

В.Г. Казаков, Е.Н. Громова

**ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ И СТАТИСТИЧЕСКАЯ
ОБРАБОТКА ДАННЫХ**

**ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
В ПРОМЫШЛЕННОЙ ТЕПЛОЭНЕРГЕТИКЕ**

Учебное пособие

Санкт-Петербург

2020

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПРОМЫШЛЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ДИЗАЙНА»**

ВЫСШАЯ ШКОЛА ТЕХНОЛОГИИ И ЭНЕРГЕТИКИ

В.Г. Казаков, Е.Н. Громова

**Планирование экспериментальных
исследований и статистическая
обработка данных**

**Основы научных исследований
в промышленной теплоэнергетике**

Учебное пособие

Санкт-Петербург

2020

УДК 001.891:620.9(075)

ББК 31.3я73

К14

Казаков В.Г., Громова Е.Н. Планирование экспериментальных исследований и статистическая обработка данных. Основы научных исследований в промышленной теплоэнергетике: учебное пособие /ВШТЭ СПбГУПТД. - СПб., 2020. – 85 с. – ISBN 978-5-91646-221-0

В настоящем учебном пособии рассматриваются современные методы энергетического анализа тепловых процессов и методы планирования экспериментов для решения различных задач в области производства целлюлозы и бумаги. Изложенные методы применяются для решения следующих задач: определение значимых факторов, влияющих на функцию цели, оптимизации технологических параметров при настройке технологических процессов на оптимальный режим, составление регрессионных уравнений, их анализ а также термодинамический анализ технологических схем.

Учебное пособие предназначено для студентов по направлению 13.04.01 «Теплоэнергетика и теплотехника».

Рецензенты:

заведующий кафедрой физической и коллоидной химии ВШТЭ СПбГУПТД, д-р.техн.наук В.А. Липин;

доцент кафедры «Электротехника и теплоэнергетика» Санкт-Петербургского государственного университета путей сообщения Императора Александра I, канд. техн. наук В.И. Крылов.

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом ВШТЭ СПбГУПТД в качестве учебного пособия.

ISBN 978-5-91646-221-0

©Высшая школа технологии и энергетики
СПбГУПТД, 2020

©Казаков В.Г., Громова Е.Н., 2020

Оглавление

Введение	4
Глава 1. Методология научного исследования	6
1.1. Основные положения теории познания	6
1.2. Методы эмпирического исследования	7
1.3. Методы теоретического исследования	8
1.4. Методы теоретического и эмпирического исследования	11
1.5. Основные этапы научного исследования	15
Глава 2. Определение погрешностей результатов экспериментов. Технические средства измерений	17
2.1. Основные понятия теории погрешностей	17
2.2. Средства измерений	22
Глава 3. Методы теории планирования эксперимента	33
3.1. Основные понятия и определения	33
3.2. Метод Плакетта – Бермана	35
3.3. Последовательный симплекс метод	41
3.4. Ротатабельные центральные композиционные планы	47
3.5. Метод Бокса — Уилсона (метод крутого восхождения)	53
Глава 4. Методы термодинамического анализа	59
4.1. Метод тепловых балансов	59
4.2. Эксергетический метод анализа	63
4.3. Энтропийный метод анализа	78
Библиографический список	84

Введение

В практике эксплуатации технологического оборудования часто возникают ситуации, когда необходимо определить, какие параметры технологического процесса и насколько сильно они влияют на выбранную целевую функцию (производительность, КПД, приведенные затраты и др.). Из множества выбранных параметров значимыми оказываются в большинстве случаев не более двух, трех. С ограничением параметров эффективнее работать при нахождении влияния их взаимодействия на функцию цели.

Одной из основных задач, возникающих при эксплуатации, является настройка технологического процесса на оптимальный режим. В пособии рассматриваются методы экспериментальной оптимизации, такие как симплекс метод и метод наискорейшего спуска. Использование этих методов позволяет эффективно при малых временных и капитальных затратах получить максимальное (или минимальное) значение целевой функции. Рассмотрим пример одной из ситуаций. При разработке технологии измельчения исходного продукта циркониевого электрокорунда была поставлена задача в промышленном эксперименте так подобрать параметры измельчения, чтобы получить после отсева измельченного продукта зерно с заданной прочностью при максимальном выходе. Первые попытки решить эту задачу методом случайного перебора параметров не дали положительных результатов. В последующем применили симплекс-метод планирования эксперимента. При использовании этого метода при постановке 4х опытов эта задача была успешно решена. Недостатком методов экспериментальной оптимизации является нахождение экстремальных значений в точке экстремума. Описание стационарной области (в области оптимума) является достаточно сложной задачей, требующей большого числа экспериментальных данных. Для описания стационарной области применяют специальные методы. Рассмотрен метод построения плана эксперимента ротатабельного центрального композиционного плана. Применение этого метода позволяет составить регрессионное уравнение, адекватно описывающее технологический процесс, построить графические

зависимости влияния варьируемых параметров на целевую функцию. Математической обработкой уравнения путем исследования на экстремум можно найти оптимальные значения переменных, обеспечивающих экстремум функции.

Научно обоснованный анализ физических явлений позволяет синтезировать высокоэффективный технологический процесс. В полной мере это относится и к технологии теплоты. В настоящее время анализ технологии теплоты ведут на основе теплового баланса или первого закона термодинамики. Однако, такой метод малоинформативен для определения степени термодинамического совершенства отдельного узла или термодинамической системы. Подробную информацию о термодинамической эффективности системы можно получить если наряду с первым учитывать второй закон термодинамики. Такой метод называется эксергетическим. При таком подходе можно определить перерасход топлива в каждом элементе термодинамической системы, определить эксергетический КПД термодинамической системы и ее элементов, а также найти связь между эксергетическим КПД элементов и КПД термодинамической системы. Эта информация позволяет определить вклад каждого элемента в степень термодинамического совершенства системы.

Несмотря на высокую эффективность методов анализа и оптимизации технологических параметров, они пока не нашли широкого распространения. Это связано со сложностью изложения материала рассчитанного, главным образом на специалистов по прикладной статистике, планированию эксперимента, а также в области термодинамики. В связи с этим одной из целей учебного пособия являлось системное и доступное изложение этих разделов.

Глава 1. Методология научного исследования

1.1. Основные положения теории познания

Теория познания – учение о закономерностях процесса познания окружающего мира, о методах и формах этого процесса, об истине, критериях и условиях ее достоверности. Теория познания является основой любого научного исследования. Поэтому основы этой теории должен знать каждый начинающий исследователь. Методология научного исследования представляет учение о принципах построения, формах и способах научного познания.

В конкретных случаях процесс познания осуществляется с помощью определенных методов научного исследования. Метод исследования – совокупность приемов или операций, способствующих изучению окружающей действительности или практическому осуществлению какого – либо явления или процесса.

Познание изучаемого предмета начинается с его непосредственного созерцания. Следующей ступенью процесса является анализ, заключающийся в мысленном расчленении исследуемого объекта (предмета, явления) на составные части. Анализ позволяет изучить строение этого объекта, его структуру, отделить существенное от второстепенного, познать часть как элемент сложного целого.

Далее познание на основе предшествующего анализа переходит в синтез изучаемого объекта, целостное его воссоздание.

В каждом научном исследовании можно выделить два основных уровня:

- эмпирический уровень, в котором происходит процесс чувственного восприятия, установления и накопления фактов;
- теоретический уровень, в котором достигается синтез знания, проявляющийся чаще всего в виде создания научной теории. В связи с этим

общенаучные методы исследования можно разделить на три группы:

1. Методы эмпирического исследования.
2. Методы теоретического исследования.
3. Методы эмпирического и теоретического исследования.

1.2. Методы эмпирического исследования

К основным методам эмпирического исследования относятся наблюдение, измерение и эксперимент.

Наблюдение – целенаправленное и организованное восприятие объекта исследования, позволяющее получить первичный материал для его изучения. Этот метод используется как самостоятельно, так и в сочетании с другими методами. В процессе наблюдения непосредственного воздействия наблюдателя на объект исследования не происходит.

Вследствие ограниченности человеческих органов чувств, при наблюдениях широко применяются различные приборы и инструменты. Наблюдение ведут по разработанному плану (схеме) и должно подчиняться определенной тактике.

Качество результатов, полученных в процессе инструментального наблюдения, определяются точностью применяемых приборов.

Измерение – процедура определения численного значения характеристик исследуемых материальных объектов (массы, длины, скорости, температуры, теплового потока и др.). Измерения выполняются с помощью соответствующих измерительных приборов. При измерениях большое значение уделяется оценке погрешности измерений.

В теплоэнергетических исследованиях вопросы измерения занимают первостепенное место. Чаще всего здесь измеряют температуру, давление, влажность, скорость, расход потока и другие параметры рабочей среды.

Эксперимент – система операций, воздействий и (или) наблюдений, направленных на получение информации об объекте при исследовательских испытаниях, которые могут осуществляться в естественных и искусственных условиях при изменении характера протекания процесса.

Эксперимент включает в себя выделение объекта исследования, создание необходимых условий для его выполнения, активное воздействие на объект исследования, процессы наблюдения и измерения.

Преимущества экспериментального изучения объекта по сравнению с простым наблюдением заключаются в следующем.

Явление может изучаться в «чистом» виде благодаря устранению побочных факторов;

эксперимент дает возможность изучения свойств объекта в экстремальных условиях (сверхвысокие и сверхнизкие температуры и давления и др.), что позволяет глубже проникнуть в суть явления;

Достоинством эксперимента является его повторяемость – возможность проведения заданного числа исследований.

Эксперименты могут быть натурными и модельными. Натурный эксперимент изучает явления и объекты в их естественном состоянии, модельный – моделирует эти процессы, позволяет изучать более широкий диапазон измерения определяющих факторов. Натурный и модельный эксперименты широко применяются при исследовании теплоэнергетических процессов.

1.3. Методы теоретического исследования

На теоретическом уровне исследования используются такие общенаучные методы, как идеализация, формализация, принятие гипотезы, создание теории.

Идеализация – мысленное создание объектов и условий, которые не существуют в действительности и не могут быть созданы практически. Она дает

возможность лишить реальные объекты некоторых присущих им свойств, или мысленно наделить их нереальными гипотетическими свойствами, позволяя получить решение задачи в конечном виде. Например, в различных областях знаний (физика, теплопередача) широко применяются понятия абсолютно черного тела, абсолютно твердого тела, идеального газа и идеальной жидкости. Идеализация достигается многоступенчатым абстрагированием, мысленным переходом к предельному случаю в развитии какого-либо свойства (абсолютно черное тело) или простым абстрагированием (несжимаемая жидкость). Естественно, любая идеализация правомерна лишь в определенных пределах.

Формализация – метод получения различных объектов, при котором основные закономерности явлений и процессов отображаются в знаковой форме, с помощью формул или специальных символов. Формализация обеспечивает формирование знакомые модели предметов и явлений, устанавливать закономерности между изучаемыми фактами.

Гипотеза – научно обоснованная система умозаключений, посредством которой на основе ряда фактов делается вывод о существовании объекта, связи или причины явления. Гипотеза является формой перехода от фактов к законам. В своем развитии гипотеза проходит три основные стадии. На стадии эмпирического познания происходит накопление фактического материала и высказывание на его основе некоторых предположений. Из сделанных предположений разворачивается предположительная теория – формируется гипотеза. На заключительном этапе осуществляется проверка гипотезы, ее уточнение на практике. Таким образом, основу превращения гипотезы в научную теорию составляет практика.

Основные правила выдвижения и проверки гипотезы состоят в следующем:

1. Гипотеза должна находиться в согласии или быть совместимой со всеми фактами, которых она касается.
2. Из многочисленных противостоящих одна другой гипотез, выдвинутых

для объяснения серии фактов, предпочтительней та, которая единообразно объясняет большее их число.

3. Для объяснения связанной серии фактов нужно выдвигать возможно меньше разных гипотез и их связь должна быть наиболее тесной.

4. При выдвижении гипотезы необходимо сознавать вероятностный характер ее выводов.

5. Гипотезы, противоречащие одна другой, не могут быть вместе истинными, за исключением такого случая, когда они объясняют различные стороны и связи одного и того же объекта.

Теория – наиболее высокая форма обобщения и систематизации знаний. Она описывает, объясняет и предсказывает совокупность явлений в некоторой области действительности и сводит открытые в этой области законы к единому объединяющему началу. Создание теории основывается на результатах, полученных на эмпирическом уровне исследований. Затем эти результаты на теоретическом уровне исследований упорядочиваются, приводятся в стройную систему, объединенную общей идеей, уточняются на основе вводимых в теорию абстракций, идеализаций и принципов. В дальнейшем с использованием этих результатов выдвигается гипотеза, которая после успешной проверки практикой становится научной теорией. Таким образом, в отличие от гипотезы теория имеет объективное обоснование.

К новым теориям предъявляются несколько основных требований. Научная теория должна быть адекватна описываемому объекту или явлению, т.е. должна правильно их воспроизводить, что позволяет в определенных пределах заменить экспериментальные исследования теоретическими. Теория должна удовлетворять требованию полноты описания некоторой области действительности, объяснять взаимосвязи между различными компонентами системы. В ней должны существовать связи между различными положениями, обеспечивающие переход от одних утверждений к другим. Теория должна соответствовать эмпирическим данным. В противном случае она должна быть

усовершенствована или отвергнута.

Научная теория может быть построена на основе аксиоматического метода. В этом случае ряд утверждений принимается без доказательств, а все выводы делаются по определенным законам. Вопрос об истинности исходных утверждений (аксиом) и правильности созданной теории решается чаще всего в рамках других теорий и эксперимента.

В качестве исходной модели, объединяющей в целостную систему входящие в теорию понятия и суждения, выступает *идея*. В ней отражается фундаментальная закономерность, лежащая в основе теории, в то время как в других понятиях отображены те или иные существенные стороны и аспекты этой закономерности. Идеи могут служить не только основой теории, но и связывать ряд теорий в науку, отдельную область знания. Кроме того, идея может существовать до создания теории как предпосылка ее построения.

По отношению к идее *принцип* выступает как ее первое и абстрактное определение. Принцип не исчерпывает всего содержания идеи. Если в основе теории всегда лежит одна идея, то принципов, выражающих ее, может быть несколько.

Законом называется теория, обладающая большой надежностью и подтвержденная многочисленными экспериментами. Закон выражает общие отношения и связи, которые характерны для всех явлений данного рода, класса. Он существует независимо от сознания людей.

1.4. Методы теоретического и эмпирического исследования

На теоретическом и эмпирическом уровнях исследования используется анализ, синтез, индукция, дедукция, аналогия, моделирование и абстрагирование.

Анализ – метод познания, заключающийся в мысленном расчленении предмета исследования или явления на составные более простые части и

выделении его отдельных свойств и связей. Однако анализ – не конечная цель исследования. Понимание внутренней структуры объекта, характера его функционирования и закономерностей развития достигается с помощью синтеза явления.

Синтез – метод познания, состоящий в мысленном соединении связей отдельных частей сложного явления и познание целого в пространстве. Синтез дополняет анализ и находится с ним в неразрывном единстве. Без изучения частей нельзя познать целое. Без изучения целого с помощью синтеза нельзя до конца понять функции частей в составе целого. Все области знания пользуются методами анализа и синтеза. В естественных науках анализ и синтез могут существовать не только теоретически, но и практически: исследуемые предметы фактически расчленяются и соединяются, устанавливается их состав, связи и др. Изучая каждый из них в отдельности, формулируя их признаки и основные количественные зависимости, можно делать вывод о сущности и закономерностях изучаемого явления или объекта.

Индукция и дедукция. Переход от анализа фактов к теоретическому синтезу осуществляется с помощью особых методов, среди которых наибольшее значение имеют индукция и дедукция.

Индукция – метод перехода от знания отдельных фактов к знанию общего, к эмпирическому обобщению и установлению общего положения, отражающего закон или другую существенную связь. При индуктивном методе исследования общее знание методов исследования создается на основе исследования предметов определенного класса, нахождения в них общих существенных признаков. Это служит основой для получения сведений об общем признаке характерном для данного класса предметов. Индуктивный метод движения от частного к общему можно успешно применять только при условии возможностей проверки полученных результатов или проведения специального контрольного эксперимента.

Дедукция – метод перехода от общих положений к частным, получение из

известных истин новых истин с использованием законов и правил логики. Важным правилом дедукции является следующее: «Если из высказывания **A** следует высказывание **B** и высказывание **A** истинно, то высказывание **B** также истинно».

Индуктивные и дедуктивные методы противоположны и различны по своему содержанию. Во-первых, с помощью индукции получаются вероятностные значения различной степени достоверности, а с помощью дедукции при условии истинности предпосылок – истинные значения. Во-вторых, представляет собой различные способы обобщения фактов и эмпирических данных, а дедукция - способ построения теории. Поэтому индуктивные методы имеют значение в науках, где преобладает эксперимент, его обобщение, разработка гипотез. Дедуктивные методы в первую очередь применяются в теоретических науках. В промышленной теплоэнергетике широко пользуются методами индукции и дедукции.

Аналогия – метод научного исследования, когда знания о неизвестных предметах и явлениях достигается на основе сравнения с общими признаками предметов и явлений, которые исследователю известны. Сущность заключения по аналогии состоит в следующем. Пусть явление **A** имеет признаки $X_1, X_2, X_3, X_4, \dots, X_n, X_{n+1}$, а явление **B** – $X_1, X_2, X_3, X_4, \dots, X_n$. Следовательно, можно предполагать что явление **B** тоже имеет признак X_{n+1} . Такой вывод носит вероятностный характер. Тем не менее, аналогии широко применяются в теории познания, так как способствуют формированию гипотез, которые во многих случаях превращаются в теории. Увеличить вероятность получения истинного вывода можно при большом числе исходных признаков у сравниваемых объектов и наличии глубокой взаимосвязи этих признаков.

Моделирование – метод научного познания, заключающийся в замене при исследовании изучаемого предмета или явления специальной моделью, воспроизводящей главные особенности оригинала и ее последующим исследовании. Таким образом, при моделировании эксперимент проводят на

модели, а результаты исследования с помощью специальных методов переносят на оригинал. Модели могут быть **физическими и математическими**. В связи с этим различают физическое и математическое моделирование.

При физическом моделировании модель и оригинал имеют одинаковую физическую природу. Любая экспериментальная установка является физической моделью какого-либо процесса. Обобщение результатов физического эксперимента часто осуществляют с применением теории подобия, которая позволяет переносить полученные результаты исследований на оригинал.

При математическом моделировании модель и оригинал могут иметь одинаковую и различную физическую природу. В первом случае какое-либо явление или процесс исследуется на основе математической модели, представляющей собой систему уравнений с соответствующими условиями однозначности. Во втором используют факт одинакового по внешней форме математического описания явлений различной физической природы.

Модели могут быть полными или частичными, представлять отдельные свойства объекта или выполняемую им функцию (функциональные модели).

Абстрагирование – метод научного познания, заключающийся в мысленном отвлечении от ряда свойств, связей, отношений предметов и выделении нескольких интересующих исследователя свойств или признаков. Результат абстрагирования называют **абстракцией**.

Абстрагирование позволяет заменить в сознании человека сложный процесс более простым, который характеризует наиболее существенные признаки предмета или явления, что особенно важно для образования многих понятий. Процесс абстрагирования происходит в две ступени. Первая состоит в выделении в исследуемом объекте или в явлении наиболее важных параметров и установлении несущественных факторов. Вторая – в реализации возможностей абстрагирования и замене исследуемого объекта более простым, модельным. Например, в теории технологии теплоты и тепловых машин широко применяется понятие об идеальных циклах, в гидромеханике и теплотехнике понятие

идеальной жидкости, жидкости с исчезающей вязкостью. Критерием того, насколько вводимая абстракция правильна, служит практика. Абстракция выступает в качестве элемента более сложных по своей структуре методов эксперимента, анализа и моделирования.

1.5. Основные этапы научного исследования

Научные исследования направлены на решение различных научных и практических задач. В общем случае, рассматривая научно-исследовательскую работу, можно выделить фундаментальные и прикладные исследования и опытно-конструкторские разработки. Рассмотрим основные этапы выполнения фундаментальных и прикладных научных исследований, которые имеют общие особенности. Потребности науки и практики приводят к постановке определенных проблем в соответствующих областях знаний и отраслях производства, которые должны быть решены в процессе научного исследования.

Первым этапом научного исследования является подробный анализ современного состояния рассматриваемой проблемы. Он выполняется на основе информационного поиска и специальных методов анализа. В результате анализа состояния проблемы составляются обзоры, рефераты и экспресс-информации, составляется классификация основных направлений и ставятся конкретные задачи исследований. Далее осуществляется выбор метода исследования с использованием определенных критериев, составляется план-график выполнения работ, определяется ожидаемый экономический эффект.

Второй этап научного исследования сводится к выполнению поставленных на первом этапе задач. Чаще всего в фундаментальных и прикладных исследованиях используется математическое или физическое моделирование, а также сочетание этих методов.

Математическое моделирование включает несколько этапов. Это составление математической модели исследуемого процесса на основе имеющихся сведений или использование готовой модели с правильным учетом

основных и второстепенных факторов, что во многих случаях позволит упростить составляемую модель.

Далее осуществляют выбор метода решения (аналитического, приближенного) учетом нескольких факторов: требуемой точности, затрачиваемого времени, материальных затрат. Вычислительный эксперимент позволяет получить результат исследований в виде численных данных, которые затем обрабатываются. В результате получают расчетные уравнения, графики и номограммы, характеризующие закономерности изучаемого процесса. Следует отметить, что при проведении расчетов и обобщения полученных результатов применяются методы теории подобия, методы планирования эксперимента, существенно сокращая время на постановку опытов и вычислительных процедур.

Физическое моделирование может выполняться на модельной (лабораторной) или натурной установке, которые разрабатываются с учетом основных положений теории подобия физических явлений. Это позволяет определить геометрические размеры установок, диапазон изменения основных параметров, наметить необходимые измерения и подобрать соответствующую измерительную аппаратуру, предварительно оценить погрешность полученных результатов. Для выполнения экспериментов составляется план (программа) исследований.

Третьим этапом научного исследования являются анализ полученных результатов и их оформление. Производится сравнение теории и эксперимента, определяется анализ их возможных расхождений. Окончательно оценивается экономическая эффективность проведения исследований. Конкретными результатами научно-исследовательской работы могут быть уточнение математической или физической модели явления, разработка новой методики расчета, новой теории, рекомендаций по совершенствованию машин и установок, подготовка данных для выполнения опытно-конструкторских работ и т.д.

Вопросы для самопроверки

1. Назовите основные преимущества и недостатки экспериментального изучения объектов.
2. Какие методы теоретического исследования вы знаете?
3. На какие группы делятся общенаучные методы исследования?
4. Что является целью эксперимента?
5. Какие виды экспериментов вы знаете?
6. В чем заключается метод абстрагирования?
7. Назовите отличительные особенности физического и математического моделирования.
8. Сформулируйте отличительные особенности методов дедукции и индукции.

Глава 2. Определение погрешностей результатов экспериментов.

Технические средства измерений

В результате измерений мы всегда получаем нужную величину с некоторой погрешностью. В задачу измерений входит не только нахождение самой величины, но также и оценка допущенной при измерении погрешности.

2.1. Основные понятия теории погрешностей

Ошибки измерения принято подразделять на систематические, случайные и промахи.

Систематические - величина которых одинакова во всех измерениях, проводящихся одним и тем же методом с помощью одних и тех же измерительных приборов.

Случайные. Величина случайных ошибок различна даже для измерений, выполненных одинаковым образом. Случайные ошибки обязаны своим

происхождением ряду причин, действие которых неодинаково в каждом опыте и не может быть учтено. Источником ошибок может быть, например, колебание воздуха, действовавшее неодинаковым образом на чашки весов, пылинки, осевшая на одну из чашек; нагревание одной половины коромысла от приближения руки взвешивающего и др.

Промахи. Источником промахов является недостаток внимания экспериментатора. Для устранения промахов нужно соблюдать аккуратность и тщательность в работе и записях результатов. Иногда можно выявить промах, повторив измерение в несколько отличных условиях, например, перейдя на другой участок шкалы прибора.

Ошибкой называют неизвестное экспериментатору отклонение измеренного значения от истинного. Погрешностями называют различные меры точности, которые указывают величину возможной ошибки при измерении. Экспериментатор должен тем или иным способом определить ее величину и указать вместе с найденным значением из опыта значением измеряемой величины. Математически можно записать следующим образом

$$x = x_{изм} \pm \Delta x .$$

Эту запись следует понимать как

$$x_{изм} - \Delta x \leq x_{ист} \leq x_{изм} + \Delta x .$$

Оценку допущенной при измерении погрешности Δx часто называют абсолютной величиной ошибки.

Качество результатов измерений обычно удобно характеризовать не абсолютной величиной ошибки Δx , а ее отношением к измеряемой величине $\Delta x/x$, которое называют относительной ошибкой и обычно выражают в процентах

$$\Delta x_{отн} = \frac{\Delta x}{x} \cdot 100, \% .$$

Удобство такого представления происходит отчасти оттого, что с отвлеченными числами обычно проще иметь дело, чем с именованными. Но главным образом, применение относительной ошибки связано с тем обстоятельством, что в большинстве приложений именно эта величина играет существенную роль. Действительно, если мы измеряем с точностью до 1 см какую-либо длину, то в том случае, когда речь идет об определении длины карандаша, это будет очень плохая точность (около 10%). Если же с точностью до 1 см определить расстояние от Москвы до Санкт-Петербурга, то это будет чрезмерно высокая точность ($1,6 \cdot 10^{-5}$, %). Измерения с такой точностью производить очень трудно, да и нет необходимости. Поэтому указание абсолютной ошибки измерений мало говорит о действительной точности, если не сопоставить величину ошибки и самой измеряемой величины. С этой точки зрения относительная величина ошибки дает более непосредственное представление о точности измерения.

Следует иметь в виду, что величина ошибок, получающихся в процессе измерения, зависит от значения измеряемой величины. Однако в зависимости от природы той или иной ошибки эта зависимость может быть различной.

Систематические величины ошибок наблюдений. Основной путь для выявления систематических ошибок — тщательный анализ условий эксперимента, применяемой теории, методики измерений и т. п. Очень важно также проводить измерения в разных условиях, по возможности в широких пределах меняя все поддающиеся изменению параметры с тем, чтобы вызвать изменение величины систематических ошибок. Подмечая закономерности в полученных результатах, можно в некоторых случаях выявить эти ошибки.

Как бы тщательно мы ни анализировали проведенный эксперимент, всегда остается опасность, что не все источники систематических ошибок были учтены. При этом нет никакой возможности предугадать величину неучтенных ошибок и включить их оценку в погрешность. Поэтому очень важна независимая проверка полученного результата другими методами. Так, в классическом

эксперименте Милликена по измерению заряда электрона было получено значение $e = (4,770 \pm 0,005) \cdot 10^{-10}$, вместо принятого в настоящее время $e = 4,803 \cdot 10^{-10}$ СГСЭ. Соответственно неверные значения имели число Авогадро, постоянная Больцмана и другие микроскопические константы, при определении которых использовалось значение e . Причиной была систематическая ошибка, допущенная в опыте Милликена и обнаруженная только тогда, когда был применен совсем другой, независимый метод измерения числа Авогадро.

Введение поправок. Если найдена причина систематической ошибки, то в некоторых случаях можно эту ошибку устранить, меняя методику эксперимента. Так, в примере определения сопротивления проволоки при возникновении источника ошибки мы должны были бы следить за тем, чтобы температура именно проволоки, а не комнаты оставалась постоянной.

Если удастся определить не только причину, но и величину систематической ошибки, то возможен и другой путь. Как только величина систематической ошибки $\delta x_{\text{сист}}$ становится известной, эта ошибка по существу уже перестает быть ошибкой и может быть сразу устранена введением поправки $\varepsilon = -x_{\text{сист}}$ в результат измерения. Исправленное значение $x_{\text{сист}}$ величины x определится как сумма измеренного значения $x_{\text{изм}}$ и поправки ε :

$$x_{\text{испр}} = x_{\text{изм}} + \varepsilon.$$

Так, в нашем примере можно не стремиться сохранить температуру постоянной, а измерять ее при каждом опыте и в результат вводить поправку, учитывающую зависимость R, I, U от температуры.

Предельная систематическая погрешность. Хотя любая систематическая ошибка в принципе может быть уничтожена введением поправки, но в реальных случаях обнаружение и устранение систематических ошибок дело нелегкое. Для этого требуется очень тщательный анализ методики измерения и теории, применяемой при вычислении результатов, причем на практике далеко не всегда возможно устранить даже те систематические ошибки, источники которых известны. Кроме того, часто это и нерационально, так как требует слишком

большого труда и не оправдывается ценностью результата. Однако во многих случаях оказывается возможным, не зная точной величины систематической ошибки, указать ее верхний предел.

Одним из часто встречающихся источников систематических ошибок является неполнота теоретической модели. При построении теории часто приходится вводить упрощающие предположения из-за сложности задачи или из-за отсутствия полной информации.

Распространенным источником ошибок являются ошибки градуировки приборов. Неточность градуировки прибора можно устранить если проверить его с помощью другого, более точного или эталонного, прибора и построить таблицу или график, дающие зависимость поправки от показаний проверяемого прибора. Такие графики или таблицы поправок часто приводят в паспортах приборов — это удобнее, чем изготавливать для каждого прибора индивидуальные шкалы.

Во всех подобных случаях мы можем указать такую величину $\Delta x_{\text{сист}}$, что $|\delta x_{\text{сист}}| \leq \Delta x_{\text{сист}}$. Величина $\Delta x_{\text{сист}}$ называется *предельной систематической погрешностью*. Знание предельной систематической погрешности не дает возможности устранить ошибку, но позволяет указать пределы, в которых лежало бы истинное значение измеряемой величины, если бы ошибка целиком определялась истинной величиной.

2.2. Средства измерений

Сущность измерений

Измерение представляет собой информационный процесс, результатом которого является получение измерительной информации. Измерительная информация представляется в числовой форме и в дальнейшем используется оператором или автоматизированной системой.

Объектом измерения является физическая величина, например масса, расстояние, давление, сила, перемещение, ускорение и т.п.

Для получения измерительной информации необходимо сравнить измеряемую величину с физически однородной ей величиной известного размера. Для числового представления результата сравнения используется единица измерения.

Классификация измерений

Измерения классифицируют по нескольким признакам, наиболее важные из которых отражены на рис. 2.1.

По первому классификационному признаку измерения подразделяют на: статические, при которых измеряемая величина остается постоянной во времени в процессе измерения, и динамические, при которых измеряемая величина изменяется в процессе измерения.

Классификация по второму признаку является в большой степени условной, однако широко применяется в измерительной технике. Ею определяются сложившиеся совокупности родственных по природе или применению в отдельных областях науки или техники физических величин.

По третьему признаку измерения подразделяют на три класса.

Измерения максимальной возможной точности, достижимой при современном уровне техники. Это измерения, связанные с созданием и

воспроизведением эталонов, а также измерения универсальных физических констант.

Контрольно-проверочные измерения, погрешности которых не должны превышать заданного значения. Такие измерения осуществляются в основном государственными и ведомственными метрологическими службами.

Технические измерения, в которых погрешность результата определяется характеристиками средств измерений. Технические измерения являются наиболее распространенными и выполняются во всех отраслях хозяйства и науки. К ним, в частности, относятся и технологические измерения.

Четвертым классификационным признаком служит число измерений (наблюдений при измерении или просто наблюдений), выполняемых для получения результата.

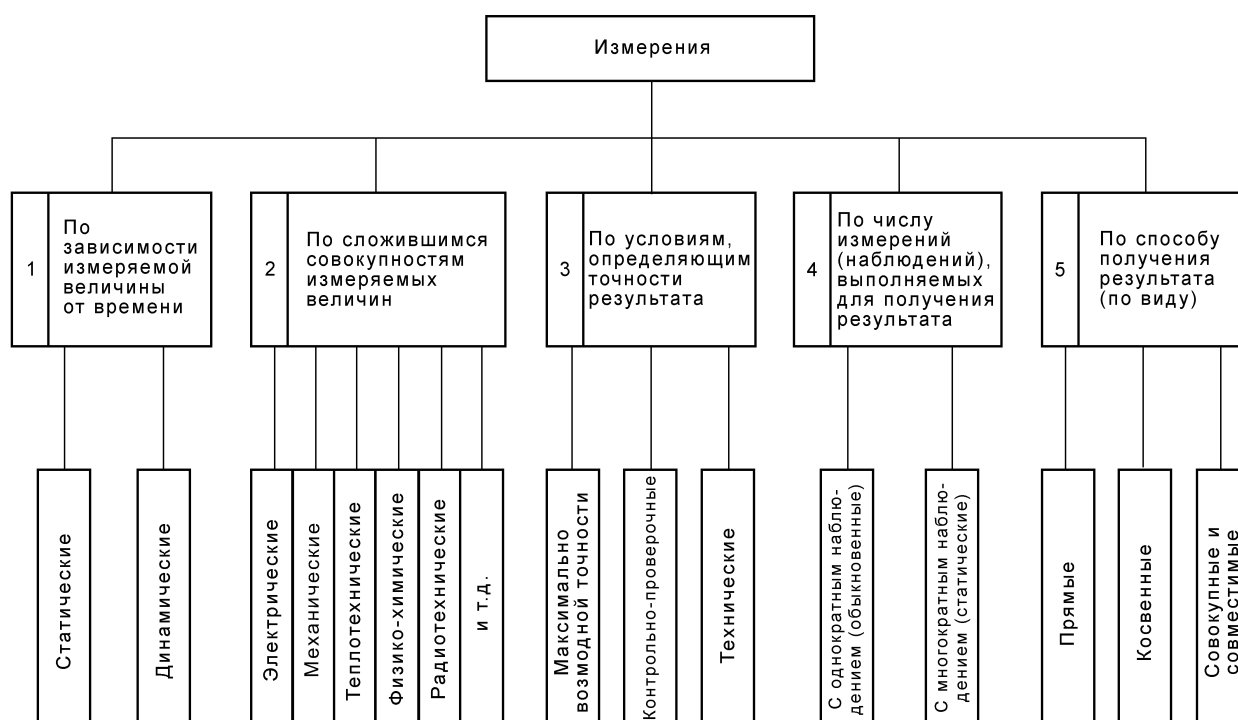


Рис. 2.1. Классификация измерений

По пятому признаку измерения в зависимости от вида функциональной связи между искомой и непосредственно измеряемой величинами и от способа

получения числового значения измеряемой величины все измерения разделяются на: прямые, косвенные, совокупные и совместные.

Прямым называется измерение, при котором искомое значение величины находят непосредственно из опытных данных. Примерами прямых измерений являются измерение сопротивления омметром, измерение мощности ваттметром, измерение давления манометром и т.д.

Косвенным называется измерение, при котором искомое значение величины находят на основании известной зависимости между этой величиной и величинами, подвергаемыми прямым измерениям. При этом числовое значение искомой величины определяется по формуле:

$$z = F(a_1, a_2, \dots, a_m),$$

где z – значение искомой величины, a_1, a_2, \dots, a_m – значения непосредственно измеряемых величин.

Примеры косвенных измерений: определение значения активного сопротивления R резистора на основе прямых измерений силы тока I через резистор и падения напряжения U на нем по формуле $R = U / I$.

К *совокупным* относятся производимые одновременно измерения нескольких одноименных величин, при которых искомые значения величин находят решением системы уравнений, получаемых при прямых измерениях различных сочетаний этих величин.

Совместные измерения – это производимые одновременно измерения двух или нескольких неоднородных величин для нахождения зависимости между ними.

Числовые значения искомых величин при совокупных и совместных измерениях определяются из системы уравнений, связывающих значения искомых величин со значениями величин, измеренных прямым (или косвенным) способом.

Чтобы определить числовые значения искомых величин необходимо получить по крайней мере столько уравнений, сколько имеется этих величин, хотя в общем случае число прямых измерений может быть и больше минимально необходимого.

В качестве примера рассмотрим задачу экспериментального определения зависимости сопротивления резистора от температуры. Предположим, что эта зависимость имеет вид

$$R_t = R_0(1 + \alpha t + \beta t^2),$$

где R_0 и R_t – значения сопротивлений резистора при нулевой температуре и температуре t соответственно; α и β – постоянные температурные коэффициенты. Требуется определить значения величин R_0 , α и β . Очевидно, ни прямыми, ни косвенными измерениями здесь задачу не решить. Поступим следующим образом. При различных (известных) значениях температуры (она может быть измерена прямо или косвенно) t_1 , t_2 и t_3 измеряем (прямо или косвенно) значения R_{t_1} , R_{t_2} и R_{t_3} и записываем систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} R_{t_1} &= R_0(1 + \alpha t_1 + \beta t_1^2); \\ R_{t_2} &= R_0(1 + \alpha t_2 + \beta t_2^2); \\ R_{t_3} &= R_0(1 + \alpha t_3 + \beta t_3^2). \end{aligned} \right\}$$

Решая эту систему относительно R_0 , α и β , получаем значения искомых величин.

Методы измерений

С учетом того, что метод измерений представляет собой совокупность приемов использования принципов и средств измерений, различают два метода измерений: метод непосредственной оценки и метод сравнения с мерой.

Классификационным признаком в таком разделении методов измерений является наличие или отсутствие при измерениях меры.

Для удобства изложения в дальнейшем используется классификация методов измерений, приведенная на рис. 2.2.

Метод непосредственной оценки (отсчета) – метод измерений, в котором значение величины определяют непосредственно по отсчетному устройству измерительного прибора прямого действия.

Прибор прямого действия – измерительный прибор, в котором сигнал измерительной информации движется в одном направлении, а именно с входа на выход.

Метод сравнения с мерой – метод измерения, в котором измеряемую величину сравнивают с величиной, воспроизводимой мерой.

Методы сравнения в зависимости от наличия или отсутствия при сравнении разности между измеряемой величиной и величиной, воспроизводимой мерой, подразделяют на нулевой и дифференциальный.

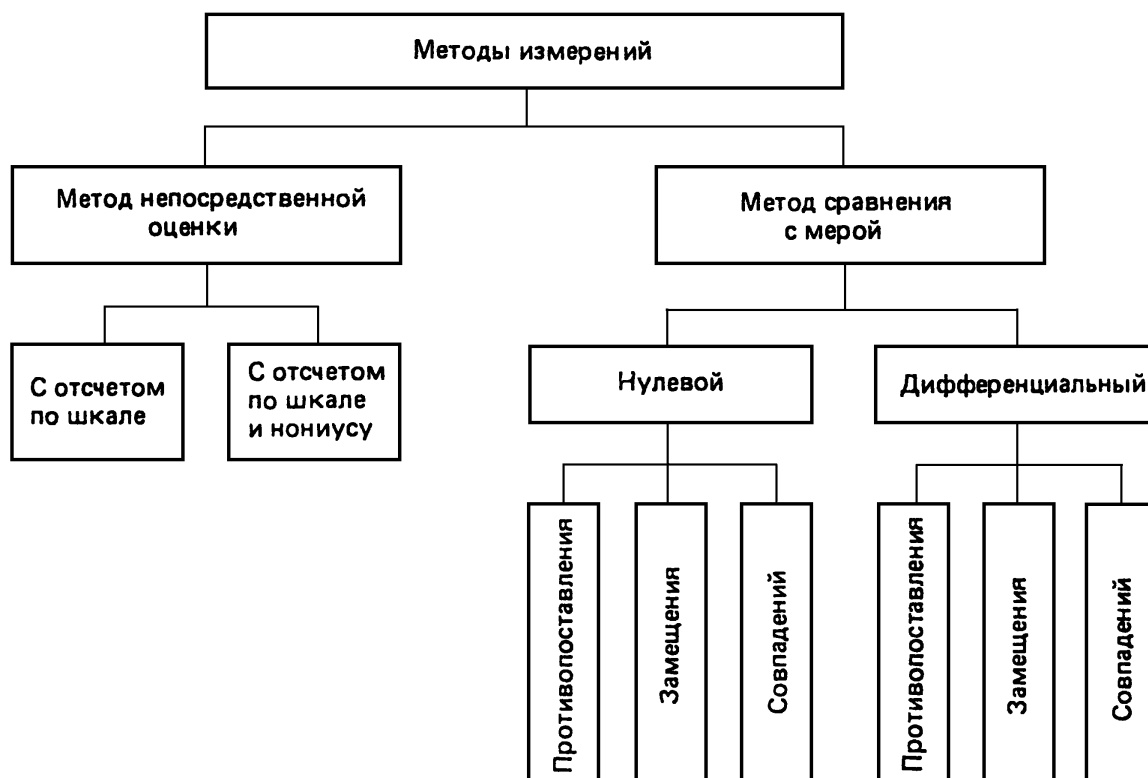


Рис. 2.2. Классификация методов измерений

Нулевой метод – это метод сравнения с мерой, в котором результирующий эффект воздействия величин на прибор сравнения доводят до нуля (прибор сравнения, или компаратор, - измерительный прибор, предназначенный для сравнения измеряемой величины с величиной, значение которой известно).

Дифференциальный метод – это метод сравнения с мерой, в котором на измерительный прибор воздействует разность измеряемой величины и известной величины, воспроизводимой мерой. Этот метод позволяет получать результаты измерений с высокой точностью даже в случае применения относительно неточных измерительных приборов, если с большой точностью воспроизводится известная величина.

Метод противопоставления – метод сравнения с мерой, в котором измеряемая величина и величина, воспроизводимая мерой, одновременно воздействует на прибор сравнения, с помощью которого устанавливается соотношение между этими величинами.

Методом замещения называется метод сравнения с мерой, в котором измеряемую величину замещают известной величиной, воспроизводимой мерой. Это, например, взвешивание с поочередным помещением массы и гирь на одну и ту же чашку весов. Метод замещения можно рассматривать как разновидность дифференциального или нулевого метода, отличающуюся тем, что сравнение измеряемой величины с мерой производится одновременно.

Средством измерения называется техническое средство (или их комплекс), используемое при измерениях и имеющее нормированные метрологические характеристики. В отличие от таких технических средств, как индикаторы предназначенных для обнаружения физических свойств (компас, лакмусовая бумага, осветительная электрическая лампочка), средства измерений позволяют не только обнаружить физическую величину, но и измерить ее, т. е, сопоставить неизвестный размер с известным.

По конструктивному исполнению средства измерений можно разделить на меры, измерительные приборы, измерительные преобразователи и измерительные комплексы (рис 2.3).

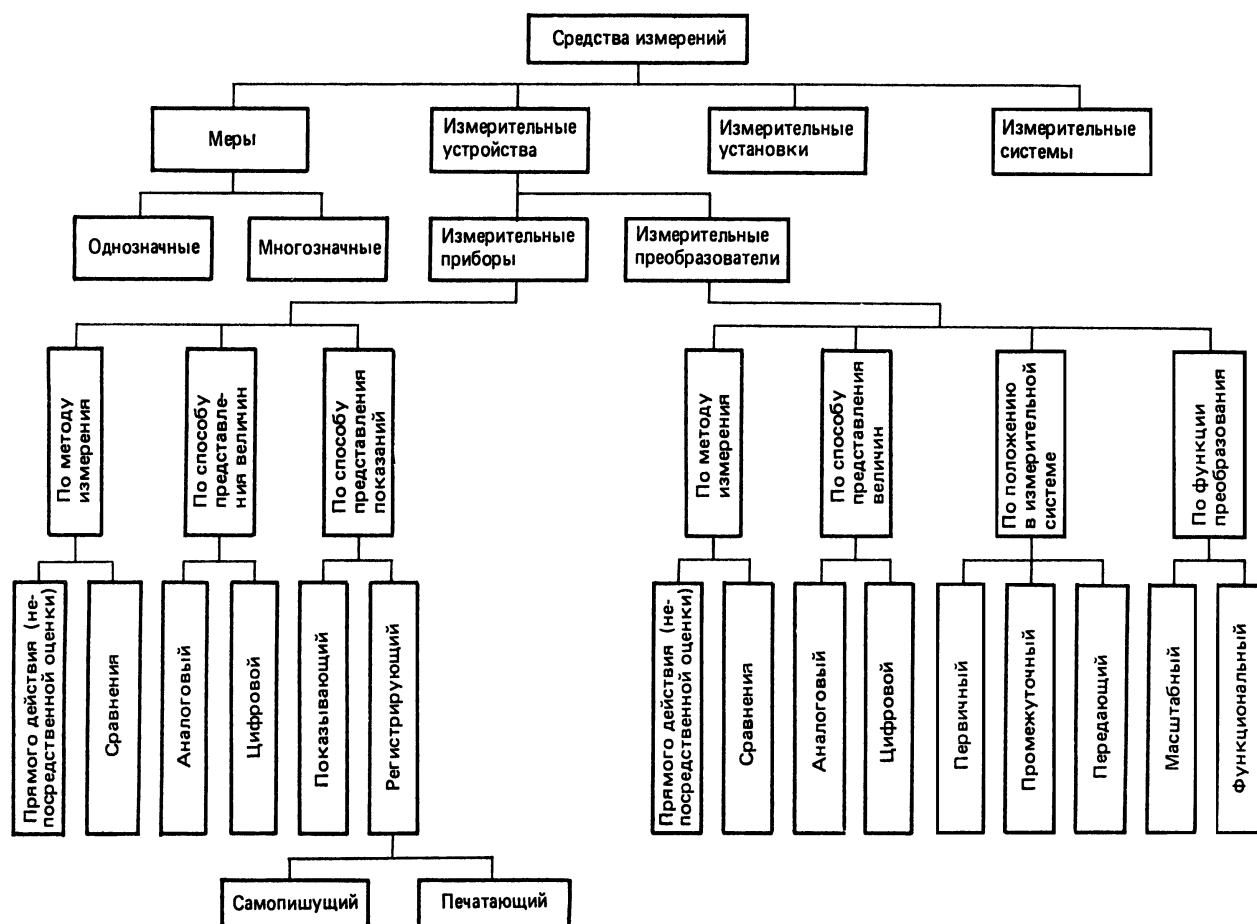


Рис. 2.3. Классификация средств измерений

По метрологическому назначению все средства измерений подразделяются на два вида: рабочие средства измерений и эталоны.

Рабочие средства измерений предназначены для проведения технических измерений. По условиям применения они могут быть:

- лабораторными, используемыми при научных исследованиях, проектировании технических устройств, медицинских измерениях;

- производственными, используемыми для контроля характеристик технологических процессов контроля качества готовой продукции;
- полевыми, используемыми непосредственно при эксплуатации таких технических устройств, как самолеты, автомобили, речные и морские суда и др.

К каждому виду рабочих средств измерений предъявляются специфические требования: лабораторным – повышенная точность и чувствительность, производственным – стойкость к ударно-вибрационным нагрузкам, высоким и низким температурам; полевым – повышенная стабильность в условиях резкого перепада температур, высоких влажностей.

Эталоны являются высокоточными средствами измерений, поэтому используются для проведения метрологических измерений в качестве средств передачи информации о размере измеряемой единицы.

Измерение температуры. В устройствах для измерения температуры обычно используют изменение какого-либо физического свойства тела, однозначно зависящего от его температуры и легко поддающегося измерению.

Температуру измеряют с помощью термометров. В зависимости от физических свойств, на которых основано действие приборов для измерения температуры, различают: термометры расширения, манометрические термометры, термоэлектрические термометры, термометры сопротивления и пирометры излучения.

Термометры расширения построены на принципе изменения объема жидкости (жидкостные) или линейных размеров твердых тел (биметаллические и дилатометрические) при изменении температуры.

Термоэлектрические термометры состоят из термоэлектрического преобразователя (термопары), действие которого основано на использовании зависимости термоэлектродвижущей силы (ТЭДС) термопары от температуры его рабочего спая, если температура свободного спая постоянна, и вторичного

прибора. При увеличении разности температур между рабочим и свободным спаями термопары величина ТЭДС возрастает.

Для измерения ТЭДС в качестве вторичных приборов обычно применяют потенциометры или милливольтметры. В комплекте с ними термоэлектрические термометры позволяют измерять и регистрировать температуру с высокой точностью и передавать показания на расстояние.

Термометры сопротивления состоят из термопреобразователя сопротивления, действие которого основано на использовании зависимости электрического сопротивления проводников или полупроводников от температуры и вторичного прибора. Изготавливаются металлические и полупроводниковые термометры сопротивления (термисторы).

В качестве вторичных приборов в комплекте с термометрами сопротивления обычно применяются равновесные мосты и логометры.

Пирометры излучения. Их действие основано на изменении интенсивности излучения нагретых тел при изменении температуры. К ним относятся: пирометры частичного излучения (оптические) – от 700 до 6000 °С; пирометры полного излучения - от 100 до 2500 °С; пирометры спектрального отношения (цветовые) - от 1400 до 2800 °С.

Наибольшее распространение получили термометры расширения, термоэлектрические термометры и термометры сопротивления.

Измерение давления

Для измерения давления используют манометры, а для измерения разности двух давлений — дифференциальные манометры.

По принципу действия основные типы приборов для измерения давлений делят на: деформационные и грузопоршневые.

Деформационные манометры. В этих приборах измеряемое давление или разрежение уравнивается силами упругого противодействия различных чувствительных элементов (трубчатой пружины, мембраны, сильфона и т. п.),

деформация которых, пропорциональная измеряемому параметру, посредством рычагов передается на стрелку или перо прибора. При снятии давления чувствительный элемент возвращается в первоначальное положение вследствие упругой деформации. Благодаря простоте и надежности конструкции, наглядности показаний, малым габаритам, высокой точности и широким пределам измерения деформационные манометры нашли широкое применение для измерения и регистрации давления и разрежения.

Грузопоршневые манометры. В этих приборах измеряемое давление определяется по величине нагрузки, действующей на поршень определенной площади. Грузопоршневые манометры имеют высокие классы точности: 0,02; 0,05 и 0,2 и широкий диапазон измерения: 0,1—250 МПа (1—2500 кгс/см²). Обычно они применяются для поверки манометров других видов.

В настоящее время наибольшее распространение получили деформационные манометры.

Измерение уровня жидкостей. Устройства для измерения уровня жидкости подразделяют на указательные стекла и поплавковые, гидростатические, электрические и радиоактивные уровнемеры.

Указательные стекла выполняют в виде стеклянной трубки, либо одной или нескольких камер с плоскими стеклами, соединенных с аппаратом. Указательные стекла применяются для местного измерения уровня в аппаратах, работающих при атмосферном или избыточном давлениях.

Поплавковые уровнемеры. В этих приборах чувствительным элементом является плавающий поплавок, плотность которого меньше плотности жидкости, или погружной поплавок, плотность которого больше, чем плотность жидкости. В первом из них поплавок следит за уровнем жидкости; второй работает по принципу изменения выталкивающей (архимедовой) силы, действующей на поплавок. В уровнемерах с погружным поплавком последний удерживается в подвешенном состоянии посредством пружинного элемента. Такие уровнемеры применяются для измерения уровня до 9 м

Гидростатические уровнемеры. Их действие основано на изменении гидростатического давления столба жидкости при изменении измеряемого уровня.

Радиоактивные уровнемеры. Измерение уровня жидкости этими приборами основано на изменении интенсивности радиоактивного излучения при прохождении его через слой жидкости. Источник и приемник излучения располагаются снаружи, с противоположных сторон аппарата, уровень жидкости в которых измеряется. Если уровень жидкости находится ниже линии, соединяющей источник и приемник излучения, то последний фиксирует большую интенсивность излучения, и наоборот.

Измерение расхода и количества вещества. Количество жидкости, газа или пара, проходящее через данное сечение канала в единицу времени называют расходом этого вещества. В зависимости от того, в каких единицах его измеряют, различают объемный и массовый расходы. Количество вещества измеряют счетчиками количества, а расход — расходомерами.

Наиболее часто применяют расходомеры переменного перепада давления с сужающим устройством.

Расходомер с сужающим устройством. Его действие базируется на том, что расход зависит от перепада давления, образующегося в сужающем устройстве в результате частичного перехода потенциальной энергии потока в кинетическую. Такой расходомер состоит из установленного в трубопроводе сужающего устройства, перепад давления на котором посредством импульсных соединительных трубок передается на дифманометр и далее на вторичный прибор. Расходомеры этого типа позволяют измерять расходы жидкости, газа и пара в широких пределах при различных температурах и давлениях, а также обеспечивают относительно высокую точность измерения, регистрацию показаний и их передачу на расстояние.

Химические газоанализаторы. Действие этих приборов основано на измерении изменения объема в результате поглощения одного или нескольких

компонентов газовой смеси каким-либо веществом, вступающим с ними в химическое соединение. Химические газоанализаторы различают на хроматографы, физические газоанализаторы и масс-спектрометры.

Вопросы для самопроверки

1. На какие группы подразделяются ошибки измерений?
2. Что называют погрешностью?
3. Какой величиной характеризуется качество результатов измерений?
4. Каким образом можно устранить неточность градуировки приборов?
5. Что такое измерение?
6. Какие измерения называются прямыми?
7. Какие методы измерений вы знаете?
8. На какие группы по конструктивному исполнению можно разделить средства измерений?

Глава 3. Методы теории планирования эксперимента

3.1. Основные понятия и определения

В промышленном производстве, лабораторной практике возникает проблема настройки технологического процесса на оптимальный режим или математическое описание некоторой области технологии на основе эксперимента. Обеспечение решения таких задач требует выполнения ряда условий. К таким условиям относятся:

- выбор целевой функции;
- выбор варьируемых параметров, влияющих на численное значение целевой функции;

- план эксперимента при реализации которого можно аналитически описать область существования этой функции в пределах принятых ограничений либо достигнуть оптимальное ее значение при минимальном количестве числа опытов и затрат времени.

Целевая функция. В качестве целевой функции может выступать технико-экономический критерий, термодинамический критерий, например, КПД, производительность процесса, расход пара и др.

Выбор варьируемых параметров. Выбор варьируемых параметров и их диапазон (шаг) является одним из творческих этапов исследования. Он зависит от опыта исследователя, степени проработки проблемы. При разработке новых процессов трудно определить все варьируемые параметры, влияющие на целевую функцию. Здесь могут помочь специальные методы планирования эксперимента. По этим методам мысленно задается большое количество факторов. Путем варьирования этих факторов на двух уровнях выделяются значимые и незначимые параметры. Обычно выбор значимых параметров сокращается до 3 – 5.

Обычно варьируемые параметры (факторы) задаются в кодированных координатах. Чтобы перейти от кодированных координат к натуральным значениям и наоборот, пользуются следующими соотношениями.

$$x_j = \frac{\tilde{x}_j - \tilde{x}_j^0}{\Delta\tilde{x}_j} \quad (3.1)$$

$$\text{и } \tilde{x}_j = \tilde{x}_j^0 + \Delta\tilde{x}_j \cdot x_j, \quad (3.2)$$

где \tilde{x}_j^0 - значение фактора с номером j на нулевом уровне в натуральной системе координат;

$\Delta\tilde{x}_j$ - шаг варьирования j -го фактора.

За нулевой уровень принимают численное значение параметра, близкое (по априорной оценке исследователя) к ожидаемому значению.

Шагом варьирования переменных называют отклонение параметра от нулевого уровня.

План эксперимента. План эксперимента – алгоритм, по которому проводится эксперимент. Он задается таблицей (матрицей) из кодированных выбранных факторов. Перевод от кодированных значений факторов в натуральные значения производится по формулам (3.1) и (3.2).

3.2. Метод Плакетта – Бермана

При выборе варьируемых переменных часто встает проблема определения факторов и их количества, влияющих на функцию цели. В этих условиях неопределенности предполагают возможные переменные, которые могут оказывать такое влияние. При этом, если использовать полный факторный план, то необходимо выполнить большое количество опытов. Для проведения таких опытов потребуется много времени и затрат средств. Например, для 16 факторов, варьируя переменные на двух уровнях, необходимо провести $2^{16} = 65536$ опытов. Плакетт и Берман предложили планы эксперимента, при которых оказалось возможным сократить число опытов до числа переменных плюс один.

В таблице 3.1 приведены первые строки матриц планов, содержащих от 8 до 72 опытов. Факторы варьируются на уровнях +1 (+) и -1 (-). Полные матрицы планов конструируются следующим образом: исходя из заданной первой строки, вторую и последующие строки получают путем сдвига всех элементов предыдущей строки на одну позицию вправо (или влево) и перестановки последнего (первого) элемента на первую (последнюю) позицию. Этот процесс повторяется $(N - 2)$ раз. Последняя строка плана состоит только из элементов -1(-). Матрица плана имеет размерность $N(N - 1)$.

Таблица 3.1

Планы Плакетта-Бермана

N=8	+	+	+	-	+	-	-																	
N=12	+	+	-	+	+	+	-	-	-	+	-													
N=16	+	+	+	+	-	+	-	+	+	-	-	+	-	-	-									
N=20	+	+	-	-	+	+	+	+	-	+	-	+	-	-	-	-	+	+	-					
N=24	+	+	+	+	+	-	+	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	-	+	-	-	-	-	-

Пример построения плана Плакетта-Бермана.

Чтобы получить план Плакетта-Бермана для $N = 16$, выбирается первая строка плана и применяется (табл. 3.2) сформулированное правило.

Обработка результатов эксперимента.

Таблица 3.2

N	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}
1	+	+	+	+	-	+	-	+	+	-	-	+	-	-	-
2	+	+	+	-	+	-	+	+	-	-	+	-	-	-	+
3	+	+	-	+	-	+	+	-	-	+	-	-	-	+	+
4	+	-	+	-	+	+	-	-	+	-	-	-	+	+	+
5	-	+	-	+	+	-	-	+	-	-	-	+	+	+	+
6	+	-	+	+	-	-	+	-	-	-	+	+	+	+	-
7	-	+	+	-	-	+	-	-	-	+	+	+	+	-	+
8	+	+	-	-	+	-	-	-	+	+	+	+	-	+	-
9	+	-	-	+	-	-	-	+	+	+	+	-	+	-	+
10	-	-	+	-	-	-	+	+	+	+	-	+	-	+	+
11	-	+	-	-	-	+	+	+	+	-	+	-	+	+	-
12	+	-	-	-	+	+	+	+	-	+	-	+	+	-	-
13	-	-	-	+	+	+	+	-	+	-	+	+	-	-	+
14	-	-	+	+	+	+	-	+	-	+	+	-	-	+	-
15	-	+	+	+	+	-	+	-	+	+	-	-	+	-	-
16	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

После реализации плана эксперимента производится обработка его результатов, которая состоит из следующих операций:

1. Расчет эффектов отдельных факторов.

Расчет коэффициентов \hat{a}_i проводится путем вычисления разности между суммами значений целевой функции для фактора x_i на уровнях +1 и -1, деленной на $N/4$.

$$\hat{a}_i = \frac{\sum_{j=1}^N y^j \cdot x_i^j}{N/4} . \quad (3.3)$$

Из матрицы плана следует, что оценки эффектов могут быть рассчитаны независимо друг от друга (свойство ортогональности)

2. Проверка значимости параметров.

Для выявления существенных факторов используется t -критерий и проверяется условие

$$|\hat{a}_i| \geq t_{кр} \cdot S_i , \quad (3.4)$$

где $t_{кр}$ – критическое значение температуры распределения для уровня значимости α и φ степеней свободы; S_i^2 – оценка дисперсии коэффициента \hat{a}_i . Дисперсия ошибок наблюдений оценивается с помощью специальных экспериментов, например дублированием наблюдений или введением в план фиктивных факторов от x_{i+1} до x_{N+1} . Если, например, план строится для анализа 12 факторов, то можно добавить к нему 3 фиктивных фактора и применить план типа $N = 16$.

Эффекты этих фиктивных переменных будут равны нулю лишь в том случае, если не имеется воздействия на целевую функцию и измерения являются абсолютно точными. Поскольку на практике это обычно не выполняется, их можно использовать для расчета оценки дисперсии наблюдений.

Обозначим

$$s_l^2 = 4k(\hat{a}_{l+1}^2 + \hat{a}_{l+2}^2 + \dots + \hat{a}_{N-1}^2)/(4k - l - 1) \quad (3.5)$$

Эта величина является по существу остаточной дисперсией, которая используется в качестве оценки дисперсии ошибок наблюдений

$$s_l = \sqrt{s_l^2} \quad (3.6)$$

Уровень значимости обычно выбирают равным $\alpha = 0,05$ и из таблиц t -распределения находят значение $t_{0,05}[4k - l - 1]$. Дисперсия оценок параметров равна

$$s_i^2 = \frac{s_l^2}{4k}. \quad (3.7)$$

Значимость параметров проверяется обычным способом путем проверки неравенства

$$|\hat{a}_i| \geq t_{кр} \cdot s_i \quad (3.8)$$

Пример.

Пусть имеем 10 варьируемых параметров. Выбираем план эксперимента Плакетта-Бермана для 16 опытов. 5 факторов принимаем как фиктивные с целью установления дисперсии ошибок при определении коэффициентов \hat{a}_i . Фиктивными переменными принимаем $x_9, x_{12} - x_{15}$. В результате проведения опытов (табл. 3.3). получены некие функции цели.

Выполнить обработку эксперимента и определить значимые факторы.

Коэффициенты a_i вычислены по формуле (3.3) и приведены в табл. 3.4.

Далее по формуле (3.5) определяем остаточную дисперсию.

$$s_l^2 = 16 \cdot (41,4^2 + 48^2 + 17,5^2 + 16,5^2 + 21^2)/10 = 8059.$$

Вычисляем дисперсию ошибок наблюдений по формуле (3.7).

$$s_i^2 = \frac{s_l^2}{4k} = 8059/16 = 503,7$$

$$\text{и } s_i = \sqrt{503,7} = 22,44$$

По таблицам при $t_{0,95}[4k - l - 1]$ определяем критическое значение $t_{kp} = 2,228$.

$$|\hat{a}_i| \geq t_{kp} \cdot s_i. \text{ т.е. } |\hat{a}_i| \geq 2,228 \cdot 22,44 = 50.$$

Таблица 3.3

Результаты опытов

N	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	f
1	+	+	+	+	-	+	-	+	+	-	-	+	-	-	-	545
2	+	+	+	-	+	-	+	+	-	-	+	-	-	-	+	413
3	+	+	-	+	-	+	+	-	-	+	-	-	-	+	+	381
4	+	-	+	-	+	+	-	-	+	-	-	-	+	+	+	347
5	-	+	-	+	+	-	-	+	-	-	-	+	+	+	+	478
6	+	-	+	+	-	-	+	-	-	-	+	+	+	+	-	414
7	-	+	+	-	-	+	-	-	-	+	+	+	+	-	+	334
8	+	+	-	-	+	-	-	-	+	+	+	+	-	+	-	338
9	+	-	-	+	-	-	-	+	+	+	+	-	+	-	+	484
10	-	-	+	-	-	-	+	+	+	+	-	+	-	+	+	382
11	-	+	-	-	-	+	+	+	+	-	+	-	+	+	-	413
12	+	-	-	-	+	+	+	+	-	+	-	+	+	-	-	382
13	-	-	-	+	+	+	+	-	+	-	+	+	-	-	+	391
14	-	-	+	+	+	+	-	+	-	+	+	-	-	+	-	382
15	-	+	+	+	+	-	+	-	+	+	-	-	+	-	-	351
16	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	301

Следующим этапом производим сравнение полученных оценок a_i с числом 50. Все факторы численно равные 50 будут значимыми, меньше 50 – незначимыми и отвергаются как не влияющие на функцию цели.

В таблице:

$x_1 - x_{15}$ – варьируемые параметры;

a_i – коэффициент;

Знач. – значимость $|\alpha_i| \geq 50$ при $\alpha=0,95$.

Анализ результатов таблицы показывает, что из всех 10 варьируемых параметров для оказания воздействия на функцию цели значимым оказались только 4: x_1 , x_4 , x_8 и x_{10} .

Таблица 3.4

Значения коэффициентов α_i

№	\hat{a}_i	знач.
x_1	68	да
x_2	42	нет
x_3	0	нет
x_4	129	да
x_5	43	нет
x_6	4	нет
x_7	20	нет
x_8	155	да
x_9	41	нет
x_{10}	67	да
x_{11}	0.5	нет
x_{12}	48	нет
x_{13}	18	нет
x_{14}	17	нет
x_{15}	21	нет

3.3. Последовательный симплекс метод

Этот метод относится к методам экспериментальной оптимизации. Он широко используется в производственной и лабораторной практике. Выбор этого метода планирования эксперимента определяется отсутствием требований к необходимости постановки большого количества опытов (план ненасыщенный) для составления исходной матрицы, а также при определении движения к оптимуму, что весьма важно при большом количестве варьируемых переменных. Кроме того, ошибка в определении целевой функции в этом методе не уводит далеко от стационарной области – потребуется лишь сделать несколько добавочных шагов.

Методика по определению целевой функции состоит в следующем.

1. Составляют матрицу планирования эксперимента из условия получения ее целочисленной или почти целочисленной. Существует много методик по составлению матрицы планирования. Примем для исследований почти целочисленную матрицу (табл. 3.5).

Таблица 3.5

Матрица планирования эксперимента

-1	+1	+1	+1	+1
+1	-1	+1	+1	+1
.
.
+1	+1	+1	+1	-1
δ_k	δ_k	δ_k	δ_k	δ_k

$$\delta_k = 1 - \frac{2}{n}(\sqrt{n+1} + 1), \quad (3.9)$$

где n - число варьируемых переменных.

2. Производят расчет координат начального симплекса по методике, рассмотренной выше, и определяют целевую функцию для каждого опыта.

3. Отбрасывают точки плана с наименьшим численным значением целевой функции и строят новый симплекс. Координаты новой точки симплекса x^* рассчитывают из уравнения (в векторной записи)

$$x^* = \frac{2}{n}(x^1 + x^2 + \dots x^{j+1} + x^{j-1} + \dots x^{n+1}) - x^j = \frac{2}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n+1} x^i - \left[\frac{2}{n} + 1 \right] \cdot x^j, \quad (3.10)$$

где j – номер вершины исходного симплекса с наименьшим значением целевой функции.

Для \hat{y}^* (прогнозируемое значение целевой функции в новой точке):

$$\hat{y}^* = \frac{2}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n+1} \hat{y}^i - \left[\frac{2}{n} + 1 \right] \cdot \hat{y}^j. \quad (3.11)$$

4. Проводят эксперимент в новой точке x^* и получают соответствующее значение \hat{y}^* целевой величины.

5. Последовательное перемещение симплекса, в процессе которого на каждом шаге происходит отбрасывание вершины симплекса с наихудшим значением целевой величины и реализация опыта в новой вершине. При этом направление перемещения центра симплекса колеблется около направления градиента.

6. Если при перемещении симплекса на протяжении $n + 1$ шагов та или иная вершина сохраняет свое положение, то симплекс совершает оборот вокруг этой вершины. Это означает что, в данной точке находится оптимум целевой функции, либо значение целевой функции в этой вершине определено неверно. Чтобы уточнить, какая ситуация имеет место, в этой точке вновь проводится эксперимент и в дальнейшем работают с новым значением целевой величины.

7. Если оказывается, что целевая величина в новой вершине симплекса меньше, чем в остальных вершинах, в соответствии с логикой движения следует возвратиться к предыдущему симплексу. Чтобы предотвратить «зацикливание», в качестве отбрасываемой выбирают вершину с наименьшей (после наихудшей вершины симплекса) величиной целевой функции.

8. Если новая вершина выходит за пределы допустимой области планирования, следует поступать как в п.7.

9. При достижении области оптимума размер симплекса уменьшают (как правило, на $\frac{1}{4}$ часть начальной величины).

10. Оптимум считается достигнутым, если одна и та же точка входит в последовательные симплексы N раз, где

$$N = 1,65 \cdot n + 0,005 \cdot n^2; \quad (3.12)$$

$$2 \leq n \leq 30 .$$

Выражение получено эмпирически. Другое достижение оптимума может быть получено из выражения

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{n+1} \frac{(\tilde{y}^i - \tilde{y}_m)^2}{n}} \leq \varepsilon, \quad (3.13)$$

где ε – малая величина, \tilde{y}_m – среднее значение целевых величин в вершинах симплекса.

Пример.

В многочисленных задачах обработки металлов резанием постоянно возникает проблема выбора оптимальных режимов. Объектом исследования являлся процесс сверления сверлами диаметром 0,5 мм на станке. Обработываемый материал – сталь 45. Отклик – стойкость сверла в минутах. Варьировались два фактора: число оборотов в минуту \tilde{x}_1 и подача в мм на оборот \tilde{x}_2 . Из технологических соображений были выбраны следующие нулевые уровни и шаги варьирования факторов:

$$\tilde{x}_1^0 = 3050, \Delta\tilde{x}_1 = 1000, \tilde{x}_2^0 = 0,0036, \Delta\tilde{x}_2 = 0,0006.$$

Затем был выбран исходный симплекс, матрица представлена в табл. 3.6.

Таблица 3.6

Матрица эксперимента

№ опыта	x_1	x_2	\tilde{x}_1	\tilde{x}_2
1	-1	-1	2050	0,003
2	+1	-1	4050	0,003
3	0	+0,73	3050	0,004

Построенное соответствие дает переход из кодированной системы координат в натуральную.

Таблица 3.7

Рабочий листок ПСМ (пример)

	№ опыта	\tilde{x}_1	\tilde{x}_2				
Координаты точек симплекса	1	1\2050	-1 0,003				13,7
	2	1\4050	-1 0,003				21,5
	3	1\3050	0,73 0,004				32,6
	4						
	5						
	6						
	7						
	8						
Сумма оставленных координат (1)		7100	0,007				
Удвоенное среднее (2)=2·(1)/r		7100	0,007				
Координаты отбрасываемой вершины (3)		2050	0,003				
Координаты новой точки (2) - (3)		5050	0,004				
				Сумма откликов			67,8
				Средний отклик			22,6

Результаты опытов в выбранном режиме записываются в специальную таблицу (табл. 3.7), которая служит рабочим листком для вычисления координат отраженной точки.

Рабочий листок стандартизован для числа факторов от 2 до 7, при необходимости его можно расширить. При меньшем числе факторов используется часть листка. Вычисления удобно вести с помощью полоски бумаги, закрывающей строку, соответствующую отбрасываемой вершине. Тогда все оставшиеся числа в столбце надо сложить в строке (1). В рассматриваемом примере наихудшая вершина № 1, следовательно закрывается первая строка. Вычисления ведутся для натуральных координат. Средний отклик используется для оценки близости к оптимуму.

Натуральные координаты нового симплекса (№ 2) и результаты опытов выглядят следующим образом:

№ опыта	\tilde{x}_1	\tilde{x}_2	y
2	4050	0,003	21,5
3	3050	0,004	32,6
4	5050	0,004	25,9

Теперь отбрасывается вершина 2. Чтобы найти координаты новой вершины 5, опять требуется рабочий листок. Итоговые результаты выглядят следующим образом:

	\tilde{x}_1	\tilde{x}_2	
1	8100	0,008	
2	8200	0,008	
3	4050	0,003	
4	4050	0,005	Вершина 5

Таким образом, новый симплекс (№ 3) и результаты:

№ опыта	\tilde{x}_1	\tilde{x}_2	y
3	3050	0,004	32,6
4	5050	0,004	25,9
5	4050	0,005	19,2

Возникло колебание, точка 5 наихудшая в новом симплексе. Более того, отражение точки 4 во втором симплексе ведет в точку 1. Следовательно, либо оптимум достигнут, либо в опытах есть ошибка. Для выяснения последняя неопробованная вершина 3 отражается в симплексе № 2:

	\tilde{x}_1	\tilde{x}_2	
1	9100	0,007	
2	9100	0,007	
3	3050	0,004	
4	6050	0,003	Вершина б

Симплекс № 4 выглядит так:

№ опыта	\tilde{x}_1	\tilde{x}_2	y
2	4050	0,003	22,5
4	5050	0,004	25,9
6	6050	0,003	26,7

Наблюдается небольшое увеличение устойчивости. Отражение наихудшей вершины (№ 2):

	\tilde{x}_1	\tilde{x}_2	
1	11000	0,007	
2	11100	0,007	
3	4050	0,003	
4	7050	0,004	Вершина 7

Симплекс № 5:

№ опыта	\tilde{x}_1	\tilde{x}_2	y
4	5050	0,004	25,9
6	6050	0,003	26,6
7	7050	0,004	62,0

Такой результат можно считать удовлетворительным. Полученные результаты имеют важное практическое значение.

3.4. Ротатабельные центральные композиционные планы

Рассматривая недостатки симплекс-метода, мы отмечали его малую информативность по области оптимума, а также влияния отдельных варьируемых факторов на целевую функцию. Для того, чтобы получить математическую модель процесса, оценить значимость каждого исследуемого фактора на целевую функцию часто процесс описывают регрессионным уравнением первого, второго или третьего порядка. Иногда бывает целесообразно комплексное проведение исследований: вначале выявить незначимые факторы по методу Плакетта-Бермана, затем с оставшимися варьируемыми переменными по симплекс-методу найти оптимальные значения этих переменных и, наконец, провести эксперимент с этими переменными по

ротатабельному центральному композиционному плану. После проведения ротатабельного композиционного плана можно исследовать регрессионное уравнение аналитическими методами на оптимум целевой функции и тем самым проверить достигнутый оптимум в последовательном симплекс методе. При таком подходе часто оказывается возможным существенно сократить число опытов.

Матрица этого плана состоит из ядра плана, звездных точек и центра плана. В качестве ядра плана может быть использован полный 2^n факторный план. Величина плеча α для ротатабельного плана второго порядка вычисляется по формуле:

$$\alpha = 2^{\frac{n}{4}},$$

где n - число варьируемых переменных.

Таблица 3.8

Параметры центральных ротатабельных композиционных планов

Размерность	Ядро плана	Число звездных точек	n_0	N	α
1	2^2	4	5	13	1,414
2	2^3	6	6	20	1,682
3	2^4	8	7	31	2,000
5	2^5	10	10	52	2,378
6	2^6	12	15	91	2,828
7	2^7	14	21	163	3,333

В табл. 3.8 приведен значения числа опытов n_0 точек, плеча α в центре плана, звездных точек и общего числа точек N для ротатабельных равномерных планов второго порядка. В табл.3.9 приведена матрица ротатабельного центрального композиционного плана для $n=3$. Обратим внимание на то, что центральная точка фигурирует n_0 раз. Это значит, что при вычислении оценок коэффициентов мы будем использовать результат каждого параллельного

измерения в центре плана, а не их среднее значение. Заметим, что параллельные опыты в центре плана позволяют рассчитать оценку дисперсии ошибок и наблюдений. Обработка экспериментальных данных и получение регрессионного уравнения ведут по специальной программе на ПК.

Пример

Определить влияние общего температурного напора и числа ступней выпаривания концентрирующей сульфатной выпарной установки на себестоимость выпаривания. Получить математическую модель в виде регрессионного уравнения и выполнить аналитическую оптимизацию параметров с целью получения минимальной себестоимости выпаривания.

Уровни варьирования факторов приведены в табл. 3.9.

Таблица 3.9

Уровни варьирования факторов

Факторы	Кодовое обозначение	$x_i = -1,414$ (звездные точки)	$x_i = -1$ (нижний уровень)	$x_i = 0$ (основной уровень)	$x_i = +1$ (верхний уровень)	$x_i = +1,414$ (звездные точки)
Общий температурный напор	x_1	88,7	89,5	91,5	93,5	94,3
Число ступней выпаривания	x_2	5	6	8	10	11

Матрица планируемого эксперимента и результаты себестоимости процесса выпаривания руб./ч в табл. 3.10.

Переход от кодированных значений к переменным осуществим по формулам

$$\hat{x}_i^n = \frac{x_i^n - x_i^0}{\Delta x_i},$$

тогда

$$x_i^n = x_i^{\wedge n} \cdot \Delta x_i + x_i^0,$$

где i - номер варьируемой переменной;

n – номер опыта;

$x_i^{\wedge n}$

$x_i^{\wedge n}$ - кодированное значение переменной;

x_i^n - натуральное значение переменной;

x_i^0 - натуральное значение переменной на нулевом уровне;

Δx_i - шаг варьирования переменных.

Таблица 3.10

Матрица планирования эксперимента и результаты расчета
себестоимости выпаривания

Ядро плана	№ опыта	X_1	X_2	C
Ядро плана	1	-1	-1	5332,537
	2	+1	-1	5364,498
	3	-1	+1	4786,474
	4	+1	+1	4690,78
Звездные точки	5	-1,414	0	4715,817
	6	+1,414	0	4669,805
	7	0	-1,414	6320,449
	8	0	+1,414	5065,067
Центр плана	9	0	0	4689,798
	10	0	0	4689,798
	11	0	0	4689,798
	12	0	0	4689,798
	13	0	0	4689,798

Значения нулевого уровня для варьируемых переменных определим из практических данных. Пусть имеем:

общий температурный напор в выпарной батарее – 91,5 град.

количество ступеней выпаривания – 8.

Таким образом, с учетом принятия шага для варьирования полезного температурного напора 2 град., для числа ступеней выпаривания – 2 ступени, будем иметь:

$$x_1^0 = 91,5 \text{ град.}; \Delta x_1 = 2 \text{ град.}; x_1^{+1,414} = 94,3 \text{ град.}; x_1^{-1,414} = 88,7 \text{ град.};$$

$$x_2^0 = 8 \text{ град.}; \Delta x_2 = 2 \text{ град.}; x_2^{+1,414} = 12,8 \text{ град.}; x_2^{-1,414} = 5,2 \text{ град.};$$

В натуральных значениях параметров матрицу планирования эксперимента можно представить в виде таблицы (табл. 3.11).

Подставив в табл. 3.11 численные значения стоимости выпаривания, можно обработать выражения для стоимости выпаривания функцией двух переменных (общий температурный напор по выпарной батарее и число ступеней выпаривания) полиномом второй степени.

Этот полином имеет вид:

$$C = 4689,8 - 16,1005 \cdot x_1 - 374,395 \cdot x_2 - 35,7966 \cdot x_1^2 - 31,9137 \cdot x_1 \cdot x_2 + 464,177 \cdot x_2^2$$

Таблица 3.11

Матрица планирования эксперимента в натуральных значениях параметров

Ядро плана	№ опыта	X1	X2	C
Ядро плана	1	89,5	6	5332,537
	2	93,5	6	5364,498
	3	89,5	10	4786,474
	4	93,5	10	4690,78
Звездные точки	5	88,672	8	4715,817
	6	94,328	8	4669,805
	7	91,5	5,2 (5)	6320,449
	8	91,5	12,828 (13)	5065,067
Центр плана	9	91,5	8	4689,798

Значения критерия Фишера для модели $F=1$ при критических значениях $F_{кр}(0,01)=16,7$; $F_{кр}(0,05)=6,59$. Отсюда следует, что математическая модель адекватна.

Анализ полученной математической модели показывает, что на эффект себестоимости процесса выпаривания ведущую роль играет число ступеней выпаривания и в меньшей степени – общий температурный напор. Так, коэффициенты как при линейных, так и квадратичных членах при числе ступеней выпаривания существенно выше, чем при общем температурном напоре.

Вычислив частные производные и приравняв их к нулю, получим два уравнения с двумя неизвестными:

$$\frac{\partial C}{\partial x_1} = -16,1005 - 71,5932 \cdot x_1 - 31,9137 \cdot x_2;$$

$$\frac{\partial C}{\partial x_2} = -374,395 - 31,9137 \cdot x_1 + 928,354 \cdot x_2.$$

Решив уравнения относительно x_1 и x_2 найдем значения для оптимизируемых переменных.

Составляем систему уравнений:

$$\begin{cases} -16,1005 - 71,5932 \cdot \delta_1 - 31,9137 \cdot \delta_2 = 0 \\ -374,395 - 31,9137 \cdot \delta_1 + 928,354 \cdot \delta_2 = 0 \end{cases}$$

Решение системы уравнений позволяет получить:

$$\delta_1 = -0,39$$

$$\delta_2 = 0,38$$

Численные значения этих параметров соответствуют для числа ступеней выпаривания 8,84; для общей полезной разности температур 90,72 градусов. Принимаем число ступеней выпаривания $n = 9$ и полезную разность температур $\Delta t = 91$ град.

3.5. Метод Бокса — Уилсона (метод крутого восхождения)

Стратегия метода Бокса — Уилсона при исследовании поверхности отклика с целью нахождения экстремума состоит в следующем. На основе малой серии опытов находится локальное описание поверхности отклика в некоторой исходной области с помощью модели линейного вида. В центре области рассчитывается линейное приближение градиента, и в направлении градиента, т. е. в направлении наискорейшего подъема (крутом восхождении), проводятся опыты до достижения стационарной области, в которой расположен экстремум. Если найденное линейное приближение градиента для центра области существенно отличается от значения градиента в некоторой точке по направлению движения, то можно найти новое описание поверхности отклика с помощью полиномов первого порядка в окрестности этой точки и рассчитать новое значение градиента. В стационарной области линейная модель оказывается уже не адекватной, и для описания поверхности отклика в этой области, как правило, используются полиномы второй и даже третьей степени. В стационарной области требуется провести большее количество экспериментов, так как здесь необходимо получить более точное описание.

Если модель линейная, т. е.

$$y = a_0x_0 + a_1x_1 + \dots + a_nx_n,$$

компоненты градиента и нормированного градиента полученной линейной модели зависят от выбора основного уровня и интервалов варьирования переменных.

Необходимо стремиться выбирать интервалы варьирования, чтобы величины коэффициентов (в случае их значимости) имели бы одинаковый порядок. В этом случае применение метода крутого восхождения является наиболее эффективным.

Метод Бокса—Уилсона состоит из следующих шагов:

Построение линейной модели. Предполагается, что эксперимент начинается с точки, достаточно удаленной от оптимума (или так называемой стационарной области); поэтому для описания поверхности отклика в окрестности начальной точки можно использовать линейную модель. С помощью факторного планирования можно найти точки проведения наблюдений и рассчитать оценки коэффициентов. Статистический анализ результатов завершает этот этап.

Пошаговое улучшение величины целевой функции. Чтобы осуществить движение в направлении оптимума, необходимо рассчитать направление градиента и определить величину шага до следующего опыта. Координаты 1-й точки наблюдения по направлению градиента находятся по формуле

$$x_i^l = x_i^{l-1} + \lambda \check{a}_i, \quad l = 1(1)L,$$

где \check{a}_i – оценка i -го коэффициента. Здесь и далее λ – нормированная величина шага движения в направлении градиента. Кроме того, через x_i обозначены нормированные значения факторов, а через x_i^* – значения факторов в натуральных единицах.

Так как градиент всегда проходит через центр плана, $x_i^0 = 0$, то

$$x_i^l = l \lambda \check{a}_i,$$

где λ – выбранная величина нормированного шага. При выборе величины шага имеют значения, близкие к тем, которые используются при выборе интервала варьирования. Величину шага для k -го фактора λ_k выбирают из физических соображений (целесообразно, чтобы этим фактором была переменная, в наибольшей степени влияющая на целевую функцию), выражая ее в натуральных единицах (°С, секунды, концентрация и т. д.), затем рассчитывают

$$\lambda = \frac{\lambda_k}{\Delta_k |a_k|},$$

где Δ_k – интервал варьирования $\Delta_k = 1/2(x_{kmax} - x_{kmin})$.

Для определения величины шага λ_i по остальным переменным в натуральных единицах используется следующее соотношение:

$$\lambda_i = \lambda |a_i| \Delta_i,$$

При этом получается, что величины шагов λ_i всегда соотносятся друг с другом также, как модули величин $a_i \Delta_i$, т.е

$$\lambda_1 : \lambda_2 : \dots : \lambda_n = |a_1 \lambda_1| : |a_2 \lambda_2| : \dots : |a_n \lambda_n| .$$

Важную роль в методе крутого восхождения играют „мысленные“ эксперименты. Мысленным экспериментом называют расчет выходной величины по модели в точках, расположенных в направлении градиента. На основе этих расчетов исследуется поведение поверхности отклика в направлении градиента.

Если модель адекватна, то реализацию мысленных экспериментов начинают обычно с точки, лежащей вне области, ограниченной точками начального плана. В примере это опыт под номером 7. Величина выходной переменной, рассчитанная в этой точке с помощью модели, приведена в табл. 3.12. При реализации опытов в направлении градиента могут быть использованы две различные стратегии: в первом случае все выбранные для реализации опыты проводятся одновременно, во втором— последовательно по некоторой программе. Одновременную реализацию всех опытов проводят обычно тогда, когда исследуемый процесс подвержен временному дрейфу, а реализация каждого опыта не требует больших временных или материальных затрат. В случае, когда постановка опытов связана с большими временными или материальными затратами, предпочтительнее последовательная стратегия.

Пример

В табл. 3.12 для двумерного случая указаны условия проведения эксперимента, план эксперимента (типа 2^2) и результаты наблюдений, полученные путем вычисления среднего по двум опытам в каждой точке плана. Требуется рассчитать величину шага и координаты дальнейших опытов в

направлении крутого восхождения, приняв величину шага по переменной, x_2^* , равной 0,5. Результаты расчетов приводятся в нижней части табл. 3.12. В таблице шаг указан со знаком, определяющим направление изменения соответствующего фактора.

Здесь через x_i^* обозначены факторы в натуральных единицах.

Таблица 3.12

План и результаты эксперимента

Переменные	x_1^*	x_2^*	\bar{y}
Основной уровень	1,5	7	
Интервал варьирования	0,5	1	
Верхний уровень	2	8	
Нижний уровень	1	6	
Нормированные значения факторов (переменных)	x_1	x_2	
Опыты:			
1	-1	-1	95
2	1	-1	90
3	-1	1	85
4	1	1	82
$\hat{a}_i \hat{a}_0 = 88,0$	-2	-4,5	
\hat{a}_i × интервал варьирования	-1	-4,5	
Шаг при изменении x_2^* на 0,5	-0,011	-0,5	
Округленная величина шага	-0,1	-0,5	
Опыты в направлении крутого восхождения	x_1^*	x_2^*	\hat{y}
5	1,4	6,5	
6	1,3	6	
7	1,2	5,5	95
8	1,1	5	98,6
9	1	4,5	

Пояснения к таблице примера

После выполнения первичной матрицы планирования эксперимента определяем линейное регрессионное уравнение:

$$y = a_0x_0 + a_1x_1 + \dots a_nx_n.$$

Находим a_0 как среднее (по модулю) значение целевых функций $|y|$. Тогда

$$a_0 = (95,0+90,0+85,0+82,0)/4=88,$$

$$a_1=(-95,0+90,0-85,0+82,0)/4=-2,$$

$$a_2 = (-95,0-90,0+85,0+82,0)/4 = -4,5.$$

Уравнение имеет вид:

$$y = 88 - 2x_1 - 4,5x_2 .$$

С учетом изменения шага (при изменении x_2^* на 0,5) имеем:

$$\frac{a_1\Delta_1}{a_2\Delta_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2},$$

$$\lambda_1 = \frac{a_1\Delta_1\lambda_2}{a_2\Delta_2} = \frac{2 * 0,5 * 0,5}{4,5 * 1} = 0,11 .$$

Округленная величина $\lambda_1=0,10$.

В формуле введены следующие обозначения:

a_1, Δ_1, λ_1 - коэффициент при регрессионном уравнении, интервал варьирования и шаг при x_1^* , соответственно. Шаг равен интервалу варьирования;

a_2, Δ_2, λ_2 - коэффициент при регрессионном уравнении, интервал варьирования и шаг при x_2^* , соответственно. Шаг равен интервалу варьирования минус 0,5 (по заданию).

Таким образом:

Опыт 5

$$x_1^* = x_0^* - \lambda_1 = 1,5 - 0,1 = 1,4,$$

$$x_2^* = x_0^* - \lambda_2 = 7 - 0,5 = 6,5.$$

Аналогично поступаем для получения точек x_1^* и x_2^* для их определения в опытах 6-9. При чем опыты 5-7 проводим как мысленные. Опыты 8 и 9 проводим как физические. В них получаем функции цели: 95 и 96 соответственно.

Вопросы для самопроверки

1. Какую задачу решают с применением метода планирования эксперимента Плакетта – Бермана?
2. Каким образом рассчитываются эффекты отдельных факторов в методе Плакетта-Бермана?
3. Для каких задач целесообразно применять метод планирования экспериментальной оптимизации?
4. По каким критериям определяется достижение оптимума?
5. Опишите последовательность построения симплекс-плана.
6. Какие недостатки и преимущества последовательного симплекс-плана вы знаете?
7. Из каких частей состоит матрица ротатабельного композиционного плана?
8. Из каких этапов состоит метод Бокса—Уилсона?

Глава 4. Методы термодинамического анализа

4.1. Метод тепловых балансов

В прикладной термодинамике применяются различные методы анализа энергетических превращений в технических системах.

Первый, самый распространенный метод анализа - **метод тепловых балансов** основан на применении первого закона термодинамики, но, являясь частным случаем закона сохранения массы и энергии, первый закон термодинамики не может дать ответа о степени термодинамического совершенства как отдельного элемента, так и энерготехнологической системы в целом.

При расчете по этому методу составляются энергетические (тепловые) балансы, на основании которых определяются показатели работы установок, например, термический КПД для тепловых двигателей, холодильный коэффициент для холодильных установок, коэффициент преобразования (трансформации) для теплонасосных установок, различного рода «тепловые» КПД для других технических систем и т.д. К этой группе относятся термодинамические КПД, представляющие отношение полученного полезного эффекта к затратам, необходимым для получения этого эффекта.

В качестве абсолютной меры степени термодинамического совершенства технологической системы принята величина подвода энергии от внешнего источника. При таком подходе молчаливо принимается, что все выходящие из системы тепловые потоки отводятся в окружающую среду, т.е. не участвуют в процессе теплопередачи и не могут совершить полезную работу. В качестве относительной меры термодинамического совершенства здесь выступают тепловые и термические КПД.

Рассмотрим некоторые из них.

Так, например, термический КПД теплосиловой установки (η_t) представляет собой отношение полученной работы L к затраченной (подведенной) теплоте Q_1 и имеет вид:

$$\eta_t = L / Q_1 . \quad (4.1)$$

В качестве потери рассматривается теплота Q_2 , отдаваемая окружающей среде.

Для схемы конденсационной электростанции абсолютный электрический КПД ($\eta_{\text{э}}$) определяется как произведение термического КПД на КПД отдельных элементов:

$$\eta_{\text{э}} = \eta_t \cdot \eta_{\text{ку}} \cdot \eta_{\text{тр}} \cdot \eta_{\text{oi}} \cdot \eta_{\text{м}} \cdot \eta_{\text{г}}, \quad (4.2)$$

где $\eta_{\text{ку}}$ – КПД котельной установки; $\eta_{\text{тр}}$ – КПД трубопровода; η_{oi} – относительный внутренний КПД турбины; $\eta_{\text{м}}$ – механический КПД турбины; $\eta_{\text{г}}$ – КПД генератора.

Уравнение (4.2), полученное по методу энергетических балансов, с одной стороны дает для простых конденсационных установок хорошую увязку всех входящих КПД, с другой, количественный анализ этих КПД показывает ложную картину распределения перерасхода топлива, вызванного тепловыми процессами в элементах оборудования. Так, например, потери теплоты в котельной установке составляют всего 10 – 15 %, а в конденсаторе достигают 60 %. В действительности относительный перерасход топлива, вызванный процессами в котельной установке и конденсаторе, составляет величины 60-80 % и 5-7 %, соответственно.

В теплотехнических расчетах часто применяется КПД, относящийся к процессам теплообмена. Для теплоиспользующего аппарата тепловой КПД:

$$\eta = Q_2 / Q_1 , \quad (4.3)$$

где Q_1 и Q_2 - подведенная и отведенная энергия в технологическом процессе.

Величина η в формуле (4.3), на первый взгляд при $T > T_{oc}$ и соответственно наличию потерь в окружающую среду, удовлетворяет предъявляемому требованию к КПД и меньше единицы. Однако при $T < T_{oc}$ величина $Q_2 > Q_1$ и $\eta > 1$, поскольку тепловой поток направлен от окружающей среды к рабочему телу.

Для суждения о степени использования вторичных энергоресурсов рекомендуется «коэффициент использования теплоты» с учетом вторичных энергоресурсов:

$$\eta_{и} = (Q_2 + Q_{и}) / Q_1, \quad (4.4)$$

где $Q_{и}$ – энергия, использованная для каких-либо производственных или бытовых нужд, не связанная с технологическим процессом данной установки.

Большое распространение для анализа энерготехнологических систем нашел применение температурный КПД теплообменника:

$$\eta_T = Q_{1,2} / Q_{max} = [W_{г} (t_{г1} - t_{г2})] / [W_{min} (t_{г1} - t_{х1})] = [W_{х} (t_{х2} - t_{х1})] / [W_{min} (t_{г1} - t_{х1})], \quad (4.5)$$

где Q_{max} – максимально возможный тепловой поток, который может быть передан только в идеальном противоточном теплообменнике с бесконечно большой поверхностью теплопередачи, а именно: $Q_{max} = W_{х} (t_{г1} - t_{х1})$, если $W_{х} < W_{г}$ или $Q_{max} = W_{г} (t_{г1} - t_{х1})$, если $W_{г} < W_{х}$; $W_{г} = (M \cdot c)_{г}$ – водяной эквивалент горячей жидкости; $W_{х} = (M \cdot c)_{х}$ – водяной эквивалент холодной жидкости; $M_{г}, c_{г}, M_{х}, c_{х}$ – массовый расход и теплоемкость горячей и холодной жидкости, соответственно; W_{min} – наименьший водяной эквивалент взаимодействующих потоков; $t_{г1}, t_{г2}, t_{х1}, t_{х2}$ – температуры горячей и холодной жидкости на входе и выходе из теплообменника, соответственно.

Общим недостатком рассмотренных КПД является невозможность оценки степени термодинамического совершенства рассматриваемой

энерготехнологической системы. Составленные на основе закона сохранения энергии, они лишь определяют степень совершенства теплоизоляции и в некоторых случаях отвод энергии и вещества в окружающую среду. При использовании составляющих энергетического баланса качественное различие входящих в него величин не учитывается, поскольку с позиций первого закона термодинамики все формы энергии равноценны.

В сложных химико-технологических системах, каким, например, является целлюлозно-бумажное производство, наблюдается целый ряд процессов с внешней регенерацией теплоты, т.е. таких, в которых часть теплового потока выводится или вводится из процесса для его использования в других установках производственного цикла. При таком подходе молчаливо принимается, что все выходящие из системы тепловые потоки отводятся в окружающую среду, являются потерянными для их дальнейшего полезного использования, т.е. не могут совершить полезную работу.

В качестве абсолютной меры степени термодинамического совершенства технологической системы обычно принимается чаще всего удельная (отнесенная к единице конечной или промежуточной продукции) величина подвода энергии от внешнего источника. Так, оценка экономической эффективности турбины осуществляется с помощью удельного расхода пара и удельного расхода теплоты на выработку 1кВт·ч электрической энергии. Энергетическая эффективность сушильных установок определяется удельным расходом пара на единицу высушенной продукции.

В качестве меры термодинамического совершенства процесса в выпарных батареях используется величина удельного расхода пара. Эта величина определяет подвод энергии от внешнего источника на выпаривание отнесенной к количеству выпаренной воды или к единице выпускаемой продукции, например, кг или кДж пара от внешнего источника / кг выпаренной воды в батарее; кг или кДж пара от внешнего источника / кг целлюлозы. Понятно, что такой критерий никакого отношения к оценке термодинамического

совершенства процесса в выпарной батарее не имеет. Это легко иллюстрируется примером. Пусть процесс выпаривания происходит в семиступенчатой выпарной батарее с удельным расходом греющего пара 0,24 кг / кг выпаренной воды. Если сравнить его с процессом в одноступенчатой выпарной батарее при удельном расходе греющего пара 1,0 кг / кг выпаренной воды при одинаковых полезных температурных напорах в единичном выпарном аппарате, то по этому критерию следует сделать однозначный вывод о более высокой термодинамической эффективности процесса в семиступенчатой выпарной батарее.

Однако, это не так. Здесь следует рассмотреть дополнительные условия. Пусть в сравниваемых вариантах полезные температурные напоры для единичных выпарных аппаратов одинаковы и вторичный пар одноступенчатой выпарной батареи используется в других технологических процессах с высокой термодинамической эффективностью. Для этого случая расход топлива в котле ТЭЦ для непрерывного функционирования технологического процесса одноступенчатого выпаривания может оказаться таким же или даже меньшим, т.е. характеризуется такой же или более низкой термодинамической эффективностью процесса. Это показал еще в 1941 году профессор Аронс.

Можно привести целый ряд других примеров применения различных удельных показателей для оценки энергетической эффективности того или иного процесса или установки. Общим недостатком такого способа оценки является большое количество показателей и их не универсальность.

4.2. Эксергетический метод анализа

При анализе термодинамических систем необходимо учитывать наряду с первым, второй закон термодинамики. **Метод термодинамического анализа, учитывающий при анализе технологических систем как первый, так и второй закон термодинамики, называется эксергетическим.** Этот метод

термодинамического анализа основан на введении понятия термодинамических потенциалов.

Обоснованно выбранные термодинамические потенциалы позволяют определить работоспособность потоков вещества и энергии в любой точке рассматриваемой системы.

Большое значение при этом методе анализа приобретает окружающая технические системы среда. Следует отметить, что все реальные технические процессы происходят в условиях взаимодействия с окружающей средой. Окружающая среда характеризуется тем, что ее параметры не зависят от параметров рассматриваемой системы и в большинстве задач могут считаться постоянными. Примерами такой среды могут быть атмосфера, морская вода, космическое пространство.

Понятие энергии как общей меры движения материи в рассматриваемой системе недостаточно при решении технических задач. Техническая ценность энергии зависит не только от ее собственных параметров и формы, но и от параметров окружающей среды. Таким образом, не всякая энергия и не при всех условиях может быть целиком пригодна для практического использования.

С этой точки зрения во всех энергетических превращениях, обеспечивающих работу технических систем, может использоваться энергия двух видов:

- энергия, полностью превратимая в любой другой вид энергии, независимо от параметров окружающей среды – «организованная» форма энергии. Это, например, механическая, электрическая, химическая энергия;

- энергия, которая не может быть полностью превращена в другой вид энергии; ее превратимость определяется как собственными параметрами, так и параметрами окружающей среды – «неорганизованная» форма энергии. Например, энергия, передаваемая в виде теплового потока, энергия излучения и т.д.

На основании изложенного возникла необходимость введения общей меры для всех видов энергии, характеризующей способность их преобразования в другие виды организованной энергии. Такая мера превратимости Рантом была названа **эксергией системы**.

Эксергия системы в данном состоянии измеряется количеством механической или другой полностью превратимой энергии, которое может быть получено от системы в результате ее обратимого перехода из данного состояния в состояние равновесия с окружающей средой.

Та часть энергии системы, которая не может быть превращена в организованную энергию, получила название **анергии**.

Таким образом, при определении эксергии объектом рассмотрения являются, прежде всего, сама система, затем окружающая среда и, наконец, внешние объекты в окружающей среде, которые могут служить источниками или приемниками энергии. Эксергия, как и энергия системы, в каждом данном состоянии, имеет фиксированное значение.

Взаимодействие системы с окружающей средой может проходить, как обратимо (идеальный процесс), так и необратимо (реальный процесс). В идеальном обратимом процессе будет получена работа, равная убыли эксергии. В реальном процессе работа будет меньше, чем убыль эксергии, так как часть эксергии исчезнет, будет потеряна.

Таким образом, если взаимодействие системы и окружающей среды протекает необратимо с возрастанием энтропии, то эксергия системы уменьшается. Сопоставление свойств энергии и эксергии представлено в табл.4.1.

Свойства энергии и эксергии

Энергия системы	Эксергия системы
Зависит только от параметров системы и не зависит от параметров окружающей среды	Зависит как от параметров системы, так и от параметров окружающей среды
Всегда имеет величину, отличную от нуля	Может иметь величину, равную нулю (при полном равновесии параметров системы и окружающей среды)
Подчиняется закону сохранения энергии в любых процессах и уничтожаться не может	Подчиняется закону сохранения только при обратимых процессах; в реальных необратимых процессах уничтожается частично или полностью
Преобразование одних форм в другие ограничено по условиям второго закона термодинамики для всех процессов, в том числе и обратимых	Преобразование одних форм в другие не ограничено по условиям второго закона термодинамики для обратимых процессов

Рассмотрим некоторую техническую систему (рис.4.1).

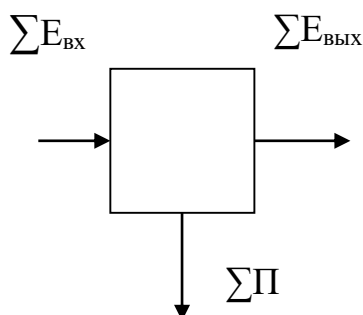


Рис.4.1. Эксергетический баланс системы

Разность значений общей величины эксергии $\Sigma E_{\text{вх}}$, вводимой в данную систему (установку), и величины эксергии $\Sigma E_{\text{вых}}$, выводимой из нее, определяют суммарную величину $\Sigma \Pi$ потерь от необратимости в системе:

$$\sum E_{вх} - \sum E_{вых} = \sum \Pi \geq 0. \quad (4.6)$$

Только в обратимых процессах $\sum E_{вх} = \sum E_{вых}$ и $\sum \Pi = 0$, так как отсутствует диссипация энергии.

В этом эксергия аналогична энтропии, возрастание которой в замкнутой системе также отражает потери от необратимости. Однако практическое преимущество эксергии состоит в том, что ее уменьшение дает сразу значение потерь превратимой энергии – как абсолютное, так и относительное.

Отношение эксергии $\sum E_{вых}$, отводимой из системы к подведенной эксергии $\sum E_{вх}$, представляет собой эксергетический КПД, который характеризует степень приближения системы к идеальной:

$$\eta_e = \frac{\sum E_{вых}}{\sum E_{вх}} = \frac{\sum E_{вх} - \sum \Pi}{\sum E_{вх}} = 1 - \frac{\sum \Pi}{\sum E_{вх}}. \quad (4.7)$$

В системе с идеальными процессами $\eta_a = 1$, для системы с реальными процессами $\eta_a < 1$.

Потери $\sum \Pi$ делятся на две группы по их локализации:

1. Внутренние потери – Π_i , связанные с необратимостью процессов, протекающих внутри системы (трение в машинах и устройствах, гидравлическое сопротивление, дросселирование, тепломассообмен при конечных температурных напорах и др).

2. Внешние потери – Π_e , связанные с условиями взаимодействия системы с окружающей средой и другими источниками и приемниками энергии, потери через тепловую изоляцию, потери с продуктами, выходящими из установки, эксергия которых не используется и другие).

Внутренние и внешние потери можно разделить при помощи формулы (4.6). Если в ней приняты значения эксергии, взятые по параметрам самой установки, полученные значения $\sum \Pi$ будут соответствовать только внутренним

потерям. Если в уравнение (4.6) входят значения эксергии, отдаваемой и получаемой внешними источниками, то $\sum \Pi$ включает и внешние и внутренние потери.

Деление потерь на внутренние и внешние связано с различными путями их уменьшения. Внутренние потери связаны с несовершенством отдельных элементов, составляющих анализируемую установку или процессов в этих элементах. Внешние потери определяются в основном несоответствием между процессом в целом и внешними условиями его проведения, а также несоответствием между отдельными элементами, составляющими технологическую схему.

Путем последовательного применения уравнения (4.6) к отдельным элементам установки можно установить распределение в них внутренних потерь. Для стационарного процесса уравнение (4.6) имеет вид:

$$\sum \Pi_i + \sum \Pi_e = \sum E_{вх} - \sum E_{вых} \quad (4.8)$$

Для составления эксергетического баланса системы необходимо изучить метод определения эксергии для энергии тех видов, которые встречаются в технических системах.

Определение значения эксергии для различных видов энергии

В процессах трансформации теплоты используются в общем случае три вида энергии: организованная - электрическая, механическая или химическая, тепловая и энергия потоков вещества (газа, пара, жидкости).

Эксергия для механической и электрической энергии (организованной формы энергии) равна соответствующей работе и поэтому вопрос определения эксергии здесь отпадает: $E_L = L$ и $E_{э} = \mathcal{E}$.

Эксергия теплоты E_q отличается от количества теплоты Q по условиям второго начала термодинамики. Для ее определения рассмотрим процесс

обратимого взаимодействия потока теплоты q с окружающей средой с помощью цикла Карно, приведенного в T - S – диаграмме (рис. 4.2).

В том случае, когда $T > T_{o.c}$, необходим прямой цикл, а при $T < T_{o.c}$ – обратный.

Рассмотрим прямой цикл Карно (рис. 4.2, а). При обратимом взаимодействии располагаемого количества теплоты $q = T \cdot \Delta S$ с окружающей средой может быть произведена работа, определяющая эксергию теплоты - $e_q = l = (T - T_{o.c}) \cdot \Delta S$.

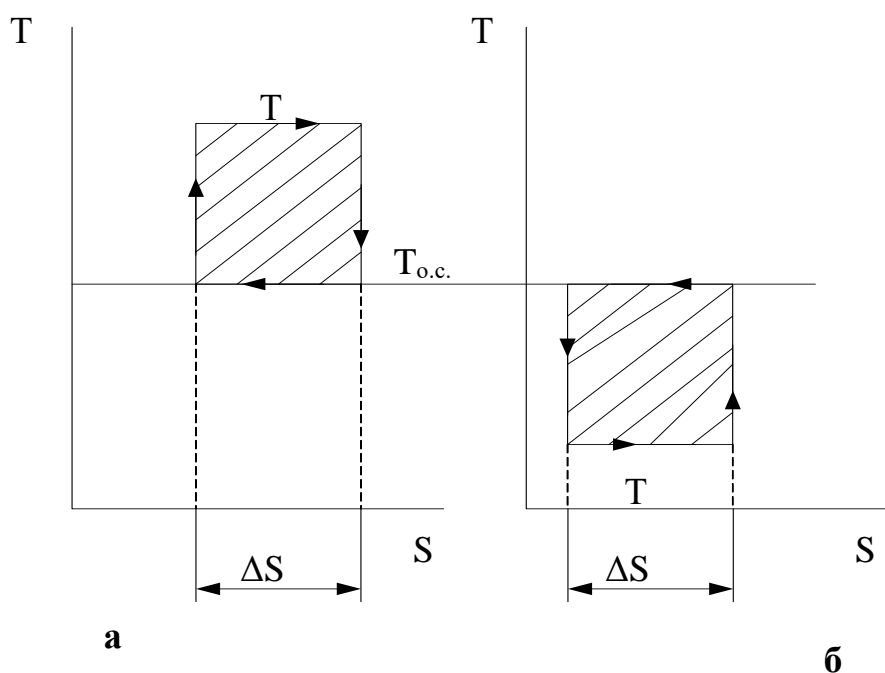


Рис. 4.2. Циклы Карно: а – прямой, б – обратный

Связь между e_q и q определяется соотношением:

$$e_q = q \cdot \frac{T - T_{o.c}}{T} = q \cdot \tau_q, \quad (4.9)$$

где τ_q – коэффициент работоспособности теплоты (эксергетическая температурная функция).

Коэффициент работоспособности теплоты будет равен:

$$\tau_q = \frac{e_q}{q} = \frac{(T - T_{o.c.}) \cdot \Delta S}{T \cdot \Delta S} = 1 - \frac{T_{o.c.}}{T}. \quad (4.10)$$

По физическому смыслу он определяет количество работы, которую можно получить в идеальном прямом цикле от единицы теплоты, то есть для прямого цикла Карно $\tau_q = \eta_t$. Поскольку в рассматриваемых условиях $0 < T_{i.n.}/T \leq 1$, то $0 \leq \tau_q < 1$.

Для обратного цикла Карно (рис. 4.2, б) $T_{o.c.} > T$ или $T_{o.c.}/T > 1$, при этом коэффициент $\tau_q < 0$. Отрицательное значение коэффициента работоспособности теплоты указывает на то, что работа в данном случае затрачивается.

В случае $T \ll T_{o.c.}$, $|\tau_q| \gg 1$ при выработке искусственного холода энергетические затраты на повышение потенциала теплоты, отводимой от охлаждаемых тел, возрастают тем в большей степени, чем ниже температурный уровень искусственного холода.

Чтобы показать характер изменения τ_q в зависимости от температуры T , найдем первую производную от τ_q по T :

$$\frac{d\tau_q}{dT} = \frac{T_{o.c.}}{T^2}. \quad (4.11)$$

Тангенс угла наклона касательной в любой точке кривой $\tau_q = f(T)$ к оси абсцисс равен $d\tau_q/dT$.

Из уравнения (4.11) следует, что значение $d\tau_q/dT$ зависит от значения T и возрастает со снижением T . При $T \rightarrow 0$ $d\tau_q/dT \rightarrow \infty$, при $T \rightarrow \infty$ $d\tau_q/dT \rightarrow 0$. Поскольку правая часть уравнения (4.6) величина положительная, то и левая часть этого уравнения положительна. Это значит, что знаки $d\tau_q$ и dT одинаковы.

При $T < T_{o.c}$ коэффициент $\tau_q < 0$. В этой области положительному значению dT соответствует положительное значение $d\tau_q$, тем самым при увеличении температуры T растет значение коэффициента τ_q , т.е. снижается его абсолютное значение. Аналогично при снижении T уменьшается τ_q , т.е. увеличивается его абсолютное значение. При $T = T_{o.c}$ из уравнений (4.10) и

(4.11) следует: $\tau_q = 0$ и $\frac{d\tau_q}{dT} = \frac{1}{T_{o.c}}$.

Характер зависимости $\tau_q = f(T)$ приведен на рис.4.3.

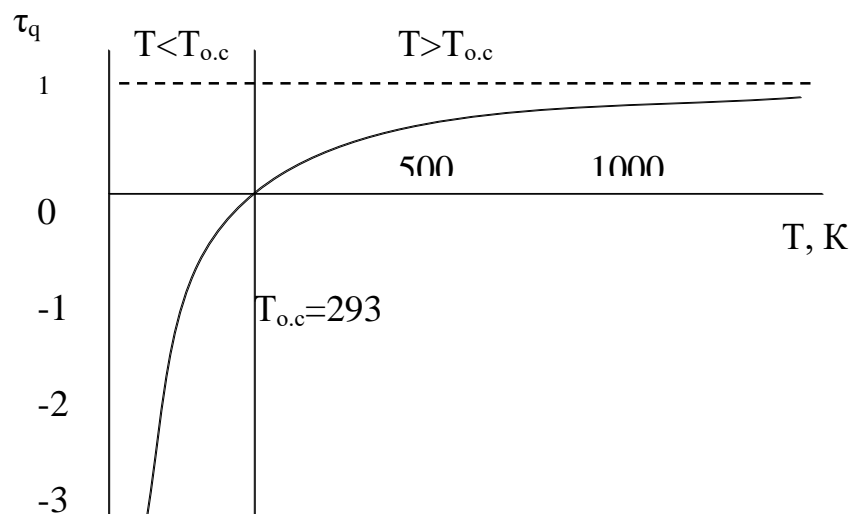


Рис.4.3. Зависимость τ_q от T

Эксергия потока вещества определяется работой, которую может произвести единица массы потока, например, 1 кг газа или пара, с параметрами торможения P, T, h, S при обратимом взаимодействии с окружающей средой, параметры которой $P_{o,c}, T_{o,c}, h_{o,c}, S_{o,c}$.

Рассмотрим взаимодействие потока газа с окружающей средой в T - S -диаграмме (рис.4.4).

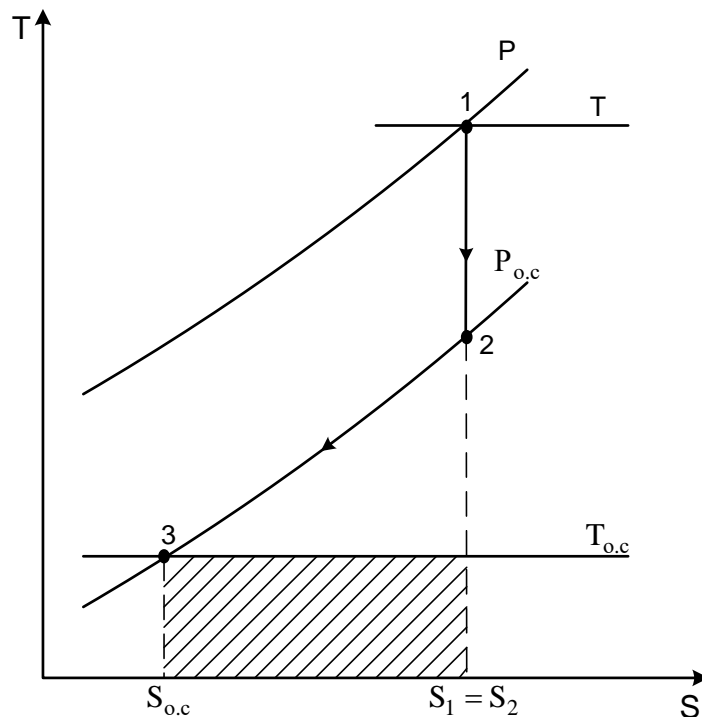


Рис. 4.4. Схема обратимого взаимодействия потока вещества с окружающей средой

Рассматриваемое взаимодействие состоит из двух процессов: изэнтропного расширения от давления P до давления $P_{o,c}$ (1-2) и изобарного охлаждения (2-3). Удельная эксергия такого взаимодействия потока с окружающей средой может быть представлена как сумма двух слагаемых:

$$e = l = l_{1-2} + l_{2-3}.$$

Работа изоэнтропного расширения газа: $l_{1-2} = h_1 - h_2$. Работа, полученная за счет теплоты, отведенной при изобарном охлаждении газа:

$$l_{2-3} = \int_3^2 \tau_q dq = \int_3^2 dq \left(1 - \frac{T_{o.c.}}{T}\right) = \int_3^2 dq - \int_3^2 T_{o.c.} dS = h_2 - h_3 - T_{o.c.} (s_2 - s_3).$$

С учетом того, что $h_1 = h$; $S_1 = S_2 = S$; $h_3 = h_{\hat{1}.n}$; $S_3 = S_{\hat{1}.n}$, суммарная работа l , равная эксергии:

$$e = l = h - h_{o.c.} - T_{o.c.} (S - S_{o.c.}). \quad (4.12)$$

Уравнение (4.12) показывает, что удельная эксергия потока не равна разности энтальпий потока в данном состоянии и в состоянии равновесия с окружающей средой и может быть как меньше, так и больше ее.

Функцию e можно представить как поверхность в пространстве h - S - e . Уравнение (4.12) в этом случае представляет собой плоскость $(h - h_{o.c.}) - T_{o.c.} (S - S_{o.c.}) - e = 0$, которая пересекает плоскость h - S (при $e=0$) по прямой, проходящей через точку нулевого состояния с координатами $h_{o.c.}$, $S_{o.c.}$ и угловым коэффициентом $T_{o.c.}$. Эта прямая, в каждой точке которой $e=0$, называется «прямой окружающей среды».

Приведем пример графического определения e на плоскости $h - S$ (рис.4.5).

Из построения на плоскости видно, что величина e равна расстоянию по ординате между точкой 1, отображающее данное состояние, и прямой окружающей среды ab . Если точка 1 лежит выше прямой среды (рис.1.5,а), то $e>0$, а если ниже (рис.4.5 б), то $e<0$.

Оба примера, показанные на рис. 4.5, относятся к случаю, когда точка 1 лежит левее нулевого состояния $S_1 < S_{o.c.}$, что характерно для низкотемпературных процессов. Построение останется правильным и тогда, когда исследуемое состояние будет соответствовать точкам, где $S_1 > S_{o.c.}$.

При фиксированном значении параметров окружающей среды функция e является полным дифференциалом, поскольку при интегрировании по любому замкнутому контуру:

$$\oint_c de = \oint_c dh - T_{o.c} \oint_c dS = 0 \quad (4.13)$$

Взяв в качестве независимых переменных S и P , получим:

$$de = \left(\frac{\partial e}{\partial S} \right)_P dS + \left(\frac{\partial e}{\partial P} \right)_S dP \quad (4.14)$$

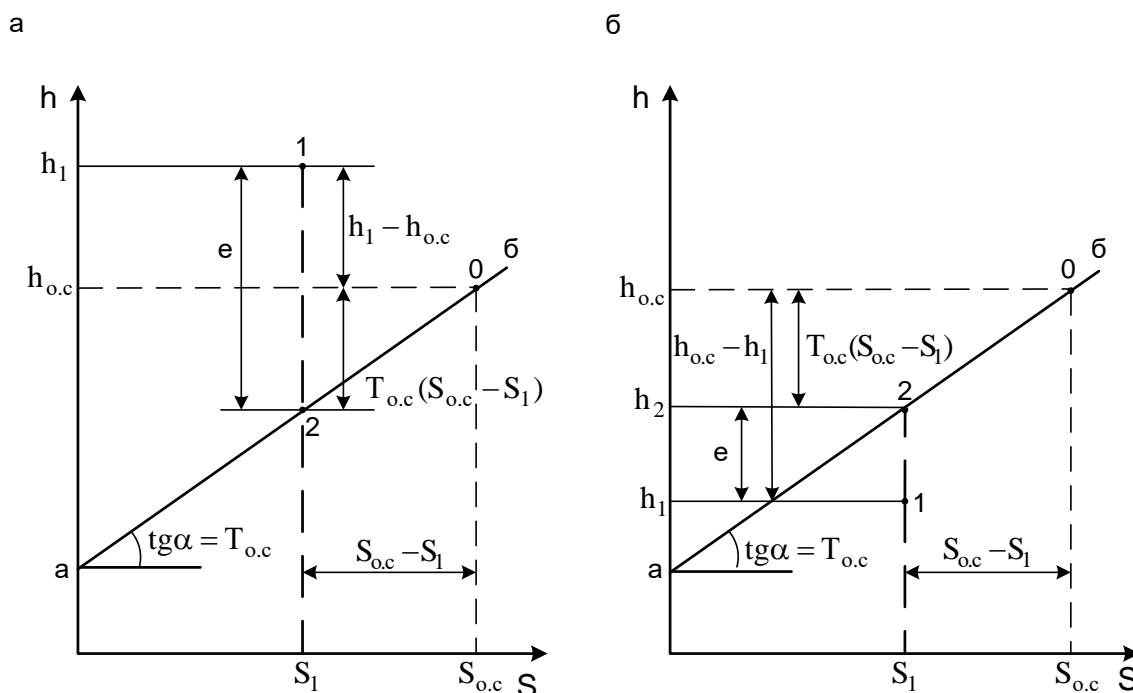


Рис. 4.5. Графическое определение e на плоскости h - S :

a – эксергия положительна; b – эксергия отрицательна

Подставим в формулу $de = dh - T_{o.c} dS$ значение $dh = TdS + VdP$, тогда:

$$de = (T - T_{o.c})dS + VdP. \quad (4.15)$$

Следовательно, коэффициенты в уравнении (4.14) будут иметь вид:

$$\left(\frac{\partial e}{\partial S}\right)_P = T - \left(\frac{\partial e}{\partial P}\right)_S = V.$$

Сопоставим свойства энтальпии h и эксергии e потока, рассматривая их как функции независимых переменных P и S (табл. 4.2).

Таблица 4.2

Энтальпия потока	Эксергия потока
$dh = TdS + VdP$	$de = (T - T_{o.c})dS + VdP$
$\left(\frac{\partial h}{\partial S}\right)_P = T$	$\left(\frac{\partial e}{\partial S}\right)_P = T - T_{o.c}$
$\left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_S = V$	$\left(\frac{\partial e}{\partial P}\right)_S = V$

Сравнение соответствующих выражений в правом и левом столбцах указывает, что обе функции e и h дают энергетическую характеристику потока вещества.

Изменение dh энтальпии при $P = \text{const}$ дает количество теплоты $\delta q = TdS$, которое переходит через контрольную поверхность системы. Изменение эксергии de в аналогичных условиях также характеризует теплоту, но только равной работе, которая в идеальном случае может быть получена при использовании этой теплоты. $\delta l = \delta q - T_{o.c}dS$. Изменение как энтальпии h , так и эксергии e при $S = \text{Const}$ дает в обоих случаях одну и ту же величину VdP , равную работе изменения давления рабочего тела в потоке.

Полный дифференциал энтальпии dh дает изменение энергии потока в результате как термических, так и механических воздействий через границы системы. Полный дифференциал эксергии de также связан с этими видами воздействия, но дает величину полезной энергии, которая может быть превращена в работу.

Таким образом, изменение энтальпии h отражает энергетические превращения в потоке вещества без учета ограничений, накладываемых вторым законом термодинамики в условиях взаимодействия с окружающей средой, а изменение эксергии e – с учетом этих ограничений. Следовательно, эксергия e является термодинамическим потенциалом особого вида, связанным с параметрами окружающей среды.

Получив значения эксергий для различных видов энергии, можно перейти к составлению эксергетических балансов для системы и отдельных ее элементов, расчету эксергетических КПД, определению относительных и абсолютных потерь эксергии в них, что позволяет наметить основные пути совершенствования, как отдельных элементов, так и в целом системы.

В табл. 4.3 приведены эксергетические КПД различных технических систем.

Таблица 4.3

Значения эксергетических КПД некоторых технических систем

Наименование	Эксергетический КПД, %
Конденсационная электростанция (КЭС)	39 - 42
Теплоэлектроцетраль (ТЭЦ)	40 - 44
Парогенератор	38 - 50
Парокомпрессионная холодильная установка	30 - 35
Абсорбционная водоаммиачная холодильная установка	12 - 15
Пароэжекторная холодильная установка	3 - 6
Пароструйный эжектор	8 - 12
Парокомпрессионный тепловой насос	35 - 40

Как видно, из табл. 4.3 эксергетические КПД для ТЭЦ и КЭС примерно равны. Разница между ними определяется в основном начальными параметрами пара. При этом следует отметить, что термический КПД КЭС, производящей только электроэнергию, близок к ее эксергетическому КПД и намного меньше, чем у ТЭЦ (80- 85 %).

Основные потери эксергии как для ТЭЦ так и для КЭС имеют место в парогенераторе ($\eta_e^{ПГ}=38-50$ %). Такой низкий эксергетический КПД парогенератора связан в основном с потерями при сгорании топлива и теплопередачей от высокотемпературных продуктов сгорания к воде и водяному пару, хотя с позиций только энергетического баланса термический КПД весьма высок ($\eta_t=85-90$ %). Это кажущееся благополучие по энергетическому балансу показывает, что он не вскрывает существо энергетических превращений в рассматриваемой системе и не позволяет правильно обосновать основные направления совершенствования как в целом системы так и отдельных ее элементов.

Несмотря на то, что эксергетический метод давно уже нашел признание для анализа термодинамических систем, главным образом, благодаря работам польских и российских ученых он медленно внедряется в практику термодинамического анализа тепловых технологических схем. По мнению профессора Д.П. Гохштейна это положение объясняется тем, что эксергетическим методом невозможно найти связь между эксергетическим КПД сложной схемы с эксергетическим КПД ее элементов. Только для достаточно простых систем без промежуточных отводов и подводов эксергии в отдельных элементах эксергетический КПД системы равен произведению эксергетических КПД всех входящих в нее элементов.

$$\eta_e = \prod_{i=1}^{i=n} \eta_{ei} \cdot \quad (4.16)$$

Анализ сложной термодинамической системы, например, схем с регенерацией теплоты, холодильных установок, тепловых насосов с регенерацией затруднен.

4.3. Энтропийный метод анализа

Согласно второму закону термодинамики, любой реальный тепловой процесс характеризуется ростом энтропии системы. Следовательно, приращение энтропии системы может явиться абсолютным критерием термодинамического совершенства анализируемого теплового процесса. Сумма приращений энтропии по всем теплоиспользующим элементам будет определять подвод энергии от внешнего источника.

Приращение энтропии в локальном теплоиспользующем элементе пропорционально перерасходу химической энергии топлива, например, в котле ТЭЦ или другой организованной формы подведенной энергии. Задачей термодинамического анализа является определение перерасхода топлива в каждом локальном тепловом процессе сложной термотехнологической системы, определение КПД этого локального теплового процесса и его связь с КПД системы.

Энтропийный метод термодинамического анализа является усовершенствованным и развитым методом, предложенным Р. Клаузиусом. Его основой служит метод вычитания эксергетических потерь, заключающийся в том, что от первичной организованной энергии или эксергии теплоты, введенной в техническую систему, вычитаются эксергетические потери. Для их расчета используется выражение:

$$\Pi = T_{o.c} \left(\sum_1^n G_i^{6bix} \cdot S_i^{6bix} - \sum_1^m G_i^{6x} \cdot S_i^{6x} \right) + Q_0, \quad (4.17)$$

где G_i^{BX} , S_i^{BX} - расход и энтропия i -го потока на входе в систему (элемент),
 $G_i^{BЫX}$, $S_i^{BЫX}$ - расход и энтропия i -го потока на выходе из системы (элемента),
 Q_0 – количество теплоты, переданное окружающей среде, имеющей температуру $T_{0.c}$.

В результате остается реальная работа или эксергия теплоты, отданной потребителю. Вследствие аддитивности энтропии, аддитивны и эксергетические потери. Можно вычислить каждую из потерь отдельно или сумму нескольких сразу.

При учете эксергетических потерь по методу вычитания необходимо иметь в виду потерю эксергии, вызванную переходом организованной энергии в теплоту. Это, например, имеет место в процессе преобразования химической энергии топлива в теплоту при горении или механической энергии в теплоту при сжатии в компрессоре и др. Значение этой эксергетической потери определяется равенством $\Pi = T_{0.c} \cdot \Delta S$ (рис.4.2).

При расчете механических потерь в турбине или потерь в генераторе электрического тока, непосредственно переходящих в окружающую среду в виде теплоты Q_0 , в выражении (4.17) будут отсутствовать члены, входящие в скобку. Тогда $\Pi = Q_0$ и вычисляется как разность между внутренней и эффективной работой в турбине или как разность между эффективной мощностью и электрической энергией, снимаемой с клемм генератора.

В случае отвода теплового потока от системы (установки) для целей теплофикации или других целей подсчитывается эксергия этой теплоты.

Обозначим полностью превратимую энергию, вводимую в систему, E_{Σ} . Для теплосиловой установки она представляет собой химическую энергию топлива, для холодильной установки – электрическую или механическую энергию, для теплонасосной парокомпрессионной установки – сумму электрической энергии и эксергии утилизируемой теплоты

низкопотенциального источника, для парожеторной холодильной машины – эксергию теплоты рабочего пара, для теплообменного аппарата – эксергию подведенной теплоты пара.

В общем случае E_{Σ} переходит в теплоту, имеющую эксергию $E_{\text{вх}}$. Этот переход сопровождается эксергетической потерей Π_0 . В том случае, когда $\Pi_0 = 0$, $E_{\Sigma} = E_{\text{вх}}$.

Для КЭС конечным продуктом является выработанная электроэнергия, поэтому $E_{\text{вых}} = N_{\text{э}}$. Для ТЭЦ организованная энергия на выходе равна сумме выработанной электроэнергии и эксергии теплового потока, отпущенной потребителю: $E_{\text{вых}} = N_{\text{э}} + E_{\text{отп}}$.

Для любой технической системы выполняется равенство:

$$E_{\text{вых}} = E_{\Sigma} - \sum_0^n \Pi_i . \quad (4.18)$$

Уравнения (4.18) значительно упрощает анализ преобразования превратимой (организованной) энергии в системе, делает его четким и универсальным, так как исключает потоки, замыкающиеся сами на себя. При анализе учитывается влияние каждой необратимости на перерасход энергии, вводимой в установку. Это влияние количественно учитывается путем введения понятия коэффициентов эксергетических потерь. Абсолютный коэффициент эксергетических потерь (Ω_i) характеризует отношение данной эксергетической потери Π_i к E_{Σ} :

$$\Omega_i = \frac{\Pi_i}{E_{\Sigma}} . \quad (4.19)$$

С учетом того, что суммарная эксергетическая потеря установки равна арифметической сумме эксергетических потерь отдельных элементов, можно представить полный коэффициент эксергетических потерь как арифметическую сумму абсолютных коэффициентов эксергетических потерь всех ее узлов:

$$\Omega = \Omega_0 + \Omega_1 + \dots + \Omega_n = \sum_0^n \Omega_i . \quad (4.20)$$

Эксергетический КПД (коэффициент термодинамического совершенства) установки с учетом выражения (4.20) принимает вид:

$$\eta_e = \frac{E_{\text{вых}}}{E_{\Sigma}} = \frac{E_{\Sigma} - \sum_0^n \Pi_i}{E_{\Sigma}} = 1 - \Omega . \quad (4.21)$$

Для любой теплосиловой установки $E_{\Sigma} = B \cdot Q_{\text{H}}^{\text{P}}$, где B – расход топлива, а Q_{H}^{P} – низшая теплота сгорания топлива.

Тогда связь между Ω и B можно установить из соотношения:

$$\frac{E_{\text{вых}}}{B \cdot Q_{\text{H}}^{\text{P}}} = 1 - \Omega . \quad (4.22)$$

Для КЭС, вырабатывающей только электроэнергию $N_{\text{э}}$, удельный расход топлива на ее выработку

$$b = \frac{B}{N_{\text{э}}} = \frac{1}{Q_{\text{H}}^{\text{P}}(1 - \Omega)} . \quad (4.23)$$

В общем случае удельный расход топлива равен сумме идеального удельного расхода топлива $b_{\text{и}}$ ($\Omega = 0$) и удельного перерасхода топлива Δb :

$$b = b_{\text{и}} + \Delta b . \quad (4.24)$$

С учетом (4.23) и (4.24) удельный перерасход топлива, вызванный эксергетическими потерями:

$$\Delta b = b - b_{\text{и}} = \frac{1}{Q_{\text{H}}^{\text{P}}} \cdot \frac{\Omega}{1 - \Omega} = \frac{1}{Q_{\text{H}}^{\text{P}}} \cdot \frac{\Omega}{\eta_c} . \quad (4.25)$$

Эксергетическая потеря каждого элемента установки отвечает соответствующему перерасходу топлива, и можно условно принять, что перерасходы топлива, вызванные необратимостью процессов в отдельных узлах,

относятся друг к другу, как соответствующие эксергетические потери. Тогда для i -го элемента установки справедливо выражение:

$$\Delta b_i = \frac{1}{Q_H^P} \cdot \frac{\Omega_i}{1 - \Omega_i}, \quad (4.26)$$

а для установки в целом:

$$\Delta b_{II} = \sum_0^n \Delta b_i. \quad (4.27)$$

При анализе теплонасосных установок вводится понятие удельного расхода электроэнергии на единицу эксергии теплоты, отпущенной объекту потребления.

С учетом эксергии теплоты низкопотенциального источника E_{YT} :

$$\varepsilon_{ТНУ} = \frac{N_{\varepsilon} + E_{YT}}{E_{OП}}. \quad (4.28)$$

С учетом того, что $\varepsilon_{ТНУ} = 1/\eta_e$, а $\Omega = \sum \Pi_i / (N_{\varepsilon} + E_{YT})$, можно перейти к выражению:

$$\varepsilon_{ТНУ} = \frac{1}{1 - \Omega}. \quad (4.29)$$

Принимая во внимание, что $\varepsilon_{ТНУ} = \varepsilon_{II} + \Delta\varepsilon = 1 + \Delta\varepsilon$ (т.к. для идеальной ТНУ $\Omega=0$, а $\varepsilon_{II} = 1$), получим следующую связь между удельным перерасходом электроэнергии и эксергетическими потерями:

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_{ТНУ} - 1 = \frac{\Omega}{1 - \Omega}. \quad (4.30)$$

Остается справедливым уравнение для определения перерасхода электроэнергии, вызванного необратимостью в i -том элементе

$$\Delta\varepsilon_i = \frac{\Omega_i}{1-\Omega}. \quad (4.31)$$

Таким образом, энтропийный метод анализа основывается на рассмотрении только эксергии теплового потока. Первостепенное значение при анализе отводится системе коэффициентов эксергетических потерь, которая является достаточно универсальной для любого рассматриваемого объекта.

К недостаткам данного метода, по мнению профессора В.М.Бродянского, относится невозможность определения значений КПД отдельных элементов, при этом важно знать не только «что потеряно», но и «что имеется в распоряжении». Отсутствует качественная оценка этих потерь с учетом их неэквивалентности. На основании этого делается вывод о невозможности полного термодинамического анализа системы только энтропийным методом.

Вопросы для самопроверки

1. На каком законе основан метод тепловых балансов?
2. Назовите известные недостатки метода тепловых балансов для анализа термодинамических систем.
3. В чем заключается отличие эксергетического метода от метода тепловых балансов?
4. Сформулируйте определение энергии системы. В чем заключается физический смысл энергии?
5. Какие эксергетические потери существуют?
6. Как определить эксергию теплоты с помощью цикла Карно?
7. Что такое эксергия потока вещества?
8. В чем заключается энтропийный метод анализа?

Библиографический список

1. Горский В.Г., Адлер Ю.П. Планирование промышленных экспериментов. - М.: Metallurgy, 1974. - 112 с.
2. Планирование эксперимента в исследовании технологических процессов / К.Хартман, Э. Лецкий, В. Шефер - М.: Мир, 1977. - 552 с.
3. Бродянский В.М. Эксергетический метод термодинамического анализа. - М.: Энергия, 1973. – 296 с.
4. Бродянский В.М., Фратшер В., Михалек К. Эксергетический метод и его приложения. –М.: Энергоатомиздат, 1988. – 288 с.
5. Гохштейн Д.П. Современные методы термодинамического анализа энергетических установок. - М.: Энергия, 1969. - 255 с.
6. Казаков В.Г., Луканин П.В., Смирнова О.С. Эксергетические методы оценки эффективности теплотехнологических установок: учебное пособие. – СПб.: СПбГТУРП, 2013.
7. Казаков В.Г., Луканин П.В., Смирнова О.С. Эксергетический анализ технологических схем производства целлюлозы и бумаги //Промышленная энергетика, 2009. № 10.
8. Казаков В.Г., Луканин П.В., Смирнова О.С. Упрощенный метод определения эксергетического КПД сложной тепловой схемы технологического процесса //Промышленная энергетика, 2010. № 1.
9. Казаков В.Г., Луканин П.В., Смирнова О.С. Построение эксергетических диаграмм по методу приращений эксергетических потоков //Промышленная энергетика, 2010. № 6.

Учебное издание

Казаков Владимир Григорьевич

Громова Екатерина Николаевна

**Планирование экспериментальных исследований
и статистическая обработка данных
Основы научных исследований в промышленной
теплоэнергетике**

**Учебное пособие для студентов по направлению
13.04.01 «Теплоэнергетика и теплотехника»**

Редактор и корректор Т.А. Смирнова

Техн. редактор Л.Я. Титова

Тем.план 2020 г., поз. 80

Подп. к печати 16.06.20. Формат 60x84/16. Бумага тип. №1. Печать офсетная.

Объем 5,5 печ.л.; 5,5 уч.-изд. л. Тираж 50 экз. Изд. № 80. Цена «С». Заказ

Ризограф Высшей школы технологии и энергетики СПбГУПТД, 198095, Санкт-Петербург, ул. Ивана Черных, д.4