения  $[0, \bar{x}_{np}]$  закон надёжности информационного контура по уравнению (37) имеет вид, показанный на рис.26. Расчёт выполнен для условного параметра при следующих исходных данных  $x_0 = 0$ ;  $\Delta x = 3$ ;  $\bar{x}_{np} = 5$ ;  $\sigma_{x_{np}} = 2$ .

Контроль и последующая регистрация параметра  $x_u$  выполняется измерительным каналом (например, датчик, усилитель, показывающий прибор, запоминающее устройство), который имеет определённый класс точности. Поэтому каждый зафиксированный параметр при последующем измерении (при неизменных внешних условиях) может дать новое случайное значение, определяемое характеристиками измерительного канала (рис.26.Б).

Как следует из уравнения (37) и рис.25, смысл функции надёжности контура заключается в оценке вероятности того, что при контроле текущее значение регистрируемого параметра будет находиться в зоне работоспособности (рабочей области). В условных обозначениях рис.25 можно записать закон надёжности в отклонениях  $\Delta x \leq \Delta_{зан} - \Delta x_{np}$ .

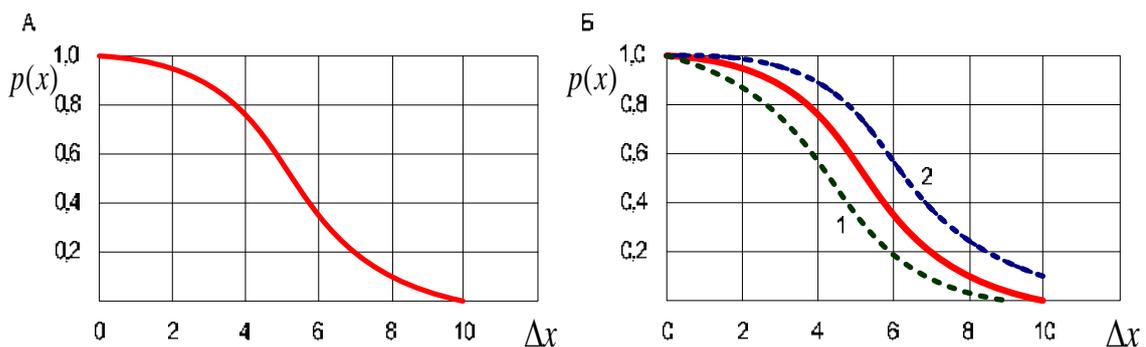


Рис.26. Функция надёжности информационного контура:

- А - без учёта погрешности измерительного канала;
- Б - при классе точности измерительного канала 0,05;
- 1- при максимальной дисперсии параметра;
- 2- при минимальной дисперсии параметра

Величина запаса надёжности для основных параметров устанавливается проектантом на основе расчётов процессов в двигателе. Его можно также вычислить по известным показателям надёжности с помощью уравнения

$$\int_{-\infty}^{\Delta x_{\text{дон}}} f(\xi) d\xi = p_{\text{min}} \cdot \omega,$$

(38)

где  $\Delta x_{\text{дон}}$  – допуск параметра в эксплуатации (в относительных единицах);

$p_{\text{min}}$  – минимально допустимый уровень безотказности контура;

$f(\xi)$  – функция плотности случайной величины  $x_{np}$  из уравнения (37);

$\omega = [F(\bar{x}_{np}) - F(0)]$  – множитель, определяющий границы усечённого закона распределения случайной величины;

$F(\bar{x}_{np}), F(0)$  – функции распределения  $x_{np}$  в граничных точках.

Величина  $\Delta x_{\text{дон}}$  при использовании уравнения (38) принимается на основании расчетов для каждого параметра индивидуально в соответствии с характеристиками теплофизических процессов в контуре. Минимальный уровень надёжности  $p_{\text{min}}$  может быть определён из следующих соображений.

При эксплуатации энергетических объектов момент наступления функционального отказа фиксируется по любому параметру из множества  $n$  выделенных информационных контуров двигателя. При равнозначности параметров минимальный уровень надёжности контура рассчитывается по уравнению

$$p_{\text{min}} = \sqrt[n]{p_{\text{норм}}}, \quad (39)$$

где  $p_{\text{норм}}$  – нормативное значение безотказности, известное, например, по ГОСТ 29328-92 [6] или полученное расчётным путём при проектировании объектов (см. пп.1.3,1.4). Различный вклад отдельных параметров в исчерпание запаса надёжности объектов может быть учтён соответствующими весовыми коэффициентами. Методика получения весовых коэффициентов достаточно хорошо известна по литературным данным [28].

По данной методике выполнен расчёт функции надёжности одного из газотурбинных двигателей на основе анализа шести основных параметров, которые регистрировались автоматической системой контроля в процессе специальных испытаний. Испытания проводились на стенде с целью проверки работоспособности двигателя при подаче солевого раствора в проточную часть. За номинальные параметры принимались показания приборов перед началом испытаний. Класс точности измерительных каналов не учитывался. Отдельные характеристики двигателя в ходе испытаний показаны на рис. 27.

В результате расчётов по уравнению (37) получена вероятность безотказной работы в зависимости от наработки за весь период испытаний. Закон распределения  $x_{np}$  принят усеченно-нормальным, параметры закона уточнялись по уравнению (38) при условно принятом минимально допустимом уровне безотказности  $p_{\text{min}} = 0,95$ . Как показано на рис.28, с увеличением наработки двигателя в результате непрерывной подачи солевого раствора вероятность безотказной работы снижалась.

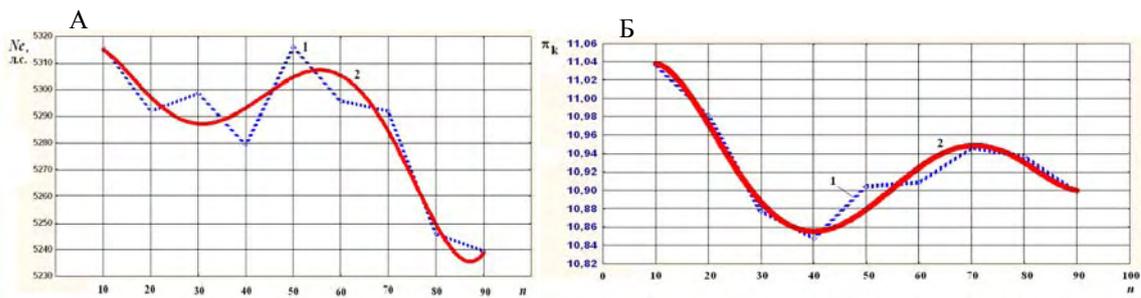


Рис. 27. Изменение мощности  $N_e$  (А) и степени повышения давления  $\pi_k$  (Б) двигателя при непрерывной подаче солевого раствора в проточную часть: 1- измеренные значения; 2- аппроксимация экспериментальных данных полиномом;  $n$  - порядковый номер измерения

Такое изменение  $p(t)$  вполне согласуется с общим характером ухудшения свойств двигателей при отложении солей морской воды в проточной части. Колебательный характер линии (1) на рис.27 вероятно связан с процессами периодической самоочистки проточной части компрессоров и турбин («сброс соли») и, вследствие этого, соответствующими изменениями характеристик двигателя (рис.26). Кроме того, на графике рис.27 можно заметить определённую стабилизацию вероятности безотказной работы двигателя к моменту окончания данного этапа эксперимента (138 ч). Возможно, это объясняется известным из литературы явлением предельного насыщения проточной части компрессоров солью морской воды. Ранее в эксплуатации осевых компрессоров газотурбинных двигателей (ГТД) в морских условиях встречались случаи, когда при сильном загрязнении проточной части характеристики двигателей стабилизировались на определённом уровне и далее не ухудшались. Как правило, такие режимы находятся на пределе устойчивости работы компрессоров, не могут быть длительными, так как опасны для ГТД.

Методика оценки показателей безотказности энергетических объектов по результатам контроля эксплуатационных параметров позволяет осуществлять мониторинг уровня показателей безотказности даже при отсутствии статистики по отказам. Применение методики не требует дополнительной информации, кроме той, которая фиксируется штатным контрольно-измерительным комплексом. По данной методике можно оценивать безотказность любых элементов, но только по ограниченному подмножеству отказов, так называемым функциональным отказам. Для повышения точности результатов при использовании предложенной методики необходимо обосновать для конкретного объекта закон распределения предельного значения каждого параметра, а также минимально допустимый уровень безотказности контуров в эксплуатации.

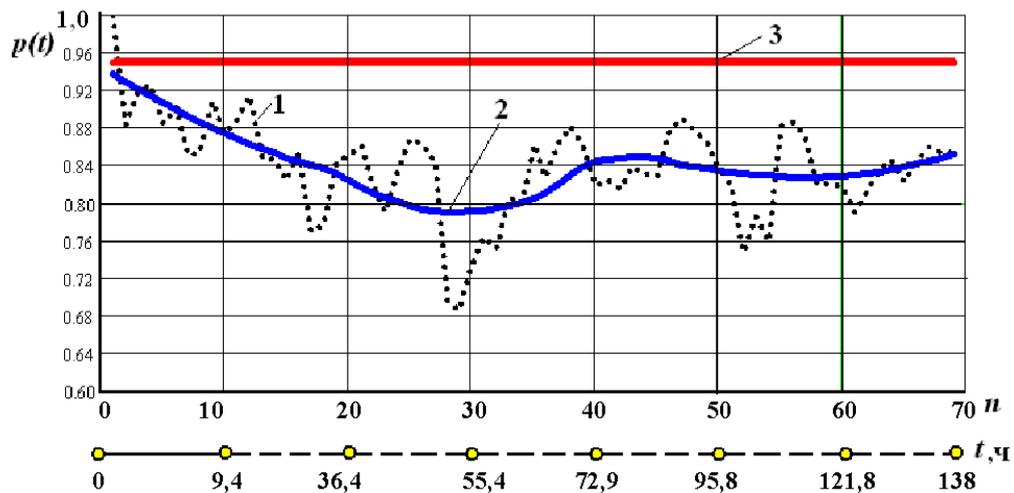


Рис.28. Изменение вероятности безотказной работы двигателя с увеличением наработки:  
 1- результаты расчёта; 2- аппроксимация полиномом;  
 3- нормативное значение (принято условно);  
 $n$  – номер измерения;  $t$  – время испытания

Эти вопросы требуют дополнительного исследования. Установлено, что в качестве первого приближения для расчётов фактического значения  $x_{np}$  в эксплуатации во многих случаях можно применять нормальный закон при соответствующей корректировке параметров этого закона, как это показано выше. За минимальный уровень безотказности информационных контуров допустимо принимать величину, указанную в требованиях заказчика для объекта (или его элементов).

**В**о всех высших отраслях знания самую большую трудность представляет не открытие фактов, а открытие верного метода, согласно которому законы и факты могут быть установлены.

Г. Бокль

## Глава 4. Методики контроля показателей безотказности на основе цензурированной эксплуатационной информации

### 4.1. Непараметрическая оценка показателей безотказности на основе цензурированной эксплуатационной информации

*Как бы кропотливо и тщательно вы ни готовили выборку, вам всегда могут сказать, что она неправильна и неприменима к данной проблеме.*  
Э. Мэрфи

Предположим, что анализируемые объекты принадлежат к одному классу, например, это газотурбогенераторы (ГТГ), нормативные показатели надёжности которых соответствуют ГОСТ 29328-92 [6]. В том случае, если ГТГ имеют значительную наработку и при этом зафиксировано определённое количество отказов, то можно статистически оценить функцию надёжности и решить задачу прогнозирования показателей безотказности. Задача решается известными методами статистического анализа при условии, что исследуемые выборки данных полные, однородные и имеют минимально допустимый размер. В практике эксплуатации энергетических объектов такая ситуация встречается скорее как исключение. Даже при однородных данных о наработках до отказа объектов (или их элементов) выборки часто получаются неполные (цензурированные) и малого размера. Поэтому, как отмечено выше<sup>1</sup>, стандартные методы оценки показателей безотказности по статистическим данным во многих случаях неприменимы.

Действительно, практика эксплуатации подтверждает, что статистические данные о наработках до отказа объектов редко бывают полными из-за их высокой стартовой безотказности, как объектов ответственного назначения. Это значит, что эксплуатационная информация может содержать как наработки отказавших объектов, так и не отказавших. Кроме того, в связи с различной интенсивностью их эксплуатации и часто отсутствием единого информационного пространства не всегда удаётся получить достоверную информацию обо всех возникающих отказах однотипных установок.

Современный уровень теории статистического анализа позволяет наработки отказавших установок и наработки неотказавших объединять в общую совокупность, которая в литературе получила название случайно цензурированных выборок. В настоящее время разработаны достаточно корректные процедуры получения функции надёжности объектов на основе подобных выборок. Чаще всего для этой цели используют метод Каплана-Мейера

---

<sup>1</sup> См. Введение.

[1,25,38,42]. В практике оценки показателей безотказности энергетических объектов подобные методы пока применяются недостаточно.

В соответствии с этим методом исходной информацией для расчёта являются:

- наработки до отказа объектов;
- количество отказавших объектов в момент наблюдения;
- количество и наработки неотказавших объектов или объектов, о фактическом состоянии которых нет информации.

Для получения оценки показателей безотказности статистика наработок представляется в виде вариационного ряда по возрастанию (табл.7). При одинаковых наработках отказавшего объекта и неотказавшего на первое место ставится наработка отказавшего объекта, что отмечается в индикаторном массиве. Порядковый номер каждой наработки (ранг вариационного ряда) участвует в формировании статистической оценки функции распределения, которая получается в виде ступенчатой ломаной линии.

Таблица 7

Порядок формирования матрицы наработок объектов с условными обозначениями элементов

$j$ - порядковый номер	1	2	3	4	...	$N$
$t$ - наработка объекта, ч	$t_1 \leq$	$t_2 \leq$	$t_3 \leq$	$t_4 \leq$	...	$t_N$
$\delta_j$ - индикаторный массив	1	1	0	0	...	1

Статистическая оценка функции надёжности рассчитывается по формуле

$$p_j^*(t) = 1 - \frac{F_{j-1}^* (N - j) + \delta_j}{N - j + \delta_j}, \quad (40)$$

$$F_0^* = 0,$$

где  $F_j^*$  - значение статистической оценки функции распределения наработок до отказа в момент  $j$ -го наблюдения;  $N$  - объём выборки;  $j$  - порядковый (хронологический) номер отдельного наблюдения;  $\delta_j$  - индикаторный массив, значения которого равны  $\delta_j = 1$  при зафиксированном в момент  $j$  отказе объекта и  $\delta_j = 0$  при наблюдении в этот момент неотказавшего объекта.

Как следует из (40), при получении оценки  $p^*(t)$  большие значения имеют величины из индикаторного массива (табл.7). Как уже отмечено, этот массив  $\delta$  содержит признаки того (в виде единиц и нулей), что зафиксированная наработка соответствует отказу или безотказной работе объекта (т.е. цензурированию).

В практике эксплуатации встречаются различные варианты цензурирования: цензурирование слева, цензурирование справа, однократное и многократное, случайное и детерминированное. Наиболее общим является мно-

гократное случайное цензурирование, которое позволяет сформировать случайно цензурированную выборку наработок объектов.

В табл.8 приведены в качестве примера наработки одного из элементов газотурбогенераторов в течение продолжительного времени эксплуатации, а также результаты расчёта статистической оценки функции надёжности.

Таблица 8

Оценка вероятности безотказной работы на основе метода  
Каплана-Мейера

$j$ - порядковый номер элемента вариационного ряда наработок	$t$ - наработка, ч	$\delta_j$ - индикаторный массив; $j = 1, \dots, 15$	$p^*(t)$ - статистическая оценка функции надёжности
1	0	0	1,00
2	200	1	0,933
3	400	1	0,867
4	650	1	0,800
5	700	0	0,800
6	900	0	0,800
7	1200	0	0,800
8	1400	1	0,711
9	1550	1	0,622
10	1650	1	0,533
11	1800	0	0,533
12	1950	0	0,533
13	2000	1	0,400
14	3570	1	0,267
15	3700	1	0,133

График функции надёжности показан на рис.29. Статистическая оценка функции надёжности, представленная в виде ступенчатого графика в функции времени, позволяет уяснить основную идею метода Каплана-Мейера, которая заключается в том, что в момент отказа наблюдается скачок функции  $p^*(t)$  вниз, а при цензурировании эта функция смещается вправо. Понятно, что чем больше определённость исходной матрицы наблюдений (меньше глубина цензурирования) или иначе - больше единиц в индикаторном массиве, тем точнее функция отражает фактический уровень безотказности объектов. В то же время установлено, что наличие цензурирующих наработок в общем массиве данных расширяет информационное пространство и позволяет более достоверно оценить безотказность объектов.

Существует множество методов сглаживания ступенчатой функции, которые позволяют получить плавную кривую и затем проверить согласие полученной функции с теоретическим законом надёжности, например, методом Колмогорова [18]. Результаты сглаживания функции на рис. 29 мето-

дом скользящей медианы и методом наименьших квадратов эмпирической функции надёжности показаны на рис. 30.

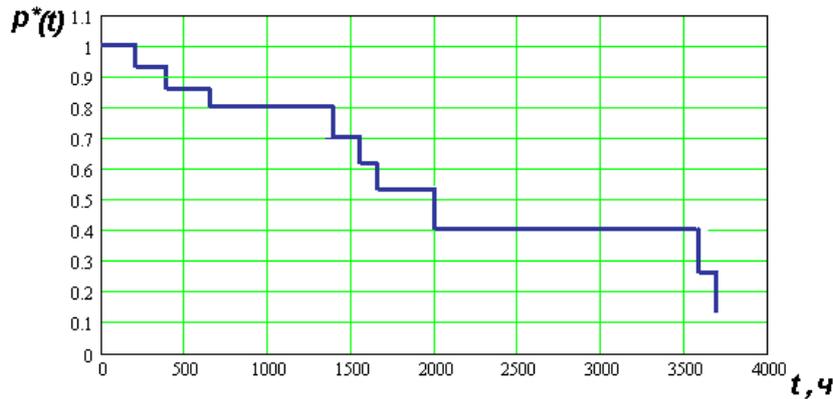


Рис.29. Статистическая оценка функции надёжности

В то же время имеется возможность непосредственной оценки параметров и выявления вида закона надёжности по случайно цензурированной выборке. В основе метода лежит гипотеза о статистической однородности двух массивов информации, один из которых полностью определён (в индикаторном массиве все значения равны единице), а другой полностью цензурирован, т. е. индикаторный массив содержит только нули. Если оба массива имеют общую физическую природу данных (например, это наработки объектов одного класса), то справедливость данной гипотезы может быть проверена и подтверждена на основе анализа функции максимального правдоподобия.

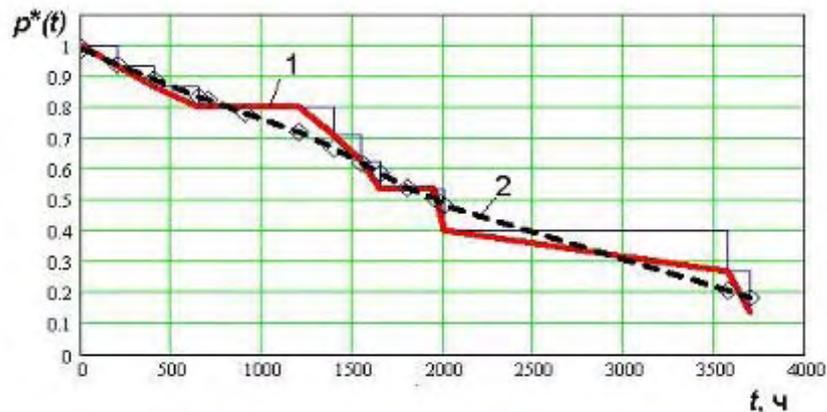


Рис.30. Результаты сглаживания эмпирической функции надёжности методом скользящей медианы (1) и методом наименьших квадратов (2) по правилу  $k$  - ближайших соседей

В основе метода расчёта параметров закона распределения случайных наработок по методу Каплана-Мейера лежит вычисление выборочного значения накопленной интенсивности отказов

$$\widehat{\Lambda}(t_j) = \sum_{i=1}^j \frac{a_i}{N - \sum_{m=0}^{i-1} (a_m + b_m)}, \quad (41)$$

где  $a_m, b_m$  – элементы вспомогательных массивов  $A(N), B(N)$ , образованных из исходного индикаторного массива в матрице (табл.8) для удобства последующего вычисления;  $m = 0, \dots, N-1$ ;  $N$  – размерность матрицы наработок; Смысл этих вспомогательных массивов понятен из приведённого ниже примера

$$\begin{aligned} A(N) &= 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ \dots \ ; \\ B(N) &= 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ \dots \ . \end{aligned}$$

Для контроля проверяется очевидное условие  $\sum_{m=0}^{N-1} (a_m + b_m) = N$ .

Следующим шагом вычисляется выборочный коэффициент корреляции

$$\widehat{\rho} = \frac{\sum_{j=1}^N \psi_j g_j - \frac{1}{N - k_0} \sum_{j=c}^N \psi_j \sum_{j=c}^N g_j}{\sqrt{\left( \sum_{j=c}^N \psi_j^2 - \frac{1}{N - k_0} \left( \sum_{j=c}^N \psi_j \right)^2 \right) \left( \sum_{j=c}^N g_j^2 - \frac{1}{N - k_0} \left( \sum_{j=c}^N g_j \right)^2 \right)}}, \quad (42)$$

где  $c = k_0 + 1$ ;  $k_0$  – число цензурирующих наработок в первом столбце матрицы  $t_j$  слева от первой наработки объекта на отказ. Иначе,  $k_0$  – число нулей в индикаторном массиве  $A(N)$  слева от первой единицы. Вспомогательные функции  $\psi_j, g_j$  в выражении (42) вычисляются для определённых законов распределения случайных величин как это указано в табл. 9;  $j = 0, \dots, N$ .

Таблица 9

Зависимости для вычисления вспомогательных функций

Закон распределения	Функция	
	$\psi_j$	$g_j$
Экспоненциальный	$ t_j $	$\widehat{p}(t_j)$
Вейбулла	$\ln( t_j )$	$\ln(\widehat{\rho})$
Нормальный	$U_{q_j}(F_N)$	$ t_j $
Логнормальный	$U_{q_j}(F_N)$	$\ln( t_j )$

Примечание.  $U_{q_j}(F_N)$  – квантиль стандартного нормального распределения уровня  $q_j = 1 - \exp(-\widehat{\rho}(t_j))$ .

Выборочный коэффициент корреляции определяется по уравнению (42) для каждого из указанных в табл.9 законов распределения. Максималь-

ное значение этого коэффициента соответствует наиболее вероятному распределению наработок до отказа анализируемого объекта.

Достоверным считается результат, когда  $\hat{\rho} \geq 0,95$ . При меньших значениях этого коэффициента следует полагать исходную матрицу наработок некорректной, т.е. или размерность матрицы не позволяет решить задачу оценки показателей надёжности, или глубина цензурирования в матрице  $t_j$  не соответствует указанным выше ограничениям. В этом случае рекомендуется накапливать информацию для увеличения размерности матрицы  $N$ , а также снижать глубину цензурирования, т.е. ожидать появления очередных отказов анализируемых объектов.

По максимальному значению выборочного коэффициента корреляции  $\hat{\rho}$  принимают решение о виде закона распределения случайных величин и затем рассчитывают приближённые оценки параметров распределения. Для рассмотренного выше примера получено, что закон надёжности – Вейбулла, так как значение  $\hat{\rho} = 0,96369$  для этого распределения является максимальным для рассмотренного набора из 4-х теоретических законов распределения.

Расчёт выполнялся по следующим зависимостям:

– для экспоненциального закона распределения

$$\hat{\lambda} = \frac{d}{\sum_{j=1}^N |t_j|}, \quad (43)$$

где  $d$  – количество элементов в массиве  $t(N)$ , соответствующих наработкам до отказа, или, иначе  $d$  – это число единиц в индикаторном массиве, который находится во втором столбце матрицы  $t_j$ ;

– для распределения Вейбулла параметр формы рассчитывался по формуле

$$\hat{\beta} = \frac{(N - k_0) \sum_{j=c}^N \psi_j g_j - \sum_{j=c}^N \psi_j \sum_{j=c}^N g_j}{(N - k_0) \sum_{j=c}^N \psi_j^2 - \left( \sum_{j=c}^N \psi_j \right)^2}, \quad (44)$$

а параметр масштаба вычислялся так

$$\hat{\alpha} = \exp \left[ \frac{1}{N-1} \left( \sum_{j=c}^N g_j - \beta \sum_{j=c}^N \psi_j \right) \right]. \quad (45)$$

Переменные величины в уравнениях (44), (45) те же, что и в уравнениях (42), (43);

– для нормального закона распределения параметр сдвига рассчитывается по уравнению

$$\hat{\mu} = \frac{1}{N-1} \left( \sum_{j=c}^N g_j - \hat{\sigma} \sum_{j=c}^N \psi_j \right), \quad (46)$$

в котором параметр масштаба следующим образом

$$\hat{\sigma} = \frac{(N-k_0) \sum_{j=c}^N \psi_j g_j - \sum_{j=c}^N \psi_j \sum_{j=c}^N g_j}{(N-k_0) \sum_{j=c}^N \psi_j^2 - \left( \sum_{j=c}^N \psi_j \right)^2}; \quad (47)$$

– параметры логарифмически нормального закона вычисляются по уравнениям (46), (47), но значения переменной предварительно логарифмируются.

Так как оценки параметров, рассчитанные по уравнениям (44)...(47), являются приближёнными, то их следует уточнить. Для этого используются зависимости, полученные на основе метода максимального правдоподобия.

Общий вид функции правдоподобия для случайно цензурированной выборки имеет вид [16,38]:

$$L = \prod_i f(t_i; \varphi) \prod_j \Phi(t_j; \varphi), \quad (48)$$

где  $\varphi$  - вектор параметров распределения;  $f(t_i; \varphi)$  - плотность распределения для исследуемого закона надёжности в момент времени  $t_i$ ;  $\Phi(t_j; \varphi)$  - множитель, соответствующий вероятности того, что наработка объекта в моменты цензурирования превысит  $t_j$ ;  $i$  - моменты отказов объектов;  $j$  - моменты цензурирования.

В произведении (48) два множителя характеризуют безотказность нецензурированных и цензурированных объектов. Логарифм этой функции равен

$$l = \sum_i \log f(t_i; \varphi) + \sum_j \log \Phi(t_j; \varphi). \quad (49)$$

Если принять, что  $\tau_i = \min(t_i, t_j)$ , и учесть связь между плотностью распределения и функцией распределения через интенсивность отказов, то получается уравнение, позволяющее оценить интенсивность отказов для случайно цензурированной выборки

$$l = \sum_i \log \lambda(\tau_i; \varphi) - \sum_i \Lambda(\tau_i; \varphi), \quad (50)$$

где  $\Lambda(\tau_i; \varphi)$  - накопленная интенсивность отказов в момент  $\tau_i$ .

После дифференцирования (49) или (50) и приравнивания уравнений к нулю получаются приведённые ниже зависимости для корректировки параметров распределения.

Установлено, что для экспоненциального распределения уравнение (43) является окончательным и полученный параметр – интенсивность отказов не требует корректировки, т.е.  $\lambda = \hat{\lambda}$ .

Для остальных законов распределения корректирующие уравнения приведены ниже.

Параметры распределения Вейбулла уточняются путём решения следующей системы уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{\beta} + \sum_{j=1}^d \ln(t_j) - d \frac{\sum_{j=1}^N t_j^\beta \ln(t_j)}{\sum_{j=1}^N t_j^\beta} = 0 \\ \alpha = \frac{d}{\sum_{j=1}^N t_j^\beta} \end{aligned} \right\} . \quad (51)$$

Для нормального (и для логнормального) распределения случайных величин используется следующая система уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{\sigma} \left( \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma} + \frac{1}{d} \sum_{i=d+1}^N z_i \right) = 0 \\ \frac{d}{\sigma} \left( \frac{s^2 + (\bar{x} - \mu)^2}{\sigma^2} - 1 + \frac{1}{d} \sum_{i=d+1}^N \alpha_i z_i \right) = 0 \end{aligned} \right\} , \quad (52)$$

где  $\bar{x} = \frac{1}{d} \sum_{i=1}^d t_i$ ;  $\alpha_i = \frac{t_i - \mu}{\sigma}$ ;  $z_i = \frac{\varphi(\alpha_i)}{1 - \Phi(\alpha_i)}$ ;  $\varphi(\alpha_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\alpha_i^2}{2}\right)$ ;

$\Phi(\alpha_i) = \int_{-\infty}^{\alpha_i} \varphi(u) du$ ;  $s^2 = \frac{1}{d} \sum_{i=1}^d (t_i - \bar{x})^2$ .

Параметры логнормального закона распределения рассчитываются по формулам (52) с предварительным логарифмированием значений  $t_j$ .

Для использования уравнений (51), (52) исходный вариационный ряд наработок объекта следует преобразовать к следующему виду

$$t_1 < t_2 < \dots < t_d, \quad t'_{d+1} < t'_{d+2} < \dots < t'_N, \quad (53)$$

где  $t_j$  – полностью определённые элементы исходного вариационного ряда,  $i = 1 \dots d$ ;  $t'_j$  – цензурирующие наработки,  $j = 1 \dots N - d$ .

Системы уравнений (51), (52) являются трансцендентными, что позволяет для их решения использовать стандартные приёмы из интегрированных математических пакетов, например, блок *Given – Find* пакета *Mathcad*. Начальными значениями корней уравнений в этом блоке принимают их приближённые величины, рассчитанные по уравнениям (44,45,46,47). Для вычисления плотности и квантилей стандартного нормального распределения используются стандартные операторы пакета *Mathcad*. В результате, в едином вычислительном блоке удаётся получить решение задачи выявления закона надёжности и оценки его параметров. При необходимости можно построить графики и получить числовые оценки любых показателей надёжности, например, интенсивности отказов, средней наработки до отказа, плотности распределения и т.п.

Как отмечено выше, для рассмотренного примера сделан вывод, что исходный вариационный ряд (41) имеет распределение Вейбулла наработок до отказа. Расчёт по зависимостям (44), (45) показал, что параметрами распределения являются  $\alpha = 0,21328 \cdot 10^{-3}$ ,  $\beta = 1,052969$ .

Уточнение этих параметров путём решения системы уравнений (51) позволило получить новые значения  $\alpha = 0,5556 \cdot 10^{-5}$ ,  $\beta = 1,56444$ . Графики функции надёжности и интенсивности отказов показаны ниже.

Как видно на рис.30, анализируемая совокупность наработок объекта характеризуется возрастающей функцией интенсивности отказов (ВФИ), что может свидетельствовать о выявленной тенденции ухудшения его технического состояния. Качественный анализ полученной функции надёжности должен базироваться на более глубоком знании физических основ процесса функционирования конкретного объекта.

Рассмотренный выше метод расчёта показателей безотказности технических объектов позволяет выполнить ряд важных для практики исследований. Так, например, можно установить границы применимости для оценки надёжности среднестатистических показателей.

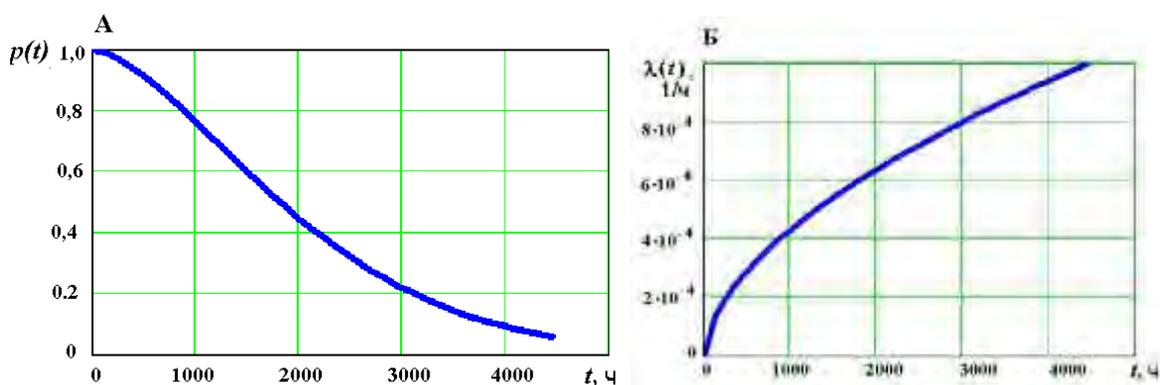


Рис.31. Вероятность безотказной работы (А) и интенсивность отказов (Б) для распределения Вейбулла наработок до отказа

Известно, что среднюю наработку до отказа часто вычисляют таким образом

$$t_{cp} = \frac{1}{d} \sum_{j=1}^N t_j, \quad (54)$$

где  $d$  – количество отказавших объектов;  $t_j$  – наработка каждого из множества  $N$  объектов. Величину  $t_{cp}$  называют среднестатистическим показателем и широко применяют в практике оценок показателей безотказности.

При использовании в практике расчётов показателей безотказности зависимости (54) обычно предварительно не определяют вид закона распределения наработок до отказа. Как показано ниже, это может привести к значительным искажениям результатов.

Для исследования было выполнено генерирование псевдослучайных выборок фиксированного объёма  $N$  с заданным законом распределения. Эти выборки ранжировались по возрастанию с целью получения вариационного ряда вида (53). Для каждого вариационного ряда задавались различные способы цензурирования. При этом рассматривались также варианты, когда наработки до отказа выделялись среди элементов исходного вариационного ряда по равновероятному или нормальному законам. Таким образом, для исследования были предложены следующие варианты:

- I. Первые  $d$  чисел вариационного ряда слева считаются наработками до отказа (следовательно, это вариант цензурирования справа);
- II. Крайние  $d$  чисел вариационного ряда справа считаются наработками до отказа (цензурирование слева);
- III. Равновероятное выделение  $d$  чисел среди элементов вариационного ряда;
- IV. Выделение  $d$  чисел среди элементов вариационного ряда по нормальному закону с математическим ожиданием в центре массива и среднеквадратическим отклонением, равным  $1/6$  от размера массива.

Соответственно глубина цензурирования определялась как  $h = N - d$ .

В качестве критерия при анализе использовалось отношение среднестатистической оценки средней наработки до отказа (54) к средней наработке до отказа, вычисленной по предложенному выше алгоритму,  $\bar{T} = \hat{t}_{cp} / t_{cp}$ .

Отклонение величины  $\bar{T}$  от единицы означает смещение оценок, получаемых по уравнению (54), которое может быть вызвано глубиной или вариантом цензурирования, а также законом распределения случайных величин в исходной выборке. Результаты исследования приведены в табл.10.

Как видно в табл.10, с увеличением глубины цензурирования  $\bar{h}$  при большинстве рассмотренных вариантов цензурирования наблюдалось завышение среднестатистической оценки наработки до отказа в три и даже в четыре раза (вариант II,  $\bar{h} = 0,8$ , нормальный закон). Минимальное искажение истинной оценки выявлено при экспоненциальном законе и законе Вейбулла (при параметре формы  $\beta = 1,0-1,5$ ) в случае III и IV вариантов цензурирования.

При малой глубине цензурирования ( $\bar{h} = 0,2-0,4$ ) риск получить искажённую оценку показателей надёжности при вычислении по зависимости (54) существенно меньше при любом из указанных выше законов распределения. Полученные выводы проверены при объёмах тестируемых выборок  $N = 20-100$ .

Установлено, что объём выборки в указанных пределах мало влияет на результаты, приведённые в табл.10.

Следовательно, использование среднестатистических оценок при неизвестном законе распределения наработок до отказа может привести как к занижению, так и к завышению (что чаще) истинных значений. Понятно,

что такая ситуация может возникнуть, например, на начальном этапе эксплуатации энергетических объектов, когда сразу вводятся в эксплуатацию несколько объектов, а число отказов сравнительно невелико (большая глубина цензурирования).

Таблица 10

Результаты вычисления относительной средней наработки до отказа

Вариант цензурирования	Глубина цензурирования $\bar{h} = h/N$	Значения относительной средней наработки до отказа $\bar{T}$ при определённых законах распределения чисел в анализируемых выборках		
		нормальный закон	экспоненциальный закон	распределение Вейбулла ( $\beta = 1,5$ )
I	0,8	2,820	2,920	0,161
	0,6	2,056	1,270	0,680
	0,4	1,515	1,590	0,930
	0,2	0,960	0,803	0,990
	0	1,000	1,000	1,000
II	0,8	4,679	1,963	2,760
	0,6	2,324	1,309	1,640
	0,4	1,594	1,097	1,283
	0,2	1,227	1,039	1,094
	0	1,000	1,000	1,000
III	0,8	1,037	1,013	1,003
	0,6	2,195	1,000	1,000
	0,4	1,571	1,001	1,203
	0,2	1,000	1,000	1,083
	0	1,001	1,000	1,000
IV	0,8	1,188	1,016	1,097
	0,6	1,105	1,012	1,027
	0,4	1,105	1,006	1,003
	0,2	1,080	1,004	1,003
	0	1,001	1,000	1,000

Поэтому использованию выражения (54) при расчётах надёжности должно предшествовать исследование вида закона распределения случайных величин, или для решения задачи получения корректных ПБ можно использовать предложенную методику, особенно при малых и сильно цензурированных выборках [25,35,36,37,38].

#### 4.2. Статистическая оценка показателей безотказности с учётом влияния дискретных эксплуатационных факторов

*Если достаточно долго портить  
машину, она сломается.  
Закон Шмидта*

Как показывает опыт эксплуатации, отдельные дискретные стохастические параметры могут существенно влиять на показатели безотказности энергетических объектов. Это может быть, например, количество ускоренных запусков или запусков непрогретых двигателей, число форсированных режимов, количество аварийных остановок и т.п. Физические основы такого влияния обычно хорошо изучены, но количественная сторона влияния указанных стохастических дискретных переменных на показатели безотказности часто не исследуется.

Известно, что при параметрической и непараметрической оценке показателей безотказности установок основным аргументом обычно является только одна непрерывная переменная в виде наработки до отказа или до цензурирования. Представляется важным разработать методику статистической оценки показателей безотказности энергетических объектов, в которой будет учтено влияние не только наработки, но и указанных выше дискретных переменных величин.

В общей совокупности регистрируемых для анализа безотказности переменных величин будем рассматривать основным параметр  $t_i$  – наработку до отказа или до цензурирования, а также дополнительные дискретные величины  $z_{ij}$  – характеризующие интенсивность использования объектов  $i = 1, \dots, N$ ;  $j = 1, \dots, m$ . Переменные  $z_{ij}$  называют также поясняющими переменными, или ковариатами. Ограничимся двумя поясняющими переменными ( $m = 2$ ), что не ограничивает общности выводов, так как при необходимости размерность матрицы  $\|z\|$  можно увеличить до необходимых (разумных) пределов. Таким образом, статистика, характеризующая безотказность объектов, может быть представлена в виде табл. 11.

В простейшем случае каждая поясняющая переменная  $z_j$  может быть бинарной, т.е. принимать только одно из двух значений 0 или 1. Это позволяет получить сравнительно несложные выражения для оценки вероятности безотказной работы при условии, что известна эта функция для  $z_j = 0$ . Обычно принимают, что для двух уровней поясняющих переменных  $z_j$  может быть получена некоторая функция  $\psi(z; \beta) = \exp(\beta^T \cdot z)$ , которая содержит вектор неизвестных параметров  $\beta$ . Значения компонент этого вектора могут быть получены при статистическом анализе выборки вида, показанного в табл.11, с учётом очевидного равенства  $\psi(0; \beta) = 1$ .

Таблица 11

Исходная информация для оценки показателей безотказности

$i$ - порядковый номер	$t_i$ - наработка, ч	$\delta_i$ - индикаторный массив; $i = 1, \dots, N$	$z_{ji}$ - поясняющие переменные (ковариаты); $i = 1, \dots, N; j = 1, 2$	
			$z_{1i}$	$z_{2i}$
1	$t_1$	$\delta_1$	$z_{11}$	$z_{21}$
2	$t_2$	$\delta_2$	$z_{12}$	$z_{22}$
3	$t_3$	$\delta_3$	$z_{13}$	$z_{23}$
·	·	·	·	·
·	·	·	·	·
·	·	·	·	·
$N$	$t_N$	$\delta_N$	$z_{1N}$	$z_{2N}$

В практике эксплуатации чаще встречаются количественные оценки поясняющих переменных  $z$ . После регрессионного анализа исходной матрицы параметров относительно ковариат случайная наработка до отказа может иметь вид

$$\ln T = \mu_0 - \beta^T z + \varepsilon, \quad (55)$$

где  $\mu_0 = E(\ln T_0)$  - математическое ожидание логарифма наработки объекта при нулевом значении поясняющих переменных;  $\varepsilon$  - случайная величина с нулевым средним и распределением, не зависящим от  $z$ .

Распределение случайной величины (55) при различных  $z$  отличается только сдвигом, что позволяет считать рассмотренную модель учёта поясняющих переменных моделью надёжности с начальным уровнем повреждений. Нетрудно убедиться в том, что данная модель характеризуется линейной зависимостью логарифма интенсивности отказов от наработки.

При одновременном действии двух и более поясняющих переменных часто применяют модель пропорциональных интенсивностей (модель Кокса) [29,30]. Это объясняется сравнительно простой интерпретацией главной идеи метода. Как отмечено выше, воздействие поясняющих переменных на функцию надёжности заключается в умножении величины интенсивности на постоянный множитель  $\psi(z)$ :

$$\lambda(t, z) = \lambda_0(t) \cdot \psi(z),$$

где  $\lambda_0(t)$  - базовый уровень интенсивности отказов при отсутствии влияния поясняющих переменных, а множитель  $\psi(z)$  характеризует возрастающий риск отказов при учёте поясняющих переменных. Функция  $\psi(z)$  может иметь различный вид в зависимости от физических процессов в изучаемых объектах.

В модели пропорциональных интенсивностей предполагается, что поясняющие переменные воздействуют на функцию надёжности пропорционально их количеству, а степень влияния ковариат определяется на основе имеющейся статистики наблюдений. Исследования показали, что при формировании модели пропорциональных интенсивностей допускается использование случайно цензурированных выборок, и нет ограничений на различную природу возникающих от влияния переменных  $z_j$  отказов.

В рассматриваемой модели вектор переменных  $\beta$  будет содержать  $m$  компонент, которые находятся решением уравнения максимального правдоподобия. В общем виде при  $m = 2$  можно записать

$$\lambda(t, z) = \lambda_0(t) \cdot \exp(\beta_1 z_1 + \beta_2 z_2). \quad (56)$$

Для функции надёжности и плотности распределения наработок до отказа случайно цензурированных выборок получаются выражения

$$\begin{aligned} p(t) &= [p_0(t)]^{\exp(\beta_1 z_1 + \beta_2 z_2)}; \\ f(t) &= f_0(t) \cdot \exp(\beta_1 z_1 + \beta_2 z_2) \cdot [p_0(t)]^{\exp(\beta_1 z_1 + \beta_2 z_2) - 1}, \end{aligned} \quad (57)$$

где  $p_0(t)$ ,  $f_0(t)$  – базовые уровни функций надёжности и плотности распределения.

В выражении (57), в правой части находится произведение двух функций, и только одна из них зависит от исследуемых ковариат. Так как числовое значение компонент вектора  $\beta$  (регрессоров) не зависит от наработки объектов, то и степень относительного их влияния на интенсивность отказов с увеличением наработки не изменяется. В этом и состоит принцип пропорционального влияния поясняющих переменных (ковариат) на интенсивность отказов. Как следует из (57) при положительных значениях регрессоров  $\beta$  вероятность безотказной работы объектов снижается, а при отрицательных – возрастает.

В общем случае можно предположить, что с увеличением наработки принцип пропорциональности может нарушаться. Это может быть выявлено при статистическом анализе путём построения моделей вида (56), (57), но с регрессорами  $\beta_1(t)$ ,  $\beta_2(t)$ , зависящими от времени. Это соответствует применению в рассмотренных моделях функции возрастания риска отказов в виде  $\psi(z, t)$ .

Для корректности результатов статистического анализа эксплуатационной информации с учётом поясняющих переменных не рекомендуется использовать ковариаты, зависящие от времени [29,42]. Однако допускается, чтобы выделенные ковариаты имели более сложную структуру, например, были функциями двух или более других ковариат. Это допущение усложняет анализ, так как потребуется учесть влияние структуры ковариат на функцию надёжности. Обычно в таком случае используют подходы, применяемые в дисперсионном анализе.

Для примера рассмотрим случайно цензурированную выборку наработок ГТГ с двумя ковариатами:  $z_1$  – количество запусков и  $z_2$  – количество

аварийных остановок. Известно, что при увеличении числа запусков и количества аварийных остановок показатели безотказности ГТГ снижаются. Фрагмент матрицы параметров приведён в табл. 12.

Таблица 12

Эксплуатационные параметры ГТГ (фрагмент)

$i$ - поряд- ковый но- мер	$t$ - нара- ботка, ч	$\delta_i$ - индикаторный мас- сив; $i = 1, \dots, 30$	$z_{ji}$ - поясняющие пере- менные; $i = 1, \dots, 30; j = 1, 2$	
			$z_{1i}$ , ед.	$z_{2i}$ , ед.
1	100	1	191	4
2	250	1	464	3
3	400	1	719	4
4	550	1	956	2
5	700	1	1175	1
6	850	1	1376	2
7	1000	0	1559	4
8	1150	0	1724	1
·	·	·	·	·
·	·	·	·	·
·	·	·	·	·
30	4450	1	800	1

Выборка содержит  $N = 30$  наблюдений с максимальной наработкой до отказа 4450 ч. Среди  $N$  зафиксированных наработок наработки до отказа ( $\delta = 1$ ) составляют 23, а 7 - цензурирующих наработок ( $\delta = 0$ ). Статистический анализ данной случайно цензурированной выборки без учёта влияния ковариат показал, что вероятность безотказной работы ГТГ соответствует закону Вейбулла с параметром масштаба  $a = 2943,5$  и параметром формы  $b = 1,505$ . Это позволяет построить соответствующий график (рис.32) функции надёжности по уравнению

$$p(t) = \exp \left[ - \left( \frac{t}{a} \right)^b \right]. \quad (58)$$

На рис.32 точки на средней линии соответствуют значению функции при наработках до отказа, а верхняя и нижняя кривые ограничивают 95 % -й коридор значений параметров масштаба и формы в распределении Вейбулла.

Если учесть влияние ковариат из табл. 12 согласно модели Кокса (56), то можно получить новое значение функции надёжности. Как показано на рис. 33, при различном значении ковариат функция надёжности заметно изменяется. Увеличение количества запусков и числа аварийных остановок (рис.33 Б) приводят к снижению безотказности установок.

Видно, что квантиль, например, уровня 0,80, при меньшем значении ковариат равен 1 300 ч (рис.33А) и, соответственно, 400 ч при большем их значении (рис.33Б).

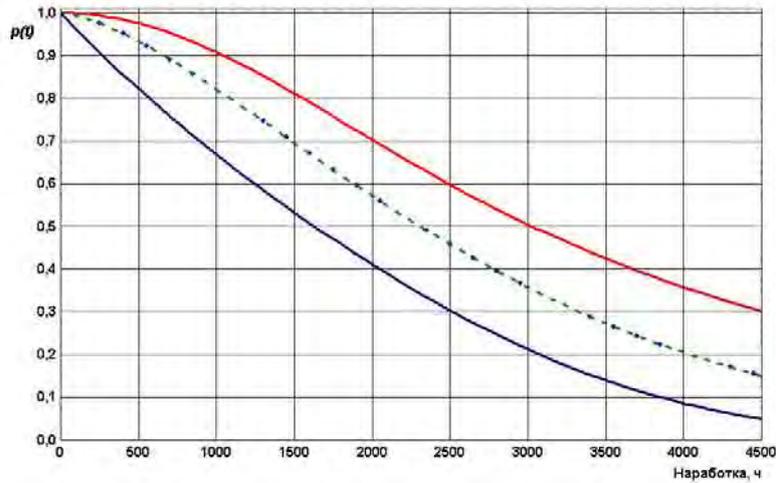


Рис.32. Вероятность безотказной работы ГТГ, оценённая по случайно цензурированной выборке

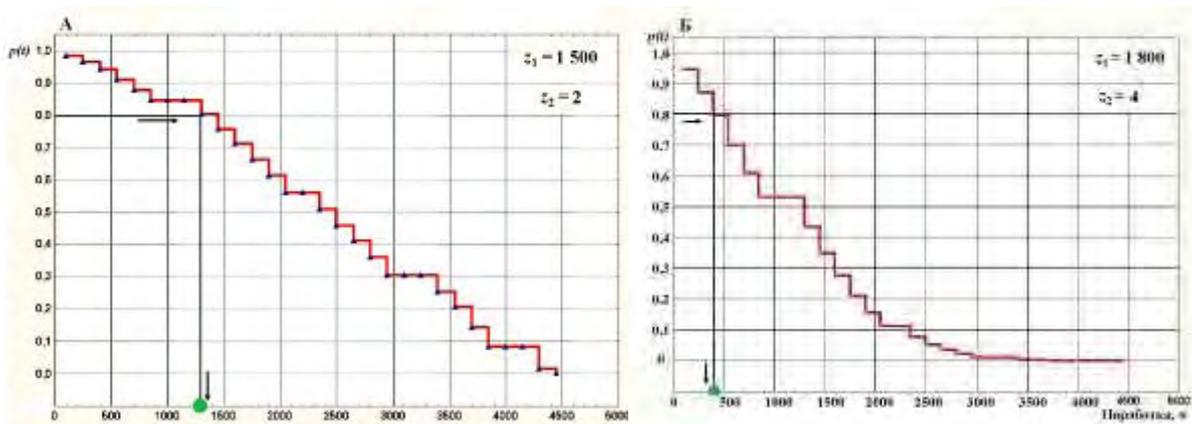


Рис.33. Статистическая оценка функции надёжности при различных значениях ковариат

Оценка функции надёжности на рис.33 получена в модуле *Survival Analysis* интегрированного пакета *Statistica* [42]. Кроме того, расчётом установлено, что уровень интенсивности отказов ГТГ (56) с учётом влияния ковариат изменился.

Интенсивность отказов объекта при учёте влияния ковариат определялась выражением

$$\lambda(t, z) = \lambda_0(t) \cdot \exp(\beta_1 z_1 + \beta_2 z_2), \quad (59)$$

где  $\lambda_0(t) = \lambda \cdot \gamma \cdot t^{\gamma-1}$  - базовое значение интенсивности отказов;

$\lambda = 0,00000527$ ;  $\gamma = 1,51828$ ;  $\beta_1 = -0,00066381$ ;  $\beta_2 = 0,999728$ .

При оценке параметров  $\beta_1, \beta_2$  их статистическая значимость контролируется по уровню  $t$ - критерия. Если  $t > 2 \div 3$ , то параметры регрессии считаются статистически значимыми.

Таким образом, алгоритм статистического анализа показателей безотказности объектов с учётом влияния эксплуатационных факторов при наличии выборок вида, показанного в табл.12, должен содержать два этапа:

1. Получение базовых значений параметров распределения вида (58).

2. Расчёт коэффициентов регрессии, например, для модели пропорциональных интенсивностей Кокса, и формирование новых значений показателей безотказности установок с учётом влияния ковариат. Разумеется, должна быть соблюдена статистическая корректность оценки рассчитываемых коэффициентов. Проверка статистической значимости коэффициентов  $\beta_1, \beta_2$  обычно выполняется по критерию Стьюдента при заданном уровне доверительной вероятности. Как отмечено выше, при расчётных величинах этого критерия больше критического значения  $t > 2 \div 3$  регрессоры считаются статистически значимыми.

Указанный алгоритм удобно реализовать с помощью существующих интегрированных математических пакетов, например, в пакете *Statistica* (рис.34).

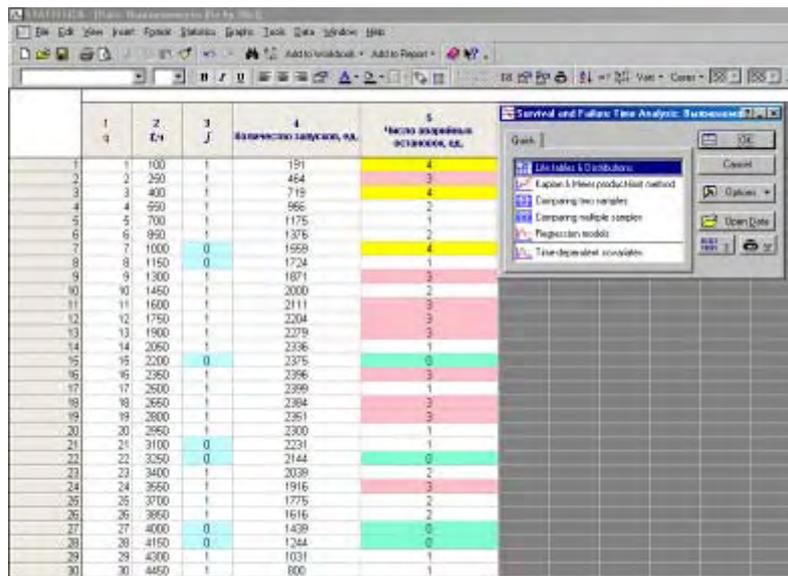


Рис.34. Интерфейс основной панели пакета *Statistica* с открытым файлом эксплуатационных параметров при работе в модуле *Survival and Failure Time Analysis*

Во второй колонке таблицы на рис.35 показаны значения параметра  $\lambda$  для модели  $\lambda_0(t) = \lambda\gamma t^{\gamma-1}$ , а в 5-й колонке соответствующие значения  $\gamma$  (рассматривается модель Вейбулла). Выбор варианта решения из трёх, которые предложены в данном модуле, осуществляется пользователем по вели-

чине вероятности  $p$  из последней колонки, которая в свою очередь характеризует уровень критерия  $\chi^2$  - квадрат.

Параметры оценки показателей безотказности, Model: Weibull Note: Weights: 1=1, 2=1/N, 3=N()*H()											
Метод оценки	Lambda	Variance Lambda	Std.Err. Lambda	Gamma	Variance Gamma	Std.Err. Gamma	Covariance Gam-Lamd	Log-Likelhd	Chi-Sqr.	df	p
№1	0,00000527	0,000000	0,000010	1,518288	0,056874	0,238482	-0,000002	-65,5333	5,485644	9	0,790075
№2	0,000012	0,000000	0,000022	1,426277	0,049637	0,222794	-0,000005	-65,6044	5,627704	9	0,776511
№3	0,000028	0,000000	0,000054	1,290207	0,055919	0,236471	-0,000013	-65,5384	5,495776	9	0,789116

Рис.35. Результаты оценки параметров  $\lambda_0(t)$  - базового уровня интенсивности отказов ГЭУ в модуле *Survival and Failure Time Analysis* (модель Вейбулла)

При значении величины  $\chi^2$  - квадрат больше критического (вероятность  $p$  близка к нулю) делается заключение, что подогнанное распределение значимо расходится с наблюдаемыми данными. В данном случае критерий  $\chi^2$  - квадрат равен 5,485644, что меньше квантили критического значения с вероятностью  $p = 0,7901$ . Это даёт основание выбирать для дальнейшего анализа параметры из первой строчки таблицы (рис.35).

Расчёт коэффициентов регрессии для модели пропорциональных интенсивностей Кокса уравнения (59) выполнен в модуле пакета *Survival and Failure Time Analysis* пакета *Statistica* (рис.36).

При обращении к панели требуется указать имена ковариат, относительно которых будет рассчитываться модель Кокса (рис.37).

На следующем этапе анализа после нажатия кнопки ОК рассчитываются параметры модели, и результаты расчёта выводятся на экран (рис.38).

Верхнее окно панели вывода на рис.38 содержит информацию об адекватности модели, из которой следует, что критерий  $\chi^2$  равен 17,52. Это явно больше критического значения, о чём свидетельствует величина вероятности  $p = 0,00016$ . Следовательно, качество модели получилось невысоким.

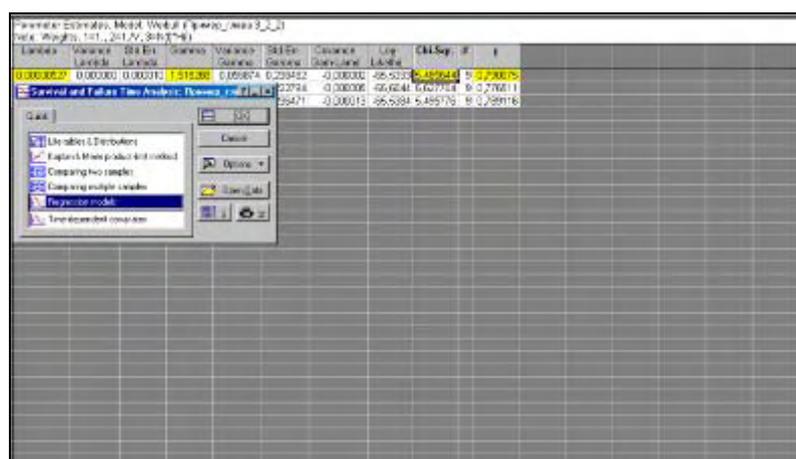


Рис.36. Интерфейс панели *Regression models* модуля *Survival and Failure Time Analysis* пакета *Statistica*

Во втором столбце таблицы на рис.38 размещены значения коэффициентов регрессии, за ними следуют значения стандартных ошибок и величины  $t$  - критерия Стьюдента. Видно, что статистическая значимость коэффициентов подтверждается с высокой вероятностью.

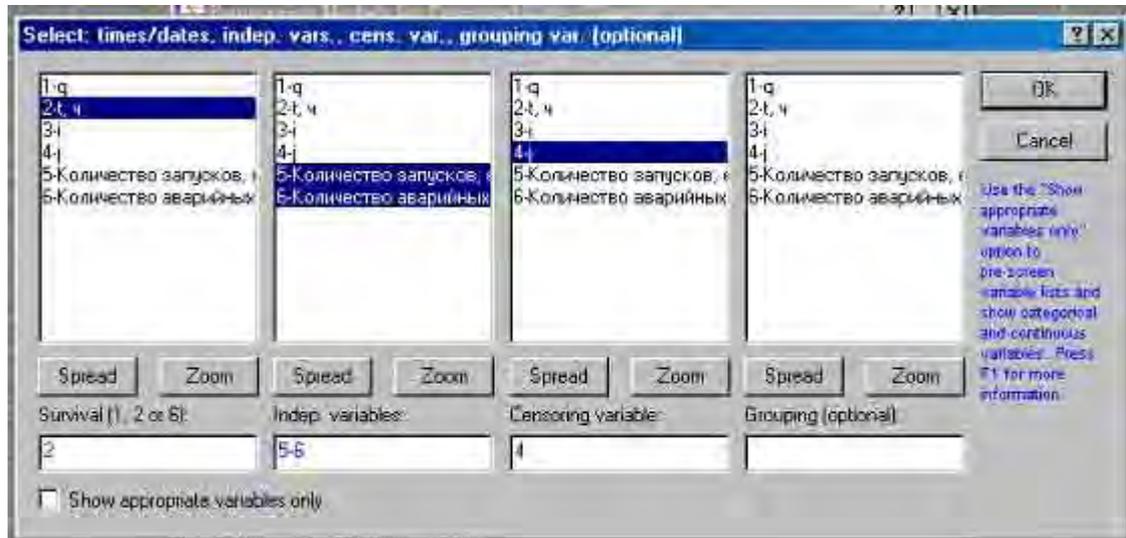


Рис.37. Панель выделения переменных в опции *Regression models* модуля *Survival and Failure Time Analysis*

		Dependent Variable: $t, ч$ (Пример_глава 3_2_2)					
		Censoring var.: $j$					
		Chi <sup>2</sup> = 17,5200 df = 2 p = ,00016					
N=30		Beta	Standard Error	t-value	exponent beta	Wald Statist.	p
<i>Количество запусков, ед.</i>		-0,000664	0,000497	-1,33662	0,999336	1,78655	0,181357
<i>Количество аварийных остановок, ед.</i>		0,999728	0,266615	3,74970	2,717542	14,06026	0,000177

Рис.38. Результаты оценки параметров регрессии в модели Кокса

Результаты вычисления параметров регрессии дают основание построить модель Кокса в виде (57). Оценка статистической значимости коэффициентов позволяет утверждать, что анализируемая статистика свидетельствует о значительно меньшем влиянии количества запусков на интенсивность отказов, чем количество аварийных остановок.

В связи с ограниченностью объема рассматриваемой выборки данных и конкретного варианта цензурирования результат анализа параметров безотказности анализируемых объектов по модели Кокса из-за невысокого уровня адекватности нельзя признать удовлетворительным. Возможно, в данном случае следует отказаться от проведения анализа до накопления новых данных по отказам ГТГ, так как фактическая интенсивность отказов может заметно отличаться от полученной в результате моделирования. При исполь-

зовании статистически некорректных регрессоров в модели Кокса результат анализа показателей безотказности энергетических объектов также может быть ошибочным.

**З**нание только тогда знание, когда оно приобретено усилиями  
своей мысли, а не памятью.

Л.Н.Толстой

## Часть II. Модели оценки и прогнозирования показателей надёжности энергетических объектов

### Глава 5. Модели оценки показателей надёжности

#### 5.1. Отдельные положения регрессионного анализа

*В защиту своей теории всегда можно провести достаточное количество исследований.  
Закон научных исследований Мэрфи*

Как отмечено выше, математические модели различного уровня сложности часто формируются на основе анализа множества измеренных параметров объекта энергетики. В основе построения таких моделей лежат зависимости, полученные методами теории регрессионного анализа. Регрессионные модели устанавливают связь между результативным признаком  $Y$  (иначе, *функцией отклика, зависимой переменной*) и одним или несколькими факторными признаками  $X$  (иначе, *предикторами, регрессорами, факторами, независимыми переменными*). Термин *независимые переменные* получил применение в некоторых математических пакетах, и его следует понимать в том смысле, что это те переменные, которые могут устанавливаться (проявляться у наблюдаемого объекта) независимо от функции отклика.

Выбор переменных, которые в модели будут являться функцией отклика и факторами, осуществляется исследователем при постановке задачи на создание модели. В частном случае фактор может быть один и тогда создаётся *однофакторная* модель. Линейная однофакторная модель является простейшей. Модель может быть представлена также уравнением регрессии с несколькими независимыми переменными. Такая регрессия называется *множественной*.

Линейная модель множественной регрессии имеет вид:

$$Y = b_0 \cdot x_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \dots + b_k \cdot x_k + \varepsilon_i. \quad (60)$$

При оценке параметров этого уравнения в каждом  $i$ -м наблюдении фиксируют значение результативного признака  $y_i$  и факторных признаков  $x_{i0}, \dots, x_{ik}$ , образующих вектор  $X$ . Слагаемое  $\varepsilon_i$  является случайным возмущением, имеющим математическое ожидание, равное нулю, и дисперсию  $\sigma^2$ ;  $x_0$  – фиктивная переменная, равная нулю.

Для использования уравнений оценки неизвестных параметров модели в матричном виде приняты следующие обозначения:

$b = (b_j)$ ,  $j = 0, 1, \dots, k$  – вектор неизвестных параметров;  $k$  – число неизвестных параметров;

$\beta = (\beta_j)$  – вектор оценки параметров;

$Y = (y_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$  – вектор значений зависимой переменной;  $n$  – число наблюдений;

$X = (x_{ij})$  – матрица значений независимых переменных размерностью  $n(k-1)$ .

В регрессионном анализе предполагается, что факторы (независимые переменные) линейно независимы;

$\varepsilon = (\varepsilon_i)$  – вектор ошибок модели (ошибок наблюдения);

$e = (e_i)$  – вектор ошибок в уравнении с оценёнными параметрами. Под вектором в данном случае понимается матрица размерностью  $n \cdot 1$  (вектор-столбец).

В регрессионном анализе предполагается, что ошибки наблюдения  $\varepsilon_i$  имеют нормальное распределение. Вследствие этого  $e_i$  будут независимыми случайными величинами.

Уравнение регрессии с оценёнными параметрами имеет вид:

$$Y = X \cdot \beta + e.$$

Сумма квадратов отклонений равна:

$$\begin{aligned} Q &= \sum e_i^2 = e^T e = (Y - X \cdot \beta)^T (Y - X \cdot \beta) = \\ &= Y^T Y - \beta^T X^T Y - Y^T X \beta + \beta^T X^T X \beta = Y^T Y - 2\beta^T X^T Y + \beta^T X^T X \beta. \end{aligned}$$

Дифференцируя  $Q$  по  $\beta$ , получим:

$$\frac{\partial Q}{\partial \beta} = -2X^T Y + 2(X^T X)\beta.$$

Приравнивая производную нулю, получим выражение для определения вектора оценки  $\beta$

$$\begin{aligned} X^T Y &= X^T X \beta, \\ \beta &= (X^T X)^{-1} (X^T Y). \end{aligned} \tag{61}$$

Оценки  $\beta$ , полученные изложенным способом, называют *оценками метода наименьших квадратов* (оценками МНК). Известно, что полученные коэффициенты модели являются несмещёнными, состоятельными и эффективными только при указанных выше допущениях. Как будет показано ниже, современные математические пакеты позволяют формировать регрессионные модели и рассчитывать соответствующие параметры  $\beta$  без специального программирования промежуточных операций.

Более общий случай представляют собой модели с заданными функциями факторов

$$Y = \beta_0 + \beta_1 \varphi_1(x_1, x_2, \dots, x_k) + \dots + \beta_{k-1} \varphi_{k-1}(x_1, x_2, \dots, x_k) + \varepsilon, \tag{62}$$

где  $\varphi_i(x_1, x_2, \dots, x_k)$ ,  $i = 1, 2, \dots, k-1$  – функции факторов.

Функции  $\varphi_i(x_1, x_2, \dots, x_k)$  могут приниматься разработчиком на основе дополнительной информации о характере моделируемых процессов.

Существуют некоторые ограничения на размерность матриц, используемых для построения моделей. Для получения максимального коэффициента детерминации  $R^2$  (порядок его вычисления показан ниже) размеры матриц факторов  $X$  и выходного сигнала  $Y$  по количеству строк как минимум должны быть  $n > (k + 1)$ . Эти требования к оптимальному размеру матриц подробно исследованы в статистической литературе и поэтому здесь не рассматриваются [11,16,18,22,51].

Во многих случаях для исследования процессов в энергетических объектах достаточно получить полиномиальные модели вида

$$\hat{Y} = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i X_i + \sum_{i < j} \beta_{ij} X_i X_j + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} X_i^2 + \dots, \quad (63)$$

где  $k$  – количество факторов, учитываемых в модели.

Как уже отмечалось, рассмотренные математические модели вида (60,...,63) представляют собой абстрактно-знаковые (не физические) модели, объективно отражающие с определённой точностью поведение объектов или отдельных их элементов в границах выделенного исследователем факторного пространства.

Для оценки качества моделей анализируют отклонения измеренных значений функции отклика  $y_i$  от их среднего значения  $\bar{y}$  и от значений этих же величин  $\hat{y}$  на линии регрессии.

Суммирование квадратов этих отклонений по всем точкам наблюдения позволяет сформировать несколько важных показателей для оценки качества моделей. Под качеством моделей понимают сочетание их адекватности (*adaequatus* [лат.] - приравненный, равный), корректности, точности и полезности.

Адекватность или правильность отражения принципов и особенностей реальных процессов оценивают по коэффициенту множественной корреляции

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum_{i=0}^{n-1} (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=0}^{n-1} (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (64)$$

где  $y_i$  - измеренное значение функции отклика  $i = 0, \dots, n$ ;  $\bar{y}$  - среднее значение функции отклика;  $\hat{y}$  - значение функции отклика на линии регрессии (рис. 39).

Составляющие уравнения (64) имеют самостоятельные значения и также применяются при анализе качества модели.

Так, например, величину  $\frac{\sum_{i=0}^{n-1} (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-1}$  называют остаточной дисперсией, а

$\frac{\sum_{i=0}^{n-1} (y_i - \bar{y})^2}{n-1}$  - дисперсией результивного признака.

Известно, что величина  $R$  характеризует тесноту связи результивного (рассчитанного по модели) признака и факторов  $x_1, x_2, \dots, x_k$ . Чем плотнее фактические значения  $y_i$  располагаются относительно линии регрессии, тем меньше остаточная дисперсия (больше факторная дисперсия) и, следовательно, больше величина  $R$ . Квадрат коэффициента множественной корреляции  $R^2$  называют коэффициентом (индексом) множественной детерминации (причинности).

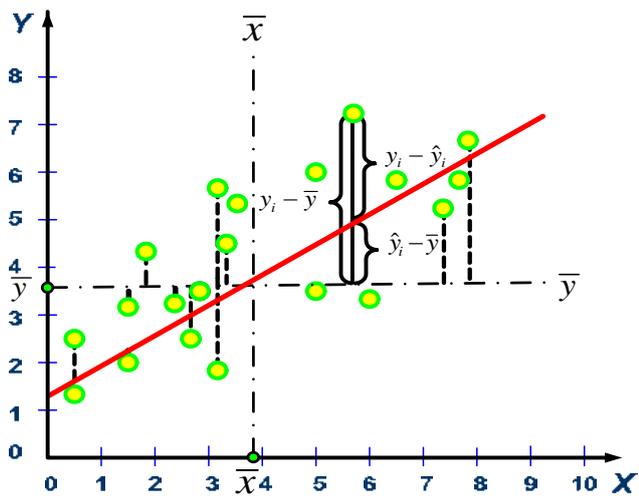


Рис. 39. Графическое представление модели линейной регрессии

Он характеризует степень влияния выбранных признаков (факторов) на величину выходного параметра или, иначе, показывает долю факторной дисперсии в общей дисперсии. При  $R$  или  $R^2$  больше или равным  $0,7 \div 0,9$  степень влияния характеризуется как высокая, а при значениях этих коэффициентов  $0,90 \div 0,99$  как весьма высокая (шкала Чеддока) [11, 30, 31,49].

Статистическую значимость линейной регрессионной модели оценивают по критерию Фишера

$$F = \frac{Q_R(n-2)}{Q_e}, \tag{65}$$

где  $Q_R = \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2$  - сумма квадратов, обусловленная регрессией;

$Q_e = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$  - остаточная сумма квадратов.

Величина  $F$  сравнивается с критическим значением  $F_{кр} = F_{1-\alpha}(k-1, n-k)$ , которое определяется по таблице  $F$ - критерия при уровне значимости  $\alpha = 1 - \gamma$  с учётом принятой доверительной вероятности  $\gamma$  и степеней свободы  $u_1 = k - 1$  и  $u_2 = n - k$ . Если  $F > F_{кр}$ , то линейная регрессионная модель статистически значима, и можно предполагать (с вероятностью  $\gamma$ ) наличие существенного влияния выделенных факторов на величину выходного параметра.

Критерий Фишера может также применяться для оценки статистической значимости коэффициента корреляции в виде  $F_R = \frac{R^2}{1-R^2} \cdot \frac{n-k}{k-1}$ . Если  $F_R \geq F_\gamma$ , где  $F_\gamma$  - квантиль распределения Фишера уровня  $\gamma$ , то коэффициент корреляции статистически значим.

При анализе на основе критерия Фишера адекватности регрессионной модели используется отношение двух дисперсий  $F_a = \frac{\bar{S}_y^2}{\bar{S}_e^2}$ , где  $\bar{S}_y^2$  - дисперсия независимой переменной,  $\bar{S}_e^2$  - остаточная дисперсия [11, 30]. Если

$F_a \geq F_\gamma$ , где  $F_\gamma$  - квантиль распределения Фишера, то регрессионная модель адекватна.

Статистическая значимость коэффициентов регрессионной модели оценивается по  $t$  - критерию Стьюдента. Расчётные оценки квантилей распределения Стьюдента находятся по формуле

$$t_j = \frac{\beta_j}{\sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{n-1} (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-k}}} \quad (66)$$

Критическое значение критерия Стьюдента  $t_{kp}$  определяется с помощью статистических таблиц или соответствующих операторов в математических пакетах для ПК. При условии  $t_j \geq t_{kp}$   $j$  - й коэффициент статистической модели считается значимым при вероятности этого вывода, равной  $\gamma$ .

Для оценки интервалов регрессионной модели определяют дисперсии оценок параметров, т.е. диагональные элементы матрицы ковариаций вектора оценок коэффициентов  $\beta_j$  синтезированной модели

$$\text{cov}(\beta) = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-k-1} (D^T D)^{-1},$$

где  $n$  - количество измерений;  $k$  - число коэффициентов модели;  $D$  - матрица значений факторов.

Квадратическая ошибка оценки параметров модели равна

$$S_j = \hat{\sigma} \sqrt{\beta_{jj}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-k-1}} \cdot \sqrt{\beta_{jj}},$$

где  $\beta_{jj}$  - диагональные элементы матрицы  $(D^T D)^{-1}$ ,  $j = 0, \dots, k$ .

Доверительный интервал уравнения регрессии определяется по формуле

$$\hat{y}_i \pm t_\gamma \cdot \hat{\sigma} \cdot \sqrt{1 + x_i^T (D^T D)^{-1} x_i}, \quad (67)$$

где  $x_i$  - значения факторов при  $i$  - м измерении;  $\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-k-1}}$  - среднеквадратическое отклонение случайных ошибок;  $t_\gamma$  - значение квантили распределения Стьюдента, принимаемое при заданной величине доверительной вероятности  $\gamma$  [11].

Использование регрессионных моделей в формате (67) позволяет более корректно решать многие задачи оценки технического состояния энергетических объектов в эксплуатации, так как, например, нахождение измеряемого параметра вне границ доверительного интервала свидетельствует о статистически значимом (с вероятностью  $\gamma$ ) отклонении процесса функционирования от нормы.

Под корректностью математической модели понимают математическую и формально-логическую непротиворечивость модели, которую оценивают при анализе результатов применения модели для исследования реальных процессов.

Точность моделирования характеризуется степенью близости величины моделируемого параметра к его истинному значению. Обратным по отношению к точности является понятие погрешности моделирования. В общем случае точность – это возможность различения почти равных решений.

Важно при разработке и последующем использовании модели оценивать её полезность, под которой понимают прагматичность модели, т.е. способность модели дать ответ на вполне определённый, содержательный и значимый для исследователя вопрос. Чем выше качество моделирования, т.е. чем с большим успехом оно выполнено, тем в большей степени можно считать модель полезной.

Показатели качества математических моделей, приведённые в (65, 66) вычисляются программно во многих приложениях для ПК и, в том числе, в интегрированном статистическом пакете *Statistica*.

## 5.2. Однофакторная линейная модель

*Сотри случайные черты – и ты увидишь:  
мир прекрасен.  
А. Блок*

Построение однофакторной линейной модели выполним на основе матрицы параметров газотурбинной установки (ГТУ), схема которой показана на рис.40. Установка состоит из двух компрессоров и трёх турбин, последняя из которых является силовой. Максимальная мощность ГТУ 18 МВт, номинальная примерно 16 МВт. Режим работы установки назначается путём задания частоты вращения компрессора высокого давления (КВД) и контролируется по уровню мощности потребителя и по уровню температуры рабочего тела (газов) после турбины высокого давления (ТВД). В процессе эксплуатации фиксируются в ведомости (журнале) частоты вращения трёх турбомашин, температуры рабочего тела в характерных точках, температуры смазочного масла на выходе из подшипников, а также параметры вибрации корпуса ГТУ.

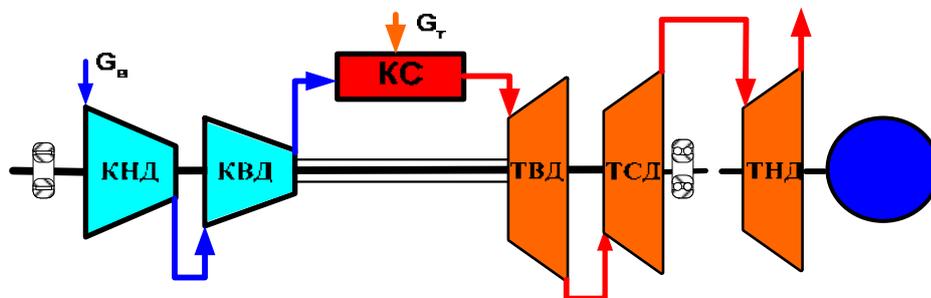


Рис. 40. Принципиальная схема газотурбинной установки

В связи со значительным влиянием температуры атмосферного воздуха на характеристики ГТУ измеренные параметры приведены к стандартным условиям. Эта операция выполнялась при их переносе на электронный носитель (в формате \*.txt). Параметры фиксировались каждый час работы установки и при каждом значительном изменении нагрузки. Это позволило сформировать матрицу (после отсеивания выбросов) из 1840 строк (записей) и 51 столбца (параметров). В результате появилась возможность проанализировать работу установки за длительный период эксплуатации при различной нагрузке и в различных климатических условиях.

В окончательно сформированном виде документ пакета *Statistica* содержит 51 переменную (**Vars**) и 1840 записей или «случаев» (**Cases**), которые можно использовать для построения модели. На рис.41 показан фрагмент этого документа с матрицей параметров ГТУ. Условные обозначения отдельных параметров и их физический смысл будут разъяснены в процессе построения моделей.

Формирование однофакторной линейной модели следует начинать с обращения к модулю Множественная регрессия (**Multiple Regression**) на главной панели пакета (рис. 42).

	1 Data	2 n1	3 n2	4 n3	5 n4	6 npr	7 npr	8 npr	9 tpr	10 Δnpr	11 Δt1	12 Δt2	13 Δt3
1	3092000	5399	7396	4399	536,8	5391	7385	4393	533	1994	16,41	9,1	60,6
2	3092000	5399	7396	4399	536,8	5391	7385	4393	533	1994	16,41	9,1	60,6
3	3092000	5399	7396	4399	536,8	5391	7385	4393	533	1994	16,41	9,1	60,6
4	3092000	5399	7396	4399	536,8	5391	7385	4393	533	1994	16,41	9,1	60,6
5	3092000	5399	7396	4399	536,8	5391	7385	4393	533	1994	16,41	9,1	60,6
6	3092000	5399	7396	4399	536,8	5391	7385	4393	533	1994	16,41	9,1	60,6
7	3092000	5399	7396	4399	536,8	5391	7385	4393	533	1994	16,41	9,1	60,6
8	3092000	5359	7350	4308	539,9	5304	7275	4264	523	1971	15,41	9,4	59,3
9	3092000	5399	7373	4349	546,9	5334	7285	4297	527	1950	15,71	6,7	57,6
10	3092000	5364	7365	4308	537,1	5319	7303	4272	523	1984	15,46	7,1	57,3
11	5092000	5444	7456	4328	536,4	5464	7484	4344	542	2019	15,63	9,3	61,7
12	5092000	5444	7464	4328	536,6	5474	7505	4352	544	2031	15,58	9,1	61,6
13	5092000	5467	7467	4326	534,0	5516	7533	4365	548	2018	15,51	9,3	62
14	5092000	5456	7471	4328	538,5	5486	7512	4352	547	2026	15,44	9,5	61,9
15	5092000	5467	7467	4318	534,0	5516	7533	4366	548	2018	15,44	8,9	61,6
16	5092000	5450	7471	4318	539,4	5470	7499	4334	545	2029	15,53	9	61,7
17	5092000	5438	7479	4306	536,4	5458	7507	4322	542	2049	15,38	9,3	61,4
18	5092000	5416	7434	4296	539,0	5417	7436	4297	539	2019	15,38	9,5	61,3
19	5092000	5416	7426	4298	538,0	5417	7428	4299	538	2011	15,31	9,5	61,2
20	5092000	5416	7441	4276	542,8	5408	7430	4270	540	2022	15,23	9,4	61,7
21	5092000	5387	7403	4288	538,6	5370	7379	4274	533	2010	15,31	10,4	61,2
22	5092000	5370	7418	4268	533,8	5362	7407	4262	531	2045	15,16	9,4	59,6
23	6092000	5393	7411	4298	536,0	5394	7413	4299	535	2019	15,56	9,2	61,1
24	6092000	5399	7426	4298	532,4	5419	7454	4314	538	2035	15,38	10,7	62,4
25	6092000	5427	7464	4308	533,8	5466	7518	4339	545	2052	15,39	10	62,4
26	6092000	5444	7456	4298	540,4	5464	7484	4314	546	2019	15,16	11,4	63,4

Рис. 41. Матрица параметров ГТУ в документе пакета *Statistica*

Как уже отмечалось, работа в любом модуле пакета начинается с выбора переменных путём нажатия кнопки **Variables**, показанной на рис.43. В данном примере в качестве функции отклика, зависимой переменной (**Dependent**) выбирается величина подогрева смазочного масла в одном из подшипников ГТУ, в частности, в подшипнике передней опоры КВД.

Этот параметр в матрице исходной информации обозначен как  $\Delta t_2$ . Фактором, независимой переменной (**Independent**) назначается приведённая частота вращения КВД, которая обозначена в начальном документе пакета как  $n_{2pr}$ . Такой выбор обусловлен наличием предполагаемой связи величины

подогрева смазочного масла в подшипнике с частотой вращения ротора компрессора.

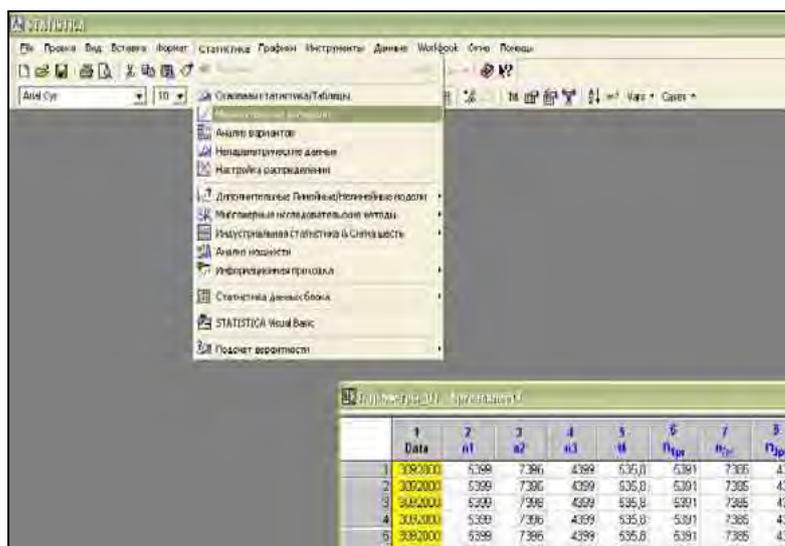


Рис. 42. Основное окно статистического анализа пакета *Statistica*

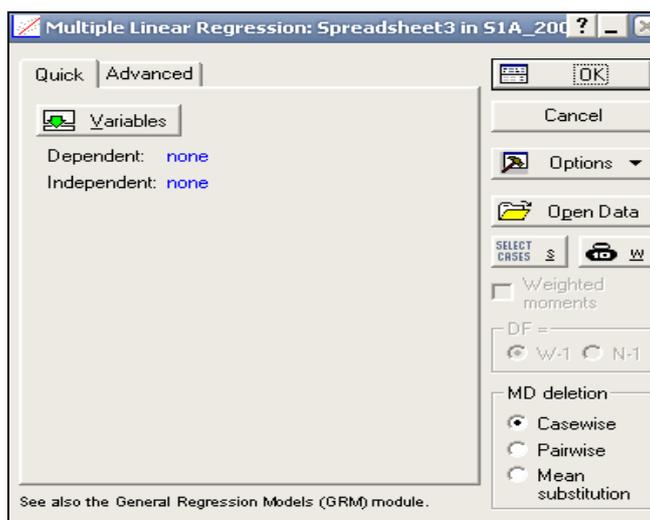


Рис.43. Панель выбора переменных для построения регрессионной модели

В этом же окне можно (по желанию пользователя) ограничить массив исходных данных, нажав кнопку **Select Cases** (рис. 43). Процедура ограничения размерности массива (числа строк матрицы) достаточно понятна из выпадающего меню. В рассмотренном примере из всей матрицы параметров выбраны для построения модели первые 300 записей.

После выбора переменных и диапазонов их изменения нажимается кнопка **OK**. На экран выводится панель параметров построенной модели. На ней представлены основные определяющие характеристики качества модели (рис.44).

В информационной части окна **Multiple Regression Results** - Результаты множественной регрессии на рис.44 содержатся краткие сведения о результатах анализа. А именно:

**Dependent:** - имя зависимой переменной ( $\Delta t_2$ );

**No. of Cases** - число наблюдений (объем выборки  $n$ ), по которым построена регрессия (в данном случае  $n = 300$ );

**Multiple R** - коэффициент множественной корреляции (описывает степень линейной зависимости между  $Y$  и факторами). В случае простой линейной регрессии он равен модулю коэффициента корреляции;

**R<sup>2</sup>** - квадрат коэффициента множественной корреляции (коэффициент детерминации). Если регрессионная модель значима, то коэффициент детерминации равен той доле дисперсии ошибок наблюдений, которая объясняется регрессионной моделью;

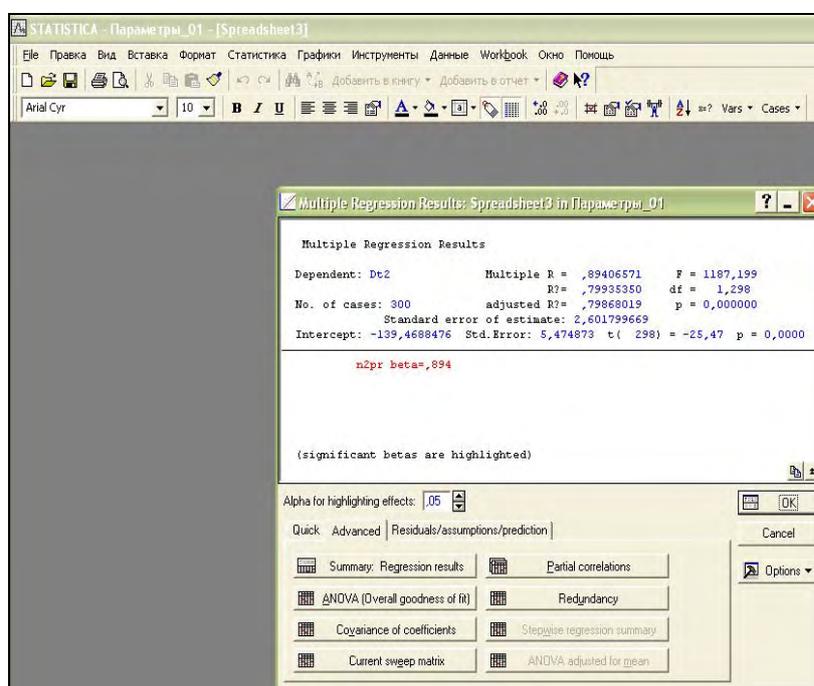


Рис.44. Окно с результатами вычисления параметров регрессии

**Adjusted R<sup>2</sup>**— скорректированный коэффициент детерминации

$$R^2 = 1 - \frac{Q_e / (n - k)}{Q_y / (n - 1)},$$

где  $n$  - число наблюдений;  $k$  - число оцениваемых параметров регрессионной модели; для простой линейной регрессии  $k = 2$ , так как определяются оценки двух параметров  $\beta_0$  и  $\beta_1$ ;

**Std. Error of estimate** - среднее квадратическое отклонение ошибок наблюдений

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{Q_e}{n - k}};$$

**Intercept** - оценка свободного члена регрессии ( $B_0$ );

**Std. Error** - стандартная ошибка оценки свободного члена  $\sqrt{D[B_0]}$ ;

**$t(n - k)$  and **p-value**** — выборочное значение  $t$ -статистики и вычисленного уровня значимости  $p$ ;  $t$ -статистика используется для проверки гипотезы  $H_0: B_0 = 0$ :

$$t = \frac{B_0}{\sqrt{D[B_0]}}.$$

Уровень значимости  $p = P[T(n - k) > |t_B|]$ , где  $T(n - k)$  - случайная величина, имеющая распределение Стьюдента с  $(n - k)$  степенями свободы,  $t_B$  - выборочное значение  $t$ -статистики.

Если  $p > \alpha$ , где  $\alpha$  - заданный уровень значимости, то гипотеза  $H_0: B_0 = 0$  принимается. В данном случае  $p = 0,0000$ , следовательно гипотеза  $H_0: B_0 = 0$  отвергается.

**F** - выборочное значение  $F$ -статистики, равное  $F_B$ .  $F$ -статистика используется в данном случае для проверки гипотезы  $H_0: \beta_1 = 0$ . Если гипотеза  $H_0: \beta_1 = 0$  верна, то статистика  $F$  имеет распределение Фишера с  $(k - 1)$  и  $(n - k)$  степенями свободы.

Гипотеза  $H_0$  принимается на уровне значимости  $\alpha$ , если  $F_B$  - выборочное значение  $F$  статистики, меньше  $F_{1-\alpha}(k - 1, n - k)$  - квантили распределения Фишера порядка  $1 - \alpha$ . Если гипотеза  $H_0: \beta_1 = 0$  принимается, то регрессионная модель незначима.

**df** - число степеней свободы  $F$ -статистики:  $(k - 1, n - k)$ .

**p** - вычисленный уровень значимости  $p: p = P[F(k - 1, n - k) > F_B]$ , где  $F_B$  - выборочное значение  $F$ -статистики. Если  $p < \alpha$ , то гипотеза  $H_0: \beta_1 = 0$  отклоняется; если  $p > \alpha$ , то гипотеза  $H_0: \beta_1 = 0$  принимается. В данном примере  $p = 0,0000$ , следовательно гипотеза  $H_0: \beta_1 = 0$  отвергается на уровне значимости  $\alpha = 0,05$ . Это означает, что построенная регрессионная модель значима.

Внизу информационного окна находятся функциональные кнопки, позволяющие всесторонне рассмотреть результаты анализа. На вкладке **Quick** можно вызвать опцию **Summary: Regression results**- Результаты регрессии. На экран выводятся результаты моделирования в виде таблицы, содержащей более подробную информацию о параметрах модели (рис. 45).

В первом столбце этой таблицы размещено имя независимой переменной (фактора) в том виде, в котором оно указано в исходном документе. Во втором столбце таблицы (**Beta**) выводятся стандартизованные коэффициенты регрессии  $\beta_i$ . Это безразмерные величины, которые используются (в модели множественной регрессии) для сравнения влияния на зависимую переменную факторов, имеющих различную размерность. В случае простейшей линейной регрессии в таблице на рис.45 показан один коэффициент  $\beta_1 = 0,894066$ , так как по условию  $\beta_0 = 0$ .

	Beta	Std. Err. of Beta	B	Std. Err. of B	t(298)	p-level
N=300						
Intercept			-139,469	5,474872	-25,4744	0,00
n <sub>2пр</sub>	0,894066	0,025948	0,027	0,000787	34,4558	0,00

Рис.45. Панель с результатами оценки параметров регрессии и их статистической значимости

В третьем столбце приведена стандартная ошибка (**Std. Err. of Beta**) коэффициентов  $\beta_i$ . В четвертом столбце (**B**) приведены МНК- оценки коэффициентов регрессии:  $B_0, B_1, \dots, B_k$ . Для построенной линейной однофакторной регрессии зависимости подогрева смазочного масла в подшипнике от частоты вращения это свободный член уравнения (**Intercept**)  $B_0 = -139,469$  и коэффициент  $B_1 = 0,027$ .

В пятом столбце (**St. Err. of B**) - их стандартные отклонения  $S_{B_0} = 5,474872$ ,  $S_{B_1} = 0,000787$ , вычисленные по формуле

$$S_{B_i} = \sqrt{D[B_i]}, \quad i = 0, \dots, k.$$

В шестом столбце -  $t$ -статистики для проверки гипотезы  $H_0: B_i = 0$ :  $t_0 = -25,4744$ ,  $t_1 = 34,4558$  полученные по формуле

$$t_i = \frac{B_i}{\sqrt{D[B_i]}}, \quad i = 0, \dots, k.$$

В седьмом столбце - соответствующие уровни значимости (**p-level**) для  $t$ -критерия

$$p = P[T(n-k) > |t_i|].$$

Как видно на рис.45,  $p_0 = 0,00$  и  $p_1 = 0,00$ , что означает, что в данном случае гипотеза  $H_0: B_i = 0$  отвергается на уровне значимости  $\alpha = 0,05$ , т.е. коэффициенты регрессионной модели статистически значимы.

Чтобы просмотреть и проанализировать остатки (погрешности модели), следует войти в меню **Residual/assumptions/prediction**, нажав соответствующую кнопку в середине, в правой части панели результатов вычислений (рис. 44). Это делает доступным многочисленное меню (рис. 46) для анализа остатков, построения графиков и гистограмм, а также для дисперсионного анализа.

Для просмотра остатков и их графика, необходимо нажать в левой нижней части данного меню кнопку **Predicted vs. residuals** - (графики остатков) или **Predicted vs. observed** (графики наблюдаемых значений). Выбрав опцию **Histogram of residuals** (гистограмма остатков), получим гистограмму

остатков или гистограмму наблюдаемых значений (**Histogram of observed**) зависимой переменной  $Y$ . Указанные меню позволяют также анализировать предсказанные по модели значения  $Y$  (**Predicted**), остатки (**Raw residuals**) и стандартизированные остатки (**Standard residual**).

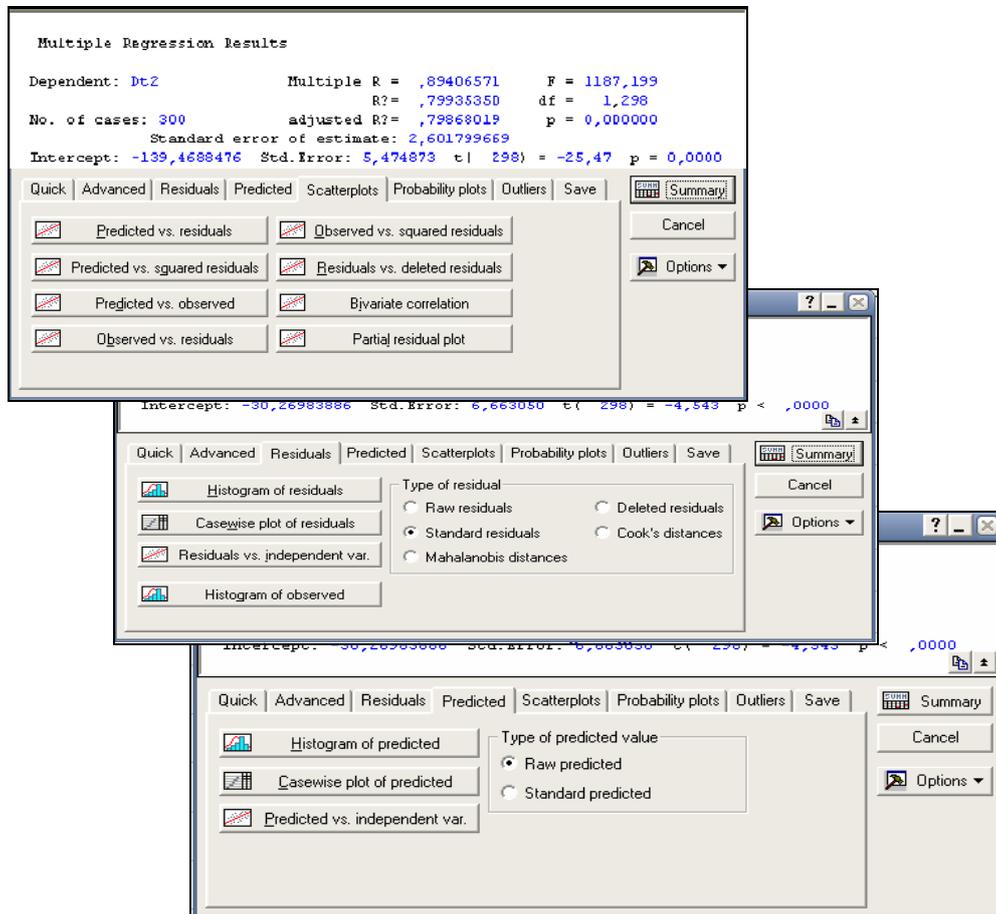


Рис.46. Окна с меню анализа остатков и построения гистограмм

Особо обратим внимание на возможность графического подтверждения в данном модуле в отдельном окне нормального распределения остатков.

Близость расположения множества остатков на вероятностной шкале стандартного нормального распределения (точки на графике) к прямой линии (рис.47) дополнительно подтверждает статистическую значимость коэффициентов построенной регрессионной модели (см. п.5.1).

Остаточная сумма квадратов  $Q_e$  (**Residual**), сумма квадратов, обусловленная регрессией  $Q_R$  (**Regress**) и сумма квадратов отклонений зависимой переменной  $Y$  от среднего  $Q_y$  (**Total**) вычисляются при нажатии кнопки **ANOVA (Overall goodness of fit)** (дисперсионный анализ) на панели результатов вычислений (см. рис.44). Результаты дисперсионного анализа приведены на рис. 48.

В этой таблице приведены критерий Фишера  $F$  и соответствующее число степеней свободы ( $df$ ), а также вычисленное значение уровня значимости  $p$  для проверки гипотезы о статистической значимости регрессионной

модели. Как видно по шестой колонке таблицы, расчётный уровень значимости  $p = 0,000000$ , что соответствует подтверждению статистической значимости полученной модели.

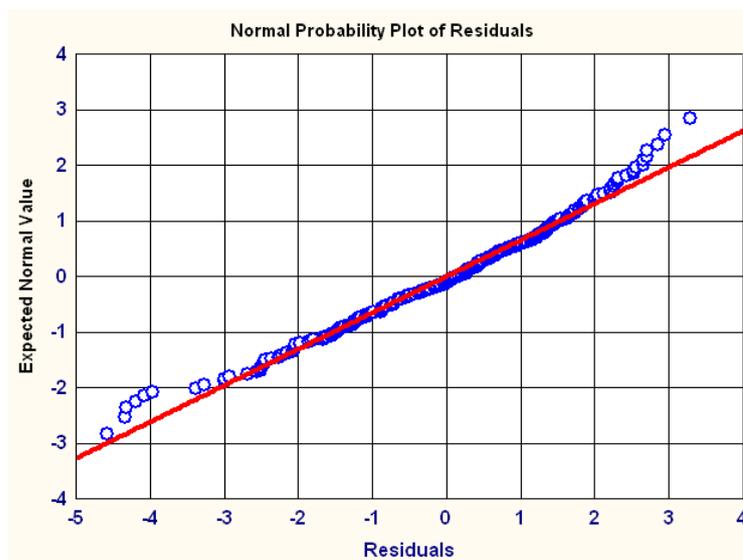


Рис.47. График остатков на вероятностной шкале стандартного нормального распределения

Analysis of Variance; DV: $\Delta t_2$ (Spreadsheet3 in S1A_2000_2003_01)						
Effect	Sums of Squares	df	Mean Squares	F	p-level	
Regress.	418,507	1	418,5074	183,3433	0,000000	
Residual	680,228	298	2,2826			
Total	1098,735					

Рис.48. Таблица с результатами дисперсионного анализа

*Предсказание результатов функции отклика в заданной точке.* В одной из опций раздела множественной регрессии предусмотрено вычисление предсказанных значения функции отклика в заданной точке (при заданном значении фактора) и доверительных интервалов для неё.

Эти вычисления осуществляются нажатием кнопки **Predict dependent variable** (предсказанное значение зависимой переменной) в окне **Multiple Regression Results** (рис. 49).

Предварительно надо задать уровень значимости **Alpha** и вид вычисляемого доверительного интервала: **Compute confidence limits** - доверительный интервал для среднего предсказанного значения или **Compute prediction limits** - доверительный интервал для индивидуального предсказанного значения.

Нажав кнопку **Predict dependent variable** и задав значение независимой переменной в таблице результатов, получим предсказанное значение и 95 % - е доверительные интервалы (в среднем) предсказанного значения. Как показано на рис.50, при приведённой частоте вращения (**Value**)

$n_{2pr} = 7\,350$  об/мин рассчитанная по модели величина подогрева смазочного масла в подшипнике (**Predicted**) равна  $\Delta t_2 = 59,888$  °C при 95 % границах этого значения (в среднем) от 54,722 до 65,054.

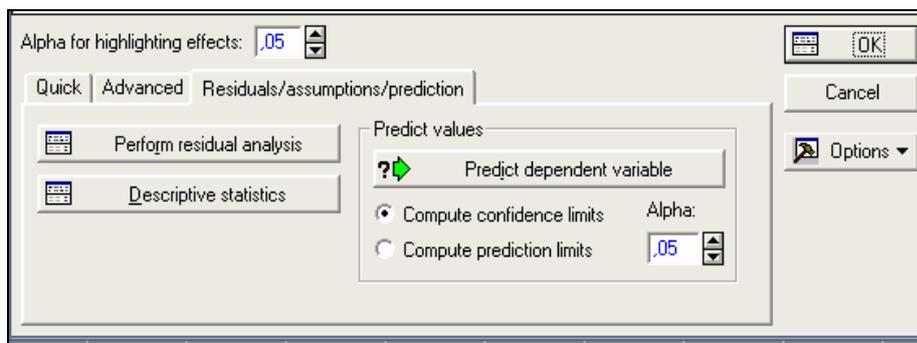


Рис.49. Панель для вычисления индивидуального предсказанного значения функции отклика

Predicting Values for (Spreadsheet3 in S1A_2000_2003_01) variable: $\Delta t_2$				
Variable	B-Weight	Value	B-Weight * Value	
$n_{2pr}$	0,027123	7350,000	199,357	
Intercept			-139,469	
Predicted			59,888	
-95,0%PL			54,722	
+95,0%PL			65,054	

Рис.50. Таблица результатов индивидуальной оценки функции отклика

После проверки качества модели можно построить график полученной зависимости.

### *Графическое представление результатов моделирования*

Для построения графика модели в меню **Графики** главной панели пакета *Statistica* следует выбрать опцию **Графики рассеяния** (рис.51). Появляется диалоговое окно.

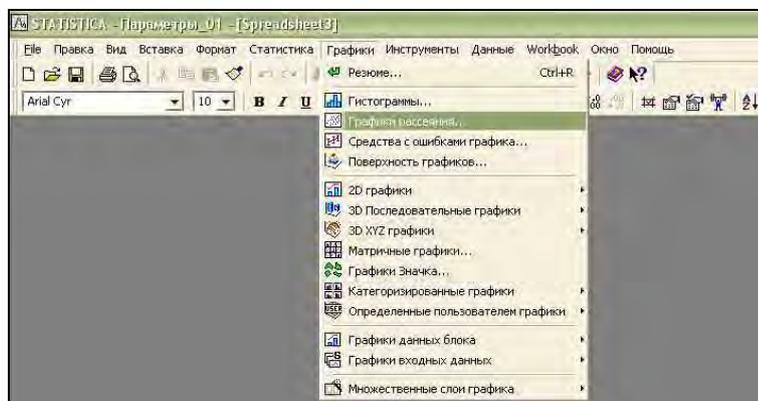


Рис.51. Панель с параметрами графика регрессионной модели



теризующие изменение во времени как термогазодинамических параметров, так и параметров, которые определяют преобразование энергии продуктов сгорания в механическую энергию.

Однофакторная линейная модель зависимости приведённой температуры газов за ТВД от приведённой частоты вращения КВД, построенная по указанному выше алгоритму, имеет вид

$$t_{4pr} = -373,129 + 0,124n_{2pr}.$$

На рис.54 показана таблица с результатами статистической оценки качества этой модели, из которой следует, что модель получилась с коэффициентом множественной корреляции  $R = 0,979107$  при высокой статистической значимости параметров модели.

Regression Summary for Dependent Variable: $t_{4pr}$						
R= ,97910716 R <sup>2</sup> = ,95865083 Adjusted R <sup>2</sup> = ,95851254 F(1,299)=6932,1 p<0,0000 Std.Error of estimate: 4,9296						
N=301	Beta	Std. Err. of Beta	B	Std. Err. of B	t(299)	p-level
Intercept			-373,129	10,36721	-35,9912	0,00
$n_{2pr}$	0,979107	0,011760	0,124	0,00149	83,2592	0,00

Рис.54. Таблица с результатами статистической оценки параметров модели

Аналогичным образом получена однофакторная модель зависимости приведённой частоты вращения силовой турбины от приведённой частоты вращения КВД (фактически от режима работы ГТУ)

$$n_{3pr} = 2009,011 + 0,296n_{2pr},$$

статистическая значимость модели может быть оценена на основе информации, приведённой в таблице на рис.55.

Regression Summary for Dependent Variable: $n_{3pr}$						
R= ,56346154 R <sup>2</sup> = ,31748891 Adjusted R <sup>2</sup> = ,31520626 F(1,299)=139,09 p<0,0000 Std.Error of estimate: 82,999						
N=301	Beta	Std. Err. of Beta	B	Std. Err. of B	t(299)	p-level
Intercept			2009,011	174,5531	11,50945	0,000000
$n_{2pr}$	0,563462	0,047777	0,296	0,0251	11,79356	0,000000

Рис.55. Параметры однофакторной линейной модели с результатами их статистической оценки

### 5.3. Модель множественной линейной регрессии

*Ставить эксперимент – это  
учинять допрос природе.  
Р. Бэкон*

При повседневной эксплуатации энергетических объектов каждый час работы на установившемся режиме и при изменении режима часто регистрируются десятки параметров одновременно. В результате формируются многомерные матрицы параметров, которые следует использовать в целях оценки и прогнозирования надёжности. Для этих целей широкое применение имеют модели так называемого «многofакторного прогнозирования». Эти модели отличает сравнительная простота алгоритмов, слабая зависимость результатов от точности исходной информации, возможность получить достоверные прогнозные результаты при сложном характере связей между зависимой и независимой переменными.

Многofакторное прогнозирование позволяет получить функциональную зависимость прогнозируемого параметра от нескольких независимых переменных, однако вид этой зависимости определяет пользователь, что делает данные методы в определённой степени субъективными. Строго обоснованных формальных процедур по выбору функциональной зависимости не существует, и здесь главную роль играют интуиция и опыт прогнозиста.

Как уже отмечалось, исходной информацией для получения уравнения прогноза в данном методе является матрица наблюдений по времени зависимой и независимых переменных.

Каждый столбец матрицы исходной информации представляется временным рядом наблюдений, упорядоченных во времени.

Опыт разработки моделей многofакторного прогнозирования показал, что для получения достоверных результатов количество наблюдений по каждому фактору должно быть в 3÷5 раз больше числа исследуемых факторов и, во всяком случае, не менее 15—20 наблюдений. Для всей исходной информации должен быть проведён детальный анализ на основании статистических критериев.

Методологической и процедурной основой определения оценок прогнозных моделей для многofакторного анализа является метод наименьших квадратов (МНК). Известно, что данный метод основан на сравнении реальных и модельных значений независимой переменной и применении статистических критериев для оценки коэффициентов разрабатываемой модели. Отдельные модели прогнозирования на основе регрессионного анализа, основанного на методе МНК, рассмотрены ниже.

Порядок начала разработки модели множественной линейной регрессии в пакете *Statistica* аналогичен началу алгоритма работы при построении однофакторной линейной модели, за исключением того, что при выборе переменных (**Variables**) принимается более одного (например, два) независи-

мых факторов. Как и ранее, выбор функции отклика и факторов предполагает наличие специальных знаний о предмете исследования. В данном примере рассмотрим зависимость подогрева смазочного масла  $\Delta t_2$  в подшипнике передней опоры КВД от двух факторов: приведённой частоты вращения ротора КВД  $n_{2pr}$  и температуры топливного газа  $t_{g2}$ . Можно предположить, что второй фактор только косвенно влияет на работу подшипника ГТУ. Созданная модель подтвердит или опровергнет данное предположение. Ограничив размер массива параметров величиной  $n = 300$ , можно приступить к построению модели.

После выбора параметров и нажатия кнопки **ОК** на экран выводится панель с показателями качества построенной модели (рис.56). Для случая множественной регрессии процедура оценки качества модели аналогична вышерассмотренному случаю однофакторной модели. Содержание информационной части панели **Multiple regression Results** на рис.56 практически не отличается от рассмотренного ранее в п.5.2.

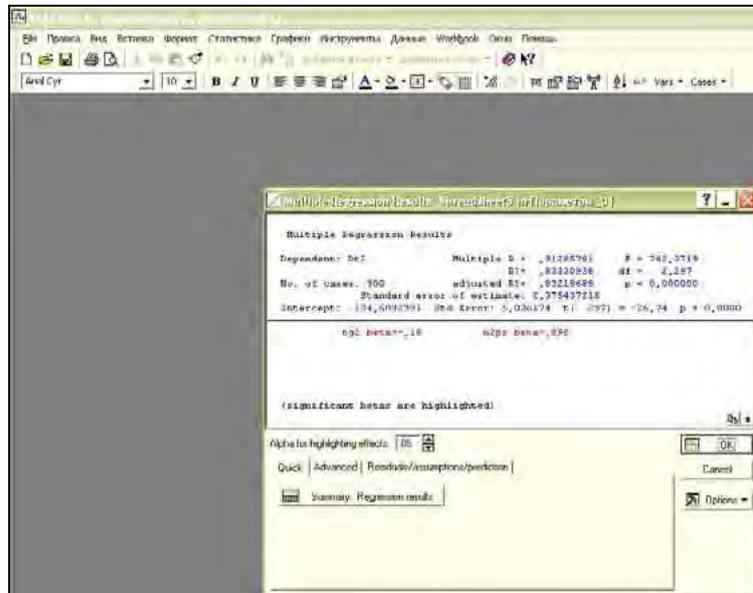


Рис.56. Панель с показателями качества двухфакторной линейной модели

На вкладке **Quick** нажимается кнопка **Summary: Regression results** и на экран выводятся более подробные результаты моделирования в виде таблицы (рис. 57).

Условные обозначения и числовые характеристики параметров полученной модели такие же, какие были рассмотрены выше для параметров однофакторной модели в п.5.2. Как следует из рис.57, для рассмотренного примера все коэффициенты модели статистически значимы, о чём свидетельствуют значения  $t$  - критерия Стьюдента при соответствующих (минимальных) уровнях значимости (**p-level**), указанных в последнем столбце таблицы. Выделение красным цветом (в оригинале) параметров

модели дополнительно подтверждает их статистическую значимость и адекватность модели в целом. Об адекватности модели свидетельствуют также значение критерия Фишера  $F(2,297) = 742,37$  при уровне значимости  $p = 0,0000$  и множественный коэффициент корреляции  $R = 0,91285781$ .

Построенная модель может быть записана в размерном виде

$$\Delta t_2 = -134,689 - 0,259t_{g2} + 0,027n_{2pr}. \quad (68)$$

Коэффициенты модели находятся в четвёртом столбце таблицы на рис.57.

В варианте стандартизированных параметров модель записывается так

$$\Delta \bar{t}_2 = -0,184282\bar{t}_{g2} + 0,896029\bar{n}_{2pr}. \quad (69)$$

где коэффициенты  $\beta_1$  и  $\beta_2$  принимаются из второй колонки таблицы на рис.57.

The screenshot shows a window titled "Summary for Dependent Variable: Dt2 (Spreadsheet3 in Параметры\_01)". It displays a regression summary for the dependent variable  $\Delta t_2$ . The statistics shown are:  $R = 0,91285781$ ,  $R^2 = 0,83330938$ , Adjusted  $R^2 = 0,83218688$ ,  $F(2,297) = 742,37$ ,  $p < 0,0000$ , and Std. Error of estimate: 2,3754. The regression coefficients are listed in a table below.

	Beta	Std. Err. of Beta	B	Std. Err. of B	t(297)	p-level
Intercept			-134,689	5,036174	-26,7444	0,000000
$t_{g2}$	-0,184282	0,023692	-0,259	0,033245	-7,7782	0,000000
$n_{2pr}$	0,896029	0,023692	0,027	0,000719	37,8199	0,000000

Рис.57. Параметры двухфакторной линейной модели с результатами их статистической оценки

Из выражения (69) следует, что на величину подогрева смазочного масла в подшипнике в значительно большей степени влияет приведённая частота вращения компрессора, так как коэффициент  $\beta_2 = 0,896029$  больше, чем  $\beta_1 = -0,184282$  почти в пять раз. Кроме того, по знакам этих коэффициентов можно судить о направлении влияния данных факторов. Так, увеличение приведённой частоты вращения компрессора (знак плюс у коэффициента  $\beta_2$ ) приводит к повышению подогрева смазочного масла, а увеличение  $t_{g2}$  (знак минус у  $\beta_1$ ) - к его уменьшению.

Как и в ранее рассмотренном случае (см. п.5.2), модуль множественной регрессии **Multiple regression** позволяет выполнить детальное исследование остатков и дисперсионный анализ построенной модели. Дисперсионный анализ осуществляется последовательным нажатием кнопок **Advanced** и **ANOVA (Overall goodness of fit)** на основной информационной панели модуля множественной регрессии. Для анализа остатков и проверки значений функции отклика в отдельной точке следует нажать кнопку **Residuals/assumptions/prediction** на панели, показанной на рис.56. После проверки качества модели целесообразно построить график зависимости функции отклика от выбранных факторов.

## Графическое представление результатов многофакторного моделирования

Как было отмечено выше, математический пакет *Statistica* оснащён большим количеством специализированных модулей для наглядного представления результатов исследований. Двухфакторные модели обычно отображаются в виде линий уровня, векторных графиков, трёхмерных гистограмм или поверхностей в трёхмерном пространстве, где по вертикальной оси всегда размещаются значения функции отклика.

Для построения графика в виде поверхности следует последовательно выбрать в меню **Графики** основной панели пакета *Statistica* опции **3D XYZ графики**, а затем **Поверхность графиков...** (рис. 58).

Появляется диалоговое окно. Во вкладке **Быстрый** выбираются переменные, и при необходимости ограничивается размер массива нажатием кнопки **Select Cases**. Затем можно выбрать тип зависимости: линейная, квадратичная, логарифмическая и т.д. в зависимости от вида рассчитанной модели (рис. 59).



Рис. 58. Панель выбора типа графика в основном меню пакета *Statistica*

Отдельные кнопки на этой панели **Появление**, **Категоризированный**, **Опции 1**, **Опции 2** позволяют настроить изображение с требуемым информационным насыщением. В результате получаем трёхмерный график модели (рис. 60).

График на рис.60 позволяет наглядно представить влияние выбранных факторов на величину подогрева смазочного масла в подшипнике, которая отражается по вертикальной оси  $z$ . Шкала с цветовыми индикаторами справа от рисунка помогает оценить степень этого влияния. При щелчке правой кнопкой мыши на поле графика появляется панель редактирования, с помощью которой настраиваются отдельные компоненты графика: цветовая гамма изображения, толщина линий, подписи на осях и т.п. Большинство этих возможностей несложно осваиваются пользователем при обращении к соответствующим опциям меню редактирования.



Рис. 59. Панель настройки графика

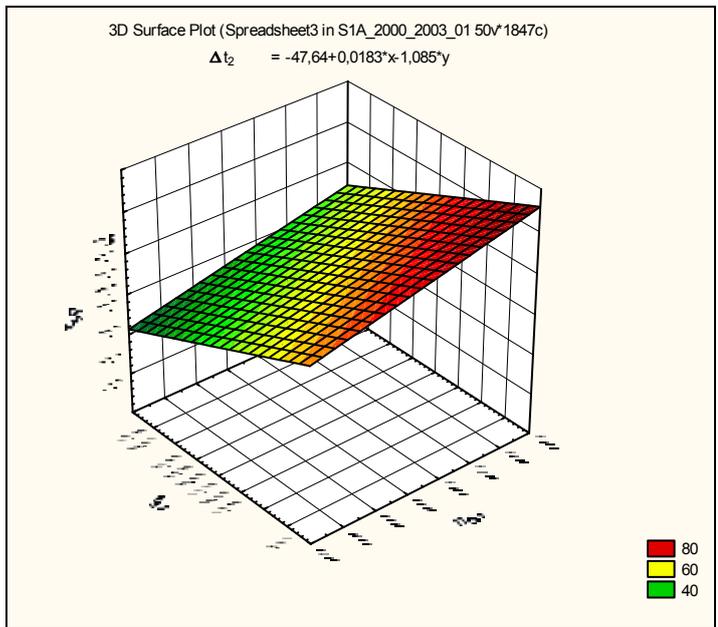


Рис. 60. График двухфакторной линейной модели

Указанным выше способом в модуле **Multiple regression** – множественная регрессия разработана модель  $p_{ras\_kvd}(n_{2pr}, p_{fors})$ . Эта модель характеризует зависимость  $p_{ras\_kvd}$  - давления воздуха в разгрузочной полости двигателя от режимных параметров:  $n_{2pr}$  – приведённой частоты вращения ротора и  $p_{fors}$  – давления топлива перед форсунками камеры сгорания.

После выделения в модуле множественной регрессии параметров для функции отклика и факторов и вычисления параметров получена следующая модель

$$p_{ras\_kvd} = 821,0749 - 0,0672n_{2pr} + 1,0462p_{fors}.$$

Показатели качества модели даны на рис.61, из которого следует, что при сравнительно невысоком коэффициенте корреляции  $R = 0,6357$  параметры модели всё же получились статистически значимыми, а модель в целом адекватной.

Regression Summary for Dependent Variable: $p_{ras\_kvd}$						
R= ,63570041 R <sup>2</sup> = ,40411502 Adjusted R <sup>2</sup> = ,40011579						
F(2,298)=101,05 p<0,0000 Std.Error of estimate: 8,5093						
N=301	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(298)	p-level
Intercept			821,0749	23,96118	34,2669	0,000000
$n_{2pr}$	-1,16806	0,084340	-0,0672	0,00485	-13,8494	0,000000
$P_{fors}$	0,84693	0,084340	1,0462	0,10419	10,0418	0,000000

Рис. 61. Таблица параметров двухфакторной линейной модели с результатами оценки их качества

Данная двухфакторная линейная модель может служить целям диагностирования состояния проточной части и обнаружения дефектов лабиринтовых уплотнений. Это, в свою очередь, поможет контролировать осевые нагрузки на ротор и тем самым на подшипники опор. Следовательно, такая модель будет востребована в эксплуатации.

#### 5.4. Однофакторная нелинейная модель

*Все действительное разумно,  
все разумное действительно.*

*Г. Гегель*

В пакете *Statistica* для построения нелинейных моделей предусмотрено несколько модулей, вызываемых из меню **Статистика** путём обращения к опции **Дополнительные Линейные/ Нелинейные модели** (рис. 62). После этого на экране пользователю предоставляется возможность выбрать конкретные модули решения задачи: **Обобщённые Линейные/Нелинейные модели**, **Нелинейная оценка** или **Фиксированные нелинейные регрессии**.

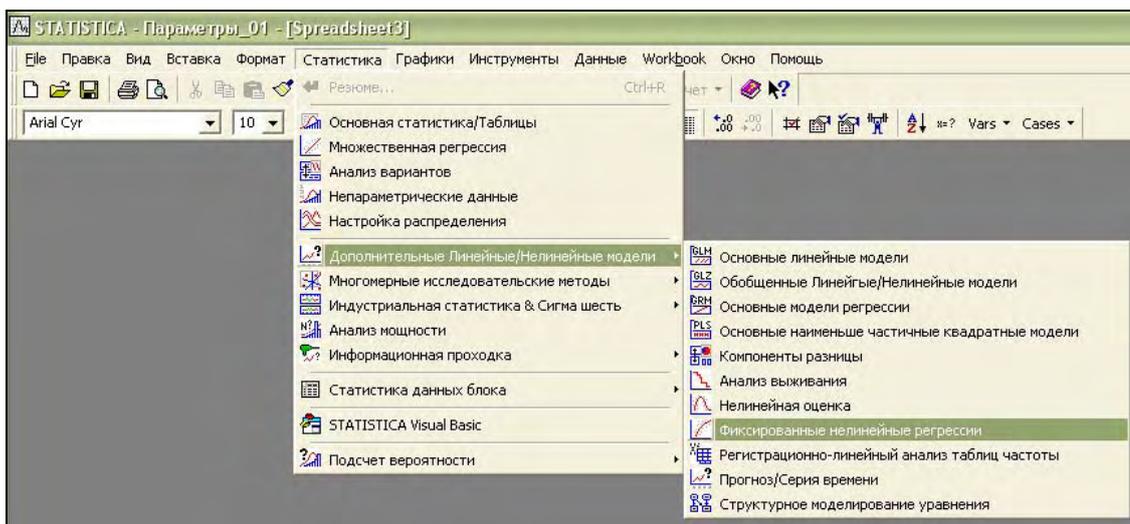


Рис.62. Модуль построения нелинейных моделей пакета *Statistica*

При вызове модуля **Фиксированные нелинейные регрессии** в открывшемся диалоговом окне следует указать переменные (**Variables**), которые будут использованы при построении модели, и при необходимости ограничить массив параметров (**Select Cases**). После нажатия кнопки **ОК** на экран выводится диалоговое окно, в котором надо уточнить вид создаваемой модели: квадратическая, кубическая, логарифмическая и т.д. (рис. 63).

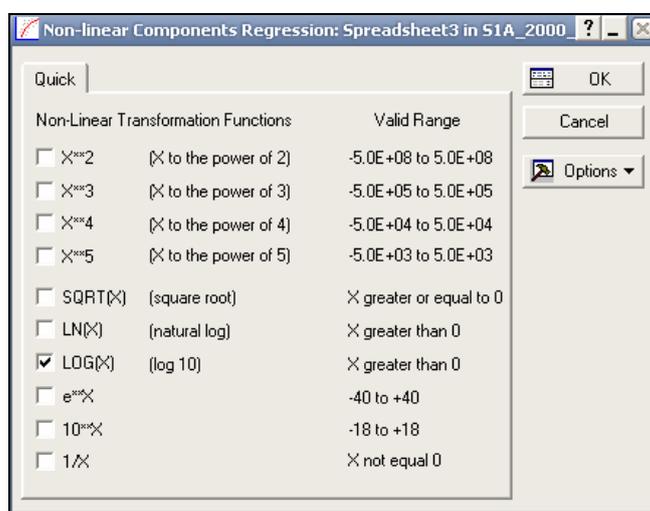


Рис.63. Панель выбора типа нелинейной модели

В данном примере в качестве функции отклика (зависимой переменной) выбрана величина подогрева смазочного масла в подшипнике передней опоры КВД  $\Delta t_2$ , а фактором - логарифм разности приведённых частот вращения роторов КВД и КНД  $\Delta n_{pr}$ . Как показано на рис.63, задание логарифма фактора выполняется отметкой на панели **Non-linear Components Regression**: в окошке, находящемся под заголовком **Non-Linear Transformation Functions**. После нажатия кнопки **ОК** на экран выводится промежуточная панель, на которой следует ещё раз указать ранее обозначенные пе-

ременные (**Variables**), выделением уже размещённой в левом окне зависимой переменной **Dependent variables** (в данном случае  $\Delta t_2$ ) и логарифма независимой переменной **Independent variables**  $\Delta n_{pr}$ , которая появляется в правом окне в виде LOG(V10) (рис. 63).

На информационной части панели под названием **Multiple Regression Results** (рис.65) размещены сведения о качестве модели, которые детально анализировались выше при рассмотрении простой линейной регрессии (см. п.5.2). Для построенной логарифмической модели получен коэффициент множественной корреляции  $R = 0,825$ , коэффициент Фишера  $F_B = 637,71$  при рассчитанном уровне значимости  $p = 0,000000$  и критерии Стьюдента  $t = -24,48$  при соответствующем вычисленном уровне значимости  $p = 0,0000$ . Более подробные сведения о качестве построенной модели можно видеть при нажатии на данной панели кнопки **Summary: Regression results**. Открывающаяся таблица (рис.66) содержит набор различных данных, а именно: значения коэффициентов (параметров) регрессии  $\beta_1, B_0, B_1$  и их ошибки, характеристику статистической значимости этих коэффициентов по  $t$ - критерию и т.д.

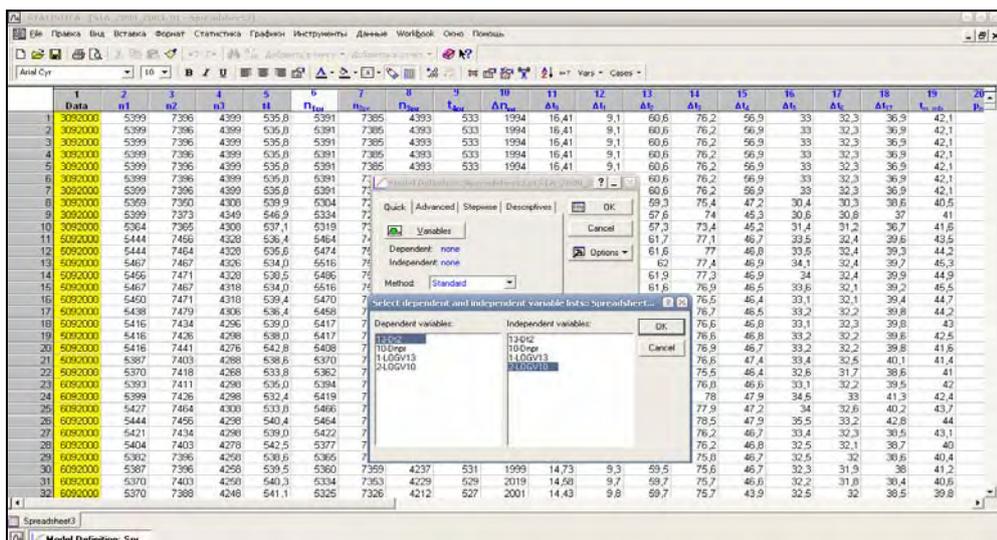


Рис.64. Панель выбора переменных для построения логарифмической модели

После этого следует нажать кнопку **ОК**. На экран выводится информационная панель построенной модели (рис. 65).

Информация, размещённая в таблице на рис.66, подробно рассмотрена ранее в п.5.2.

По совокупности всей оценочной информации можно сделать вывод об адекватности и хорошем качестве полученной модели.

Созданная регрессионная нелинейная модель имеет вид

$$\Delta t_2 = -1550,78 + 488,45 \log(\Delta n_{pr}),$$

или в безразмерном варианте

$$\Delta \bar{t}_2 = 0,825105 \log(\Delta \bar{n}_{pr}).$$

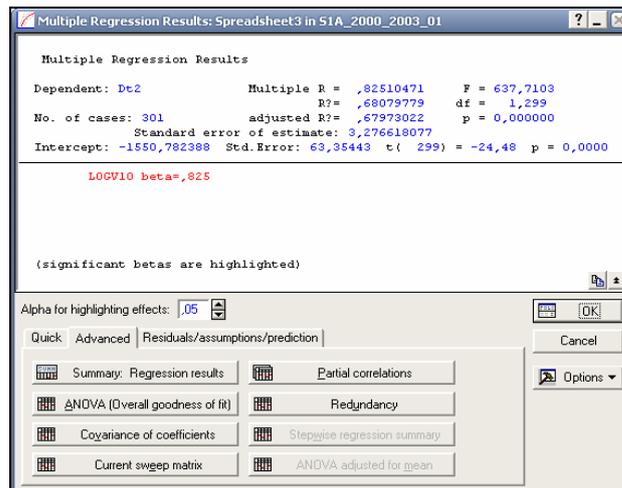


Рис.65. Информационная панель с параметрами построенной модели

Regression Summary for Dependent Variable: $\Delta t_2$ (Spreadsheet3 in S1A_2000_2003_01)						
R= ,82510471 R <sup>2</sup> = ,68079779 Adjusted R <sup>2</sup> = ,67973022						
F(1,299)=637,71 p<0,0000 Std.Error of estimate: 3,2766						
N=301	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(299)	p-level
Intercept			-1550,78	63,35443	-24,4779	0,00
LOGV10	0,825105	0,032674	488,45	19,34244	25,2529	0,00

Рис.66. Таблица с параметрами логарифмической модели и показателями их качества

Для этой модели может быть построен график в модуле **Графики**, размещённом на основной панели пакета. При указании в соответствующих окнах этого модуля переменных  $\Delta t_2$  и  $\Delta n_{pr}$ , после ограничения размера массива и выборе опции **Logarithmic** модуль не только строит график зависимости между переменными, но и формирует аппроксимационное уравнение, показанное в верхней части рис. 67.

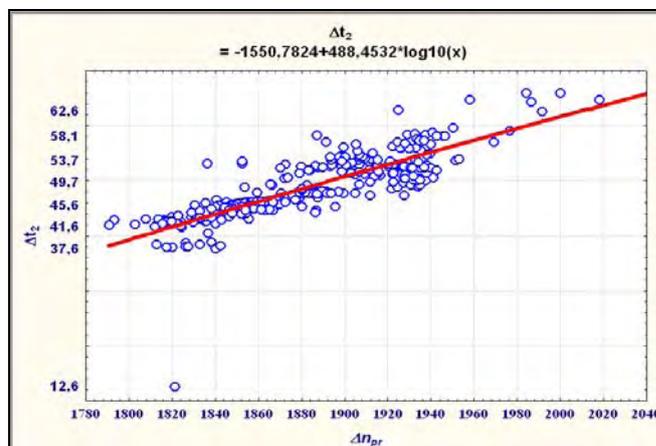


Рис. 67. График логарифмической модели

Как следует из графика, между функцией отклика и фактором существует линейная зависимость, которая с хорошим качеством аппроксимируется логарифмическим уравнением. Коэффициенты этого уравнения аналогичны тем, которые получены выше при построении регрессионной модели.

### 5.5. Модель множественной нелинейной регрессии

*Изучить - значит понять правильность того, что думали другие. Но нельзя познать вещи, если изначально исходить из их ложности.*  
Г. Гегель

Порядок формирования модели множественной нелинейной регрессии в пакете *Statistica* аналогичен началу и всей последовательности работы при построении однофакторной нелинейной модели за исключением того, что при выборе переменных (**Variables**) выбираются два или больше независимых факторов. Как и ранее, выбор переменных для построения модели является творческим процессом, определяемым целью исследования и компетентностью пользователя.

Построение модели начинается с обращения к модулю **Статистика** на главной панели, после чего из открывающегося меню выбирается опция **Дополнительные линейные/Нелинейные модели** и, затем **Нелинейная оценка** (рис.68А). В данном окне выделяется строчка в меню **User-specified regression, custom loss function** – Модели регрессии, определённые пользователем с указанием функции подгонки (рис.68 Б).

После нажатия кнопки **ОК** открывается панель **Estimated function and loss function** – рассчитываемая функция и функция подгонки (итерации), показанная на рис.69А. В верхнем окне этой панели пользователем вводится формула предполагаемой регрессионной модели, в левой части которой размещается функция отклика, а справа после знака равенства факторы с неизвестными коэффициентами, например, в следующем виде

$$v13 = a \cdot v6^{1.5} + b \cdot v7^2 + c \cdot v9^2, \quad (70)$$

где  $v13$  – переменная под номером 13 из исходного массива параметров, означающая величину подогрева смазочного масла в переднем корпусе КВД.

Эта переменная выбрана как функция отклика;  $a, b, c$  – неизвестные коэффициенты модели, которые вычисляются в данном модуле. Остальные переменные в правой части уравнения являются факторами. Выбор факторов в данной модели не случаен.

Известно, что в переднем корпусе КВД рассматриваемого двигателя находятся сразу два подшипника: задний подшипник ротора КНД и передний КВД. У них общий слив масла, и, поэтому, подогрев смазочного масла может зависеть от частоты вращения обоих компрессоров и от нагрузки двигателя. Это даёт основание выбрать в качестве факторов создаваемой модели

приведённые частоты вращения (переменные  $v_6$ ,  $v_7$ ) и приведённую температуру рабочего тела за ТВД (переменная  $v_9$ ).

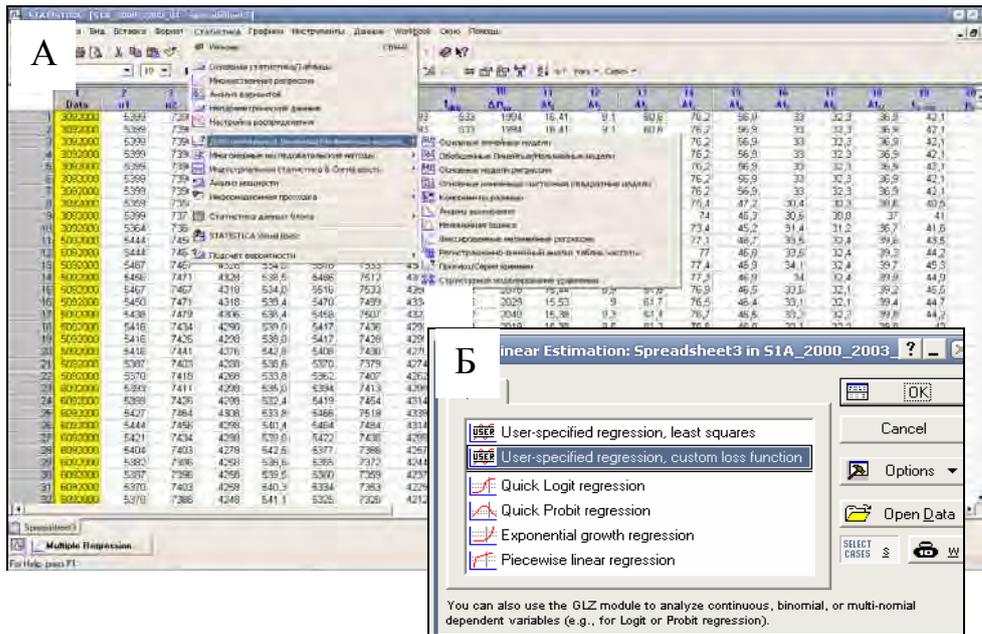


Рис. 68. Модуль нелинейного оценивания в основном меню пакета Statistica

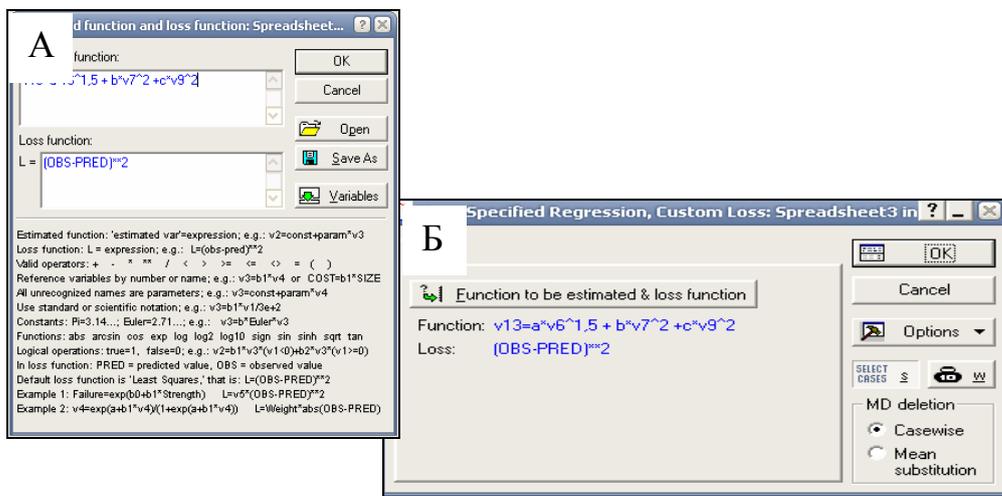


Рис. 69. Панель построения нелинейной модели, задаваемой пользователем

После формирования создаваемого уравнения регрессии в виде (71) в верхнем окне панели, показанной на рис. 69А, в нижнем окне можно указать функцию подгонки **Loss function**, используемую при вычислении коэффициентов модели. По умолчанию таковой является квадрат разности значений наблюдаемой  $OBS$  и вычисленной  $PRED$  функции отклика в точке наблюдения  $L = (OBS - PRED)^2$ . Известно, что минимизация этой функции является главным содержанием метода, называемого методом наименьших квадратов (МНК-методом).

При нажатии кнопки **OK** на экран выводится панель (рис.69Б), где можно ввести ограничения на размер массива, используемого для построения модели (кнопка **SELECT CASES**). После ввода таких ограничений нажатием кнопки **OK** на данной панели активируется процедура расчёта параметров модели, промежуточный результат работы которой сначала выводится как панель, показанная на рис.70А.

В появившемся окне этой панели следует выбрать один из предложенных методов итерации при решении задачи регрессии: квази-Ньютоновский (**Quasi-Newton**), симплекс-метод (**Simplex**) и пр. После нажатия кнопки **OK** на экран выводится панель, показанная на рис.70Б.

Информационная часть панелей **Model Estimation** на рис.70 в верхней части экрана содержит изображение формулы уравнения регрессии с обозначение фактических имён всех переменных, и здесь же указано количество неизвестных параметров (в данном случае три). Кроме того, на правом экране (рис.70Б) показывается название метода вычисления параметров регрессии (**Quasi-Newton**) и в отдельном окошке - максимальное число итераций (**Maximum number of iteration**), а также начальное значение и шаг параметра подгонки при итерации. По умолчанию число итераций принимается 50, а начальное значение всех вычисляемых параметров 0,10. Впрочем, эти величины пользователь может менять по своему усмотрению.

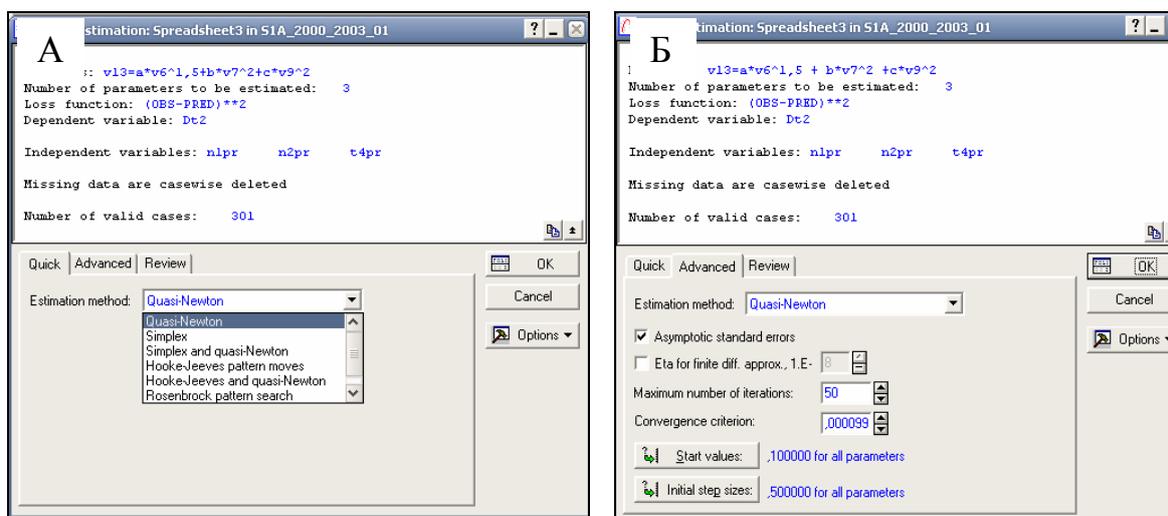


Рис.70. Панели модуля нелинейного оценивания, показывающие этапы построения модели второго порядка

Очередное нажатие кнопки **OK** вызывает панель **Results** с результатами вычисления, показанную на рис.71.

В информационном окне панели результатов вычисления ещё раз изображается ранее сформированная формула вычисляемого уравнения регрессии и приведен коэффициент множественной корреляции, который в данном случае равен  $R = 0,89061$ . Нажатием клавиши **Summary** получают подробные сведения о параметрах регрессии и об оценках их значимости (рис.72).



Рис. 71. Панель результатов построения нелинейной модели второго порядка

В данном примере в результате расчёта получено, что параметры регрессии (**Estimate** - первая строка таблицы) равны:

$$a = -0,00033; b = 0,000003; c = 0,000120$$

при соответствующих значениях стандартных ошибок **Std. Err.** (вторая строка таблицы). Ниже строкой приведены значения  $t$  – статистики, а ещё ниже даны вычисленные уровни значимости. Так как расчётные значения уровней значимости существенно меньше, чем назначенная по умолчанию величина  $p = 0,05$ , то можно быть уверенным в статистической значимости всех рассчитанных коэффициентов.

Model: v13=a*v6^1.5 + b*v7^2 + c*v9^2 (Spreadsheet3 in S1A_2000_2003_01)				
Dep. var: Dt2 Loss: (OBS-PRED)**2				
Final loss: 2079,8008788 R=,89061 Variance explained: 79,319%				
	a	b	c	
N=301				
<b>Estimate</b>	<b>-0,00033</b>	<b>0,000003</b>	<b>0,000120</b>	
<b>Std. Err.</b>	<b>0,00005</b>	<b>0,000000</b>	<b>0,000019</b>	
<b>t(298)</b>	<b>-6,22150</b>	<b>6,170368</b>	<b>6,251546</b>	
<b>p-level</b>	<b>0,00000</b>	<b>0,000000</b>	<b>0,000000</b>	

Рис.72. Таблица параметров нелинейной модели второго порядка с результатами оценки их качества

Окончательно полученная регрессионная модель записывается так

$$\Delta t_2 = -0,00033n_{1pr}^{1.5} + 0,00000n_{2pr}^2 + 0,00012t_{4pr}^2.$$

Следует подчеркнуть, что оценённое выше качество модели обеспечивается только в границах изменения выбранных факторов. Вне выделенного для анализа факторного пространства точность и адекватность модели не анализируется. Следовательно, экстраполяционные возможности модели требуют дополнительных исследований, некоторые из которых выполнены далее.

Обращение к клавишам **Residuals**, **Fitted 2D function** (**Fitted 3D function**) на панели **Results** (рис.71) позволяет проанализировать остатки (рис.73).

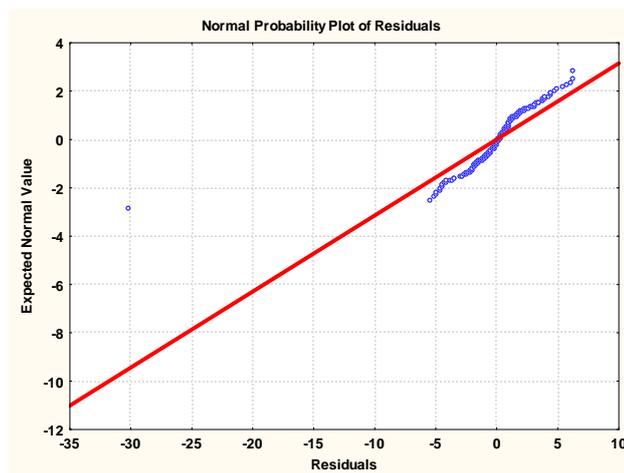


Рис.73. График остатков в координатах нормального стандартного распределения

Как отмечалось ранее, близость остатков (погрешностей) между функцией отклика и значениями экспериментальных данных к прямой линии на вероятностном графике стандартного нормального распределения свидетельствует о приемлемом качестве регрессионной модели.

При необходимости можно построить графики созданной модели. Построение графиков доступно только для одно- и двухфакторных моделей.

### 5.6. Выбор лучшей регрессионной модели

*Машина должна работать, человек - думать.  
Э. Мэрфи*

Как отмечено выше, на основе одной и той же статистики могут быть построены математические модели различного уровня сложности. Модели могут отличаться количеством независимых переменных (факторов), видом функциональных зависимостей между этими факторами, а также функцией отклика. Выбор лучшей из них желательно выполнять без ограничений на вид модели и на количество независимых переменных. Чаще всего используют для выбора лучшей регрессионной модели метод парных сравнений. Из двух регрессий лучшей признаётся та, у которой меньшая дисперсия рассеяния зависимой переменной около линии регрессии [11,18,33,34].

Наиболее простым методом выявления лучшей регрессии является сравнение коэффициентов множественной корреляции. Большому значению этого коэффициента соответствует лучшая регрессия. Если модели заимствованы из различных источников, то такое сравнение часто невозможно из-за отсутствия этих коэффициентов.

Можно использовать для выявления лучшей регрессии из двух анализируемых различные статистические критерии, например,  $\lambda$  - критерий Вильямса и Клута [47,50]. Данный критерий численно равен угловому коэф-

фициенту в уравнении линейной регрессии, полученной для вновь образованных переменных  $z$  и  $t$ .

Эти переменные получаются путём преобразования значений величин, полученных на основе исходной статистики и анализируемых регрессий, как показано ниже

$$z = y - \frac{y_1 + y_2}{2}; \quad t = y_1 - y_2,$$

где  $y$  – зависимая переменная;  $y_1, y_2$  – предсказываемые первой и второй регрессиями значения переменной.

Линейная регрессия для новых переменных имеет вид

$$z = \lambda \cdot t, \tag{70}$$

где  $\lambda$  – угловой коэффициент, который является критерием для принятия решения.

Вычисление углового коэффициента  $\lambda$  может быть выполнено в любом математическом пакете, например, в *Mathcad*, где стандартная функция  $slope(z, t)$  определяет этот параметр при заданном наборе переменных  $z$  и  $t$ .

При вычислении можно также использовать зависимость

$$\lambda = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^n z_i \cdot t_i - \sum_{i=1}^n z_i \cdot \sum_{i=1}^n t_i}{n \cdot \sum_{i=1}^n (t_i)^2 - \left( \sum_{i=1}^n t_i \right)^2},$$

(71)

где  $n$  – размер вектора исходных параметров.

Величина  $\lambda$  сравнивается с критическим значением, полученным на основе квантили  $t_\alpha$  - распределения Стьюдента при заданной вероятности  $\alpha$ . Для этого предварительно вычисляются полная дисперсия и остаточная дисперсия модели (70). Полную дисперсию несложно вычислить в пакете *Mathcad* при помощи стандартной функции  $Var(t)$  или по формуле

$$s_t^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2,$$

и, соответственно, остаточную дисперсию

$$s_z^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (z_i - \lambda \cdot t_i)^2,$$

где  $\bar{t}$  – среднее значение переменной  $t$ .

Отношение этих дисперсий даёт возможность определить коэффициент детерминации

$$r_{zt} = \frac{S_z^2}{S_t^2}.$$

Тогда критическое значение величины  $\lambda$  может быть представлено

так

$$\lambda_{\alpha} = t_{\alpha} \frac{1}{\sqrt{n-1}} \sqrt{r_{zt}},$$

где  $t_{\alpha}$  - квантиль распределения Стьюдента уровня  $\alpha$ .

При отрицательном угловом коэффициенте  $\lambda$  (если он статистически значим) вторая регрессия лучше отображает исследуемую зависимость между параметрами.

При положительном и статистически значимом критерии  $\lambda$  первая регрессия лучше. Если же критерий удовлетворяет условию  $-\lambda_{\frac{1+\alpha}{2}} < \lambda \leq \lambda_{\frac{1+\alpha}{2}}$ ,

где  $\lambda_{\frac{1+\alpha}{2}} = t_{\frac{1+\alpha}{2}} \frac{1}{\sqrt{n-1}} \sqrt{r_{zt}}$ , то обе регрессии эквивалентны.

Рассмотрим для примера зависимость приведённой температуры газа за турбиной ГТУ от приведённой частоты вращения ротора турбокомпрессора. Как уже отмечалось, подобная информация обычно регистрируется в эксплуатационной документации. Указанную зависимость можно отразить различными регрессионными моделями, три из которых показаны ниже.

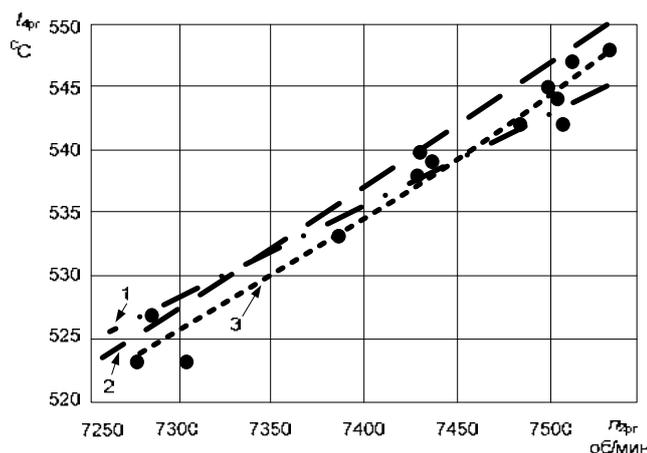
Линейная модель № 1  $t_{4pr} = 0,072399n_{2pr}$ ,

где  $t_{4pr}$  - приведённая температура газа за турбиной,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $n_{2pr}$  - приведённая частота вращения турбокомпрессора высокого давления, об/мин.

Линейная модель № 2  $t_{4pr} = -165,925 + 0,095n_{2pr}$ .

Нелинейная модель № 3  $t_{4pr} = 1087,0511 - 0,243365n_{2pr} + 0,0000228n_{2pr}^2$ .

Графическое представление исходных данных и зависимости согласно рассмотренным трём моделям в координатах  $t_{4pr}$  и  $n_{2pr}$  показаны на рис.74.



На рис.74 точками обозначены дискретные значения параметров, измеренные при различной частоте вращения, а цифрами обозначены линии, соответствующие номерам моделей. Следует определить наилучшую из моделей в соответствии с задачей, поставленной выше.

По методу Вильямса и Клута были преобразованы переменные и вычислен критерий для моделей № 1 и № 2. Получены значения  $\lambda = -0,486$ ;  $\lambda_\alpha = 0,453$  при  $\alpha = 0,90$ . Так как величина  $\lambda$  отрицательна и меньше критического значения, то это позволяет сделать вывод о том, что регрессионная модель № 2 лучше отражает исследуемую зависимость. При сравнении моделей № 1 и № 3 установлено, что  $\lambda = -0,502$ ;  $\lambda_\alpha = 0,312$  при  $\alpha = 0,95$ , что позволяет утверждать о преимуществе третьей модели. Сравнение второй и третьей моделей даёт результаты  $\lambda = -0,481$ ;  $\lambda_{\frac{1+\alpha}{2}} = 4,593$  при  $\alpha = 0,95$ . Следовательно, верно неравенство  $-\lambda_{\frac{1+\alpha}{2}} < \lambda < \lambda_{\frac{1+\alpha}{2}}$ , что свидетельствует об эквивалентности регрессий.

Подтверждением справедливости выполненного сравнения являются коэффициенты множественной корреляции, полученные при построении моделей в пакете *Statistica*. Так, для рассмотренных моделей они соответственно равны  $R_1 = 0,95575$ ;  $R_2 = 0,98352$ ;  $R_3 = 0,98370$ . Большее значение этого коэффициента для третьей модели говорит о некотором её преимуществе (меньшая дисперсия рассеяния зависимой переменной около линии регрессии) перед второй моделью в отображении исследуемой зависимости. Практическое совпадение коэффициентов множественной корреляции для второй и третьей моделей подтверждает сделанный ранее вывод об их эквивалентности.

**Наука непогрешима, но учёные часто ошибаются.**

А. Франс

## Глава 6. Прогнозирование показателей надёжности

### 6.1. Прогнозирование показателей надёжности на основе регрессионных моделей

*Видеть легко – предвидеть трудно*  
Б. Франклин

*Прогноз* - научно обоснованное суждение о возможных состояниях объекта в будущем и (или) об альтернативных путях и сроках осуществления желаемого состояния. Это специфический метод научного анализа, который связан с оценкой состояния объекта на *период упреждения*. Таким периодом называют отрезок времени от начала прогноза до момента, к которому относится прогноз. При этом предполагается, что к началу прогноза об объекте имеется полная информация.

Главная особенность прогноза – наличие неопределённости в представлении будущего состояния объекта, которая никогда не может быть ликвидирована полностью. Поэтому для получения прогноза чаще всего используют статистические методы, позволяющие дать оценку этой неопределённости.

В качестве объекта прогнозирования могут рассматриваться отдельные элементы энергетических объектов, например, газотурбинные двигатели (ГТД), котлоагрегаты и т.п. Цель прогноза – оценить техническое состояние этих элементов или объекта в целом на период планируемой наработки или в течение заданного календарного периода нахождения их в определенной степени готовности. Кроме того, важно в результате прогноза выявить тенденции изменения значений показателей безотказности и на этой основе разработать стратегию управления эксплуатацией на предстоящий период использования объекта.

Необходимость прогнозирования показателей надёжности объектов объясняется тем, что в процессе хранения и функционирования по назначению они испытывают воздействие множества разнообразных внешних и внутренних факторов. Это приводит к изменению их состояния и, в конечном счете, к отказу. Цена отказа может быть высокой, поэтому следует стремиться к предотвращению отказов на основе прогнозирования тенденций изменения определяющих параметров.

Решение задач прогнозирования важно как для проектантов технических объектов, так и для специалистов, эксплуатирующих их, так как прогнозирование обеспечивает более полную выработку назначенного ресурса, способствует выявлению скрытых резервов конструкции, повышает техническую готовность.

Прогнозирование позволяет также перейти к новому, более рациональному и прогрессивному принципу эксплуатации — эксплуатации объектов по техническому состоянию (в отличие от эксплуатации по ресурсу) путем периодической оценки сроков службы установок в процессе эксплуатации. С помощью прогнозирования на требуемый интервал времени вперед можно ускоренно оценить работоспособность и сроки службы и сократить период разработки новых объектов за счет сокращения методами прогнозирования сроков продолжительных производственных испытаний.

Задача прогнозирования показателей надёжности в общем случае заключается в следующем: по результатам диагностирования объектов и их элементов: двигателей, редукторов, теплообменных аппаратов и систем в предшествующие моменты времени необходимо оценить работоспособность в текущий момент времени и на планируемый период наработки. В свою очередь, диагностирование следует проводить на основе анализа совокупности измеренных параметров и тенденций их изменения.

Прогнозирование следует рассматривать как часть системы управления эксплуатацией технических объектов. Предвидение, оценка результатов всегда были свойственны управленческой деятельности. Известно, что любое решение в той или иной мере содержит прогноз. Этот прогноз часто основывался на интуиции и здравом смысле специалистов. Но с усложнением техники, с увеличением объёма информации при одновременном росте её неопределённости, и часто в условиях значительных временных и ресурсных ограничений возрастает вероятность принятия ошибочных решений. К тому же многие исследователи отмечают вполне понятную тенденцию снижения уровня специальных знаний у лиц принимающих решения (ЛПР) при движении вверх по должностям служебной иерархии.

Для повышения достоверности прогнозов в управленческой деятельности специалистов в отношении технического состояния энергетических объектов следует использовать определённую формализацию процесса предвидения и специально разработанные прогнозные модели. Эти модели имитируют динамический процесс развития объекта исследования при обязательном подключении интеллекта человеческой личности. Во взаимодействии специалиста и модели, размещённой в памяти компьютера, вырабатываются прогнозные решения. Они представляют собой подмножество допустимых решений из области возможных, из которых выбирается по какому-либо критерию предпочтительный вариант.

Функции прогнозирования технического состояния объектов в управленческой деятельности специалистов обладают важным свойством. Они позволяют не только получить информацию о состоянии в настоящем или в будущем, но и приобрести новые знания об объекте, сопоставить причины и следствия развития процессов и, в конечном итоге, принять решения, направленные на предотвращение отказов.

Выбор критерия вариантов отбора является одной из важных процедур в общей задаче прогнозирования. Обычно выбор или разработка крите-

рия отбора альтернатив возможны только при чётко определённой цели исследования и корректно сформулированной проблеме. Известно, что выбор варианта решения поставленной задачи, способа достижения поставленных целей является одной из ключевых задач управления.

#### *Критерии оценки эффективности функционирования технических объектов*

В настоящее время сформировались два относительно самостоятельных направления в оценке эффективности технических систем:

- первое (*телеологическое* или *целеполагающее*) характеризуется функциональным отношением к обоснованию эффективности и способам её оценки. Оцениваемая система оценивается с точки зрения надсистемы, а эффективность понимается как количественное выражение положительного влияния, которое система оказывает на функционирование надсистемы;
- второе направление связано с разработкой физически измеримого критерия эффективности. Предполагается, что этот критерий отражает физическую сущность процессов в системе, например, энергетический или материальный обмен между элементами системы и его можно однозначно регистрировать и экспериментально подтверждать. Для энергетического объекта таким критерием может быть расход топлива, расход ресурса или, наоборот, величина остаточного ресурса.

Каждое из этих направлений имеет свои достоинства и недостатки. Достоинства *функциональных критериев*: интуитивная приемлемость; однозначность связи с назначением системы; сопрягаемость с подсистемами и надсистемой и т.п. Недостатки: плохая измеримость и трудная вычисляемость; плохая совместимость с техническими параметрами; большой доверительный интервал значений, трудность учёта обратных связей и т.п. Обычно функциональные критерии эффективности носят вероятностный или нормативный характер, например, коэффициент оперативной готовности, вероятность безотказного функционирования, вероятность обеспечения потребностей в конкретном виде энергии и т.п.

*Физические критерии* имеют следующие основные достоинства: измеримость; инвариантность от условий работы и системы измерения; однозначная связь с работой подсистем; возможность оперативной оценки влияния любых изменений в системе на её эффективность, прогностичность. Недостатки: трудность установления основного предназначения системы с физическим критерием; необходимость в отдельных случаях разработки специальной физической теории; иногда отсутствие необходимого математического аппарата; трудность восприятия, отсутствие согласованного мнения по вопросам применения.

Существует мнение, что можно сформировать критерий эффективности, включающий оба отмеченных выше направления и позволяющий сохранить их достоинства при минимальных недостатках. Часто решение пробле-

мы оценки эффективности выполненных исследований превращается в самостоятельную и достаточно трудную задачу [9,10].

На практике нашла широкое применение оценка эффективности по критерию « результат по отношению к затратам», которая полностью вписывается в рассмотренные выше направления, так как результат функционирования системы оценивается по одному из рассмотренных методов.

При оценке и прогнозировании показателей надёжности технических объектов можно использовать регламентированные ГОСТ 27.002.89 [3] комплексные показатели надёжности или использовать отдельные показатели, например, вероятность безотказной работы. К сожалению, рекомендованные нормативными документами показатели оценки эффективности использования энергетических объектов мало пригодны для целей прогнозирования, так как они разрабатывались с другими целями [3,4,45].

*Модели прогнозирования технического состояния объектов.* Прогнозирование технического состояния объекта по результатам эксплуатационного контроля является частным случаем общей задачи распознавания образов, в которой по данным ограниченного объёма восстанавливается общий вид функции. Первичный статистический материал выступает в данном случае как обучающая последовательность, которую часто называют решающим правилом.

Существует большое количество различных методов прогнозирования, различающихся по назначению, по виду используемой в них информации, по математическим процедурам прогноза, по периоду упреждения и т.п. Общим в них является получение будущих значений процессов, обладающих некоторой динамикой. Отсюда понятно, что наибольший эффект можно получить от применения методов прогнозирования временных рядов, то есть упорядоченных во времени последовательностей наблюдений параметров объектов. Такая последовательность позволяет сформировать некоторую функцию времени, представляемую более или менее гладкой траекторией и называемую *трендом*. Предполагается, что тренд параметров характеризует основную закономерность их изменения во времени и мало подвержен влиянию случайных факторов.

Особенность исходной информации о состоянии объектов и их элементов требует выбора адекватного метода статистического прогнозирования. Если регистрируется один параметр, то могут быть использованы методы одномерного регрессионного анализа и, в частности, авторегрессии. При анализе многомерной информации о работе установки применяют многомерный статистический анализ и соответственно многомерную регрессию.

*Прогнозирование одномерных процессов.* Одномерные временные ряды  $y_t, t = 1, \dots, T$ , как отмечено выше, раскладываются на трендовую составляющую  $x_t$  и случайную составляющую  $\varepsilon_t$ :

$$y_t = x_t + \varepsilon_t.$$

В общем случае прогнозируют как трендовую составляющую, так и случайную.

Прогнозирование трендовой составляющей выполняется методами, основанными на использовании критерия наименьших квадратов, а также методами скользящей средней, гармонических весов, экспоненциального и адаптивного сглаживания, методами построения сплайн-функций и регрессионного анализа, методами имитационного моделирования, вариационного исчисления и ряда других.

Для прогнозирования случайной составляющей используются вероятностные методы: авторегрессии, вероятностного моделирования, метод цепей Маркова и др.

В современных математических пакетах широко применяют для построения моделей прогноза регрессионный анализ и сглаживание исходных параметров. Для повышения качества моделей процедуру сглаживания выполняют перед построением регрессионных моделей.

Сглаживание предполагает использование зарегистрированного набора значений  $y_t, x_t$  и получение нового набора значений  $\tilde{y}_t$ , который является более гладким, чем исходный набор. Сглаживание в общем случае не позволяет находить значения параметра в промежутке между соседними точками временного ряда. Для этой цели на втором этапе построения модели используются методы регрессионного анализа.

При сглаживании методом скользящей средней (медианы) в каждой точке исходного ряда вычисляется точка сглаженного вектора и затем вычисляется остаток от вычитания векторов исходного и сглаженного, который сглаживается аналогичным образом. Два сглаженных вектора (первичный и вектор остатков) суммируются, что и является результатом процедуры. В интегрированном математическом пакете *Mathcad* предусмотрена процедура сглаживания  $medsmooth(vy, n)$ , которая возвращает  $m$  – мерный вектор, созданный сглаживанием  $vy$  с помощью скользящей медианы;  $n$  – ширина окна, по которому происходит сглаживание. Число  $n$  должно быть нечётным, меньшим, чем число элементов в векторе  $vy$ . Указанная процедура оставляет первые и последние  $(n-1)/2$  точки неизменными. Поэтому число  $n$  должно быть значительно меньше по сравнению с длиной набора данных.

Процедура сглаживания  $ksmooth(vx, vy, b)$  использует гауссово ядро, чтобы вычислить локально взвешенные средние значения исходного вектора  $vy$ . Это сглаживание наиболее эффективно при исходных значениях, полученных на примерно одинаковых интервалах. Для каждого значения  $vy_i$  в  $n$ - мерном векторе  $vy$  процедура  $ksmooth$  возвращает новое значение  $vy'_i$ , задаваемое формулой

$$vy'_i = \frac{\sum_{j=1}^n K\left(\frac{vx_i - vx_j}{b}\right) \cdot vy_j}{\sum_{j=1}^n K\left(\frac{vx_i - vx_j}{b}\right)},$$

где

$$K(t) = \frac{1}{0,37 \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{t^2}{2 \cdot (0,37)^2}\right);$$

$b$  - параметр сглаживания. Его величина обычно устанавливается в несколько раз больше, чем интервал между точками данных на оси  $x$ , и определяется пользователем данной процедуры.

Процедура сглаживания  $supsmooth(vx,vy)$  использует симметричную линейную процедуру сглаживания методом наименьших квадратов по правилу  $k$  - ближайших соседей на основе линейной аппроксимации исходных данных. В отличие от предыдущих в данной процедуре адаптивно выбирается ширина полосы сглаживания для различных участков исходных данных.

При прогнозировании временных рядов, полученных в результате длительных наблюдений, необходимо учитывать дисконтирование исходных данных. Очевидно, что последние величины ряда имеют большую информативность с точки зрения оценки технического состояния, чем наблюдения, относящиеся к прошлому. В этом отношении интересна процедура экспоненциального сглаживания, в которой значения весов, приписываемых последней группе  $(2m + 1)$  значений, не зависят от предшествующих значений, и, кроме того, более поздним наблюдениям придаются большие веса по сравнению с ранними наблюдениями.

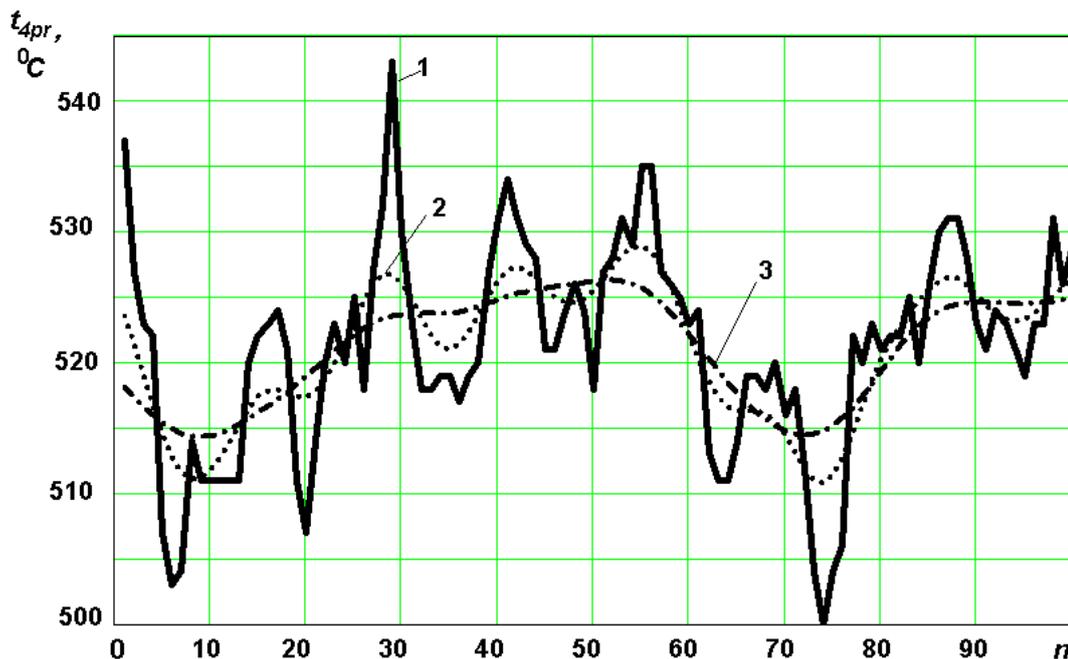


Рис.75. Изменение приведённой температуры газа после ТВД в функции наработки двигателя: 1- измеренное значение; 2 – сглаженное процедурой  $ksmooth(t4pr,n,8)$ ; 3 - сглаженное процедурой  $ksmooth(t4pr,n,15)$

Процедура экспоненциального сглаживания весьма чувствительна к выбору оптимального параметра сглаживания, который влияет как на «бы-

строту забывания» предыдущих данных, так и на точность прогноза. В данной процедуре предполагается, что исходный динамический ряд параметров подвергнут регрессионной обработке и получена аналитическая модель процесса.

Для вектора параметров газотурбинного двигателя, который содержит регулярно измеряемые величины температуры газов за турбиной высокого давления, выполнено сглаживание рассмотренными выше процедурами. Результаты показаны на рис.75.

На рис.75 видно, что изменением параметра  $b$  можно менять уровень сглаживания исходной зависимости. Величину этого параметра сглаживания выбирает пользователь в зависимости от решаемой задачи.

При использовании процедуры  $smooth(t_{Apr}, n)$  можно получить аналогичную картину сглаживания, показанную на рис.76.

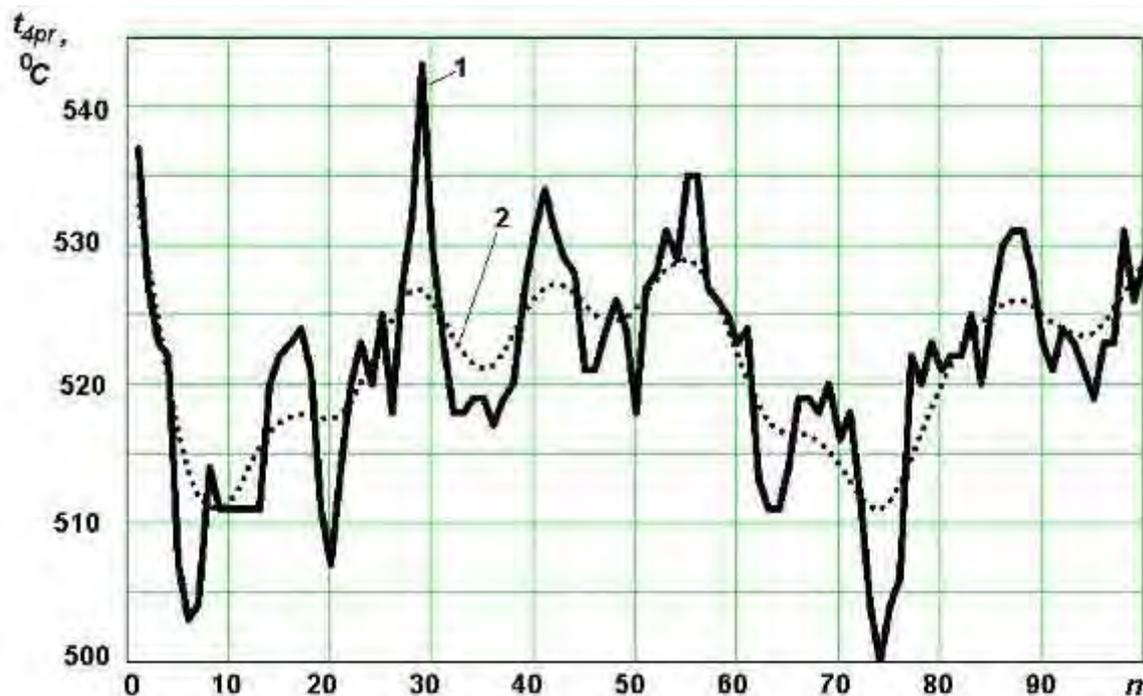


Рис.76. Зависимость приведённой температуры газа после ТВД от наработки двигателя: 1- измеренное значение; 2 – сглаженное процедурой  $smooth(t_{Apr}, n)$

Алгоритм вычисления коэффициентов при экспоненциальном сглаживании и рекомендации по выбору параметра сглаживания достаточно подробно изложены в литературе по прикладной статистике и прогнозированию [36,46,47,49].

Пример выделения трендовой составляющей в векторе параметров одного из ГТД, работавшего в составе газоперекачивающего агрегата, с помощью стандартных процедур пакета *Statistica* показан ниже.

Исходной информацией для анализа послужили результаты регулярного измерения параметров ГТД в течение длительного срока работы. Эти

параметры проверены на выбросы и приведены к стандартным условиям. Фрагмент массива параметров в рабочем документе пакета *Statistica* показан на рис. 77.

	1 Data	2 n1	3 n2	4 n3	5 t1	6 Tпр	7 n22	8 Tпр	9 tпр	10 Δt <sub>1</sub>	11 Δt <sub>1</sub>	12 Δt <sub>1</sub>	13 Δt <sub>1</sub>	14 Δt <sub>1</sub>	15 Δt <sub>1</sub>	16 Δt <sub>1</sub>	17 Δt <sub>17</sub>	18 t <sub>0,mb</sub>
1	5092000	5399	7396	4399	536	5391	7385	4393	533	16,4	9,1	60,6	76,2	56,9	33,0	32,3	36,9	42,1
2	5092000	5399	7396	4399	536	5391	7385	4393	533	16,4	9,1	60,6	76,2	56,9	33,0	32,3	36,9	42,1
3	5092000	5399	7396	4399	536	5391	7385	4393	533	16,4	9,1	60,6	76,2	56,9	33,0	32,3	36,9	42,1
4	5092000	5399	7396	4399	536	5391	7385	4393	533	16,4	9,1	60,6	76,2	56,9	33,0	32,3	36,9	42,1
5	5092000	5399	7396	4399	536	5391	7385	4393	533	16,4	9,1	60,6	76,2	56,9	33,0	32,3	36,9	42,1
6	5092000	5399	7396	4399	536	5391	7385	4393	533	16,4	9,1	60,6	76,2	56,9	33,0	32,3	36,9	42,1
7	5092000	5399	7396	4399	536	5391	7385	4393	533	16,4	9,1	60,6	76,2	56,9	33,0	32,3	36,9	42,1
8	5092000	5369	7350	4308	540	5304	7275	4264	523	15,4	9,4	59,3	75,4	47,2	30,4	30,3	38,6	40,5
9	5092000	5399	7373	4349	547	5334	7285	4297	527	15,7	6,7	57,6	74,0	45,3	30,6	30,8	37,0	41,0
10	5092000	5364	7365	4308	537	5319	7303	4272	523	15,5	7,1	57,3	73,4	45,2	31,4	31,2	36,7	41,6
11	5092000	5444	7456	4328	536	5464	7484	4344	542	15,6	9,3	61,7	77,1	46,7	33,5	32,4	39,6	43,5
12	5092000	5444	7464	4328	536	5474	7505	4352	544	15,6	9,1	61,6	77,0	46,8	33,5	32,4	39,3	44,2
13	5092000	5467	7467	4326	534	5516	7533	4365	548	15,5	9,3	62,0	77,4	46,9	34,1	32,4	39,7	45,3
14	5092000	5456	7471	4328	539	5486	7512	4352	547	15,4	9,5	61,9	77,3	46,9	34,0	32,4	39,9	44,9
15	5092000	5467	7467	4318	534	5516	7533	4356	548	15,4	8,9	61,6	76,9	46,5	33,6	32,1	39,2	45,5
16	5092000	5450	7471	4318	539	5470	7499	4334	545	15,5	9,0	61,7	76,5	46,4	33,1	32,1	39,4	44,7
17	5092000	5438	7479	4306	536	5458	7507	4322	542	15,4	9,3	61,4	76,7	46,5	33,2	32,2	39,8	44,2
18	5092000	5416	7434	4296	539	5417	7436	4297	539	15,4	9,5	61,3	76,6	46,8	33,1	32,3	39,8	43,0
19	5092000	5416	7426	4298	538	5417	7428	4299	538	15,3	9,5	61,2	76,6	46,8	33,2	32,2	39,6	42,5
20	5092000	5416	7441	4276	543	5408	7430	4270	540	15,2	9,4	61,7	76,9	46,7	33,2	32,2	39,8	41,6
21	5092000	5387	7403	4288	539	5370	7379	4274	533	15,3	10,4	61,2	76,6	47,4	33,4	32,5	40,1	41,4
22	5092000	5370	7418	4268	534	5362	7407	4262	531	15,2	9,4	59,6	75,5	46,4	32,6	31,7	38,6	41,0
23	5092000	5393	7411	4298	535	5394	7413	4299	535	15,6	9,2	61,1	76,8	46,6	33,1	32,2	39,5	42,0
24	5092000	5399	7426	4298	532	5419	7454	4314	538	15,4	10,7	62,4	78,0	47,9	34,5	33,0	41,3	42,4
25	5092000	5427	7464	4308	534	5466	7518	4339	545	15,4	10,0	62,4	77,9	47,2	34,0	32,6	40,2	43,7
26	5092000	5444	7456	4298	540	5464	7484	4314	546	15,2	11,4	63,4	78,5	47,9	35,5	33,2	42,8	44,0
27	5092000	5421	7434	4298	539	5422	7436	4299	539	15,0	9,1	60,5	76,2	46,7	33,4	32,3	38,5	43,1
28	5092000	5404	7403	4278	543	5377	7366	4257	534	14,8	9,8	60,7	76,2	46,8	32,5	32,1	38,7	40,0
29	5092000	5382	7396	4258	539	5365	7372	4244	533	14,7	9,3	60,1	75,8	46,7	32,5	32,0	38,6	40,4
30	5092000	5387	7396	4258	540	5360	7359	4237	531	14,7	9,3	59,5	75,6	46,7	32,3	31,9	38,0	41,2
31	5092000	5370	7403	4258	540	5334	7353	4229	529	14,6	9,7	59,7	75,7	46,6	32,2	31,8	38,4	40,6
32	5092000	5370	7388	4248	541	5325	7326	4212	527	14,4	9,8	59,7	75,7	43,9	32,5	32,0	38,5	39,8
33	5092000	5369	7380	4227	539	5314	7318	4191	525	14,2	9,8	59,4	75,6	46,8	32,4	32,0	38,5	39,4

Рис.77. Параметры ГТД в документе пакета *Statistica*

При открытии модуля *Time series/Forecasting* данного пакета можно выбрать параметр приведённой температуры газа за турбиной (переменная № 9 на рис.77) и построить график, показанный на рис.78А. В этом же модуле получают сглаженное значение функции (рис.78Б).

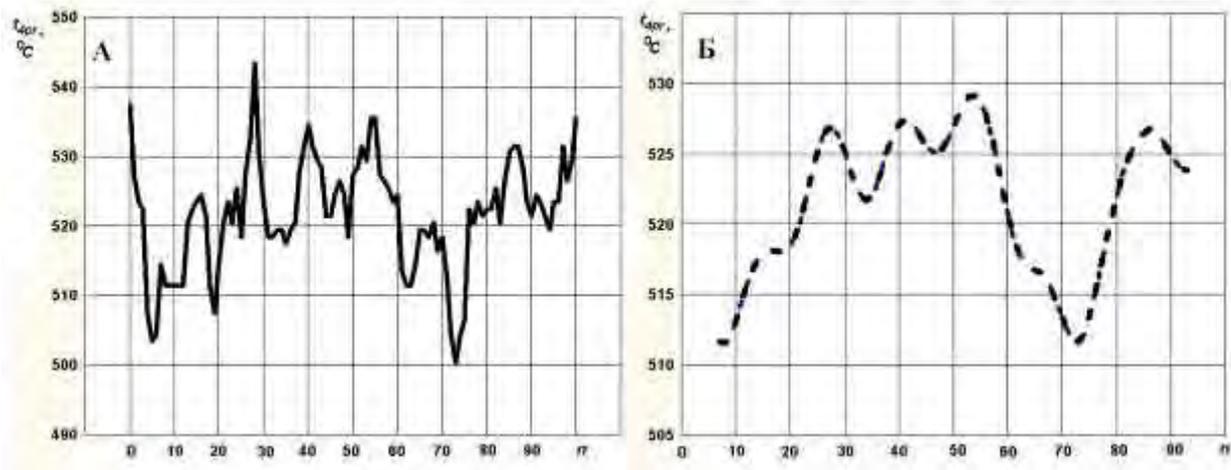


Рис.78. Графики зависимости измеренной (А) и сглаженной (Б) температуры газа за ТВД, полученные в модуле *Time series/Forecasting* пакета *Statistica*

Пакет *Statistica* наиболее приспособлен для полного статистического анализа временных рядов, что отражено в опциях модуля *Time series / Forecasting*. Общее назначение модуля – построить простую модель, характеризующую особенность временного ряда, сгладить его, спрогнозировать будущие значения ряда на основе наблюдаемых до данного момента, построить регрессионные зависимости одного ряда от другого, провести спектральный анализ или Фурье-анализ ряда и т.п. [42,43].

В модуле предусмотрен следующий набор вариантов анализа:

- построение модели авторегрессии и проинтегрированного скользящего среднего;
- анализ прерванного временного ряда (модели интервенции);
- экспоненциальное сглаживание и прогнозирование;
- сезонная декомпозиция;
- ежемесячно – кварталный – специальный метод сезонной декомпозиции;
- анализ распределённых лагов;
- спектральный (Фурье) анализ.

Более подробно с возможностями пакета *Statistica* при анализе временных рядов можно познакомиться в специальной литературе [42]. В технических приложениях после процедуры сглаживания временного ряда (или до сглаживания) чаще всего применяют методы регрессионного анализа [17,32]. Следует учесть, что при сглаживании временных рядов может быть потеряна ценная информация о влиянии случайных факторов на исследуемый процесс.

В основе прогнозирования безотказности объектов, как уже отмечалось, лежит оценка текущего состояния, основанная на интеллектуальном анализе эксплуатационной информации. Такой анализ возможен с использованием современной информационной технологии *Data Mining*. Эта технология (называемая в отдельных изданиях также как *Knowledge Discovery In Data* – обнаружение знаний в данных) исследует процесс нахождения новых полезных знаний в массивах исходных данных. Научной базой *Data Mining* является математическая статистика и искусственный интеллект [42,43,46,47].

Задачи, решаемые с использованием этой технологии, по назначению разделяются на задачи анализа и синтеза. Анализ включает выявление закономерностей в массивах данных и построение адекватных моделей, а синтез предполагает решение задач прогнозирования на основе созданных моделей с новым набором исходных данных.

Регрессионные модели, построенные на основе временных рядов или на статистической зависимости между переменными, являются законченным инструментом для прогнозирования свойств объекта. В качестве основы для прогноза при наличии динамических (временных) рядов широко применяются тренды и авторегрессии. Качество прогноза будет зависеть от выявления случайных факторов, влияющих на независимые переменные.

Оценка прогнозируемой величины получается в результате простой операции подстановки в уравнение регрессии значений независимых переменных (факторов). При этом предполагается справедливость утверждения: «если независимые переменные равны принятым значениям, то зависимая переменная будет такой-то». Следовательно, точность прогноза будет определяться не столько адекватностью регрессионной модели, а точностью оценки будущих значений независимых переменных. При нахождении переменных внутри факторного пространства такая оценка может быть получена в результате самостоятельного прогноза этих переменных, а также путём расчёта по аналитическим моделям физических процессов в объекте.

Самостоятельной проблемой при прогнозе по регрессионным моделям является нахождение на основе полученных точечных значений прогноза интервальных оценок зависимой переменной. При простых линейных моделях эта задача решается сравнительно просто путём задания доверительной вероятности, а при нелинейных моделях можно получить только приближённые значения этих интервалов.

Известно, что уравнения регрессии имеют доказанные показатели адекватности только в границах определённого факторного пространства. При выходе значений независимых переменных за границы этого пространства возникает задача экстраполяции наблюдений этих переменных. Обычно считают, что если выход за указанные границы незначительный, то погрешность прогноза невелика. При этом предполагается, что вне диапазона наблюдений переменных вид модели принципиально не изменится. Однако чем больше выходит прогноз за пределы наблюдения независимых переменных, тем больше вероятность ошибки. Таким образом, точность прогноза во многом зависит от достоверности гипотезы о стабильности формы связи между переменными. Эту гипотезу в технических объектах можно считать достоверной для этапа стабильной эксплуатации, когда вероятность деградиационных процессов в основных элементах невелика. Обычно момент появления деградиационных явлений выявляют по росту такого важного показателя безотказности, как интенсивность отказов  $\lambda(t)$ .

*Прогнозирование путём экстраполяции тренда параметров.* Экстраполяция – метод продления выявленной тенденции, наблюдавшейся в прошлом, в будущее. Как уже отмечалось, прогнозирование путём экстраполяции широко применяется при анализе временных (динамических) рядов. Это объясняется простотой метода, ясностью принятых допущений и требованием небольшого объёма исходной информации.

Использование экстраполяционного метода прогноза предполагает отсутствие явного выраженных влияний отдельных факторов на зависимую переменную (функцию отклика), что делает возможным рассматривать изменение этой переменной только в зависимости от времени.

Таким образом, метод базируется на двух основных допущениях:

- развитие процесса характеризуется плавно изменяющимся трендом;

- явления, определяющие закономерности процесса в прошлом, сохраняются и в будущем.

В случае, когда нет уверенности, что тренд в будущем не будет иметь скачков, применяют специальные методы корректировки тренда, на что должны быть серьёзные основания. Так, например, изменение постоянного члена в простой регрессии тренда вызывает его сдвиг по оси ординат, не меняя форму кривой. Корректируют угловые коэффициенты в модели простой регрессии, что меняет наклон кривой, а также коэффициенты при нелинейных переменных. Иногда хорошие результаты при корректировке тренда получают путём учёта устаревания данных, формирующих регрессионную модель.

Простейшие методы экстраполяции:

- экстраполяция на основе средней;
- экстраполяция по скользящей и экспоненциальной средней;
- экстраполяция на основе среднего темпа;

Современные математические пакеты имеют развитые процедуры прогнозирования на основе временных рядов. Как уже отмечалось, модуль *Time series/Forecasting* пакета *Statistica* содержит весь набор указанных выше методов экстраполяции. Аналогичные процедуры (но со значительно меньшими возможностями) имеет математический пакет *Mathcad*.

В пакете *Mathcad* существует процедура  $predict(data, k, N)$ , где  $data$  – вектор исходных данных,  $k$  – число точек с конца вектора, используемых для прогноза,  $N$  – число точек предсказания. Она позволяет рассчитать некоторое число  $N$  последующих точек по ряду равномерно расположенных точек исходных данных. При прогнозировании используется авторегрессионный метод Бурга [50].

Качество прогноза можно оценить визуально. Как показано на рис.79, при увеличении числа точек  $k$ , на основании которых вычисляется прогноз, возрастает детализация прогнозируемой функции. Следовательно, при необходимости получить более качественный прогноз при помощи этой процедуры следует увеличивать базовое количество точек (размерность исходного массива параметров) и увеличивать параметр  $k$ .

Если выбрать  $k = 20$  (двадцать точек от конца исходного вектора), то прогноз получается приближённый, не учитывающий многих особенностей исходной зависимости (рис.79 А). С увеличением параметра  $k$  прогнозируемая зависимость более детализируется (рис.79 Б, В).

При дальнейшем увеличении этого параметра до  $k = 90$  (при исходном размере вектора температуры газотурбинного двигателя - 100 измерений) прогноз с помощью этой процедуры на следующие 100 точек даёт значения, практически повторяющие закономерности изменения исходного вектора (рис.79 Г).

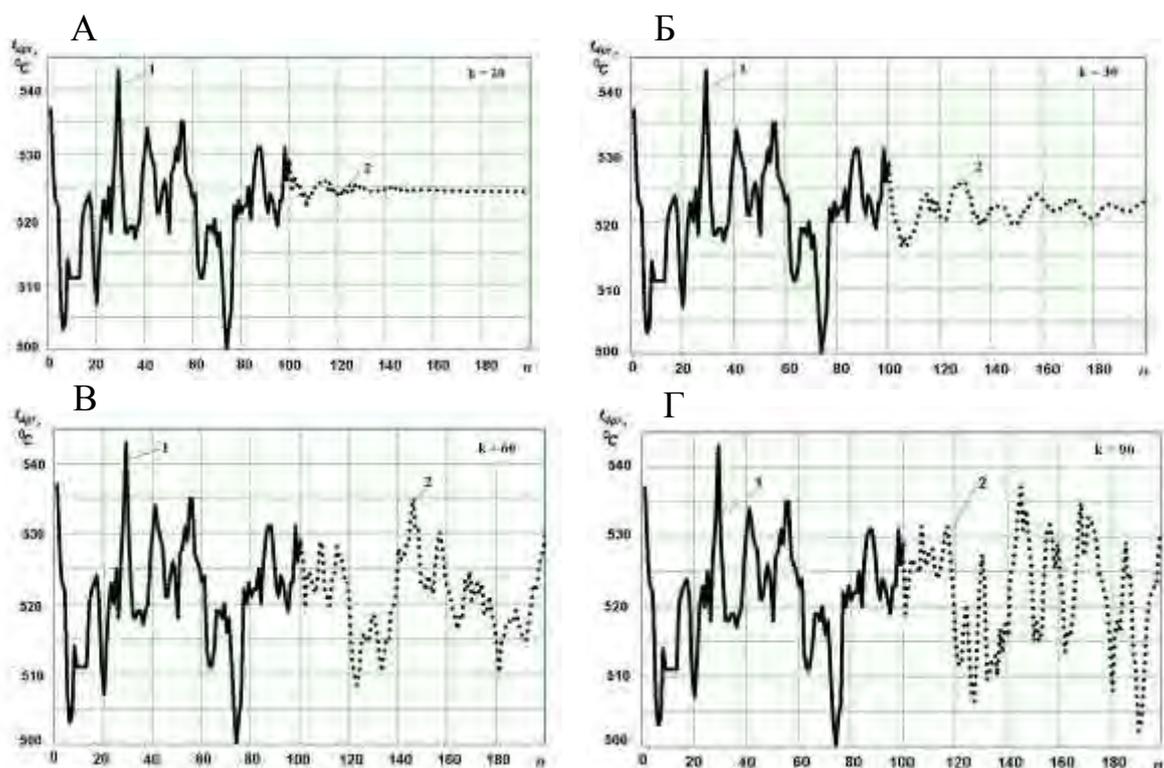


Рис.79. Измеренные и прогнозируемые значения приведенной температуры газа за турбиной:  
1 - измеренные; 2 – прогнозируемые

При наличии «зашумлённого» динамического ряда предварительно следует использовать процедуру сглаживания данных, например *medsmooth*, использующую сглаживание по методу скользящей медианы. После этого можно использовать процедуру *predict*.

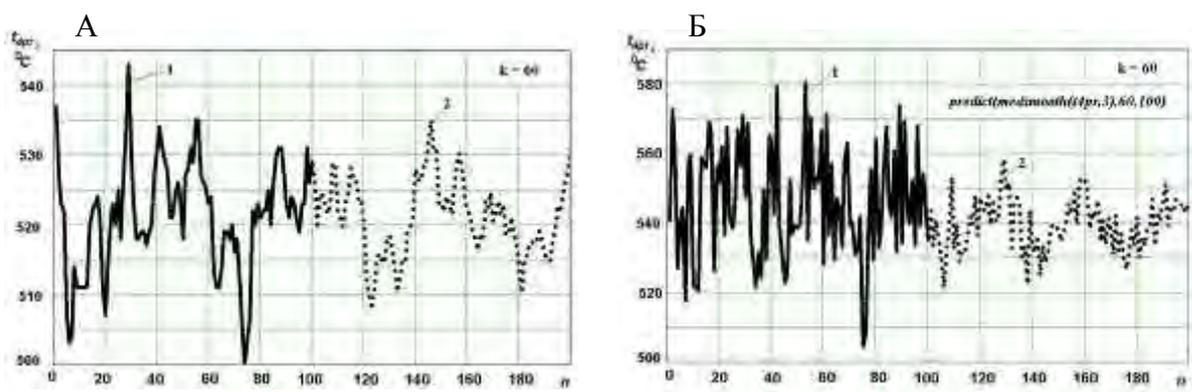


Рис.80. Предсказание приведённой температуры газа за турбиной при зашумлённом сигнале путём комбинации двух процедур *predict* и *medsmooth(t4pr,3)*:  
1 – измеренный параметр; 2 – прогнозируемое значение;  
А - без ошибки при измерении параметра;  
Б - при наличии в канале регистрации параметра случайной составляющей, распределённой равномерно

Как видно на рис.80, даже при наличии помех в измерительном тракте можно получить прогноз параметра, но при этом вид прогноза меняется из-за того, что первичный сигнал очищается от помех путём сглаживания. Понятно, что при выполнении операции сглаживания часть полезной информации может теряться.

## **6.2. Прогнозирование показателей безотказности**

*Природа неистощима в своих выдумках.  
И. Ньютон*

Прогнозирование показателей надёжности (и, в частности, показателей безотказности) заключается в распространении количественных результатов, полученных за короткое время и на ограниченном количестве образцов, на длительное время и на всю совокупность исследуемых объектов.

Общая схема прогнозирования на основе статистической информации показана на рис.81.

Наиболее часто на практике применяют прогноз с использованием регрессионных моделей, рассмотренный ранее (см. п.6.1).

При прогнозировании на основе выявленного при анализе закона надёжности считают, что вид и параметры модели безотказности остаются неизменными. В этом случае процедура прогноза сводится к простейшей операции расчёта показателей безотказности по известной модели. Однако при расчёте следует учесть, что на момент прогноза конкретный объект уже имеет определённую наработку и, поэтому, индивидуальный прогноз, например, вероятности безотказной работы объекта  $p(t)$  следует рассматривать как условную вероятность.

Это означает, что оценивается вероятность того, что объект проработает без отказа больше назначенного времени прогноза при наличии (условии) определённой начальной наработки:

$$p(t/T) = \frac{p(t+T)}{p(T)},$$

где  $t$  – время упреждения;  $T$  - наработка объекта на момент прогноза.

При экспоненциальном законе надёжности условный закон и безусловный совпадают в связи с его особенностями - так называемом отсутствии последствия. При других законах условный закон надёжности может заметно отличаться от безусловного.



Рис.81. Принципиальная схема прогнозирования на основе статистической информации

Так, например, при нормальном законе надёжности индивидуальный прогноз надёжности объекта с определённой начальной наработкой заметно меняется в зависимости от времени упреждения (рис.82).

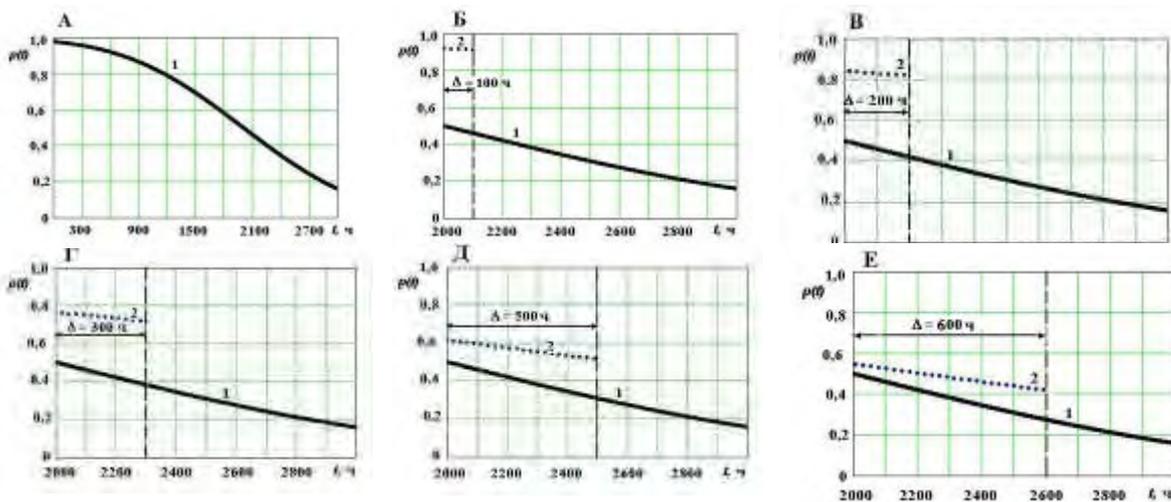


Рис.82. Индивидуальный прогноз показателя безотказности при нормальном законе надёжности с параметрами  $\mu = 3000$  ч;  $\sigma = 1000$  ч для различных интервалов упреждения объекта с начальной наработкой 2000 ч:

1 - безусловный закон надёжности; 2 – индивидуальный прогноз (условный закон надёжности); А – исходный закон надёжности; Б - интервал упреждения  $\Delta = 100$  ч; В - при  $\Delta = 200$  ч; Г- при  $\Delta = 300$  ч; Д- при  $\Delta = 500$  ч; Е- при  $\Delta = 600$  ч

Как показано на рис.82, с увеличением интервала прогнозирования (интервала упреждения) вероятность безотказной работы снижается. Это вполне объяснимо, так как увеличение наработки всегда сопровождается накоплением повреждений и снижением показателей безотказности. Этот же результат можно получить при анализе и прогнозировании интенсивности отказов (рис.83).

На рис.83А и 83Г видно, что с увеличением интервала прогноза при прочих равных условиях интенсивность отказов может возрасти больше чем на порядок. Следовательно, кратковременный прогноз показателей безотказности всегда более конкретен в отношении возможности отказа объекта.

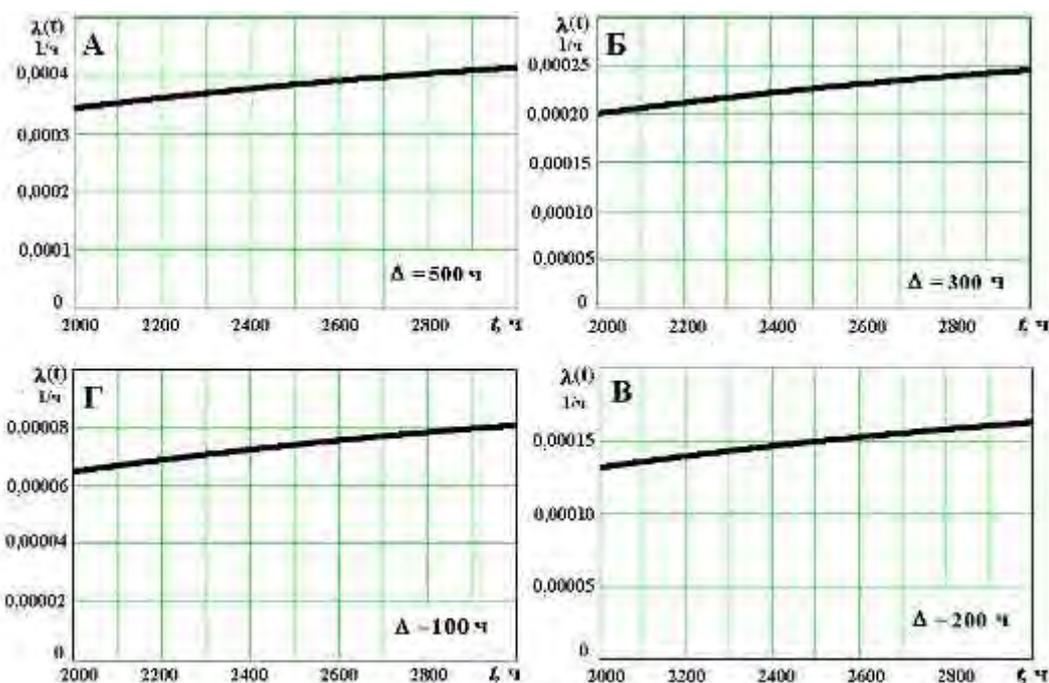


Рис.83. Зависимость интенсивности отказов от наработки при различных интервалах прогноза:

А -  $\Delta = 500$  ч; Б -  $\Delta = 300$  ч; В -  $\Delta = 200$  ч; Г -  $\Delta = 100$  ч

Особая ситуация возникает при решении задачи прогнозирования показателей безотказности на этапах проектирования и испытаний опытных образцов техники. При известных значениях нормативных показателей безотказности целью отработки технических объектов является достижение этих значений к окончанию доводки. Предполагается, что по результатам испытаний непрерывно оценивается безотказность и разработчик добивается повышения показателей путём целенаправленного воздействия на объект. Это воздействие может заключаться в изменении конструктивной схемы, материалов для отдельных деталей, режимов работы и т.п.

Исходной информацией для расчёта показателей безотказности по результатам испытаний может быть наработка до отказа (на отказ), количество отказов, количество испытываемых образцов, количество успешных исходов испытаний и т.п. В зависимости от вида исходной информации может быть построена математическая модель изменения надёжности объекта [17,18,19].

Модель изменения надёжности предназначена, прежде всего, для прогнозирования вероятности безотказной работы и средней наработки на отказ. С использованием корректно сформированной модели можно решать многие задачи обеспечения надёжности, например, планировать затраты на отработку создаваемой техники.

Математические модели роста надёжности подразделяют на:

- непараметрические;
- параметрические;
- вероятностные;
- с учётом управляющих воздействий;
- без учёта управляющих воздействий.

В основе методики построения всех моделей лежит статистическая информация о результатах испытаний и доводки образцов. Если дополнительной информацией является оценка показателей безотказности после каждого этапа испытаний, то строится непараметрическая модель.

При вычислении основных статистических параметров исходной выборки с результатами испытаний, вычислении на каждом этапе вероятности безотказной работы и представлении тенденции изменения этой вероятности на различных этапах отработки появляется возможность построить параметрическую модель. Обычно результаты испытаний объектов, даже с учётом испытаний аналогов, не позволяют построить корректную параметрическую модель. Поэтому, чаще всего, модель роста надёжности имеет непараметрическую форму.

В случае продолжительных и объёмных испытаний образцов техники появляется весьма редкая возможность получить законы распределения наработок до отказа. Тогда строится вероятностная модель изменения показателей безотказности в виде, показанном в п.6.1.

Если в процессе отработки образцов технических объектов вносятся конструктивные изменения, то модель должна учитывать эти доработки. Тогда она относится к классу моделей с управляющим воздействием.

Среди непараметрических моделей широко распространены биномиальные модели, что предполагает проведение испытаний по биномиальной схеме. В этом случае на каждом этапе испытаний фиксируется количество испытанных объектов и число отказавших. Это позволяет оценить успешность каждого этапа и рассмотреть возможность объединения результатов испытаний в общий массив данных (проверка на однородность информации).

Более информативной является триномиальная модель, в которой предусмотрено использование следующих результатов испытаний:

- число этапов испытаний  $k$ ;

- количество отказов, причина которых установлена и устранена,  $m_i'$ .
- При этом вероятность отказа равна  $q_i, i = 1, \dots, k$ ;
- количество внезапных отказов  $z_i$ , причина которых не установлена, а вероятность таких отказов постоянна и равна  $q_0$ .

В качестве гипотезы принимается предположение, что вероятность устранимых отказов от этапа к этапу испытаний постоянно снижается, т.е.  $q_1 \geq q_2 \geq \dots \geq q_k$ .

Тогда оценка максимального правдоподобия для  $q_0$  и  $q_i$  определяется так

$$\hat{q}_0 = \frac{1}{\sum_{i=1}^k n_i} \sum_{i=1}^k m_i, \quad (72)$$

где  $\hat{q}_0$  - оценка вероятности появления внезапного отказа;  $n_i$  - объём испытаний за один  $i$ - й период отработки;

$$\hat{q}_i = (1 - \hat{q}_0) \frac{m_i'}{(n_i - m_i)}, \quad (73)$$

где  $\hat{q}_i$  - оценка вероятности устранимого отказа на  $i$ - м этапе отработки;  $m_i'$  - количество устранимых отказов на  $i$ - м этапе испытаний.

Гипотеза об обязательном росте показателя безотказности может и не выполняться на отдельных этапах испытаний. Вполне возможно снижение безотказности при неудачных доработках объекта.

После завершения формирования оценок  $\hat{q}_0$  и  $\hat{q}_i$  вероятность безотказной работы обрабатываемых объектов на каждом этапе вычисляется по формуле

$$p_i = 1 - \hat{q}_0 - \hat{q}_i. \quad (74)$$

Это и есть триномиальная модель изменения вероятности безотказной работы в процессе отработки объекта.

Если в результате проведённой отработки объекта в течение  $k = 10$  этапов получена следующая информация,  $i = 1, \dots, k$

$n_i$	10	15	2	10	12	30	50	20	20	22
$m_i'$	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1
$z_i$	4	2	0	2	1	1	1	2	1	0

то путём расчёта по зависимостям (72,73,74) вероятность безотказной работы имеет значения, показанные на рис.84.

На рис.84А показаны точечные оценки вероятности безотказной работы на каждом из  $k$  этапов доводки. Для выявления общей тенденции изменения этого показателя безотказности можно соединить точки ломаной линией (рис.84Б) или аппроксимировать какой либо стандартной процедурой. На рис.84В выполнено сглаживание эмпирических данных процедурой

*ksmooth(\*)* пакета *Mathcad*, а на рис.84Г процедурой *medsmooth(\*)*<sup>1</sup>. На рис.84 явно видно, что в результате обработки объектов от первого этапа к заключительному вероятность безотказной работы увеличивается.

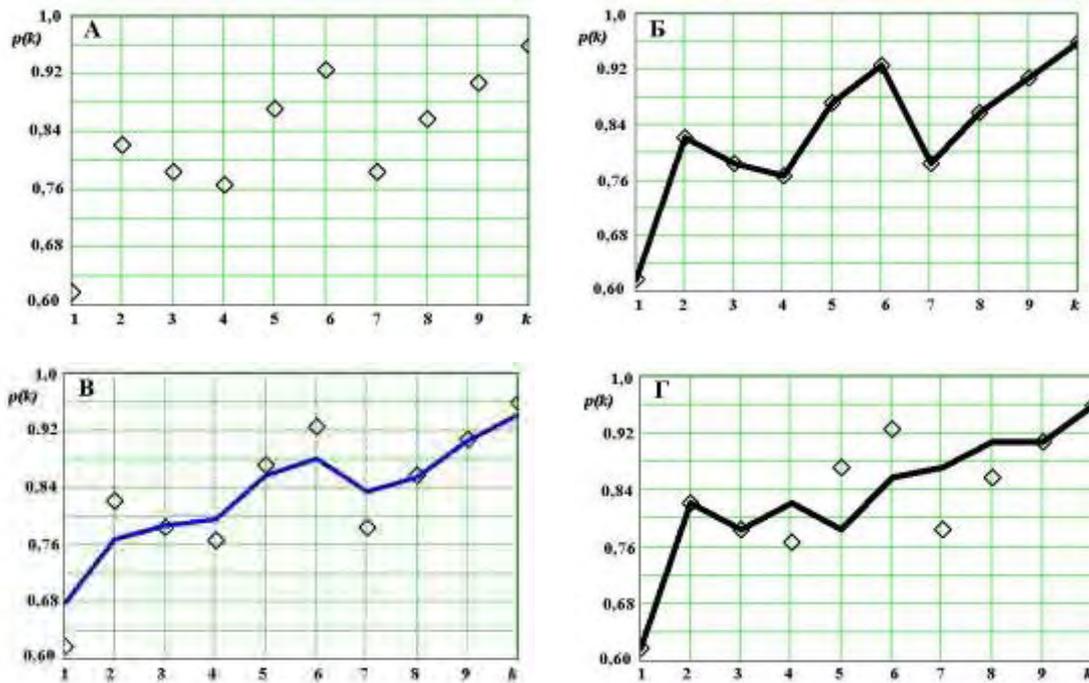


Рис.84. Изменение вероятности безотказной работы объекта в процессе доводки

Как уже отмечалось, для построения параметрических моделей роста надёжности требуется большое количество исходной информации. В случае, когда после возникновения каждого отказа выявляется его причина, и принимаются меры по устранению этой причины, а также предполагается, что доработки объекта не могут снизить его безотказность, приращение вероятности безотказной работы на каждом этапе может быть рассчитано по формуле

$$\Delta p_i = a_i (p_0 - p_{i-1}), \tag{75}$$

где  $a_i$  - коэффициент, учитывающий эффективность  $i$  - й доработки;  $p_0$  - нормативное значение вероятности безотказной работы;  $p_{i-1}$  - вероятность успешного испытания после  $(i - 1)$  -й доработки.

Очевидно, что надёжность объекта после доработок может только расти, что можно определить простым суммированием приращений вероятностей

$$p_i = p_0 + \sum_{i=1}^k \Delta p_i. \tag{76}$$

Среди параметрических моделей надёжности известны трёхпараметрические, многопараметрические, гиперболические модели. С особенностями

<sup>1</sup> Особенности применения этих процедур более подробно рассмотрены в п.6.1.

формирования таких моделей можно ознакомиться в специальной литературе [16,17,19,23,32].

**Опыт** – это дорогая школа, но что делать, если для дураков нет другой.

Б.Франклин

## Заключение

Только в конце работы становится ясно,  
с чего надо было начать.  
Б. Паскаль

Контроль показателей надёжности технических объектов является ответственным моментом в осуществлении процесса управления качеством их эксплуатации. Знание уровня безотказности на различных этапах жизненного цикла объектов позволяет планировать их эффективное использование по назначению, устанавливать сроки технического обслуживания, заказывать комплекты ЗИП, оценивать трудоёмкость восстановления после отказа.

Исследование показало, что не существует типовых методик расчёта показателей безотказности объектов в эксплуатации. Это связано с их спецификой как высоконадёжных объектов ответственного назначения. В зависимости от объёма и содержания исходной информации об эксплуатации объектов рекомендуется применять одну из предложенных в данной работе методик. Разработанные методики расчёта показателей безотказности базируются на основных положениях теории надёжности и включают отдельные специальные процедуры инженерных расчётов, которые стали вполне доступными при использовании современных интегрированных математических пакетов, в частности *Mathcad* и *Statistica*.

Для практического использования созданных методик достаточно иметь персональный компьютер стандартной конфигурации и дистрибутивы указанных математических пакетов. При работе с пакетами и методиками оценки показателей безотказности необходимо иметь начальную подготовку по математике и информатике в объёме технического вуза. Отдельные методики требуют несколько более углублённой подготовки по теории вероятности в части байесовских методов расчёта.

...ум заключается не только в знании, но в умении  
прилагать знания на деле.

Аристотель

## Библиография

1. РД 50-690-89. Руководящий документ по стандартизации. Методические указания. Надежность в технике. Методы оценки показателей надёжности по экспериментальным данным.- М.: Государственный комитет СССР по стандартам, 1991.
2. ГОСТ Р 52527-2006 (ИСО 3977-9:1999). Установки газотурбинные. Надежность, готовность, эксплуатационная технологичность и безопасность. – М.: Госстандарт России: Издательство стандартов, 1999.
3. ГОСТ 27.002-89. Надёжность в технике. Основные понятия. Термины и определения. - М.: Государственный комитет СССР по стандартам. 1990 г.
4. ГОСТ 27.003-89. Надёжность в технике. Состав и общие правила задания требований по надёжности. – М.: Госстандарт России. 1991.
5. ГОСТ 27.401-97. Надежность в технике. Порядок и методы контроля показателей надёжности, установленных в нормативно-технической документации. Общие требования. – М.: Госстандарт России. 1997.
6. ГОСТ 29328-92. Установки газотурбинные для привода турбогенераторов. Общие технические требования. – М.: Госстандарт России. 1992.
7. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. – 2-е изд., испр. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 320 с.
8. Советов Б.Я, Яковлев С.А. Моделирование систем: учебник для вузов. - 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 2001. – 343 с.
9. Петров В.А., Медведев Г.И. Системная оценка эффективности новой техники. – Л.: Машиностроение, Лен. отд., 1978.
10. Чумаков Н.М., Серебряный Е.И. Оценка эффективности сложных технических устройств. - М.: Сов. радио, 1980. - 192 с.
11. Прикладная статистика: Исследование зависимостей: справ. изд./ С.А. Айвазян, И.С. Енюков, Л.Д. Мешалкин; под ред. С.А. Айвазяна. – М.: Финансы и статистика, 1985. - 487с.
12. Современные проблемы вычислительной математики и математического моделирования. В 2 т./ Ин-т вычисл. математики. - М.: Наука, 2005. – Т.2. Математическое моделирование/ отв. ред. В.П. Дымников. - 405 с.
13. Рябинин И.А. Надёжность и безопасность структурно-сложных систем. – СПб.: Изд-во СПбГУ, 2007. - 276 с.
14. РД 03-418-01. Руководящий документ по стандартизации. Методические указания по проведению анализа риска опасных производственных объектов.- М.: Госгортехнадзор, 2001.
15. Берестнев О.В. Нормирование надёжности технических систем: монография/ О.В. Берестнев, Ю.Л. Солитерман, А.М. Гоман – Минск: УП «Технопринт», 2004. – 266 с.
16. Червоный А.А., Лукьященко В.И., Котин Л.В. Надёжность сложных систем. Изд.2-е, перераб. и доп.- М.: Машиностроение, 1976. - 288 с.

17. Труханов В.М. Надёжность технических систем типа подвижных установок на этапе проектирования и испытаний опытных образцов.– М.: Машиностроение, 2003.– 320 с.
18. Надёжность и эффективность в технике: справочник в 10 т./ред. совет: В.С. Авдучевский (пред.) и др. – М.: Машиностроение, 1989. Т. 6: Экспериментальная отработка и испытания/под общ. ред. Р.С. Судакова, О.И. Тескина. – 376 с.
19. Милёхин Ю.М., Берсон А.Ю., Кавицкая В.К., Еренбург Э.И. Надёжность ракетных двигателей на твёрдом топливе: монография – М.: МГУП, 2005. - 878 с.
20. Архангельский Е.А. Методы структурного моделирования и расчёта показателей эффективности, безопасности и живучести корабельных технических средств. – СПб.: ВМА, 2003. – 288 с.
21. Ануров Ю.М., Рыбалко В.В. Нормирование и оценка надёжности автономных когенерационных ГТЭС/ Газотурбинные технологии. 2005 г. июль-август, с. 26-30.
22. Вопросы математической теории надёжности/ Е.Ю. Барзилович, Ю.К. Беляев, В.А. Каштанов и др.; под ред. Б.В. Гнеденко.- М.: Радио и связь, 1983.- 376 с.
23. Шепель В.Т., Кузменко М.Л., Сарычев С.В. и др. Надёжность, диагностика и контроль авиационных двигателей. – Рыбинск: Дом печати, 2001. – 351 с.
24. Острейковский В.А. Теория надёжности: учебник для вузов. - М.: Высш. шк., 2003. - 463 с.
25. Рыбалко В.В. Определение закона надёжности высоконадёжных и малосерийных объектов по случайно цензурированным выборкам/Exponenta Pro. Математика в приложениях // 2003. №1. С. 44-49.
26. Травин С.Я., Промыслов Л.А. Оценка и обеспечение надёжности судового оборудования. - Л.: Судостроение, 1988. – 204 с.
27. Зверев Г.Я. Оценка надёжности изделия в процессе эксплуатации. – М.: КомКнига, 2006.- 96 с.
28. Темнов В.Н. Метрологическое исследование корабельных энергетических установок. – СПб.: ВМИИ, 2007. – 323 с.
29. Кокс Д., Оукс Д. Анализ данных типа времени жизни/пер. с англ.– М.: Финансы и статистика, 1988. – 191 с.
30. Кокс Д., Снелл Э. Прикладная статистика. Принципы и примеры/пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 200 с.
31. Поллард Дж. Справочник по вычислительным методам статистики/пер. с англ. под ред. и с предисл. Е.М. Четыркина. – М.: Финансы и статистика, 1982.- 344 с.
32. Барзилович Е. Ю., Савенков М. В. Статистические методы оценки состояния авиационной техники. –М.: Транспорт, 1987. – 240 с.
33. Самосейко В. Ф., Висленев Ю. С. Надёжность судового электрооборудования. – М.: Транспорт, 1986. – 168 с.

34. Анализ надёжности технических систем по цензурированным выборкам / В.М. Скрипник, А.Е. Назин, Ю.Г. Приходько, Ю.Н. Благовещенский.–М.: Радио и связь, 1988.–184 с.
35. ГОСТ 27.504–84. Надёжность в технике. Методы оценки показателей надёжности по цензурированным выборкам. – М.: Государственный комитет СССР по стандартам, 1984.
36. Прогнозирование надёжности тракторов / В.Я. Анилович, А.С. Гринченко, В.Л. Литвиненко, И.Ш. Чернявский/ под общ. ред. В.Я. Аниловича. – М.: Машиностроение, 1986. – 224 с.
37. Агапов А.С. Статистическая обработка прогрессивно цензурированных наблюдений при постепенных отказах судового электрооборудования. Материалы научно-технической конференции (март 1974 г.).– Л.: ЛИВТ, 1974. – С.30.
38. Агапов А.С. Опыт применения некоторых методов статистической оценки надёжности промышленных изделий. – Л.: ЛДНТП, 1977. – 25 с.
39. Гречин А.Л., Скрипник В.М. Об учёте предварительной информации о надёжности сложных систем при планировании и оценке их испытаний// Статистические методы обработки результатов наблюдений при контроле качества и надёжности машин и приборов: материалы семинара; под ред. В.И. Шаповалова. - Л.: ЛДНТП, 1979.– С. 90.
40. Акимов В.М. Основы надёжности газотурбинных двигателей: учебник для студентов машиностроительных специальностей вузов. – М.: Машиностроение, 1981. – 207 с.
41. Герцбах И. Б., Кордонский Х.Б. Модели отказов. – М.: Советское радио, 1966. - 166 с.
42. Боровиков В.П. STATISTICA. Искусство анализа данных на компьютере: для профессионалов. - 2-е изд.(+ CD). – СПб.: Питер, 2003. – 688 с.
43. O'Connor P. Practical Reliability Engineering. Chichester: John Willey&Sons Ltd, 1985. - 395 p.
44. ГОСТ 21317-87. Аппаратура радиоэлектронная бытовая. Методы испытания на надёжность. - М.: Изд-во стандартов, 1988.
45. Трунин С.Ф. Промыслов Л.А., Смирнов О.В. Надёжность судовых машин и механизмов. Л.: Судостроение, 1980. - 192 с.
46. MIL-STD 781. Reliability Test Methods, Plans and Environments for Engineering Development, Qualification and Production.
47. Четыркин Е.М. Статистические методы прогнозирования. - Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Статистика, 1977. – 200 с.
48. <http://www.ribalco.exponenta.ru>
49. Афанасьев В.Н., Юзбашев М.М. Анализ временных рядов и прогнозирование: учебник. – М.: Финансы и статистика, 2001. – 228 с.
50. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 816 с.
51. Бочаров П.П., Печинкин А.В. Теория вероятностей и математическая статистика. – 2-е изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 296 с.

**О**бразование есть то, что остается после того, когда забывается все, чему нас учили.

А. Эйнштейн

## Оглавление

Аннотация	
Введение.....	3
Часть I. Модели контроля показателей безотказности.....	15
Глава 1. Показатели безотказности и их нормирование при проектировании энергетических объектов .....	–
1.1. Показатели безотказности энергетических объектов.....	–
1.2. Методика определения риска отказов .....	17
1.3. Индивидуальное нормирование показателей безотказности на основе оценки величины ущерба при отказах .....	23
1.4. Нормирование показателей безотказности путём анализа эффективности функционирования объекта.....	27
1.5. Распределение нормативных значений показателей безотказности среди элементов объекта.....	30
Глава 2. Методика определения нижней доверительной границы нормативных значений показателей безотказности .....	37
2.1. Анализ методов определения нижней доверительной границы нормативных значений показателей безотказности .....	39
2.2. Расчёт нижней доверительной границы нормативных значений показателей безотказности на основе минимизации рисков поставщика и заказчика.....	45
Глава 3. Методики контроля показателей безотказности в эксплуатации.....	52
3.1. Методика корректировки показателей безотказности с учётом дополнительной информации.....	54
3.2. Контроль показателей безотказности на основе байесовской оценки вероятности гипотезы состояния.....	59
3.3. Контроль показателей безотказности методами параметрической надёжности.....	65
Глава 4. Методики контроля показателей безотказности на основе цензурированной эксплуатационной информации .....	72
4.1. Непараметрическая оценка показателей безотказности на основе цензурированной эксплуатационной информации .....	–
4.2. Статистическая оценка показателей безотказности с учётом влияния дискретных эксплуатационных факторов.....	83
Часть II. Модели оценки и прогнозирования показателей надёжности энергетических объектов .....	92
Глава 5. Модели оценки показателей надёжности .....	–
5.1. Отдельные положения регрессионного анализа.....	–

5.2.	Однофакторная линейная модель.....	97
5.3.	Модель множественной линейной регрессии .....	108
5.4.	Однофакторная нелинейная модель.....	113
5.5.	Модель множественной нелинейной регрессии.....	117
5.6.	Выбор лучшей регрессионной модели.....	121
Глава 6.	Прогнозирование показателей надёжности .....	125
6.1.	Прогнозирование показателей надёжности на основе регрессионных моделей.....	–
6.2.	Прогнозирование показателей безотказности.....	137
	Заключение.....	144
	Библиография.....	145

Научное издание

Владимир Владимирович Рыбалко

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ  
КОНТРОЛЯ НАДЁЖНОСТИ  
ОБЪЕКТОВ ЭНЕРГЕТИКИ

Редактор и корректор Н.П. Новикова

Техн. редактор Л.Я. Титова

Тем. план 2010 г., поз. № 4

---

Подп. к печати 30.01.10. Формат 60x84/16. Бумага тип. №1.

Печать офсетная. Уч.-изд.л. 9,5. Усл.-печ.л. 9,5. Тираж 110 экз. Изд. № 4.

Цена «С» 23. Заказ.

---

Ризограф ГОУВПО Санкт-Петербургского технологического университета  
растительных полимеров, 198095,СПб., ул. Ивана Черных, 4.