В. В. Пеленко
В. В. Нечитайлов

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОЧИХ ПРОЦЕССОВ В ТЕПЛОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТАНОВКАХ

Практикум

Санкт-Петербург
2022

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна»
Высшая школа технологии и энергетики

В. В. Пеленко
В. В. Нечитайлов

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОЧИХ ПРОЦЕССОВ В ТЕПЛОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТАНОВКАХ

Практикум

Утверждено Редакционно-издательским советом ВШТЭ СПбГУПТД

Санкт-Петербург
2022

УДК 658.ЦГ4:004.9(07)
ББК 31.15я7
П 246

Рецензент
доктор технических наук, профессор Высшей школы технологии и энергетики
Санкт-Петербургского государственного университета промышленных технологий и дизайна
В. Г. Казаков

Пеленко, В. В., Нечитайлов, В. В.
П 246 Математическое моделирование рабочих процессов в теплоэнергетических установках: Практикум / В. В. Пеленко, В. В. Нечитайлов. − СПб.: ВШТЭ СПбГУПТД, 2022. − 54 с.

Практикум соответствует рабочим программам и учебным планам дисциплины «Математическое моделирование рабочих процессов в теплоэнергетических установках» для студентов, обучающихся по направлению подготовки 13.04.01 «Теплоэнергетика и теплотехника», профили: «Технология производства электрической и тепловой энергии», «Тепломассообменные процессы и установки». В практикуме собраны упражнения для выполнения практических работ по дисциплине. Приведены математические модели параметров надежности, рассмотрены примеры расчета единичных характеристик надежности невосстанавливаемых и восстанавливаемых изделий, нерезервированных технических устройств при основном соединении элементов, резервированных объектов, а также примеры расчета комплексных показателей надежности, комплектов запасных частей и обоснование периодичности технического обслуживания теплоэнергетических объектов.

Практикум предназначен для подготовки магистров очной и заочной форм обучения.

УДК 658.ЦГ4:004.9(07)
ББК 31.15я7

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Значение курса «Математическое моделирование рабочих процессов в теплоэнергетических установках» в цикле изучаемых дисциплин, его актуальность обусловлены тем обстоятельством, что «Топливно-энергетический комплекс является одним из наиболее устойчиво и эффективно работающих производственных комплексов российской экономики. Он определяющим образом влияет на состояние и перспективы развития техники, технологий теплоэнергетики, всей национальной экономики, благосостояние населения».

Практикум по «Математическому моделированию рабочих процессов в теплоэнергетических установках» предназначен для приобретения студентами навыков решения задач по количественной оценке, анализу и обеспечению показателей надежности систем теплоэнергетики, а также для развития способности к самостоятельному приобретению и использованию в практической деятельности новых знаний и умений.

В данной работе иллюстрируются возможности использования математического моделирования в качестве метода решения вероятностных задач оптимальной организации процессов теплоэнергетических объектов.

В самом общем случае любая модель содержит случайные величины (внешние воздействия, характеристики элементов и другие параметры) и поэтому, по сути, является *вероятностной моделью* (*детерминированную модель,* в которой все параметры могут принимать только определенные значения, можно считать частным случаем вероятностной модели).

Хотя математические модели надежности являются значительной идеализацией законов функционирования технических объектов, они позволяют в вероятностной форме предсказать поведение объектов в реальных условиях функционирования и оценить многие количественные характеристики надежности. При этом степень идеализации в основном определяется требованием простоты используемых моделей. Сложные модели надежности могут потребовать очень большого объема выборки для оценки ее параметров при экспериментальных исследованиях, в результате чего использование такой модели становится технически и экономически нецелесообразным.

Вероятностные методы теории надежности привлекаются для выявления и описания особенностей физико-химических процессов и явлений, влияющих на надежность и приводящих к отказам, установления их кинетических закономерностей в зависимости от состояния элементов и внешних воздействий, описания взаимодействия элементов системы.

Математические модели надежности элементов, используемые на практике, представляют собой, как правило, простые законы распределения, которые выражаются элементарными функциями или их интегралами − законы надежности. Показатели надежности при этом являются некоторыми функциями параметров математической модели. Модели надежности технических систем − более сложные функциональные зависимости, учитывающие модели отказов элементов и структуру системы.

Определение показателей надежности на основании вероятностных моделей включает, как правило, три этапа. Сначала устанавливается тип модели (вид распределения). Это может быть сделано на основании известных законов распределения, полученных для объектов-аналогов, путем использования априорной информации о физико-статистических механизмах процессов или путем обработки результатов экспериментальных исследований объекта. На втором этапе оцениваются параметры распределения и таким образом устанавливается конкретный вид вероятностной модели для данного технического объекта. На третьем этапе на основании полученной вероятностной модели (закона распределения) определяются необходимые показатели надежности. Данный практикум посвящен освоению студентом третьего этапа определения вероятностных характеристик и показателей надежности. В качестве определяющей основы издания приняты материалы работ [6, 11, 15].

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 1. Введение в дисциплину «Математическое моделирование рабочих процессов в теплоэнергетических установках»

Цель занятия:

Освоить основные понятия математического моделирования.

Учебные вопросы:

1.1. Сущность метода моделирования.
1.2. Системный подход к моделированию.
1.3. Классификация видов моделирования.
1.4. Классификация математических моделей.
1.5. Свойства математических моделей и требования к ним.
1.6. Конкретный объект приложения математического моделирования.
1.7. Контрольные вопросы.

Литература:

1. Математическое моделирование [Текст] : учебно-методическое пособие / Сост. Н. Н. Максимова. – Благовещенск: Изд-во АмГУ, 2019. – 88 с.
2. Методы моделирования теплоэнергетических процессов [Текст] : методические указания к лабораторным работам по дисциплине: «Методы моделирования теплоэнергетических процессов» для студентов дневной формы обучения по специальности 14010465 «Промышленная теплоэнергетика» / Сост. А. С. Ртищева. – Ульяновск, УлГТУ, 2007. – 53 с.
3. Тарасик, В. П. Математическое моделирование технических систем [Текст] : учебник для вузов / В. П. Тарасик. – Минск: ДизайнПРО, 2004. – 640 с.

1.1. Сущность метода моделирования

При познании окружающего мира человек имеет дело не непосредственно с реальными объектами, а с их образами, сформированными с помощью органов чувств, измерительных приборов, аналитического оборудования, оргтехники и абстрактного мышления.

Все предметы, явления, процессы, на которые направлена наша деятельность, называются ***объектами***. Объекты материального мира существуют вне нашего сознания и взаимодействуют между собой и внешней средой. Познание осуществляется посредством ощущений, которые создают в нашем сознании образы материальных объектов, сформированные с помощью органов чувств, измерительных приборов, аналитического оборудования, оргтехники и абстрактного мышления.

Объекты материального мира сложны и многообразны. Отражение всех их свойств в создаваемых образах весьма затруднительно и не нужно. Важно, чтобы образ объекта содержал черты, наиболее важные для его описания и использования.

В узком смысле ***моделирование*** **–** это метод научного исследования (познания) окружающего нас мира, заключающийся в подмене реальных объектов или явлений их заведомо упрощенными образами (моделями) с целью изучения этих образов и последующего переноса полученных результатов и выводов на объекты и явления реального мира.

В широком смысле ***моделирование*** представляет собой научную дисциплину, в рамках которой изучаются методы построения и применения моделей для познания реального мира.

Методом моделирования называется замена объекта-оригинала объектом-заместителем, обладающим определенным сходством с оригиналом, с целью получения новой информации об оригинале.

Моделью называется объект-заместитель объекта-оригинала, предназначенный для получения дополнительной, неизвестной информации об оригинале.

Связь (отношение) между объектом реального мира и его моделью можно проиллюстрировать графически с помощью укрупненного цикла моделирования (рисунок 1.1).

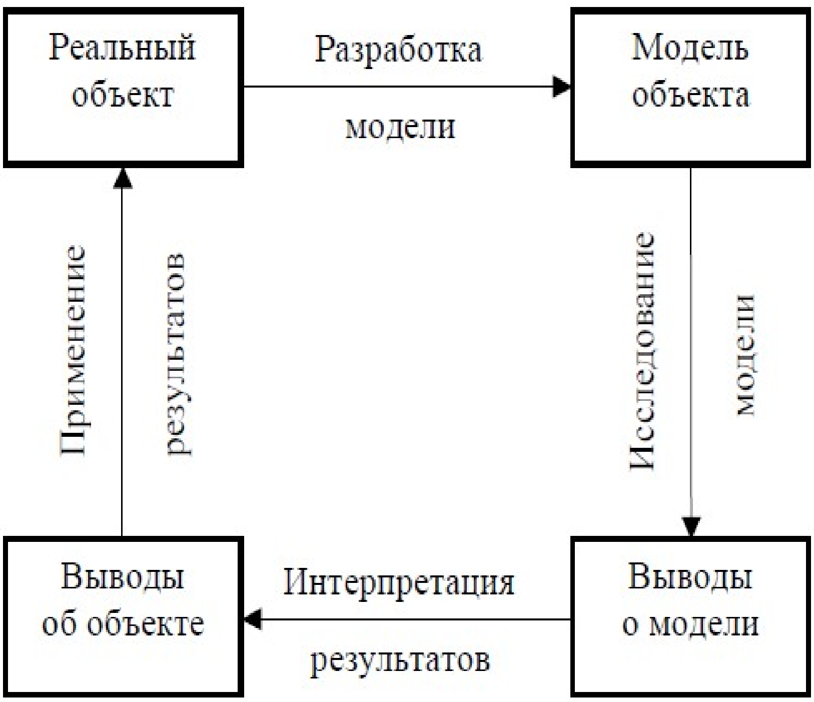


Рисунок 1.1. Укрупненный цикл моделирования

1.2. Системный подход к моделированию

Изучаемые объекты, как правило, очень сложны. Для упрощения их изучения удобно разбить их на части и изучить каждую из частей отдельно. При этом важно учитывать, что части находятся во взаимодействии и не являются независимыми друг от друга. Для правильного описания поведения взаимодействующих объектов используется ***системный подход***, заключающийся в представлении сложного объекта в виде системы взаимодействующих элементов.

Системой называется совокупность взаимодействующих элементов, объединенных наличием общей цели. Элементы системы имеют связи как между собой, так и с внешней средой (объектами, не принадлежащими к системе).

В системе могут быть выделены подсистемы. ***Подсистемой*** называется часть системы, имеющая собственную (локальную) цель, согласованную с целью системы. ***Элементом*** называется неделимая часть системы. Иерархии подсистем соответствует иерархия целей, или ***дерево целей*** (схема, отражающая иерархию целей, напоминает перевернутое дерево).

Сущность системного подхода к моделированию заключается в единстве процессов декомпозиции и композиции.

Декомпозицией называется метод, основанный на использовании структуры системы и позволяющий заменить решение одной большой задачи решением нескольких более простых задач. Декомпозиция системы производится путем последовательного применения структурного и функционального подходов. ***Структурный подход*** заключается в моделировании структуры системы, то есть разбиении ее на подсистемы и элементы; ***функциональный подход*** предполагает построение модели каждого элемента на основе анализа его поведения без использования информации о структуре.

Композицией называется моделирование связей подсистем и элементов между собой и с внешней средой. Связь между элементами осуществляется через множество параметров, которые для одних элементов являются входными (влияющими на их функционирование), а для других – выходными (описывающими результат их функционирования).

1.3. Классификация видов моделирования

Классификацию видов моделирования и, соответственно, моделей (от лат. *modulus* – мера, образец) можно проводить по разным признакам: по сфере приложения (области применения), по характеру моделируемых объектов, по степени подробности моделей. В этом случае различают две большие группы моделей, относящихся, соответственно, к материальному и идеальному моделированию (рисунок 1.2).

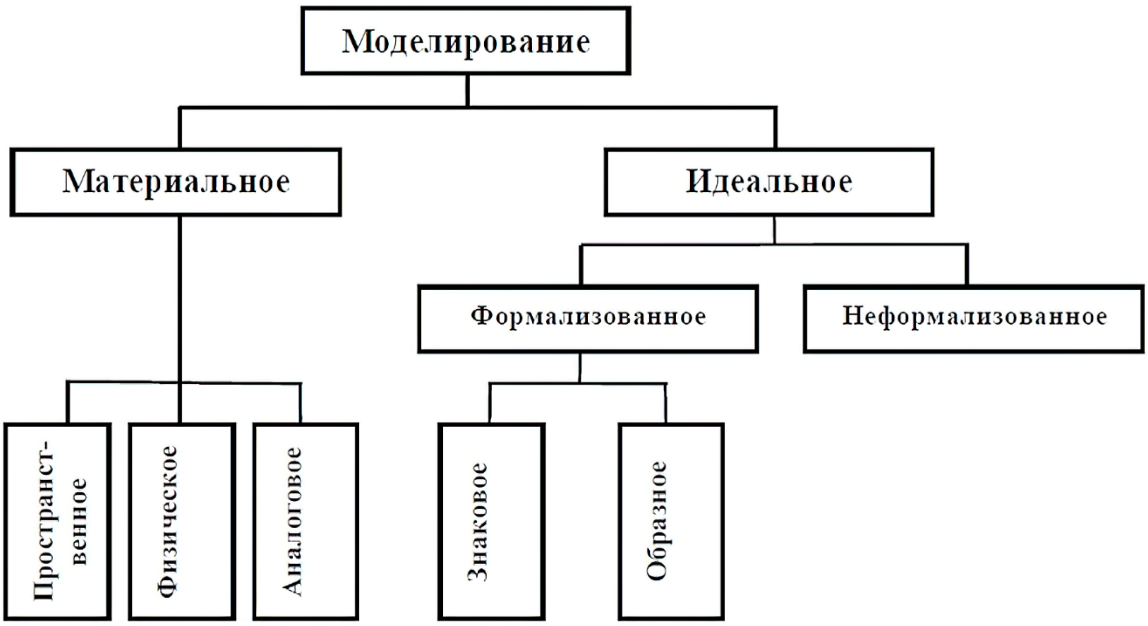


Рисунок 1.2. Классификация видов моделирования

Материальное моделирование предполагает наличие связи, имеющей материальный характер, между моделью и исследуемым объектом. В материальном моделировании можно условно выделить три основные группы методов: пространственное, физическое и аналоговое моделирование.

В *пространственном моделировании* используются модели, предназначенные для воспроизведения или отображения пространственных (геометрических) свойств изучаемых объектов. В качестве примеров такой группы моделей можно назвать макеты разнообразных типов (зданий, устройств).

В *физическом моделировании* используются модели, предназначенные для воспроизведения динамики процессов, происходящих в изучаемых объектах, причем общность процессов, происходящих в объекте исследования и модели, основывается на сходстве их физической природы. Наиболее известным примером физического моделирования является исследование летательных аппаратов на основе экспериментов в аэродинамической трубе.

В *аналоговом моделировании* используются материальные модели, физическая природа которых отличается от природы исследуемых объектов, но вместе с тем они описываются сходными математическими соотношениями, то есть связь между моделью и объектом основывается на аналогии их математического описания.

Необходимо отметить, что во всех случаях материального моделирования модель – это материальное отражение изучаемого (исходного) объекта. Исследование состоит в материальном воздействии на нее, то есть в эксперименте с моделью. Таким образом, материальное моделирование по своей природе является экспериментальным методом.

Идеальное моделирование принципиально отличается от материального, поскольку оно основывается не на материальной аналогии между моделью и изучаемым объектом, а на идеальной, то есть мысленной связи между ними. В *формализованном моделировании* моделями служат системы знаков или образов, вместе с которыми задаются правила их преобразования и интерпретации. В *знаковом (символьном) моделировании* в качестве моделей используются системы знаков, которые могут существенно отличаться друг от друга. Важнейшим видом знакового моделирования является *математическое моделирование*, при использовании которого модель записывается в виде совокупности формул, преобразуемых на основе правил логики, математики и дополнительно иных прикладных наук.

В *образном моделировании* при построении модели используются такие наглядные элементы, как точки, упругие шары, потоки жидкости, траектории движения тел.

Неформализованное моделирование – это анализ проблем разнообразного типа, когда модель не формулируется, а вместо нее используется некоторое, не зафиксированное точно, мысленное ощущение реальности, служащее основой для рассуждения и принятия решений, в частности, на основе интуиции и законов логики.

1.4. Классификация математических моделей

Математические модели относятся к символьным моделям и представляют собой описание объектов в виде математических символов, формул, выражений. При наличии достаточно точной математической модели можно путем математических расчетов прогнозировать результаты функционирования объекта при различных условиях, выбрать из множества возможных вариантов тот, который дает наилучшие результаты.

Рассмотрим классификацию математических моделей.

1. По способу построения модели подразделяются на ***аналитические (теоретические), статистические (эмпирические) и комбинированные.***

Аналитические модели строятся на основе информации, содержащейся в известных законах природы, например, законах сохранения энергии, массы, импульса, момента количества движения, электрического заряда, Ома, Кирхгофа, Архимеда и других. Объект, для которого строится аналитическая модель, должен быть хорошо изучен. Как правило, при построении аналитических моделей используются различные допущения и упрощения, снижающие точность моделирования. Основным достоинством аналитических моделей является их универсальность и относительно не высокая стоимость.

Статистические модели строятся на основании обработки экспериментальных данных. Проводится ряд экспериментов, при которых фиксируются значения входных и выходных параметров, после чего производится статистическая обработка результатов экспериментов, на основании которой подбирается математическое выражение, описывающее экспериментальные данные с достаточной точностью. Основным достоинством статистических моделей является простота их построения, основным недостатком – низкая универсальность.

Наилучший результат дают *комбинированные модели,* сочетающие достоинства аналитических и статистических моделей.

2. ***Одномерные и многомерные модели*** различают по количеству входных переменных, входящих в модель.

3. ***Линейные и нелинейные модели.*** Для линейных моделей справедлив принцип суперпозиции, согласно которому реакция объекта на суммарное воздействие равна сумме реакций объекта на элементарные воздействия:

$$L\left(\sum_i^n x_i\right) = \sum_i^n L(x_i) \tag{1.1}$$

4. ***Статические и динамические модели.*** В *динамических моделях* переменные зависят от времени, в *статических* – не зависят. Динамические модели сложнее статических, и при необходимости они иногда преобразуются в статические. Статические модели описывают также установившиеся режимы, когда переходные процессы закончились.

5. ***Стационарные и нестационарные модели.***

Стационарные модели описывают процессы, инвариантные относительно времени начала процесса. *Нестационарные модели* описывают процессы, течение которых зависит от времени и их начала. Статические модели являются частными случаями стационарных моделей и описывают функционирование системы в установившихся условиях.

6. ***Модели с параметрами, сосредоточенными или распределенными в пространстве.*** В моделях с распределенными параметрами переменные зависят от пространственных координат, в моделях с сосредоточенными параметрами – не зависят. Динамические модели с сосредоточенными параметрами описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями. Динамические модели с распределенными параметрами описываются дифференциальными уравнениями с частными производными.

7. ***Модели, дискретные и непрерывные*** (во времени или в функции другого аргумента). В дискретных моделях время (или другой аргумент) принимает фиксированные значения, в непрерывных – любые значения. При использовании дискретных моделей ось времени (или другого аргумента) разбивается на интервалы, границы которых называются опорными моментами времени (точками). Расчет параметров модели производится для опорных точек, моментов времени.

8. ***Детерминированные и стохастические (вероятностные) модели.*** Детерминированные модели являются воспроизводимыми: при одинаковых условиях модель всегда дает один и тот же результат. В стохастических моделях некоторые параметры являются случайными величинами, и результаты моделирования при каждой реализации отличаются друг от друга.

1.5. Свойства математических моделей и требования к ним

При разработке математической модели устанавливается ряд требований к ее свойствам, выполнение которых необходимо для обеспечения ее корректности и эффективного использования. Рассмотрим основные из них.

Целенаправленность модели. В модели должны фигурировать параметры, описывающие цель объекта, а также параметры, с помощью управления которыми можно добиться достижения цели.

Точность модели определяется величинами погрешности, с которыми рассчитываются выходные параметры. Погрешности подразделяются на систематические и случайные. Систематическая погрешность характеризует среднее отклонение между вычисленными и экспериментальными значениями выходного параметра, а случайная (среднеквадратичная) погрешность σхарактеризуетсреднеквадратичное отклонение экспериментальных значений от вычисленных.

Непротиворечивость модели характеризует отсутствие абсурдных ответов, результатов и выводов при использовании модели. Модель проверяется также на противоречия между выводами, которые можно сделать из модели и из экспериментальных данных (корректность).

Реалистичность модели оценивается путем расчета типовых примеров, для которых заранее известен результат (точный или ориентировочный).

Устойчивостью модели называется слабая чувствительность к погрешностям ее параметров. Неустойчивость модели является ее свойством и не всегда свидетельствует о неустойчивости описываемых ею объектов.

Удобство использования является одним из основных свойств математических моделей, что обусловлено самим методом моделирования. Это требование, в частности, должно предусматривать удобство реализации в виде компьютерных программ.

Универсальность модели обеспечивает описание с помощью нее как можно более широкого класса объектов.

Адаптивность и возможность изменения. Модели, обладающие этими свойствами, можно корректировать при изменении окружающих условий и совершенствовать для улучшения ее свойств.

Экономичность, простота, физический смысл. Требование экономичности модели подразумевает минимизацию затрат на ее разработку и реализацию (в частности, время, необходимое для компьютерных расчетов). Принцип простоты заключается в том, что из нескольких моделей с одинаковыми другими свойствами нужно выбрать наиболее простую. Наличие физического смысла полезно для изучения модели с целью избежания возможных ошибок.

Адекватность математической модели (рисунок 1.3)является ее интегральным свойством, объединяющим другие наиболее важные свойства. Если свойства модели удовлетворяют требованиям, говорят, что она адекватна (оригиналу), в противном случае – не адекватна.

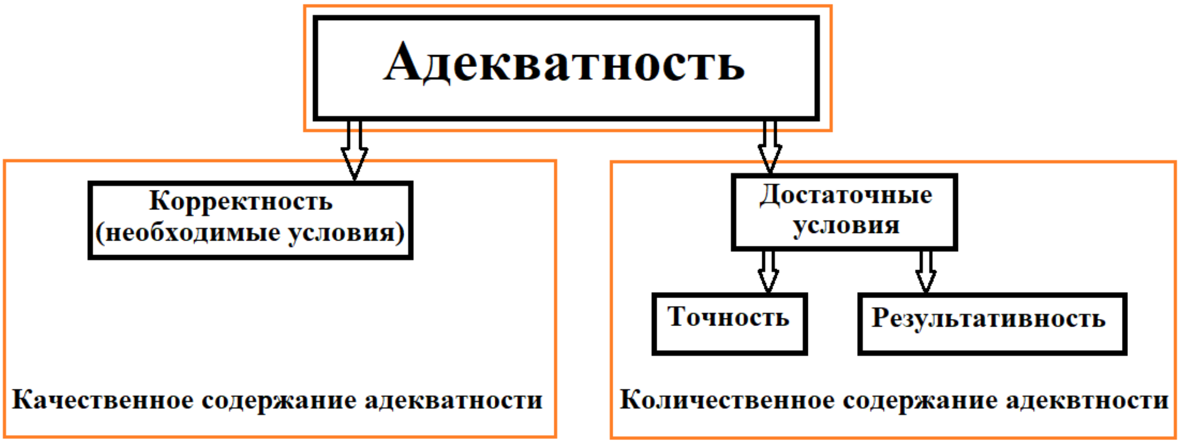


Рисунок 1.3. Требования к качеству моделей

1.6. Конкретный объект применения математического моделирования

Конкретным объектом применения изложенных материалов в данном Практикуме, являются отдельные разделы Темы №2 Рабочей программы дисциплины «Математическое моделирование рабочих процессов в теплоэнергетических установках», касающиеся особенностей моделирования показателей надежности объектов теплоэнергетики при проектировании.

1.7. Контрольные вопросы

1. Понятие модели. Системный подход к моделированию.

2. Что называется системой, подсистемой, элементом? Системный подход, дерево целей.

3. Что называют декомпозицией, композицией? Структурный подход и функциональный подход.

4. Классификация видов моделирования.

Материальное, пространственное, физическое, аналоговое, идеальное, формализованное, знаковое (символьное), математическое, образное, неформализованное моделирование.

5. Классификация математических моделей.

Аналитические (теоретические), статистические (эмпирические) и комбинированные. Одномерные и многомерные модели. Линейные и нелинейные модели. Статические и динамические модели. Стационарные и нестационарные модели. Модели с параметрами, сосредоточенными или распределенными в пространстве. Модели, дискретные и непрерывные. Детерминированные и стохастические (вероятностные) модели.

6. Свойства математических моделей и требования к ним.

Целенаправленность модели. Точность модели. Непротиворечивость модели. Реалистичность модели. Устойчивость модели. Удобство использования. Универсальность модели. Адаптивность и возможность изменения. Экономичность, простота, физический смысл. Адекватность математической модели.

7. Основные виды и этапы разработки математических моделей.

8. Использование блочного принципа построения математических моделей.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 2. Математические модели и расчет показателей надежности простых невосстанавливаемых объектов

Цель занятия:

Ознакомление с математическими моделями основных показателей надежности простых невосстанавливаемых объектов и освоение особенностей их расчета.

Учебные вопросы:

2.1. Расчет показателей надежности простых невосстанавливаемых объектов.

2.2. Практическое решение задач.

2.3. Задания для самостоятельной работы.

2.4. Контрольные вопросы.

Литература:

1. Острейковский, В. А. Теория надежности [Текст]: учебник для вузов / В. А. Острейковский. – 2-е изд., испр. – М.: Высшая школа, 2008. – 464 с.

2. Половко, А. М. Основы теории надежности [Текст] / А. М. Половко. − М.: Издательство «Наука», 1964.

3. Решетов, Д. Н. Надежность машин [Текст] / Д. Н. Решетов, А. С. Иванов, В. З. Фадеев. − М.: Высшая школа, 1988.

4. Хрусталев, В. А. Надежность теплоэнергетического оборудования ТЭС и АЭС [Текст] : учебное пособие / В. А. Хрусталев. − Саратов: Саратовский гос. техн. ун-т, 2012. − 120 с.

5. Черняк, М. Ю. Надежность технических систем [Текст]: учеб. издание / М. Ю. Черняк, М. С Эльберг. – Красноярск: Изд-во Сибирского гос. аэрокосмич. ун-та, 2017. – 60 с.

6. Надежность технических систем и техногенный риск: учебное пособие. − Воронеж: Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2013. − 147 с. [Электронный ресурс]. − Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/ 23110 − ЭБС «IPRbooks».

2.1. Номенклатура и расчет основных показателей надежности простых невосстанавливаемых объектов

Выбор количественных характеристик надежности зависит от вида объекта, поэтому основные показатели надежности отдельных объектов можно разбить на две группы:

- показатели, характеризующие надежность невосстанавливаемых объектов;
- показатели, характеризующие надежность восстанавливаемых объектов.

Невосстанавливаемые объекты могут иметь только один отказ. Эти объекты в процессе выполнения своих функций не допускают ремонта, и если происходит отказ такого объекта, то выполняемая операция считается сорванной. При совместном рассмотрении множества однотипных объектов время работы любого объекта до наступления первого отказа T_0 (наработка до отказа) будет являться величиной случайной, наиболее полно характеризуемой законом распределения этой случайной величины.

Закон распределения случайной величины может быть представлен либо в виде плотности распределения *f(t),* либо в виде функции распределения F(t).

Свойствами плотности распределения случайной величины являются:

$$f(t) \geq 0, \int_0^{\infty} f(t)dt = 1.$$

Нижний предел интегрирования взят равным 0, т.к. наработка до отказа не может иметь отрицательных значений.

Функция распределения наработки до первого отказа определяется по формуле:

$$F(t) = P(T_o < t) = \int_0^t f(t)dt, \tag{2.1}$$

где F(t) − вероятность попадания значений случайной величины на интервал (0, t).

Если $t_2 < t_1$, то $F(t_2) \geq F(t_1)$. Кроме того, $0 \leq F(t) \leq 1$.

Плотность распределения *f(t)* связана с функцией распределения следующим соотношением:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} \tag{2.2}$$

Статистическая плотность распределения $f^*(t)$ может быть найдена по формуле:

$$f^*(t) = \frac{n(\Delta t)}{N_o \Delta t}, \tag{2.3}$$

где $n(\Delta t)$ − число объектов, отказавших в интервале $(t, t + \Delta t)$;

N_o − число объектов, исправных в начальный момент времени;

N − общее число испытываемых объектов.

Основными показателями надежности для невосстанавливаемых объектов являются следующие:

- вероятность безотказной работы − P(t);
- средняя наработка до отказа − $t_{ср}$;
- интенсивность отказов − $\lambda(t)$.

Эти показатели являются «единичными» показателями надежности, так как характеризуют только одно из свойств, входящих в понятие надежности, − безотказность.

Перечисленные показатели надежности могут быть найдены либо по известному закону распределения наработки до отказа, либо приближенно опытным путем по результатам испытаний однородных объектов на надежность.

1.1. *Вероятность безотказной работы за время наработки до отказа t:*

$$P(t) = P(T > t) = P(t < T < \infty) = \int_t^{\infty} f(t)dt. \qquad (2.4)$$

Учитывая, что

$$F(t) = P(T < t) = 1 - P(T > t) = 1 - P(t). \qquad (2.5)$$

Имеем:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = \frac{d(1-P(t))}{dt} = -\frac{dP(t)}{dt} = -P'(t). \qquad (2.6)$$

Вероятность безотказной работы по статистическим данным об отказах оцениваются выражением

$$P^*(t) = \frac{N_o - n(t)}{N_o}, \qquad (2.7)$$

где N_o − общее число испытываемых объектов;

n(t)— число объектов, отказавших за время t.

При $N_o \to \infty,\ P^*(t) = P(t)$, то есть при увеличении числа испытываемых объектов статистическая оценка практически совпадает с вероятностью безотказной работы P(t).

1.2. Средняя наработка до отказа определяется как математическое ожидание до отказа:

$$t_{ср} = \int_0^{\infty} tf(t)dt, \qquad (2.8)$$

где *f(t)* − плотность распределения наработки до отказа, математическое выражение, для которой приведено в выражении (2.6).

Установим связь между P(t) и $t_{ср}$.

С учетом выражения (2.6) формула (2.8) имеет вид:

$$t_{ср} = -\int_0^{\infty} tP'(t)dt\,.$$

Возьмем полученный несобственный интеграл по частям. С учетом того, что P(0) = 1, а P(∞) = 0, запишем:

$$t_{ср} = -\int_0^{\infty} tP'(t)dt = -\int_0^{\infty} tdP = -(tP]_0^{\infty} - \int_0^{\infty} Pdt) = \int_0^{\infty} Pdt.$$

Таким образом получаем:

$$t_{\text{ср}} = \int_0^{\infty} P(t)dt. \qquad (2.9)$$

В геометрическом смысле величина $t_{\text{ср}}$ соответствует площади, ограниченной сверху кривой P(t). Если кривая P(t) построена по опытным данным, то путем замера площади можно найти приближенно $t_{\text{ср}}$.

По статистическим данным об отказах средняя наработка до отказа вычисляется по формуле:

$$t_{\text{ср}}^* = \frac{1}{N_o}\sum_{i=1}^{N_o} t_i, \qquad (2.10)$$

где t_i − время исправной работы i-го объекта.

Здесь подразумевается план испытаний по времени до наступления отказа у последнего объекта.

1.3.Средняя наработка на отказ − это отношение наработки восстанавливаемого объекта к математическому ожиданию числа его отказов в течении этой наработки

$$T_o = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_{\text{ср}i}\ , \qquad (2.11)$$

где $t_{\text{ср}i}$ − время исправной работы между отказами объекта;

n − число отказов объекта.

1.4.Частота отказов или плотность вероятности безотказной работы статистически определяется с помощью выражения:

$$f(\Delta t) = \frac{\Delta n(\Delta t)}{N_o \Delta t},$$

где $\Delta n(\Delta t)$ − число отказов за интервал времени Δt;

N_o, − число объектов в начале испытаний.

1.5.Интенсивность отказов − это отношение числа отказавших объектов в единицу времени к среднему числу объектов, продолжающих исправно работать в данный интервал времени

$$\lambda(t) = \frac{\Delta n(\Delta t)}{\overline{N}(t)\Delta t}, \qquad (2.12)$$

где $\overline{N}(t) = \frac{N_{i-1}+N_i}{2}$ − среднее число объектов, продолжающих исправно работать в данный интервал времени Δt.

В соответствии с ее определением находят по формуле:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}$$

или с учетом выражения (2.6)

$$\lambda(t) = -\frac{P'(t)}{P(t)} = -[lnP(t)]'. \qquad (2.13)$$

Проинтегрируем выражение (2.13) в пределах от 0 до t:

$$\int_{0}^{t} \lambda(t)dt = -\int_{o}^{t} [lnP(t)]'dt$$

или

$$-\int_{o}^{t} \lambda(t)dt = lnP(t).$$

Окончательно имеем:

$$P(t) = e^{-\int_o^t \lambda(t)dt}. \qquad (2.14)$$

Полученная зависимость (2.13) справедлива для любого закона распределения наработки до отказа.

Определим для некоторых законов распределения показатели безотказности.

Для экспоненциального закона распределения наработки до отказа, когда $\lambda(t) = \lambda = const$, имеем:

$$P(t) = e^{-\lambda t}; \qquad (2.15)$$

$$t_{\text{ср}} = \frac{1}{\lambda}; \qquad (2.16)$$

$$\lambda(t) = \lambda = const. \qquad (2.17)$$

Рассмотренные показатели надежности позволяют достаточно полно оценивать надежность невосстанавливаемых объектов, а также и восстанавливаемых при их работе до первого отказа. Наличие нескольких показателей вовсе не означает, что всегда нужно оценивать надежность объектов по всем показателям.

Интенсивность отказов − наиболее удобная характеристика надежности простейших элементов, так как она позволяет достаточно просто вычислять количественные характеристики сложной системы.

2.2. Практическое решение задач

Задача 1

На испытание было поставлено 600 однотипных объектов. За период 4000 часов отказало 60 объектов, а за период от 4000 до 5000 часов отказало еще 30 объектов.

Требуется определить вероятность безотказной работы P^* объектов и вероятность отказа Q за 4000 и 5000 часов работы. Вычислить интенсивность отказов объектов в промежутке времени 4000 − 5000 часов.

Решение:

1. Определим вероятность безотказной работы и вероятность отказа объектов за 4000 и 5000 часов работы.

$$P^*(4000) = \frac{N_o - n(4000)}{N_o} = \frac{600 - 60}{600} = 0{,}9;$$

$$P^*(5000) = \frac{N_o - n(5000)}{N_o} = \frac{600 - (60 + 30)}{600} = 0{,}85;$$
$$Q(4000) = 1 - P(4000) = 1 - 0{,}9 = 0{,}1;$$
$$Q(5000) = 1 - P(5000) = 1 - 0{,}85 = 0{,}15.$$

2. Вычислим интенсивность отказов объектов в промежутке времени 4000 − 5000 ч.

$$\lambda(t) = \frac{\Delta n(\Delta t)}{\overline{N}(t)\Delta t};$$
$$\overline{N}(t) = \frac{N_{i-1} + N_i}{2} = \frac{540 + 510}{2} = 525;$$
$$\lambda^*(t) = \frac{30}{525 \cdot 1000} = 5{,}7 \cdot 10^{-5} \left(\frac{1}{\text{час}}\right).$$

Задача 2

На испытание поставлено 300 изделий. За 3000 часов отказало 150 изделий, за следующие 100 часов отказало еще 75 изделий. Определить вероятность безотказной работы при наработке 3000 часов, 3100 часов, частоту и интенсивность отказов при наработке 3100 часов.

Задача 3

На испытание поставлено 500 образцов. Отказы фиксируются каждые 200 часов работы. Распределение числа отказов приведено в таблице 1.

Построить график зависимости изменения вероятности безотказной работы и интенсивности отказов от наработки в интервале времени 0 − 2000 часов.

Исходное распределение числа отказов изделий

Таблица 1 − Распределение числа отказов

Δt	N_o	n	N(t)	P(t)
0-200	500	20	480	0,96
200-400		45	435	0,87
400-600		32	403	0,8
600-800		12	391	0,78
800-1000		8	383	0,77
1000-1200		2	381	0,76
1200-1400		1	380	0,76
1400-1600		2	378	0,75
1600-1800		2	376	0,75
1800-2000		1	375	0,75

Решение:

1. Определяем P (1) по формуле:

$$P(t) = \frac{N_o - n(t)}{N_o} = \frac{N(t)}{N_o} = \frac{500 - 480}{500} = 0{,}96.$$

2. Определим $\lambda(t)$ по формуле:

$$\lambda(t) = \frac{n(t)}{N\Delta t},$$

где $N = \frac{N_1+N_2}{2}$ – среднее число исправно работающих образцов за выбранный интервал.

Расчетные данные внесем в таблицу 2:

Таблица 2 –Расчетные данные

Δt	N_o	n	$N_1(t)$	$N_2(t)$	N	$\lambda(t) \times 10^{-4}$
0-200	500	20	500	480	490	2
200-400		45	480	435	457,5	4,9
400-600		32	435	403	419	3,8
600-800		12	403	391	397	1,5
800-1000		8	391	383	387	1
1000-1200		2	383	381	382	0,26
1200-1400		1	381	380	380	0,13
1400-1600		2	380	378	379,5	0,26
1600-1800		2	378	376	378	0,26
1800-2000		1	376	375	376,5	0,32

Графики зависимости изменения вероятности безотказной работы и интенсивности отказов от наработки приведены на рисунках 2.1 и 2.2.

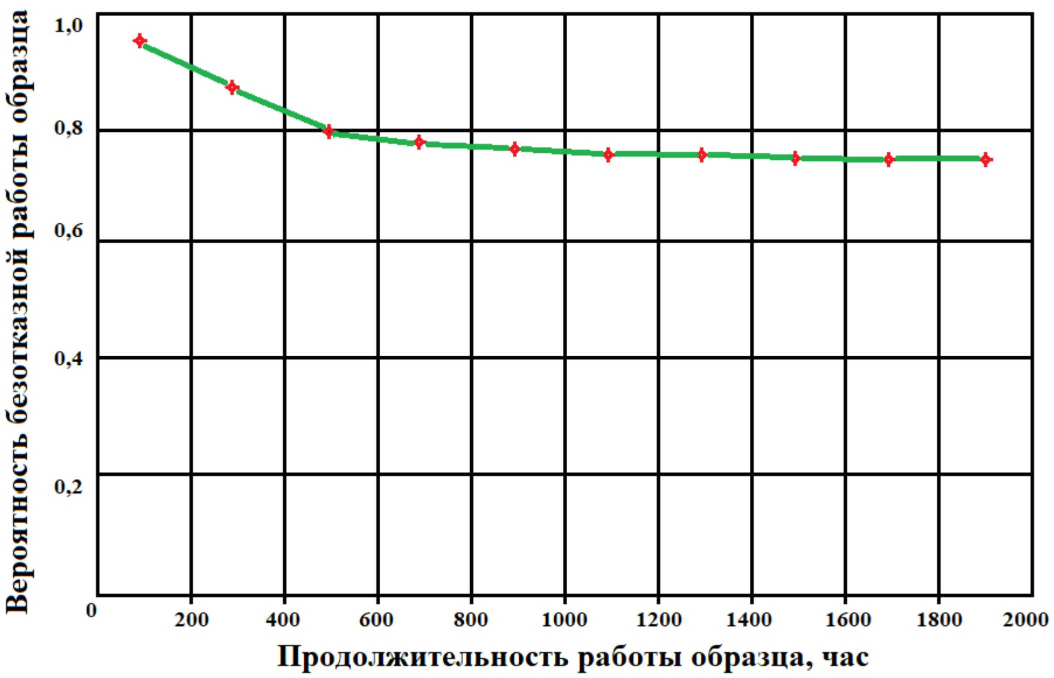


Рисунок 2.1. Зависимость вероятности безотказной работы изделий от наработки

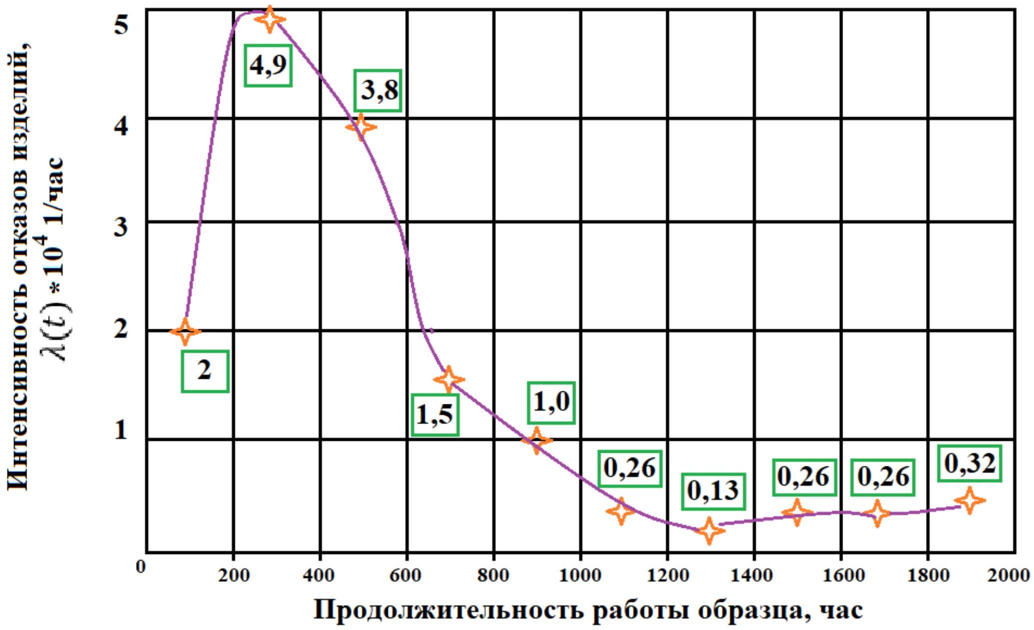


Рисунок 2.2. Зависимость интенсивности отказов изделий от наработки

2.3. Задания для самостоятельной работы

Задача 1

На испытание поставлено 200 однотипных изделий. За 2000 ч отказало 50 изделий. За последующие 100 часов отказало ещё 5 изделий. Требуется определить:

1) статистическую оценку вероятности безотказной работы за время работы t_1 = 2000 *час* и t_2 = 2100 *час*;

2) статистическую оценку вероятности отказа за время работы t_1 = 2000 *час* и t_2 = 2100 *час*;

3) оценку плотности распределения отказов и интенсивности отказов в промежутке времени между t_1= 2000 *час* и t_2= 2100 *час*.

Задача 2

На испытание поставлено 100 однотипных изделий. За 4000 часов работы отказало 50 изделий. Определить статистические оценки вероятности безотказной работы и вероятности отказа за время работы 4000 часов.

Задача 3

На испытание поставлено 100 однотипных изделий. За 4000 часов работы отказало 50 изделий. За последующие 50 часов еще 5 изделий. Дать оценку плотности распределения отказов и интенсивности отказов в промежутке времени между t_1= 4000 *час* и t_2= 4050 *час*.

Задача 4

В течение 500 часов работы из 20 буровых насосов отказало 2. За интервал времени 500 – 520 часов отказал еще один буровой насос. Дать оценку плотности распределения отказов и интенсивности отказов в промежутке времени между t_1= 500 *час* и t_2= 520 *час*.

Задача 5

На испытание поставлено 2000 подшипников качения. За первые 3000 часов отказало 80 изделий. За интервал времени 3000 – 4000 часов отказало еще 50 подшипников. Требуется определить статистическую оценку вероятности безотказной работы за время 4000 часов.

Задача 6

В течение 500 часов работы из 20 буровых насосов отказало 2. За интервал времени 500 – 520 часов отказал еще один буровой насос. Требуется определить статистическую оценку вероятности отказа за время 520 часов.

Задача 7

На испытание поставлено 600 изделий. За время 1200 часов вышло из строя 125 штук изделий. За последующий интервал времени 1200 – 1250 часов вышло из строя еще 13 изделий. Необходимо определить статистическую оценку вероятности безотказной работы и вероятности отказа за время работы t_1 = 1200 *час* и t_2 = 1250 *час*; оценку плотности распределения отказов и интенсивности отказов в промежутке времени между t_1= 1200 *час* и t_2= 1250 *час*.

Задача 8

На испытание поставлено 10 однотипных изделий. Получены следующие значения времени безотказной работы: t_1 = 580 час; t_2 = 720 час; t_3 = 860 час; t_4 = 550 час; t_5 = 780 час; t_6 = 830 час; t_7 = 910 час; t_8 = 850 час; t_9 = 840 час; t_{10} = 750 час. Определить статистическую оценку среднего времени безотказной работы изделия.

2.4. Контрольные вопросы

1. Что такое безотказность?
2. Какие показатели надежности являются показателями безотказности?
3. Что такое вероятность безотказной работы?
4. Свойства функции вероятности безотказной работы?
5. Что такое вероятность отказа?
6. Свойства функции вероятности отказа?
7. Как определяются статистические оценки вероятности безотказной работы и вероятности отказа?
8. Как определяется плотность распределения наработки?
9. Что такое интенсивность отказов?
10. Кривая зависимости интенсивности отказа от времени.
11. Кривая плотности распределения отказов от времени.
12. Дайте определение средней наработки до отказа и средней наработки до первого отказа.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 3. Математические модели и расчет показателей надежности восстанавливаемых объектов

Цель занятия:

Освоить особенности расчета основных показателей надежности восстанавливаемых объектов.

Учебные вопросы:

3.1. Расчет показателей надежности восстанавливаемых объектов.

3.2. Практическое решение задач.

3.3. Контрольные вопросы.

Литература:

1. Острейковский, В. А. Теория надежности [Текст]: учебник для вузов / В. А. Острейковский. – 2-е изд., испр. – М.: Высшая школа, 2008. – 464 с.
2. Половко, А. М. Основы теории надежности [Текст] / А. М. Половко. − М.: Издательство «Наука», 1964.
3. Решетов, Д. Н. Надежность машин [Текст] / Д. Н. Решетов, А. С. Иванов, В. З. Фадеев. − М.: Высшая школа, 1988.
4. Хрусталев, В. А. Надежность теплоэнергетического оборудования ТЭС и АЭС [Текст] : учебное пособие / В. А. Хрусталев. − Саратов: Саратовский гос. техн. ун-т, 2012. − 120 с.
5. Черняк, М. Ю. Надежность технических систем [Текст]: учеб. издание / М. Ю. Черняк, М. С. Эльберг. – Красноярск: Изд-во Сибирского гос. аэрокосмич. ун-та, 2017. – 60 с.

3.1. Математические модели и расчет показателей надежности восстанавливаемых объектов

Функционирование восстанавливаемых объектов отличается от функционирования невосстанавливаемых объектов тем, что при возникновении отказов у восстанавливаемых объектов они не снимаются с эксплуатации, а ремонтируются или заменяются новыми и снова продолжают функционировать. При этом каждый объект может иметь множество отказов.

Если время, затрачиваемое на восстановление работоспособности объекта, мало по сравнению со временем работы объекта, то им можно пренебречь и считать восстановление мгновенным.

Моменты отказов, следующие один за другим в случайные моменты времени, образуют поток случайных событий, называемый потоком отказов.

Основными показателями безотказности восстанавливаемых объектов являются следующие:

- параметр потока отказов $\omega(t)$;
- наработка на отказ T_o;
- вероятность безотказной работы $P(t)$;

-вероятность восстановления $P_в(t)$.

Параметр потока отказов – это отношение среднего числа отказов восстанавливаемого объекта за произвольно малую его наработку к значению этой наработки.

Статистически параметр потока отказов можно определить по формуле:

$$\omega(t) = \frac{\Delta n(\Delta t)}{N_0 \Delta t} \quad (3.1)$$

Наработка на отказ – это отношение наработки восстанавливаемого объекта к математическому ожиданию числа его отказов в течение этой наработки. Наработку на отказ в соответствии с определением находят по формуле:

$$T_0 = \frac{t}{\Omega(t)}\,. \quad (3.2)$$

где t – период наработки;

$\Omega(t)$ – математическое ожидание числа отказов за период наработки t.

Если рассматривается период времени от t_1 до t_2, то

$$T_0 = \frac{t_2 - t_1}{\Omega(t_2) - \Omega(t_1)}\,. \quad (3.3)$$

После периода приработки из уравнения (3) получаем

$$T_0 = \frac{1}{\omega} \quad (3.4)$$

Наработка на отказ есть среднее время между соседними отказами.

Величина наработки на отказ в общем случае зависит от длительности периода, в течение которого она определяется. Это обусловлено непостоянством характеристики потока отказов $\Omega(t)$.

Наработка на отказ статистически определяется отношением суммарной наработки восстанавливаемых объектов к суммарному числу отказов этих объектов.

Пусть испытывается N восстанавливаемых объектов до появления у каждого из них n отказов. При этом t_i – суммарная наработка i – го объекта за время этих испытаний. Тогда

$$T_0^* = \frac{\sum_{i=1}^{N} t_i}{\mathrm{N \cdot n}}\,. \quad (3.5)$$

Вероятность безотказной работы объекта за время наработки находят как вероятность того, что за это время не наступит ни одного отказа:

$$\mathrm{P(t)} = \mathrm{e}^{-\Omega(\mathrm{t})}. \quad (3.6)$$

Вероятность безотказной работы в период между наработками t находят по уравнению

$$\mathrm{P}(t_2 - t_1) = \mathrm{e}^{-[\Omega(t_2) - \Omega(t_1)]} = \mathrm{e}^{-\int_{t_1}^{t_2} \omega(\mathrm{t}) dt}. \quad (3.7)$$

После периода приработки вероятность безотказной работы в интервале t_1, t_2 находят по уравнению

$$\mathrm{P}(t_2 - t_1) = \mathrm{e}^{-\omega((t_2 - t_1)} = \mathrm{e}^{-\left(\frac{t_2 - t_1}{T_0}\right)}. \quad (3.8)$$

Более точные формулы для P(t) и $\Omega(t)$ можно получить, зная закон распределения f(t).

Рассмотрим показатели ремонтопригодности восстанавливаемых объектов.

Вероятность восстановления в заданное время согласно определению находят:

$$Р\text{в}(t) = P(t\text{в} < t) = F\text{в}(t), \tag{3.9}$$

где $t_в$ – случайное время восстановления;

$F_в(t)$ – функция распределения времени восстановления.

Время восстановления – это время, затрачиваемое на обнаружение, поиск причины отказа и устранение последствий отказа.

По аналогии с интенсивностью отказов поток восстановлений можно характеризовать интенсивностью восстановлений μ(t).

$$\mu(t) = \frac{f_в(t)}{1-P_в(t)}, \tag{3.10}$$

где $f_в(t)$ – плотность распределения времени восстановления.

При любом законе распределения времени восстановления $P_в(t)$ и μ(t) связаны между собой зависимостью:

$$Р\text{в}(t) = 1 - e^{-\int_0^t \mu(t)dt}. \tag{3.11}$$

При экспоненциальном законе времени восстановления μ(t) = μ, тогда

$$Р\text{в}(t) = 1 - e^{-\mu t}. \tag{3.12}$$

Согласно определению среднее время восстановления $T_в$ находят по уравнению:

$$T_B = \int_0^\infty t f_B(t)dt. \tag{3.13}$$

При экспоненциальном законе времени восстановления:

$$T_B = \int_0^\infty t\mu e^{-\mu t}dt = \frac{1}{\mu}. \tag{3.14}$$

Если на отыскание и устранение m отказов было затрачено время t_1, t_2, …, t_i, то среднее время восстановления находят по уравнению:

$$T_B^* = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^m t_i\,, \tag{3.15}$$

где $T^*_в$ – это статистическая оценка времени восстановления.

3.2. Практическое решение задач

Задача 1

Система, состоящая из 100 элементов, в течение 120 часов отказала 4 раза. Определить величину параметра потока отказов системы за данный период времени и наработку на отказ.

Решение:

$$\omega(\mathrm{t}) = \frac{\Delta n(\Delta t)}{N_0 \Delta t} = \frac{4}{100 \cdot 120} = 0{,}0003(3).$$

$$T_0 = \frac{1}{\omega} = \frac{1}{0{,}0003(3)} = 3000\ (\text{час.})$$

Задача 2

Определить вероятность восстановления системы при наработке 2500 часов, если среднее время восстановления составляет 20 часов.

Решение:

В соответствии с соотношением (3.14) имеем:

$$T_B = \frac{1}{\mu},$$

Поэтому

$$\mu = \frac{1}{T_B} = \frac{1}{20} = 0{,}05,$$

тогда, в соответствии с выражением (3.12), получаем:

$$\mathrm{Pв(t)} = 1 - \mathrm{e}^{-\mu t} = 1 - \mathrm{e}^{-0{,}05 \cdot 2500} = 1 - 5{,}166 \cdot 10^{-55} = 1.$$

Задача 3

За наблюдаемый период 100 часов эксплуатации в аппаратуре было зафиксировано 5 отказов. Время восстановления составило: $t_{В1}$ = 10 мин; $t_{В2}$ = 20 мин; $t_{В3}$ = 15 мин; $t_{В4}$ = 12 мин; $t_{В5}$ = 25 мин. Требуется определить среднее время восстановления аппаратуры и вероятность восстановления.

Решение:

В соответствии с соотношением (3.15), можем записать:

$$T_B^* = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} t_i = \frac{82}{5} = 16{,}4\ \text{мин.} = 0{,}273\ \text{час.}$$

В соответствии с соотношением (3.14), имеем:

$$\mu = \frac{1}{T_B} = \frac{1}{0{,}273} = 3{,}66\frac{1}{\text{ч}}.$$

Тогда получаем:

$$\mathrm{Pв(t)} = 1 - \mathrm{e}^{-\mu t} = 1 - \mathrm{e}^{-3{,}66 \cdot 100} = 1\ .$$

Задача 4

За наблюдаемый период эксплуатации в аппаратуре было зафиксировано 5 отказов. Время восстановления составило, соответственно, следующие величины: $t_{В1}$ = 10 ч; $t_{В2}$ = 20 ч; $t_{В3}$ = 15 ч; $t_{В4}$ = 12 ч; $t_{В5}$ = 25 ч. Требуется определить средне время восстановления аппаратуры и вероятность восстановления при наработке 10 ч, 50 ч, 100 ч и 500 ч.

Решение:

В соответствии с соотношением (3.15) можем записать:

$$T_B^* = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} t_i = \frac{82}{5} = 16{,}4 \text{ час.}$$

В соответствии с соотношением (3.14) имеем:

$$\mu = \frac{1}{T_B} = \frac{1}{16{,}4} = 0{,}061\frac{1}{ч}.$$

Тогда получаем:

$$Рв(10) = 1 - e^{-\mu t} = 1 - e^{-0{,}061\cdot 10} = 1 - 0{,}54 = 0{,}46;$$

$$Рв(50) = 1 - e^{-\mu t} = 1 - e^{-0{,}061\cdot 50} = 1 - 0{,}0302 = 0{,}9698;$$

$$Рв(100) = 1 - e^{-\mu t} = 1 - e^{-0{,}061\cdot 100} = 1 - 0{,}00224 = 0{,}99776;$$

$$Рв(500) = 1 - e^{-\mu t} = 1 - e^{-0{,}061\cdot 500} = 1 - 5{,}676\cdot 10^{-14} = 1.$$

Задача 5

Определить среднюю наработку на отказ T_0 турбогенератора ТЭЦ. За период наблюдений было зарегистрировано 12 отказов. До начала наблюдений турбогенератор проработал 1200 ч, к концу наблюдений наработка составила 2556 часов.

Задача 6

Система состоит из 4 однотипных блоков, причем отказ одного из них ведет к отказу системы. Известно, что первый блок отказал 15 раз в течении 650 часов, второй – 20 раз в течении 900 часов, 3 и 4 блоки соответственно 5 и 10 раз в течении 200 часов. Требуется определить наработку на отказ системы в целом.

Задача 7

За наблюдаемый период эксплуатации в аппаратуре было зафиксировано 5 отказов. Время восстановления составило: $t_{В1}$ = 10 мин; $t_{В2}$ = 20 мин; $t_{В3}$ = 15 мин; $t_{В4}$ = 12 мин; $t_{В5}$ = 25 мин. Требуется определить средне время восстановления аппаратуры.

3.3. Контрольные вопросы

1. Понятие восстанавливаемых объектов.
2. Определение параметра потока отказов.
3. Что такое наработка на отказ?
4. Что такое вероятность восстановления отказа?
5. Определение времени восстановления отказа.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 4. Математическое моделирование и расчет показателей надежности сложных нерезервированных технических устройств при основном соединении элементов

Цель занятия:

Освоить особенности расчета показателей надежности сложных нерезервированных технических устройств.

Учебные вопросы:

4.1. Теория расчета основных показателей надежности сложных нерезервированных технических устройств при основном соединении элементов.

4.2. Практическое решение задач.

4.3. Контрольные вопросы.

Литература:

1. Черняк, М. Ю. Надежность технических систем [Текст] : учебное издание / М. Ю. Черняк, М. С. Эльберг. – Красноярск: Изд-во Сибирского гос. аэрокосмич. ун-та, 2017. – 60 с.
2. Хрусталев, В. А. Надежность теплоэнергетического оборудования ТЭС и АЭС [Текст] : учебное пособие / В. А. Хрусталев. − Саратов: Саратовский гос. техн. ун-т, 2012. − 120 с.
3. Острейковский, В. А. Теория надежности [Текст] : учебник для вузов / В. А. Острейковский. – Изд. 2-е, испр. – М.: Высшая школа, 2008. – 464 с.

4.1. Теория расчета основных показателей надежности сложных нерезервированных технических устройств при основном соединении элементов

Рассмотрим невосстанавливаемую нерезервированную техническую систему как сложный объект. Структурная схема надежности такой системы представляет собой цепочку последовательно соединенных элементов. Отказ любого отдельного элемента приводит к отказу всей системы. Будем считать отказы отдельных элементов независимыми событиями.

Пусть система состоит из N отдельных элементов.

Событие Ai – безотказная работа i – го отдельного элемента i = 1,2, …, N.

Событие B – безотказная работа системы. Система будет безотказно работать тогда, когда одновременно будут функционировать все отдельные элементы, то есть

$$B = A_1 \cdot A_2 \cdot \ldots \cdot A_N = \prod_{i=1}^{N} Ai$$

для независимых событий

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \ldots \cdot P(A_N) = \prod_{i=1}^{N} Pi(Ai)$$

Окончательно получаем

$$P(t) = P_1(t) \cdot P_2(t) \cdot \ldots \cdot P_N(t) = \prod_{i=1}^{N} P_i(t), \qquad (4.1)$$

где P(t) – вероятность безотказной работы системы;

$P_1(t)$, $P_2(t)$, …, $P_N(t)$ – вероятности работы отдельных элементов(объектов).

В частном случае, при одинаковой надежности всех элементов, то есть $P_1(t) = P_2(t) = \ldots = P_N(t)$, вероятность безотказной работы системы определяется выражением:

$$P(t) = \{P_i(t)\}^N \qquad (4.2)$$

Из формул (4.1) и (4.2) видно, что при последовательном соединении элементов вероятность безотказной работы системы уменьшается с ростом числа элементов N.

Найдем интенсивность отказов системы λ(t) через интенсивность отказов ее элементов $\lambda_i(t)$.

В соответствии с формулами (4.2) и (2.14) имеем:

$$P(t) = \prod_{i=1}^{N} P_i(t) = \prod_{i=1}^{N} e^{-\int_0^t \lambda_i(t)dt} = e^{-\int_0^t [\sum_{i=1}^{N} \lambda_i(t)]dt}. \qquad (4.3)$$

С другой стороны

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}. \qquad (4.4)$$

Приравняв равные части уравнений (4.3) и (4.4), получим:

$$\lambda(t) = \sum_{i=1}^{N} \lambda_i(t). \qquad (4.5)$$

Таким образом, интенсивность отказов системы равна сумме интенсивности отказов ее элементов.

Среднюю наработку до отказа системы найдем по формуле (2.9) с учетом уравнения (4.1):

$$t_{\text{ср}} = \int_0^\infty P(t)dt = \int_0^\infty P_1(t) \cdot P_2(t) \cdot \ldots \cdot P_N(t)dt. \qquad (4.6)$$

В ряде случаев интеграл от функции (4.6) для $t_{\text{ср}}$ не выражается через элементарные или табулированные функции. В этом случае для нахождения $t_{\text{ср}}$ применяют метод численного интегрирования.

При расчете показателей надежности нерезервированной системы важное место имеет учет зависимости между отказами. Зависимость между отказами связана с воздействием на систему внешних условий, способствующих выходу из строя сразу нескольких элементов. Примерами воздействия внешних условий являются:

- отклонение температурного режима от нормы;
- тряска, вибрации;
- скачки напряжения в цепи электропитания всей схемы;

- повышенное время хранения изделия и другое.

Все эти воздействия нужно учитывать при расчете показателей надежности системы. Учет этой зависимости сводится к следующему.

Пусть имеется система, состоящая из какого-либо числа элементов.

Предположим, что система может работать в одном из К режимов R_1, R_2, …, $R_к$ с вероятностями P(R1), $P(R_2)$, …, $P(R_к)$. Считаем, что в режиме Ri известны показатели надежности элементов системы, при этом отказы элементов в этом режиме независимы.

Тогда по формуле полной вероятности можно найти полную вероятность безотказной работы системы:

$$P_c = \sum_1^k P(R_i)P(A/R_i), \tag{4.7}$$

где $P(A/R_i)$ – условная вероятность безотказной работы системы, вычисленная при условии ее работы в режиме R_i.

Таким образом, полный показатель работы системы равен сумме вероятностей различных режимов работы, умноженные на условные показатели надежности системы, вычисленные для этих режимов.

4.2. Практическое решение задач

Задача 1

Система состоит из 4 элементов. Выход из строя каждого элемента ведет к отказу системы. Интенсивность отказа элементов по опыту эксплуатации: $\lambda_1 = \lambda_2 = 2\cdot10^{-6}$ 1/час, $\lambda_3 = \lambda_4 = 6\cdot10^{-6}$ 1/час. Определить величину вероятности безотказной работы при наработке 120 000 часов.

Решение:

Так как выход каждого элемента из строя ведет к отказу системы, значит, соединение элементов основное. Структурную схему надежности можно представить в виде, изображенном на рисунке 4.1:

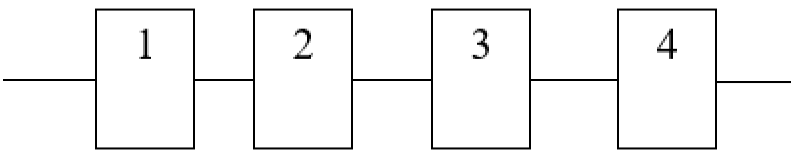


Рисунок 4.1. Структурная схема основного соединения элементов

Определим вероятность безотказной работы элементов:

$P_{1,2}(t) = e^{-\lambda t} = 2{,}732^{-2\cdot10^{-6}\cdot1{,}2\cdot10^5}$ = 0,786;

$P_{3,4}(t) = e^{-\lambda t} = 2{,}732^{-6\cdot 10^{-6}\cdot 1{,}2\cdot 10^{5}} = 0{,}485.$

Таким образом, при основном соединении элементов

$P_c(t) = \prod_{i=1}^{N} P_i(t) = P_1(t)\cdot P_2(t)\ldots P_N(t) = 0{,}786^{,2}\cdot 0{,}485^{,2} = 0{,}145.$

Задача 2

Система состоит из трех последовательно включенных элементов, которая работает в двух режимах: нормальном и ненормальном.

Вероятности этих режимов равны: $P(R_1) = 0{,}7$; $P(R_2) = 0{,}3$. В первом режиме вероятности безотказной работы элементов равны:

$$P_{11} = 0{,}95;\ P_{12} = 0{,}92;\ P_{13} = 0{,}80.$$

Для второго режима эти вероятности равны:

$$P_{21} = 0{,}80;\ P_{22} = 0{,}75;\ P_{23} = 0{,}62.$$

Определить полную вероятность безотказной работы системы P_c.

Решение:

Определяем вероятности безотказной работы системы для первого и второго режимов:

$$P\left(\frac{A}{R_1}\right) = P_{11} * P_{12} * P_{13} = 0{,}95 * 0{,}92 * 0{,}80 = 0{,}699.$$

$$P\left(\frac{A}{R_2}\right) = P_{21} * P_{22} * P_{23} = 0{,}80 * 0{,}75 * 0{,}62 = 0{,}372.$$

Тогда полная вероятность P_c равна:

$$P_c = \prod_{i=1}^{2} P(R_i) * P\left(\frac{A}{R_i}\right) = 0{,}7 * 0{,}699 + 0{,}3 * 0{,}372 = 0{,}601.$$

Для сравнения определим P_c, считая отказы элементов независимыми.

Полные вероятности безотказной работы элементов соответственно равны:

$P_{1п} = 0.7\cdot 0.95 + 0.3\cdot 0.80 = 0.905;$

$P_{2п} = 0.7\cdot 0.92 + 0.3\cdot 0.75 = 0.869;$

$P_{3п} = 0.7\cdot 0.80 + 0.3\cdot 0.62 = 0.746.$

Тогда P_c равна:

$P_c = P_{1п}\cdot P_{2п}\cdot P_{3п} = 0.905\cdot 0.869\cdot 0.746 = 0.587.$

Из проведенных вычислений видно, что для нерезервированной системы **без учета зависимости** отказов значение P_c является заниженным по сравнению со значением P_c, найденным при учете зависимости отказов.

Отмеченное обстоятельство оказывается справедливым для всех не резервированных систем. И это занижение тем больше, чем больше число элементов, входящих в состав системы.

4.3. Контрольные вопросы

1. Какие системы являются не резервированными?
2. Какие отказы элементов называются независимыми событиями?
3. Какое соединение элементов называется основным?
4. Каким образом вычисляется вероятность произведения двух зависимых событий?
5. Как записывается условие независимости события A от события B?
6. Что такое условная вероятность события?
7. Как записывается формула вероятности произведения нескольких независимых событий?
8. Запишите формулу полной вероятности.
9. Каким образом вычисляется вероятность произведения двух зависимых событий?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 5. Расчет показателей надежности резервированных технических устройств

Цель занятия:

Освоить особенности расчета показателей надежности резервированных технических устройств

Учебные вопросы:

5.1. Расчет надежности при общем и раздельном резервировании.
5.2. Практическое решение задач
5.3. Контрольные вопросы.

Литература:

1. Черняк, М. Ю. Надежность технических систем [Текст] : учебное издание / М. Ю. Черняк, М. С. Эльберг. – Красноярск: Изд-во Сибирского гос. аэрокосмич. ун-та, 2017. – 60 с.
2. Хрусталев, В. А. Надежность теплоэнергетического оборудования ТЭС и АЭС [Текст] : учебное пособие / В. А. Хрусталев. − Саратов: Саратовский гос. техн. ун-т, 2012. − 120 с.
3. Федотов, А. В. Основы теории надежности и технической диагностики [Текст] : конспект лекций / А. В. Федотов, Н. Г. Скабкин. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2010. – 64 с.

4. Надежность технических систем и техногенный риск [Текст]: учебное пособие − Воронеж: Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2013. − 147 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www. iprbookshop.ru / 23110 – ЭБС «IPRbooks».

5. Рыбалко, В. В. Надежность систем теплоснабжения промышленных предприятий [Текст] : курс лекций (ч.1) / В. В. Рыбалко; СПбТИЦБП. − СПб., 1998.

6. Рыбалко, В. В. Надежность систем теплоснабжения промышленных предприятий [Текст] : курс лекций (ч.2) / В. В. Рыбалко; СПбТИЦБП. − СПб., 1999.

5.1. Расчет надежности при общем и раздельном резервировании

А. Постоянное общее резервирование

Структурная схема надежности такой системы изображена на рисунке 5.1. Примем следующие обозначения:

m − число резервных цепей (кратность резервирования);

n − число элементов в основной или любой резервированной цепи;

$P_i(t)$ − вероятность безотказной работы i-го элемента в течение времени t.

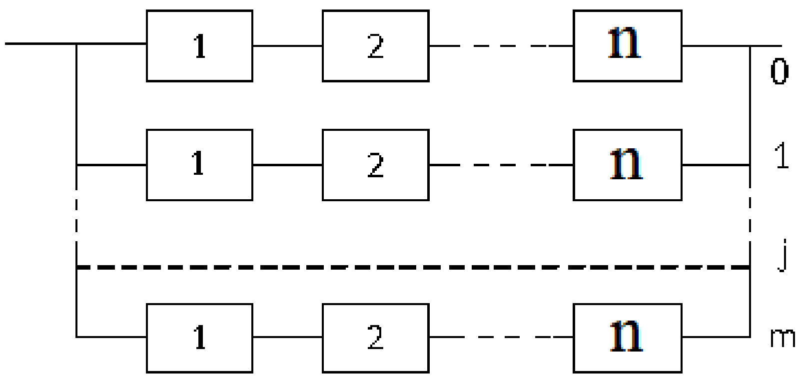


Рисунок 5.1. Общее постоянное нагруженное резервирование

Вероятность $P_k(t)$ безотказной работы любой из (m+1) цепей можно найти по формуле (4.1). При этом k = 1…n.

$$P_k(t) = \prod_{i=1}^{n} P_i(t)]$$

Общее число цепей в системе (m+1), m – резервных и одна основная. Тогда вероятность P(t) безотказной работы системы в течение времени t можно найти по формуле вероятности наступления хотя бы одного из m+1 случайных событий, то есть

$$P(t) = 1 - [1 - \prod_{i=1}^{n} P_i(t)^{(m+1)}]. \qquad (5.1)$$

При экспоненциальном законе распределения наработки

$$P_i(t) = e^{-\lambda_i t}, \qquad (5.2)$$

где λ_i – интенсивность отказов i-го элемента.

Тогда:

$$P(t) = 1 - [1 - \left(e^{-\lambda_0 t}\right)^{(m+1)}]\,. \quad (5.3)$$

Здесь: $\lambda_0 = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i$. (5.4)

где λ_0 – интенсивность отказов нерезервированной системы или любой из m резервных систем.

$$t_{\text{ср}} = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{j=1}^{m+1} \frac{1}{j} = t_{\text{ср}_0} \sum_{j=1}^{m+1} \frac{1}{j}\,. \quad (5.5)$$

Здесь:

$t_{\text{ср}_0}$ – среднее время безотказной работы нерезервированной системы или любой из m резервных цепей;

$t_{\text{ср}}$ – средняя наработка до отказа резервированной системы;

j – резервная цепь (j = 1…m).

В реальной практике надежности могут встречаться случаи, когда система резервируется неравнонадежными системами (цепями).

Пусть $P_{0j}(t)$ – вероятность безотказной работы j-й цепи.

Тогда

$$P(t) = 1 - \prod_{j=1}^{m+1} \{1 - P_{0j}(t)\} \quad (5.6)$$

Значение P0j(t) находят по формуле (4.1).

$$\text{P0j(t)} = P_k(t) = P_1(t) \cdot P_2(t) \cdot \ldots \cdot P_n(t) = \prod_{i=1}^{n} P_i(t).$$

Б. Раздельное резервирование с постоянно включенным резервом и с целой кратностью

Структурная схема надежности такой системы изображена на рисунке 5.2.

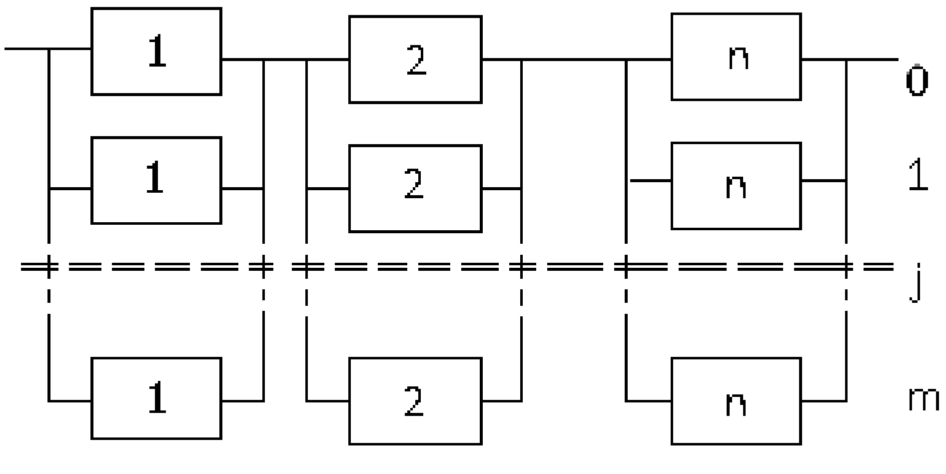


Рисунок 5.2. Раздельное постоянное нагруженное резервирование

Вероятность безотказной работы системы $P_c(t)$ определяется по выражению:

$$P(t) = \prod_{i=1}^{n}\{1 - [1 - P_i(t)]^{(m_i+1)}\} \tag{5.7}$$

где $P_i(t)$ – вероятность безотказной работы i-го элемента;

m_i – кратность резервирования i-го элемента;

n – число элементов основной системы.

При экспоненциальном законе распределения наработки каждого из элементов, когда $P_i(t) = e^{-\lambda_i t}$, для вероятности $P(t)$ безотказной работы системы получим:

$$P(t) = \prod_{i=1}^{n}\{1 - [1 - e^{-\lambda_i t}]^{(m_i+1)}\} \tag{5.8}$$

При равнонадежных элементах и одинаковой кратности их резервирования, то есть когда

$$P_1(t) = P_2(t) = \dots = P_N(t) = e^{-\lambda t};\ m_1 = m_2 = \dots = m_N,$$

получим:

$$P(t) = \{1 - [1 - e^{-\lambda t}]^{(m+1)}\}^N. \tag{5.9}$$

$$t_{\text{ср}} = \int_0^\infty P(t)dt = \frac{(N-1)!}{\lambda(m+1)}\sum_{i=0}^{m}\frac{1}{\nu_i(\nu_i+1)\dots(\nu_i+N-1)}, \tag{5.10}$$

где $\nu_i = \frac{i+1}{m+1}$.

5.2. Практическое решение задач

Задача 1

Определить вероятность безотказной работы системы в течение наработки 100 ч. Структурная схема системы представлена на рисунке 5.3.

Блоки имеют следующие значения вероятности безотказной работы:

$P_1(100) = 0{,}9$; $P_2(100) = 0{,}7$; $P_3(100) = 0{,}85$. Вероятности отказа имеют следующие значения: $q_1 = 1 - P_1 = 0{,}1$; $q_2 = 1 - P_2 = 0{,}7$; $q_3 = 1 - P_3 = 0{,}15$.

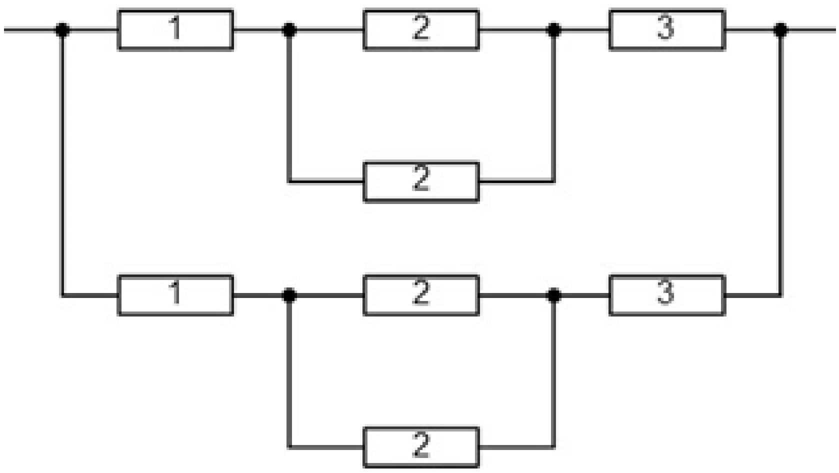
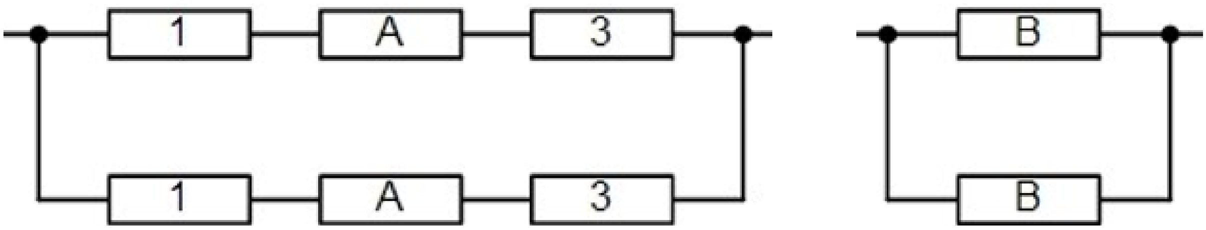


Рисунок 5.3. Структурная схема сложной системы

Решение:

Упростим схему, последовательно приводя к виду:



Обозначая вероятность безотказной работы элемента через P, а вероятность отказа – через Q = (1 − P), запишем:

для элемента А:

$Q_A = (q_2)^2$; $P_A = 1 - Q_A = 1 - (q_2)^2 = 1 - [(1 - P_2)^2] = 1 - [(1 - 0{,}7)^2] = 1 - 0{,}09 = 0{,}91$;

для элемента В:

$$P_B = P_1 P_A P_3 = 0{,}9*0{,}91*0{,}85 = 0{,}696$$

для всей структурной схемы:

$$P_c = 1 - \prod_{i=1}^{i=2} q_{Bi} = 1 - (1 - P_B)^2 = 1 - (1 - 0{,}696)^2 = 1 - 0{,}092 = 0{,}908.$$

Задача 2

Дана сложная система, схема расчета надежности которой приведена на рисунке 5.4. Определить вероятность безотказной работы системы при известных вероятностях безотказной работы ее элементов.

Для элементов блоков А, Б, Г даны

$$\mathrm{P}_1 = \mathrm{P}_2 = \mathrm{P}_3 = \mathrm{P}_4 = \mathrm{P}_5 = \mathrm{P}_7 = \mathrm{P}_8 = \mathrm{P}_9 = 0.9;$$

для блока В дано

$$\mathrm{P}_6 = 0{,}97.$$

Для элемента 10 дано

$$\mathrm{P}_{10} = \mathrm{P}_\mathrm{D} = 0{,}9.$$

Виды резервирования:

А – дублирование с постоянно включенным резервом;

Б – дублирование с замещением;

В – нерезервируемый элемент высокой надежности;

Г – резервирование с дробной кратностью «2 из 3».

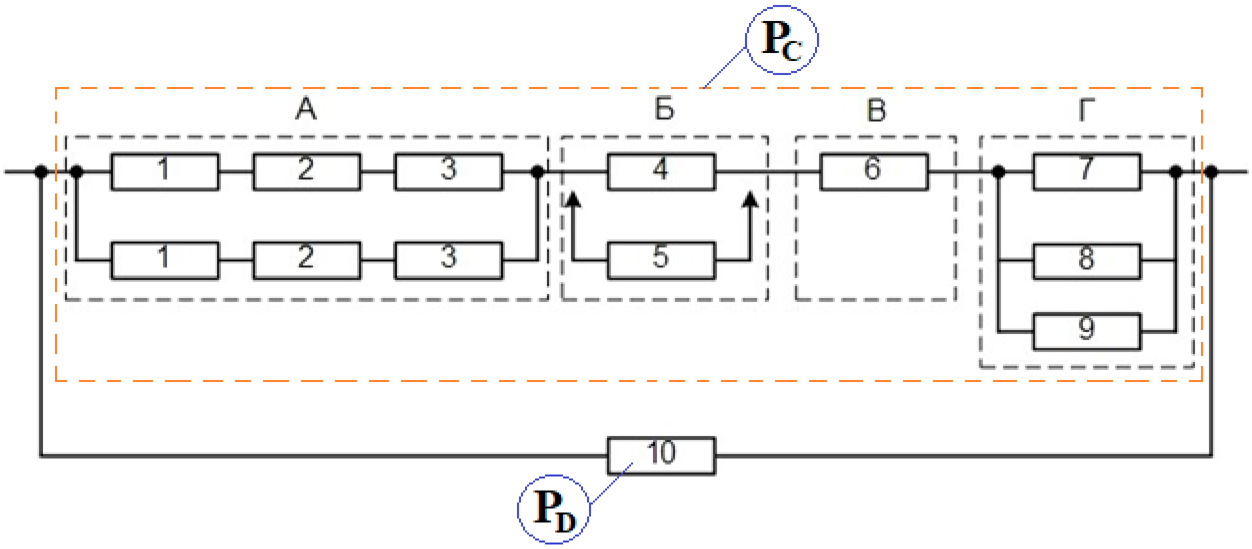


Рисунок 5.4. Схема расчета надежности сложной системы

Решение:

Вероятность безотказной работы совокупности блоков $P_А$, $P_Б$, $P_В$, $P_Г$ схемы определяется по формуле:

$$P_С = P_А * P_Б * P_В * P_Г.$$

Для блока А имеем соотношение:

$$P_А = 1 - \left[1 - \prod_{i=1}^{3} P_i\right]^2 = 1 - [1 - 0{,}9^3]^2 = 0{,}927.$$

При расчете вероятности безотказной работы блока Б (дублирование с замещением при m = 1) следует использовать формулу:

$$P_Б = e^{-\lambda_0 t} \sum_{i=0}^{m} \frac{(\lambda_0 t)^i}{1!} = e^{-\lambda_0 t}(1 + \lambda_0 t). \qquad (5.11)$$

Учитывая соотношение (5.2) $P_i(t) = e^{-\lambda_i t}$ и результат его логарифмирования, формула (5.11) дает итог:

$$P_Б = e^{-\lambda_0 t} \sum_{i=0}^{m} \frac{(\lambda_0 t)^i}{1!} = e^{-\lambda_0 t}(1 + \lambda_0 t) = P_4(1 - ln P_4) = 0{,}9(1 + 0{,}105) = \\ = 0{,}995.$$

Для блока В дано: $P_В = P_6 = 0{,}97$.

Для блока Г имеем общее число элементов k = 3, а число элементов, необходимых для нормальной работы h = 2, то есть здесь применено постоянное резервирование с дробной кратностью (из трех элементов два должны быть исправными). Тогда воспользуемся известным соотношением

$$P_г = \sum_{i=0}^{k-h} C_k^i \cdot [P_0(t)]^{k-i} \cdot [1 - P_0]^i = \sum_{i=0}^{1} C_3^i \cdot [0{,}9]^{3-i} \cdot [0{,}1]^i \\ = 1 \cdot 0{,}9^3 \cdot 0{,}1^0 + 3 \cdot 0{,}9^2 \cdot 0{,}1^1 = 0{,}972.$$

Таким образом, вероятность безотказной работы совокупности блоков $P_А$, $P_Б$, $P_В$, $P_Г$ схемы составит величину:

$$P_C = P_A \cdot P_Б \cdot P_В \cdot P_Г = 0.927 \cdot 0{,}995 \cdot 0{,}972 \cdot 0{,}97 = 0{,}8696.$$

Окончательно для всей схемы получаем суммарную вероятность безотказной работы, P_Σ:

$$P_\Sigma = 1 - [1 - P_C] \cdot [1 - P_D] = 1 - [1 - 0{,}8696] \cdot [1 - 0{,}9] = 0{,}987.$$

5.3. Контрольные вопросы

1. Определение резервирования.
2. Нагруженное («горячее»), облегченное («теплое»), ненагруженное («холодное») резервирование.
3. Что такое дублирование?
4. Общее, раздельное, скользящее резервирование.
5. Раздельное постоянное нагруженное резервирование.
6. Понятие кратности резервирования.
7. Поэлементное и раздельное резервирование.
8. Динамическое резервирование.
9. Мажоритарное резервирование.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 6. Математическое моделирование и расчет комплексных показателей надежности

Цель занятия:

Освоить особенности расчета комплексных показателей надежности

Учебные вопросы:

6.1. Комплексные показатели надежности

6.2. Расчет комплексных показателей надежности

6.3. Контрольные вопросы.

Литература:

1. Черняк, М. Ю. Надежность технических систем [Текст] : учебное издание / М. Ю. Черняк, М. С. Эльберг. – Красноярск: Изд-во Сибирского гос. аэрокосмич. ун-та, 2017. – 60 с.

2. Федотов, А. В. Основы теории надежности и технической диагностики [Текст] : конспект лекций / А. В. Федотов, Н. Г. Скабкин. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2010. – 64 с.

3. Надежность технических систем и техногенный риск : учебное пособие. − Воронеж: Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2013. − 147 с. [Электронный ресурс]. − Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru / 23110 − ЭБС «IPRbooks».

6.1. Комплексные показатели надежности

Рассмотренные выше единичные показатели надежности дают характеристику отдельных частных свойств надежности, но не позволяют установить соотношение между временными составляющими цикла эксплуатации.

Вместе с тем один объект может обладать высокими показателями безотказности, но быть плохо ремонтопригодным. Другой объект может быть долговечным, но обладать низкими показателями безотказности.

Конечно, желательно иметь объекты, обладающие хорошими показателями и безотказности, и долговечности, и ремонтопригодности, но осуществить это либо дорого, либо невозможно.

Для оценки нескольких свойств надежности используются комплексные показатели.

Коэффициент готовности – это вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течении которых применение объекта по назначению не планируется.

Коэффициент готовности определяется как отношение времени безотказной работы $t_{бр}$ (средней наработки до отказа T_O) к сумме к сумме времени безотказной работы и времени восстановления (математического ожидания времени восстановления $T_В$) объекта.

$$K_Г = \frac{t_{бр}}{t_{бр}+t_в} = \frac{T_0}{T_0+T_В} \qquad (6.1)$$

Распределение времени безотказной работы и времен восстановления можно представить с помощью рисунка 6.1.

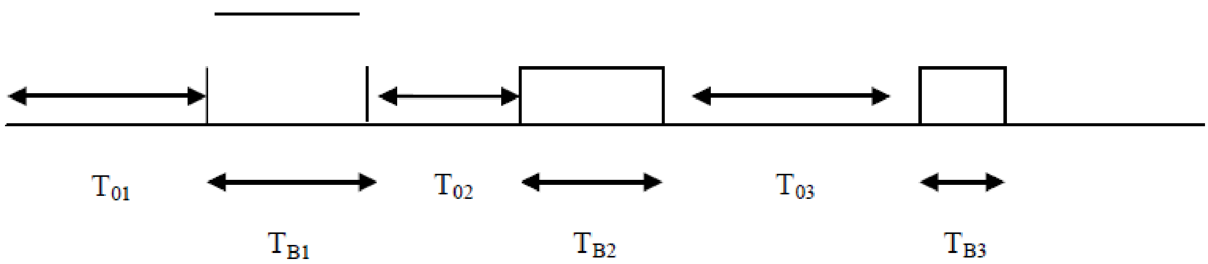


Рисунок 6.1. Распределение времени безотказной работы и времен восстановления

Так как

$$T_0 = \frac{1}{f(t)}, \qquad (6.2)$$

то

$$K_Г = \frac{1}{1+f(t)T_В}, \qquad (6.3)$$

где $f(t)$ – средняя частота отказов.

Коэффициент оперативной готовности определяется как вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается.

$$K_{\text{ОГ}} = K_{\text{Г}} \cdot P(t_{\text{ОГ}}) \tag{6.4}$$

Коэффициент оперативной готовности характеризует надежность объекта, необходимость применения которого возникает в произвольный момент времени, после которого требуется определенная безотказная работа. До этого момента такой объект может находится в режиме дежурства.

Коэффициент простоя − отношение времени восстановления к сумме времени восстановления и безотказной работы аппаратуры.

$$K_{\text{П}} = \frac{T_0}{T_0 + T_{\text{В}}} = 1 - K_{\text{Г}} \tag{6.5}$$

Коэффициент технического использования − это отношение математического ожидания интервалов времени пребывании объекта в состоянии простоев, обусловленных техническим обслуживанием и ремонтами.

$$K_{\text{ТИ}} = \frac{M(t_{\text{р}})}{M(t_{\text{р}}) + M(t_{\text{ТО}}) + M(t_{\text{Рем}})} \tag{6.6}$$

где $M(t_{\text{р}})$ − математическое ожидание наработки восстанавливаемого объекта;

$M(t_{\text{ТО}})$ − математическое ожидание интервалов времени простоя при техническом обслуживании;

$M(t_{\text{Рем}})$ − математическое ожидание времени, затрачиваемого на плановые и неплановые ремонты.

Коэффициент профилактики − отношение времени восстановления к времени безотказной работы.

$$K_{\text{ПРОФ}} = \frac{T_{\text{В}}}{T_0} = \frac{1 - K_{\text{Г}}}{K_{\text{Г}}} = \frac{K_{\text{П}}}{K_{\text{Г}}}. \tag{6.7}$$

6.2. Расчет комплексных показателей надежности

Пример 1

Измерительно-вычислительный комплекс (ИВК) системы мониторинга нефтегазового комплекса функционирует в дежурном режиме в готовности к работе по назначению. Продолжительность выполнения работы τ=150 ч.

По статистическим данным найдены следующие значения:

− среднее время наработки до отказа ИВК, $t_{ср}$=2000 ч;

− среднее квадратическое отклонение времени наработки до отказа ИВК, σ_t=2000 ч;

− среднее время восстановления ИВК после отказа, $t_{В}$=30 ч.

Определить комплексные показатели надежности $К_{ОГ}$ и $К_{Г}$.

Решение:

1. По формуле (6.1) находим:

$$K_{\text{Г}} = \frac{2000}{2000 + 30} = 0{,}985$$

2. По формуле (6.4) находим:

$$K_{\text{ОГ}} = \frac{2000 \cdot e^{-\frac{150}{2000}}}{(2000+30)} = 0{,}914\,.$$

Пример 2

Техническая система функционирует в режиме ожидания. Функционирование системы начинается в случайный момент времени и продолжается τ=150 ч. Проверки работоспособности проводятся с периодичностью $T_{\text{ПР}}$=1700 ч. Отказ выявляется при проверке работоспособности. При отказе системы восстанавливают её работоспособность, среднее время восстановления $t_{\text{В}}$=70 ч. Если при проверке выявилось отсутствие отказа, проводят техническое обслуживание в течение времени t_0=40 ч.

По данным статистики определены значения средней наработки технической системы до отказа $t_{\text{ср}}$=2000 ч., среднего квадратичного отклонения наработки технической системы до отказа σ=400 ч.

Определить комплексные показатели надежности технической системы $K_{\text{ог}}$и$K_{\text{ти}}$ по формулам (6.4) и (6.6).

Решение:

$K_{\text{ог}}$ определим по формуле:

$$K_{\text{ОГ}} = \frac{t_{\text{ср}} exp\left\{-\frac{\tau}{t_{\text{ср}}}\right\}(1 - exp\left\{-\frac{T_{\text{пр}}}{t_{\text{ср}}}\right\})}{T_{\text{пр}} + t_{\text{В}} + (t_0 - t_{\text{В}}) \cdot exp\left\{-\frac{T_{\text{пр}}}{t_{\text{ср}}}\right\})} = \frac{2000 \cdot e^{-\frac{150}{2000}} \cdot (1 - e^{-\frac{1700}{2000}})}{1700 + 70 + (40 - 70) \cdot e^{-\frac{1700}{2000}}} = 0{,}6.$$

$K_{\text{ти}}$ найдем по соотношению:

$$K_{\text{ТИ}} = \frac{t_{\text{ср}}(1 - e^{-\frac{T_{\text{пр}}}{t_{\text{ср}}}})}{T_{\text{пр}} + t_{\text{В}} + (t_0 - t_{\text{В}}) \cdot exp\left\{-\frac{T_{\text{пр}}}{t_{\text{ср}}}\right\})} = \frac{2000 \cdot (1 - e^{-\frac{1700}{2000}})}{1700 + 70 + (40 - 70) \cdot e^{-\frac{1700}{2000}}} = 0{,}64.$$

6.3. Контрольные вопросы

1. Дайте определение коэффициента готовности.
2. Понятие функции готовности.
3. Как определяется коэффициент оперативной готовности?
4. Дайте определение коэффициента технического использования.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 7. Обоснование периодичности технического обслуживания технического устройства

Цель занятия:

Изучить основные количественные характеристики надежности. Освоить расчет основных показателей надежности.

Учебные вопросы:

7.1. Обоснование периодичности технического обслуживания ТУ.
7.2. Решение практических задач.
7.3. Контрольные вопросы.

Литература:

1. Хрусталев, В. А. Надежность теплоэнергетического оборудования ТЭС и АЭС [Текст] : учебное пособие / В. А. Хрусталев. − Саратов: Саратовский гос. техн. ун-т, 2012. − 120 с.

2. Федотов, А. В. Основы теории надежности и технической диагностики [Текст] : конспект лекций / А. В. Федотов, Н. Г. Скабкин. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2010. – 64 с.

3. Надежность технических систем и техногенный риск [Текст]: учебное пособие − Воронеж: Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2013. − 147 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www. iprbookshop.ru / 23110 – ЭБС «IPRbooks».

4. Рыбалко, В. В. Надежность систем теплоснабжения промышленных предприятий [Текст] : курс лекций (ч.1) / В. В. Рыбалко; СПбТИЦБП. − СПб., 1998.

5. Рыбалко, В. В. Надежность систем теплоснабжения промышленных предприятий [Текст] : курс лекций (ч.2) / В. В. Рыбалко; СПбТИЦБП. − СПб., 1999.

7.1. Обоснование периодичности технического обслуживания ТУ

Для поддержания надежности ТУ предусматривается профилактическое обслуживание. При выполнении профилактических мероприятий обычно назначаются сроки, время их проведения и объем.

Профилактические мероприятия, на выполнение которых установлены определенная периодичность и время их проведения, называют техническим обслуживанием (ТО).

Структура планово-предупредительного ремонта (ППР), в состав которой входит и техническое обслуживание, приведена на рисунке 7.1.

Рисунок 7.1. Структура планово-предупредительных ремонтов (ППР)

Объем профилактических работ удобно оценивать затратами времени на их выполнение. Средние затраты времени на выполнение ТО в течение какого-то календарного времени t могут быть определены по формуле:

$$T_{\text{ср}}(t) = N_{mo}(t)\sum_{i=1}^{n_0}\tau_{moi} ,$$

где $N_{mo} = t/T_{mo} \approx 1,2,\ldots,n$ – количество видов ТО за время t (округленное до целого числа);

T_{mo}– периодичность выполнения ТО;

τ_{moi}– среднее время выполнения i-й операции ТО (например, при замере параметра или чистке коллектора электрической машины);

n_{0n} – число операций при выполнении одного вида ТО.

Из приведенной формулы следует, что объем ТО зависит от количества операцийn_{0n}, записанных в инструкцию по ТО, времени выполнения каждой операции τ_{moi} и периодичности выполнения технического обслуживания T_{mo}.

Определим периодичность выполнения ТО при следующих допущениях и ограничениях:

1) образцы являются восстанавливаемыми объектами. Схема работы объекта за время t представляет собой чередование трех возможных состояний: отдыха (хранения), работы по подготовке ТУ к применению, то есть ТО и, наконец, использование по назначению (рис.7.2). Причем ТУ находится во включенном состоянии только часть (незначительную часть) времени, остальное время находится в обесточенном состоянии (в режиме хранения);

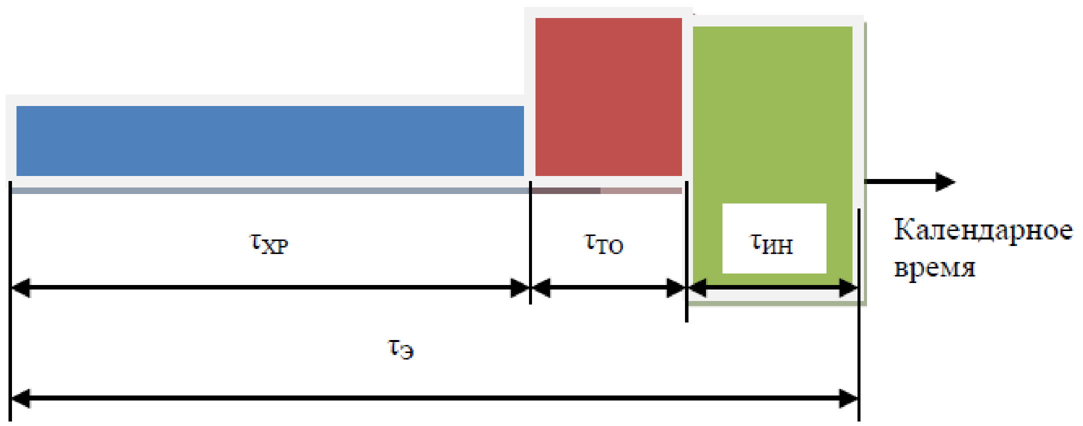


Рисунок 7.2. Схема для времени работы объекта

2) потоки отказов ТУ в режиме хранения и при работе являются простейшими. Это означает, что отказы ТУ будут независимыми;

3) все отказы, обнаруженные в ТУ во время выполнения ТО, устраняются;

4) часть отказов (преимущественно постепенных, обусловленных в основном выходом параметров за поле допуска) в межрегламентный период не устраняется, так как по этим параметрам отсутствует инструментальный контроль.

С учетом этих условий, при выборе периодичности выполнения регламентных работ для поддержания надежности ТУ на уровне не ниже $P_{доп}$, будем исходить из соотношения

$$P(t) \geq P_{доп}, \tag{7.1}$$

где $P_{доп}$– минимальное допустимое значение вероятности безотказной работы к моменту окончания использования ТУ по назначению, то есть после истечения трех последовательных состояний (рисунок 7.2).

С другой стороны, согласно предполагаемой схеме использования ТУ имеем:

$$P(t) = P_{xp}\left(t_{xp}\right)P_{mo}(t_{mo})P_{ин}(t_{ин}), \tag{7.2}$$

где $P_{xp}\left(t_{xp}\right) = e^{-\lambda_{xp}t_{xp}}$ – вероятность безотказного хранения ТУ за время $t_{хр}$;

$P_{mo}(t_{mo}) = e^{-\lambda_{mo}t_{mo}}$ – вероятность безотказной работыТУ при подготовке его к использованию по назначению за времяt_{mo} (проведения ТО);

$P_{ин}(t_{ин}) = e^{-\lambda_{ин}t_{ин}}$ – вероятность безотказной работы ТУ при использовании по назначению за время $t_{ин}$.

Для оценки сохраняемости удобно использовать коэффициент пересчета параметра потока отказов в виде отношения интенсивности отказа ТУ хранения к периоду ТО

$$K_{xp} = \frac{\lambda_{xp}}{\lambda_{mo}} = \frac{T_{0TO}}{T_{0xp}}, \qquad (7.3)$$

где λ_{xp} – значение интенсивности отказов ТУ при хранении;

λ_{mo} – значение интенсивности отказов ТУ при ТО;

T_{0TO} – средняя наработка на отказ в период ТО;

T_{0xp} – средняя наработка на отказ в хранении.

По аналогии коэффициент использования ТУ по назначению можно рассчитать по формуле:

$$K_{\text{ин}} = \frac{\lambda_{\text{ин}}}{\lambda_{mo}} = \frac{T_{0TO}}{T_{0\text{В}}}, \qquad (7.4)$$

где $\lambda_{\text{ин}}$ – значение интенсивности отказов ТУ при использовании по назначению; $T_{0\text{В}}$ – средняя наработка на отказ в период восстановления.

Сравнивая соотношения (7.1) и (7.2) , можно записать:

$$P_{xp}\left(t_{xp}\right)P_{mo}(t_{mo})P_{\text{ин}}(t_{\text{ин}}) \geq P_{\text{доп}}\,. \qquad (7.5)$$

Из физических соображений ясно, что при уменьшении периодичности выполнения ТО минимальный уровень надежности $P_{\text{доп}}$будет повышаться (так как часть отказов за счет, например, разрегулировок будет предупреждаться), но вместе с этим будет повышаться и объем ТО, что для нас невыгодно. Поэтому целесообразно брать максимально возможное значение периода ТО, который соответствует равенству в выражении (7.5). Тогда формула (7.5) примет следующий вид:

$$e^{-\lambda_{xp}t_{xp}}e^{-\lambda_{mo}t_{mo}}e^{-\lambda_{\text{ин}}t_{\text{ин}}} \geq P_{\text{доп}} \qquad (7.6)$$

С учетом выражений (7.3) и (7.4) левую часть формулы можно упростить:

$$e^{-\lambda_{xp}t_{xp}}e^{-\lambda_{mo}t_{mo}}e^{-\lambda_{\text{ин}}t_{\text{ин}}} = e^{-\lambda_{vmo}(K_{xp}t_{xp}+t_{mo}+K_{\text{ин}}t_{\text{ин}})} = e^{-\lambda_{mo}T_{mo\,max}}, \qquad (7.7)$$

где $\mathrm{T_{mo\,max}}$ – максимальный эквивалентный период выполнения ТО.

Тогда формулу (7.6) с учетом выражения (7.7) можно записать:

$$e^{-\lambda_{mo}T_{mo\,max}} = P_{\text{доп}}\,. \qquad (7.8)$$

Если прологарифмировать уравнение (7.8), то выражение $\mathrm{T_{mo\,max}}$ (с учетом введенных обозначений) можно записать в следующем виде:

$$\mathrm{T_{mo\,max}} = K_{xp}t_{xp} + t_{mo} + K_{\text{ин}}t_{\text{ин}} = -\frac{lnP_{\text{доп}}}{\lambda_{mo}} = T_{03}\left|lnP_{\text{доп}}\right|. \qquad (7.9)$$

Из формулы (7.9) следует, что в основу назначения периодичности ТО для ТУ необходимо положить смешанный принцип:

- в зависимости от времени хранения t_{xp};

- в зависимости от наработки $t_{ин}$ и t_{m0}.

Поэтому при эксплуатации ТУ надо строго учитывать время его работы.

Зная величины t_{m0} и t_{xp}, из формулы (7.9) легко найти допустимое максимальное время хранения, удовлетворяющее равенствам (7.6) – (7.9):

$$t_{XP}^{0} = \frac{T_{03}|lnP_{доп}| - t_{mo} - K_{ИН}t_{ИН}}{K_{XP}}. \qquad (7.10)$$

С другой стороны, максимально возможный период между Т0 можно получить, как сумму времен трех состояний:

$$T_{T0\,MAX} = t_{m0} + t_{ИН} + t_{xp}, \qquad (7.11)$$

где t_{xp} – допустимое максимальное время хранения, определяемое по формуле (7.10).

Тогда выражение (7.11) с учетом формулы (7.10) принимает вид:

$$T_{m0\,MAX} = t_{m0} + t_{ИН} + \frac{T_{03}|lnP_{доп}| - t_{mo} - K_{ИН}t_{ИН}}{K_{XP}}. \qquad (7.12)$$

Приведя формулу (7.12) к общему знаменателю, имеем:

$$T_{m0\,MAX} = \frac{T_{03}|lnP_{доп}| + t_{m0}(K_{XP} - 1) + (K_{XP} - K_{ИН})t_{ИН}}{K_{XP}}. \qquad (7.13)$$

Формула (7.13) является окончательной и весьма точной. Однако для качественного анализа ее упростим.

На практике для современных ТУ величины коэффициентов пересчета могут быть приближенно оценены следующими значениями:

$$К_{ХР} \approx (1 - 10)10^{-3}\,, \qquad (7.14)$$

$$К_{ИН} \approx 10^{-1}. \qquad (7.15)$$

Заметим, что $К_{ХР} \ll К_{ИН}$.

С учетом значения коэффициента $К_{ХР}$ (7.14) формулу (7.13) можно записать в следующем виде:

$$T_{m0MAX} \approx \frac{T_{03}|lnP_{доп}| - t_{mo} - K_{ИН}t_{ИН}}{K_{XP}}. \qquad (7.16)$$

Формула (7.16) является приближенной, по ней в количественном отношении может быть произведена лишь грубая оценка T_{m0max}, так как нам не известны точные значения $К_{ХР}, К_{ИН}$ и трудно задать нужное $P_{доп}$. Однако она хороша для чисто качественного анализа зависимости T_{m0max}. Поэтому и сделаем из нее необходимые выводы:

1. Чем больше T_{03}, т.е. чем потенциально более надежное ТУ при работе, тем больше T_{m0max}, т.е. реже нужно проводить ТО.
2. Чем больше заданный уровень надежности ТУ к концу периода его использования по назначению $P_{доп}$(тем меньше абсолютное значение $\ln P_{доп}$), тем меньше T_{m0max}, т.е. тем чаще необходимо выполнять ТО.
3. Чем больше $t_{ИН}$,тем меньше T_{m0max} (тем чаще необходимо проводить ТО, так как при использовании ТУ по назначению на него воздействуют все многообразие факторов, снижающих надежность).

4. Чем меньше $К_{ин}$=$Т_{03}$/$Т_{0В}$ (при фиксированном значении $Т_{03}$ меньшее значение $К_{ин}$ возможно только при большей величине $Т_{0В}$, т.е. при более высоконадежной работе ТУ), тем больше $Т_{m0max}$, т.е. тем реже можно проводить ТО.

5. Чем меньше $К_{хр}$=$Т_{03}$/$Т_{0хр}$ (а это возможно для данного ТУ с его $Т_{03}$только при большем значении показателя безотказности в период хранения), тем больше $Т_{m0max}$.

Пример

В соответствии с ТЗ ТУ имеет следующие характеристики: $Р_{доп}$ = 0,7;$Т_{03}$ = 3500ч. Определитьпериодичностьтехническогообслуживания ТУ при расчетном времени использования по назначению 5 лет и времени, необходимого на проведение ТО $t_{ТО}$ = 250 часов.

Решение:

По выражению (7.16)

$$T_{m0MAX} \approx \frac{T_{03}\left|lnP_{\text{доп}}\right| - t_{m0} - K_{\text{ИН}}t_{\text{ИН}}}{K_{XP}} =$$

$$= \frac{3150|ln0{,}7| - 250 - 5 \cdot 8640 \cdot 10^{-3}}{10^{-1}} = 8723 \text{ ч} = 1{,}01 \text{ года}$$

Вывод:

Периодичность технического обслуживания ТУ при данных условиях должна проводиться 1 раз в год.

Рассмотренный подход, прежде всего, характерен для объектов, у которых период хранения составляет значительную часть времени эксплуатации, а период использования по назначению гораздо меньше периода хранения, например, объекты военного назначения.

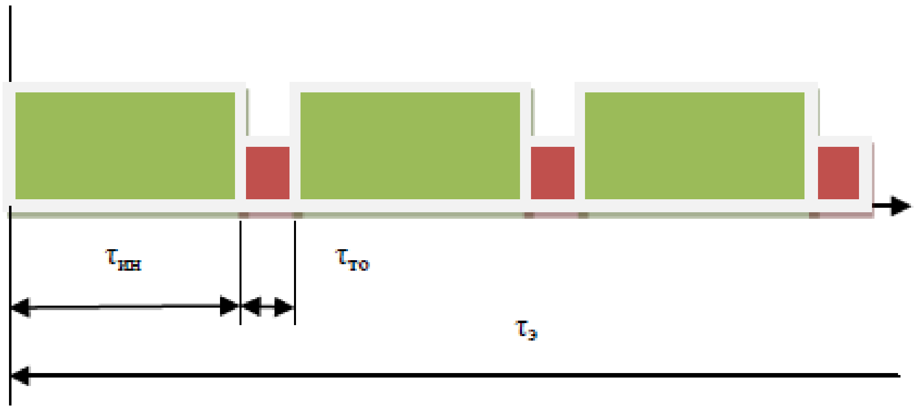


Рисунок 7.3. Время эксплуатации объекта

Для объектов (ТУ) общего назначения (промышленных) более характерен график, представленный на рис.7.3, где время эксплуатации складывается из времени использования по назначению и времени технического обслуживания (ремонта). При этом время нахождения в режиме хранения незначительно ($\tau_{хр}$= 0).

$$\tau_{эк} = n(\tau_{ин} + \tau_{то}),$$

где n – количество ТО (регламентов) за период эксплуатации.

Определение периодичности ТО для подобных объектов производится по выражению

$$T_{m0MAX} = -\frac{lnP_{доп}}{\lambda_{m0}} = -T_{0TO} lnP_{доп}, \tag{7.17}$$

где λ_{mo} – интенсивность отказа элементов (системы) в период ТО,

$T_{0TO} = \frac{1}{\lambda_{то}}$ – средняя наработка на отказ в период ТО.

Пример

Определить периодичность ТО системы, если заданы допустимая вероятность безотказной работы $P_{доп}$ = 0,75 и средняя наработка на отказ системы при ТО, T_{0TO} = 30000 ч.

Решение:

По выражению (7.17)

$$T_{T0MAX} = -\frac{lnP_{доп}}{\lambda_{m0}} = -T_{0TO} lnP_{доп} =$$

$$= -30000 \cdot ln0{,}75 = -30000 \cdot (-0{,}288) \ = 8640 \text{ ч.}$$

Вывод: Периодичность ТО системы 1 раз в год.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 8. Математические модели расчета комплектов запасных частей, инструмента и принадлежностей

Цель занятия:

Освоить сущность и особенности расчета комплексных показателей надежности.

Учебные вопросы:

8.1. Расчет количества запасных невосстанавливаемых элементов.
8.2. Оценка потребного количества запасных ремонтируемых ТУ.
8.3. Контрольные вопросы.

Литература:

1. Половко, А. М. Основы теории надежности [Текст] / А. М. Половко. − М.: Издательство «Наука», 1964.

2. Решетов, Д. Н. Надежность машин [Текст] / Д. Н. Решетов, А. С. Иванов, В. З. Фадеев. − М.: Высшая школа, 1988.

8.1. Расчет количества запасных невосстанавливаемых элементов

Для обеспечения возможности быстрого восстановления ТУ путем замены комплектующих элементов необходимо иметь запасные элементы в количестве Z, не меньшем, чем ожидаемое количество отказов $n_{\text{от}}$за определенное время t. Математическим языком это выражается так: $Z \geq n_{\text{от}}$за время t. За расчетное время t принимается обычно календарный год или другое время, в течение которого не предполагается пополнение запаса.

Точное значение $n_{\text{от}}$ нам неизвестно. Поэтому мы можем довольствоваться только простейшим случаем, когда

$$Z \geq n_{\text{от}} \geq n_{\text{ср}}\,, \tag{8.1}$$

где $n_{\text{ср}}$ − среднее количество ожидаемых отказов какого-то элемента за указанное время t.

Найдем $n_{\text{ср}}$при следующих допущениях: поток отказов является простейшим, число элементов данного типа в системе равно N, элементы за период t находятся в рабочем режиме времени t_pи имеют при этом интенсивность отказов λ_p,остальное время $(t - t_p)$ простаивают, т.е. находятся в режиме простоя времени $t_{\text{п}p}$и имеют при этом интенсивность отказов$\lambda_{\text{п}p}$.

Тогда среднее число отказов

$$n_{cp} \approx N\big(\lambda_p t_p + \lambda_{\text{пр}} t_{\text{пр}}\big). \tag{8.2}$$

Неравенство (8.1) с учетом выражения (8.2) принимает вид:

$$Z \geq N\big(\lambda_p t_p + \lambda_{\text{пр}} t_{\text{пр}}\big) = n_{cp}. \tag{8.3}$$

В реальных случаях число отказов $n_{\text{от}}$ может быть больше или меньше среднего значения $n_{\text{ср}}$, поэтому необходимо знать, какова вероятность того, что число отказов $n_{\text{ср}}$ не превысит числа запасных элементов, то есть

$$\gamma = P\{n_{cp} \leq Z\}. \tag{8.4}$$

Если бы нам потребовалось найти вероятность того, что произойдет ровно M отказов, то для простейшего потока отказов она определилась бы по формуле Пуассона:

$$P_M = \frac{n_{CP}^M}{M!} e^{-n_{\text{ПР}}}. \tag{8.5}$$

Но мы не знаем, сколько будет отказов за время t, поэтому должны перебрать все вероятности: от M=0 до M=Z. Тогда вероятность того, что среднее число отказов n_{cp} не превысит числа запасных элементов Z (т.е. доверительную вероятность), можно записать в виде суммы вероятностей P_M:

$$\gamma = \sum_{M=0}^{Z} P_M = \sum_{M=0}^{Z} \frac{n_{CP}^M}{M!} e^{-n_{\text{CP}}}. \qquad (8.6)$$

Теперь из выражения (8.3) видна зависимость (функция)

$$Z = \varphi(\gamma, n_{\text{CP}})\ . \qquad (8.7)$$

Эта функция затабулирована, и ее значения приводятся в таблицах справочников. Вычислив n_{CP} и задаваясь γ, по табл.8.1 находят Z.

Следует отметить, что на практике произведение $\lambda_{\text{п}p}t_{\text{п}p}$ обычно бывает неизвестным из-за того, что все отказы, возникшие при простое, появляются только во время включенного состояния аппаратуры, поэтому их относят, как правило, к отказам за счет работы аппаратуры.

Поэтому среднее число отказов на практике подсчитывается по формуле:

$$n_{\text{CP}} \approx N\lambda_p t_p. \qquad (8.8)$$

При расчетах следует иметь в виду также, что запасные элементы Z, хранящиеся на складах, тоже могут отказывать, поэтому в рассчитанное количество запасных элементов необходимо внести поправку z, которая подсчитывается:

$$z \approx Z\lambda_{xp}t_{xp}, \qquad (8.9)$$

где λ_{xp}– интенсивность отказов при хранении (на складах);

t_{xp} – время хранения.

Таким образом, общее количество запасных элементов составит:

$$Z_0 = Z + z, \qquad (8.10)$$

Пример

Определить необходимое число запасных элементов для системы, если известно, что поток отказов является простейшим, число элементов данного типа в системе равно 20, элементы за период t находятся в рабочем режиме времени t_p= 10000 ч и имеют при этом интенсивность отказов $\lambda_p = 2 \cdot 10^{-5} 1/\text{ч}$. Элементы системы невосстанавливаемые.

Решение:

В соответствии с выражением (8.8) определяем

$n_{\text{CP}} \approx N\lambda_p t_p = 20 \cdot 2 \cdot 10^{-5} \cdot 10000 = 4.$

С учетом (8.1)

$$Z \geq n_{\text{от}} \geq n_{\text{ср}} = 4.$$

Вывод: Система должна иметь 4 запасных элемента данного типа.

К определению количества запасных элементов. Значение функции $Z = \varphi(\gamma, n_{\text{СР}})$.

Таблица 8.1 – Среднее число отказов

$n_{ср}$	γ					
	0.8	0.85	0.9	0.95	0.98	0.99
10	13	13	14	15	17	18
20	24	25	26	27	29	31
40	45	46	48	50	53	55
60	66	66	70	73	76	78
80	87	89	92	95	99	101
100	108	110	113	116	120	124
200	210	216	219	222	228	233
500	516	521	527	535	542	559

8.2. Оценка потребного количества запасных ремонтируемых ТУ

На первый взгляд задача по определению количества запасных блоков кажется аналогичной предыдущей. Следует, казалось бы, только условиться, что под элементом мы будем понимать блок, узел и т.д. Но это не так просто. В предыдущей задаче мы имели дело с невосстанавливаемыми элементами типа электрических ламп, конденсаторов, резисторов и др., а здесь – с ремонтируемыми объектами: блоками, узлами и даже целыми системами, которые при нормальной организации технической эксплуатации обязательно надо иметь в качестве запасных. Очевидно, что количество запасных блоков, узлов должно быть меньше ожидаемого количества их отказов за данный промежуток времени. Так как каждый запасной объект нужен для подмены рабочего только на время ремонта последнего. А по условию ординарности простейшего потока невозможно, чтобы отказали одновременно все блоки, узлы или станции.

Задача формируется так. Требуется определить количество запасных блоков Z, необходимых для функционирования системы, состоящей из N блоков (это могут быть, например, стойки, пульты, установленные на однотипных агрегатах) с вероятностью P(Z) того, что система будет обеспечена запасными блоками, т.е. с доверительной вероятностью. Эта задача является трудной, поэтому мы ее лишь сформулируем, укажем план решения и затем приведем окончательный результат. Такая задача обычно решается при следующих ограничениях:

1) Распределение времени до отказа блока подчиняется экспоненциальному закону при интенсивности отказов, равнойλ;

2) время на замену неисправного блока начинается сразу же после отказа, а интенсивность восстановления равна$\mu = \frac{1}{T_В}$;

3) все случайные величины времени безотказной работы и времени восстановления взаимо независимы, но выполняется условие

$$N\lambda/\mu = a < 1, \tag{8.11}$$

где $N\lambda$ − интенсивность отказов системы из N блоков;

μ – интенсивность восстановления только одного блока.

Накладывая условие (8.11), мы хотим, чтобы первая интенсивность была меньше второй. Это необходимо для того, чтобы не было простоев ТУ из-за отсутствия уже отремонтированных блоков;

4) отказ системы блоков происходит только тогда, когда в момент отказа нет ни одного запасного блока, т.е. в самой худшей из возможных практических ситуаций;

5) все блоки поддаются ремонту.

При этих ограничениях вероятность P(Z) того, что рассматриваемая система будет обеспечена запасными блоками, может быть найдена. На практике для приближенного расчета Z интересуются вероятностью противоположного события, т.е. вероятностью Q(Z) необеспечения системы запасными блоками

$$Q(Z) = 1 - P(z). \tag{8.12}$$

Доказано, что минимально необходимое число запасных блоков (узлов) Z должно быть таким, чтобы выполнялось следующее неравенство:

$$Q(Z) > \frac{\alpha^{Z+1}}{(Z+1)!} e^{-\alpha}. \tag{8.13}$$

Значение Z, удовлетворяющие неравенству (8.13), находится (путем подбора) следующим образом.

По заданному значению P(Z) с помощью выражения (8.12) находят Q(Z). Затем, назначая Z целыми числами, т.е. 1, 2, 3 и т.д., подсчитывают правую часть неравенства (8.13). Минимальное значение Z, при котором неравенство (8.13) выполняется, принимается как результат оценки потребного количества запасных блоков или узлов ТУ.

Рассмотренная методика оценки Z не претендует на полноту и соблюдение всех математических строгостей, однако она вполне удовлетворяет интересам инженерной практики.

Пример

В состав системы входят 22 однотипных блока. Интенсивность отказов системы $\lambda = 1 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Для восстановления неисправного блока необходимо 100 часов ($T_В$ =100 ч). Определить количество запасных блоков необходимых для функционирования системы с доверительной вероятностью P(Z)=0,8.

Решение:

По выражению (8.12) определим:

$$Q(Z) = 1 - P(z) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2.$$

По заданному значению $T_В$ =100 ч определим:

$$\mu = {}^{1}\!/_{T_В} = {}^{1}\!/_{100} = 0{,}01\ {}^{1}\!/_{ч}.$$

По выражению (8.11) определим:

$$a = {}^{N\lambda}\!/_{\mu} = {}^{22 \cdot 10^{-3}}\!/_{0{,}01} = 2{,}2$$

Полученные значения подставим в выражение (8.13)

Для Z=1 − $0{,}2 \succ \frac{2{,}2^{1+1}}{(1+1)!} e^{-2{,}2} = 0{,}27$ -неравенство не выполняется.

Для Z=2 − $0{,}2 \succ \frac{2{,}2^{2+1}}{(2+1)!} e^{-2{,}2} = 0{,}195$ -неравенство выполняется.

Вывод: необходимое количество запасных блоков для системы составляет 2 единицы.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Алымов, В. Т. Техногенный риск: Анализ и оценка [Текст] : учебное пособие / В. Т. Алымов. − М.: Академия, 2005. – 118 с.
2. Надежность технических систем: Сборник задач к практическим занятиям [Текст] / Сост. В. А. Дмитриев. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2008. – 24 с. :ил.
3. Ковалев, А. П. Экономическое обеспечение надежности машин [Текст] / А. П. Ковалев, В. И. Кантор, А. Б. Можаев. − М.: Машиностроение, 1991. – 240 с.
4. Кохановский, В. А. Надежность технических систем и техногенный риск: учебно-методическое пособие для практических работ [Текст]/ В. А. Кохановский; ФГБОУ ВО РГУПС. – Ростов н/Д, 2017 – 36 с.: ил., табл. – Библиогр.: с.36.
5. Луговцова, Н. Ю. Надежность технических систем и техногенный риск [Текст]: методические указания к выполнению практических работ / Н. Ю. Луговцова; Юргинский технологический институт. – Юрга: Типография ООО «Медиасфера», 2015. – 94 с.
6. Математическое моделирование [Текст] : учебно-методическое пособие / Сост. Н. Н. Максимова. – Благовещенск: Изд-во АмГУ, 2019. – 88 с.
7. Надежность технических систем и техногенный риск [Текст]: учебное пособие − Воронеж: Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2013. − 147 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www. iprbookshop.ru / 23110 – ЭБС «IPRbooks».
8. Острейковский, В. А. Теория надежности: учебник для вузов [Текст] / В. А. Острейковский. – Изд. 2-е, испр. – М.: Высшая школа, 2008. – 464 с.
9. Половко, А. М. Основы теории надежности [Текст] / А. М. Половко. − М.: Издательство «Наука», 1964.
10. Решетов, Д. Н. Надежность машин [Текст] / Д. Н. Решетов, А. С. Иванов, В. 3. Фадеев. − М.: Высшая школа, 1988.
11. Методы моделирования теплоэнергетических процессов: методические указания к лабораторным работам по дисциплине «Методы моделирования теплоэнергетических процессов» для студентов дневной формы обучения специальности 14010465 «Промышленная теплоэнергетика» / Сост. А. С. Ртищева. − Ульяновск, УлГТУ, 2007. – 53 с.
12. Рудый, А. Н. Элементы математической теории надежности [Текст] : конспект лекций /А. Н. Рудый. – Минск : БНТУ, 2014 – 131 с.
13. Рыбалко, В. В. Надежность систем теплоснабжения промышленных предприятий [Текст] : курс лекций (ч.1) / В. В. Рыбалко; СПбТИЦБП. – СПб., 1998.
14. Рыбалко, В. В. Надежность систем теплоснабжения промышленных предприятий [Текст] : курс лекций (ч.2) / В. В. Рыбалко; СПбТИЦБП. – СПб., 1999.
15. Солод, С. А. Надежность технических систем и техногенный риск [Текст] : методические указания по изучению дисциплины и выполнению практических работ / С. А. Солод. – Краснодар: Изд-во МГТУ, 2021. – 50 с.

16. Тарасик, В. П. Математическое моделирование технических систем [Текст] : учебник для вузов / В. П. Тарасик. – Минск: ДизайнПРО, 2004. – 640 с.

17. Федотов, А. В. Основы теории надежности и технической диагностики [Текст]: конспект лекций / А. В. Федотов, Н. Г. Скабкин. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2010. – 64 с.

18. Хрусталев, В. А. Надежность теплоэнергетического оборудования ТЭС и АЭС [Текст] : учебное пособие / В. А. Хрусталев. − Саратов: Саратовский гос. техн. ун-т, 2012. − 120 с.

19. Черняк, М. Ю. Надежность технических систем [Текст]: учебное издание / М. Ю. Черняк, М. С. Эльберг. – Красноярск: Изд-во Сибирского гос. аэрокосмич. ун-та, 2017. – 60 с.

20. Шубин, В. С. Надежность оборудования химических и нефтеперерабатывающих производств [Текст] : учебное пособие / В. С. Шубин. − М.: Химия, Колос С, 2006. – 359 с.

Пеленко Валерий Викторович
Нечитайлов Василий Васильевич

Математическое моделирование рабочих процессов в теплоэнергетических установках

Редактор и корректор М. Д. Баранова
Техн. редактор Д. А. Романова

Учебное электронное издание сетевого распространения

Системные требования:
электронное устройство с программным обеспечением
для воспроизведения файлов формата PDF

Режим доступа: http://publish.sutd.ru/tp_get_file.php?id=202016, по паролю.
- Загл. с экрана.

Дата подписания к использованию 14.06.2022 г. Изд. № 5275/21

Высшая школа технологии и энергетики СПбГУПТД
198095, СПб., ул. Ивана Черных, 4.