Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна»
Высшая школа технологии и энергетики
Кафедра основ конструирования машин

ОСНОВЫ НАДЕЖНОСТИ МАШИН

Задания для контрольных работ

Методические указания для студентов заочной формы обучения
по направлению подготовки
15.03.02 — Технологические машины и оборудование

Составители:
Н. Н. Кокушин
И. В. Клюшкин
П. В. Кауров

Санкт-Петербург
2025

Утверждено
на заседании кафедры ОКМ
25.09.2025 г., протокол № 2

Рецензент В. А. Марков

Методические указания соответствуют программам и учебным планам дисциплины «Основы надежности машин» для студентов, обучающихся по направлению подготовки 15.03.02 «Технологические машины и оборудование».

В методических указаниях представлены задания и примеры решения основных задач для невосстанавливаемых и восстанавливаемых технических объектов, основы надежности сложных технических систем применительно к машинам, аппаратам и их элементам. Дано представление об основных закономерностях надежности при отказах и восстановлении технических объектов и машин, основных видах технических систем с точки зрения их надежности.

Методические указания предназначены для подготовки бакалавров заочной формы обучения.

Утверждено Редакционно-издательским советом ВШТЭ СПбГУПТД в качестве методических указаний

Режим доступа: http://publish.sutd.ru/tp_get_file.php?id=202016, по паролю.
- Загл. с экрана.
Дата подписания к использованию 16.10.2025 г. Рег. № 5006/25

Высшая школа технологии и энергетики СПбГУПТД
198095, СПб., ул. Ивана Черных, 4.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Современное развитие технологических машин и оборудования характеризуется интенсификацией режимов работы (повышением рабочих скоростей, давлений, температур и др.), объединением отдельных машин и аппаратов в единые технологические линии, автоматизацией и т. д. Все это повышает вероятность возникновения различных сбоев в работе машин и оборудования, их отказов, т. е. ухудшает стабильность и бесперебойность работы, либо повышает требования к указанной стабильности работы и безотказности.

Надежность как свойство технологических машин отражает способность работать стабильно и безотказно.

На производстве обеспечение надежной, безотказной работы технологических машин и оборудования является главной задачей таких служб, как отдел главного механика, главного энергетика, контрольно-измерительных приборов и автоматики.

Основные положения науки о надежности отвечают запросам инженеров-механиков на различных предприятиях. Однако такие положения активно используются и при создании новых машин инженерами-конструкторами и проектировщиками (но здесь обеспечение высокой надежности техники лишь одна из многих задач, стоящих перед разработчиками машин и промышленного оборудования).

Надежность – это комплексное, сложное свойство. Надежная машина должна быть [1]: безотказной, долговечной, ремонтопригодной, и надежность должна сохраняться не только при работе, но также при хранении, транспортировке, дежурстве в качестве резерва и др., т. е. важно свойство «сохраняемость надежности».

Представления о надежности развивались постепенно. Первоначально считалось, что надежность и безотказность – это одно и то же. Соответственно при обеспечении надежности заботились лишь о безотказности.

Затем стали заботиться и о достаточной долговечности машин и оборудования. Сегодня при обеспечении надежности заботятся еще и о ремонтопригодности и «сохраняемости надежности».

Согласно источникам [6] и [7], надежность считается комплексным свойством техники, являющимся каждый раз тем или иным сочетанием простых свойств надежности.

Практически это выражается в том, что полная характеристика надежности какого-нибудь конкретного объекта (например, машины или оборудования) дается в виде комплекса показателей надежности, каждый из которых чаще всего характеризует какое-то одно простое свойство надежности (но иногда одновременно несколько простых свойств).

1. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕОРЕМЫ О СЛОЖЕНИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ПРИ ОЦЕНКЕ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

До сих пор при оценке надежности использовали теорему о произведении вероятностей, однако при этом используется и теорема о сложении вероятностей. Для ее использования напомним, что случайное событие А в теории вероятностей называется суммой двух других случайных событий В и С, и это записывается так:

$$\mathbf{A = B + C,}$$

если событие А происходит лишь тогда, когда происходит либо событие В, либо С, или оба они одновременно (когда события В и С совместны).

При этом вероятность события А равна вероятности события В плюс вероятность события С минус вероятность того, что оба эти события (В и С) произойдут одновременно:

$$\mathbf{P(A) = P(B) + P(C) - P(BC).}$$

Для независимых событий В и С:

$$\mathbf{P(BC) = P(B) \cdot P(C).}$$

Для несовместных событий В и С (события В и С одновременно происходить не могут и Р(ВС) = 0) имеем теорему о сложении вероятностей в чистом виде:

$$\mathbf{P(A) = P(B) + P(C).}$$

Пусть на листе бумаги изображены две фигуры В и С (рис. 1). Фигура А получается объединением фигур В и С, и это записывается так:

$$\mathbf{A = B \cdot C.}$$

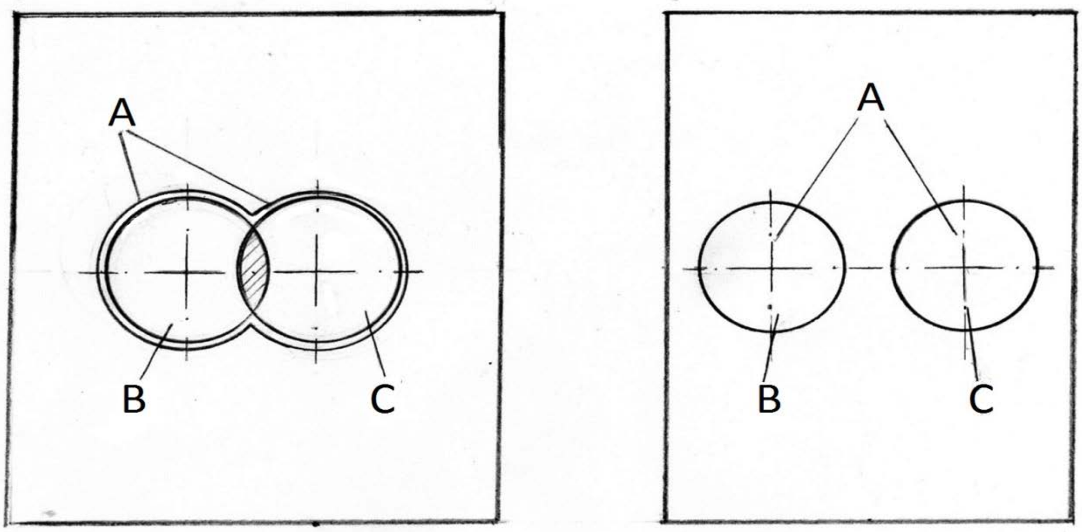

Рисунок 1 – Расчетная схема примера к теореме о сложении вероятностей

Проведем мысленное испытание, заключающееся в том, что бросаем случайным образом материальную точку на указанный лист бумаги. Считаем попадание материальной точки в любую точку листа бумаги равновероятным (при этом материальная точка обязательно попадет в данный лист бумаги).

Тогда попадание материальной точки в фигуру В – это событие В, попадание в фигуру С – это событие С, а попадание в фигуру А – это событие А.

Здесь событие А произойдет лишь тогда, когда произойдут либо событие В, либо событие С, либо и то, и другое события произойдут одновременно (материальная точка попадет в пересечение фигур В и С – когда события В и С совместны).

Очевидно, что при данных условиях вероятность попадания материальной точки в фигуру пропорциональна площади этой фигуры. Более точно, при равновероятном попадании бросаемой точки в каждую точку листа вероятность попадания в фигуру равна той доле, которую площадь этой фигуры (S_B и S_C) занимает в общей площади листа (S). Получаем:

$$\mathbf{P(B) = S_B / S,}$$
$$\mathbf{P(C) = S_C / S,}$$
$$\mathbf{P(A) = S_A / S,}$$

Если $S_A = S_B + S_C - S_{BC}$, то получаем:

$$\mathbf{P(A) = P(B) + P(C) - P(BC) = (S_B + S_C - S_{BC}) / S.}$$

В данном случае события В и С независимы друг от друга, поэтому:

$$\mathbf{P(BC) = P(BC) = P(B) \cdot P(C).}$$

Применим теперь теорему о сложении вероятностей к машине. Рассмотрим многодвигательный привод машины. При таком приводе все элементы машины обычно разделены на несколько групп по приводу. Каждая приводная группа имеет свой электродвигатель, вращение от которого передается через механическую передачу на все элементы машины данной приводной группы. Привод группы укрупненно можно считать состоящим из двух элементов: двигателя ($Д_В$) и механической передачи (МП). Так как привод откажет при отказе любого из этих элементов, то они в упрощенную схему надежности привода включены последовательно (рис. 2):

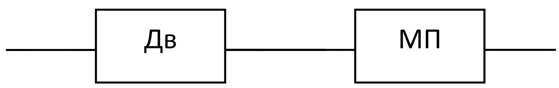

Рисунок 2 – Схема надежности привода

2. ОЦЕНКА РАЗЛИЧНЫХ ВАРИАНТОВ ПОВЫШЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМ ПРИМЕНЕНИЕМ СТРУКТУРНОГО РЕЗЕРВИРОВАНИЯ

Оценим, что больше повышает надежность последовательной технической системы: резервирование системы целиком или резервирование ее элементов [2, 3].

Вначале оценим это на примере автомобиля.

Надежность автомобиля в основном лимитируется двумя его узлами: двигателем и коробкой передач.

Оценим вначале надежность автомобиля без резервирования.

Пусть известно, что вероятность безотказной работы двигателя за год 0,9. Тогда вероятность отказа двигателя за год 0,1. Аналогично вероятность безотказной работы коробки передач пусть тоже равняется 0,9.

Так как автомобиль отказывает при отказе любого из этих двух элементов, то они в упрощенную схему надежности включены последовательно. Поэтому по теореме произведения вероятностей вероятность безотказной работы автомобиля равна:

$$\mathbf{P_{А} = P_{Дв} \cdot P_{КП} = 0{,}9 \cdot 0{,}9 = 0{,}81.}$$

Надежность при резервировании автомобиля в целом (при наличии запасного автомобиля). Схема надежности системы из двух автомобилей имеет вид (рис. 3).

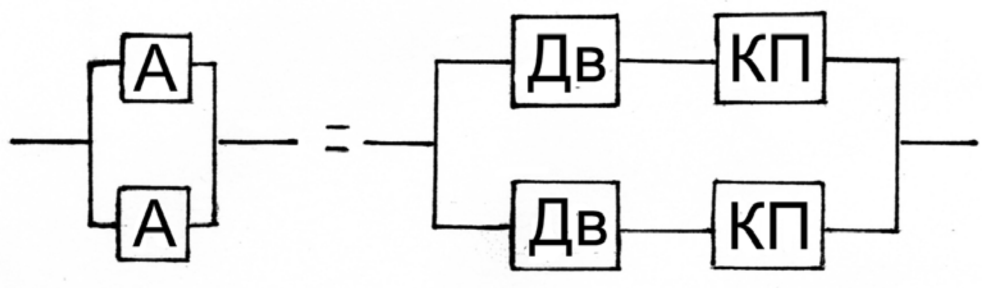

Рисунок 3 – Схема надежности системы двух автомобилей

В данном случае вероятность отказа системы равна:

$$\mathbf{Q_{Пр} = Q^2_{Пр} = 0{,}19^2 = 0{,}036,}$$

а вероятность безотказной работы системы равна:

$$\mathbf{P_{Пр} = 1 - 0{,}036 = 0{,}964.}$$

Видим, что при наличии запасного автомобиля вероятность отказа снизилась примерно в 5 раз. В таких случаях говорят, что надежность повышена в 5 раз за счет запасной машины.

Надежность при резервировании отдельных узлов автомобиля (наличие запасных узлов (запчастей)).

При резервировании отдельных узлов схема надежности получающейся технической системы принимает вид (рис. 4):

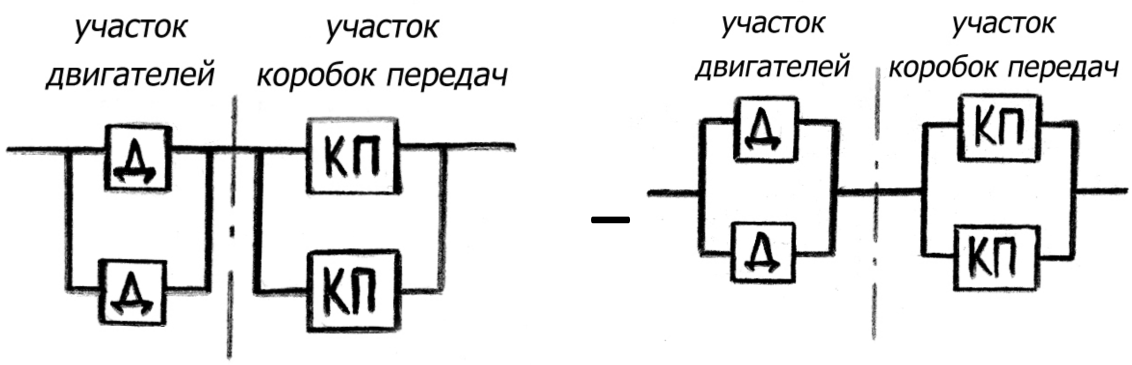

Рисунок 4 – Схема надежности автомобиля с резервированием основных узлов

Для системы из двух двигателей (соответствующего участка общей схемы надежности):

$$\mathbf{Q_{уч.дв} = 0{,}1^2 = 0{,}01,\ P_{уч.дв} = 1 - 0{,}01 = 0{,}99.}$$

Аналогично для участка коробки передач:

$$\mathbf{Q_{уч.кп} = 0{,}1^2 = 0{,}01\ ,\ P_{уч.кп} = 0{,}99.}$$

Так как оба участка включены в общую схему надежности системы последовательно, то по теореме произведения вероятностей можно записать:

$$\mathbf{P_{уч.дв} \cdot P_{уч.кп} = 0{,}99 \cdot 0{,}99 = 0{,}98,}$$

$$\mathbf{Q = 1 - 0{,}98 = 0{,}02.}$$

Видим, что при таком резервировании вероятность отказа снижена в 10 раз, т. е. здесь надежность повышена в 10 раз (за счет запасных узлов).

Таким образом, наличие запасных узлов больше повышает надежность, чем наличие запасной машины.

Рассмотрим теперь последовательную (с точки зрения надежности) техническую систему с количеством элементов, равным 10. Этот пример будет ближе, например, когда упрощенная схема надежности машины составляется на уровне основных ее частей.

Аналогично предыдущему примеру также рассмотрим три случая [4]: 1) машина без резервирования; 2) резервирование машины в целом; 3) резервирование отдельных частей машины.

1. Надежность машины без резервирования

Так как машина отказывает при отказе любой из ее частей, то она представляет собой последовательную систему. Пусть по данным эксплуатации за какой-то характерный период (например, за год) вероятность безотказной работы каждого элемента ($\mathrm{P}_{\text{э}i}^{n}$) системы равна 0,9 и, соответственно, вероятность отказа элемента равна 0,1. Тогда вероятность безотказной работы машины в целом равна:

$$\mathbf{P} = \mathrm{P}_{\text{э}i}^{n} = \mathbf{0{,}9^{10} = 0{,}35}$$

и ее вероятность отказа:

$$\mathbf{Q = 1 - 0{,}35 = 0{,}65.}$$

2. Резервирование машины в целом

Тогда вероятность отказа такой системы равна:

$$\mathbf{Q = Q^2 = 0{,}65^2 = 0{,}42,}$$

и ее вероятность безотказной работы:

$$\mathbf{P = 1 - Q = 1 - 0{,}42 = 0{,}58.}$$

3. Резервирование отдельных элементов машины (их дублирование)

Здесь схема надежности состоит из 10 участков, на каждом из которых параллельно подключены друг к другу два одинаковых элемента.

Вероятность отказа каждого участка схемы равна:

$$\mathbf{Q}_i = \mathbf{Q}_{\text{эi}}^{2} = \mathbf{0{,}1^2 = 0{,}01,}$$

и вероятность безотказной работы участка такова:

$$\mathbf{P}_i = \mathbf{1 - Q}_i = \mathbf{1 - 0{,}01 = 0{,}99.}$$

По теореме произведения вероятностей вероятность безотказной работы всей системы равна:

$$\mathbf{P = 0{,}99^{10} = 0{,}9,}$$

и ее вероятность отказа равна:

$$\mathbf{Q = 1 - P = 1 - 0{,}9 = 0{,}1.}$$

Сведем в таблицу 1 результаты всех оценок надежности последовательных систем при n = 2, n = 10 при разных случаях резервирования.

Таблица 1 – Результаты оценки надежности последовательных систем

n	$\mathbf{Q}_{\text{машины } i}$		
	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$
2	0,2	0,04	0,02
10	0,65	0,42	0,1

В таблице:

$i = 1$ – машина без резервирования;

$i = 2$ – резервирование (дублирование) машины в целом;

$i = 3$ – резервирование (дублирование) всех элементов машины по отдельности (наличие запасных элементов).

Из таблицы 1 видно, что при любом количестве элементов в последовательной технической системе ее надежность повышается больше при резервировании отдельных элементов (например, наличие запчастей для машин), чем при резервировании системы в целом (например, наличие запасной машины). Поэтому на производстве гораздо чаще к машинам имеют неснижаемые запасы запчастей, и сравнительно редко рядом с основными машинами ставят запасные машины на случай отказа основных (например, рядом с основными насосами в цехах часто рядом ставят запасные насосы, хотя и в этом случае имеются запчасти к этим насосам).

Задача 1

По данным эксплуатации известно, что в течение года вероятность безотказной работы двигателя равна $P_{Дв}$, а вероятность безотказной работы механической передачи равна $P_{МП}$. Определить вероятность отказа привода – $Q_{Пр}$.

Таблица 2

Номер варианта	$P_{Дв}$	$P_{МП}$
1	0,2	0,2
2	0,25	0,25
3	0,3	0,3
4	0,4	0,4
5	0,5	0,5
6	0,55	0,55
7	0,6	0,6
8	0,7	0,65
9	0,75	0,7
10	0,8	0,8

Решение

По данным эксплуатации известно, что в течение года вероятность безотказной работы двигателя равна 0,8, а вероятность безотказной работы механической передачи равна 0,7:

$$\mathbf{P_{Дв} = 0{,}8,\ P_{МП} = 0{,}7.}$$

Далее, так как двигатель и механическая передача включены последовательно в схему надежности привода, то по теореме произведения вероятностей вероятность безотказной работы привода равна:

$$\mathbf{P_{Пр} = P_{Дв} \cdot P_{МП} = 0{,}8 \cdot 0{,}7 = 0{,}56.}$$

Рассмотрим теперь случайное событие, заключающееся в отказе привода. В данном случае привод группы цилиндров откажет, если откажет либо двигатель, либо механическая передача, либо и двигатель, и передача одновременно. Пусть отказ привода – это событие А, отказ двигателя – событие В и отказ механической передачи – событие С. Тогда видим, что по определению суммы двух случайных событий можем записать:

$$\mathbf{A = B + C}$$

или

$$\mathbf{P(BC) = P(BC) = P(B) \cdot P(C).}$$

Данное уравнение можно записать в таком виде:

$$\mathbf{P(A) = P(B) + P(C) - P(B) \cdot P(C).}$$

Переобозначив в этом равенстве все вероятности отказов – Q, можем переписать это равенство в виде:

$$\mathbf{Q_{Пр} = Q_{Дв} + Q_{МП} - Q_{Дв} \cdot Q_{МП} = 0{,}2 + 0{,}3 – 0{,}2 \cdot 0{,}3 = 0{,}44.}$$

Проверка

Так как отказ и безотказная работа привода вместе составляют полную группу случайных событий, то сумма их вероятностей должна быть равна единице. Выше было показано, что $P_{Пр}$ = 0,56 и $Q_{Пр}$ = 0,44. Сложив эти величины, получаем 1. Таким образом, оценка данных вероятностей произведена правильно.

Примечание

В данном примере теорема произведения вероятностей использована для подсчета вероятности безотказной работы привода, а теорема о сложении вероятностей для подсчета вероятности отказа привода [5].

Привод группы был рассмотрен как последовательная техническая система (с точки зрения надежности), состоящая из двух элементов: двигателя и механической передачи.

Задача 2

Рассчитать вероятность безотказной работы **$P_c(t)$** технической системы из последовательно соединенных в схеме надежности трех элементов при наработке ***t*** часов. Средние сроки службы (ресурсы) элементов равны **T_{P1}**, **T_{P2}**, **T_{P3}**. Законы распределения ресурсов (случайной величины **T_P**), т. е. законы надежности, у всех элементов экспоненциальные.

Таблица 3

Номер варианта	***t*, час**	**T_{P1}, час**	**T_{P2}, час**	**T_{P3}, час**
1	100	500	1000	2000
2	150	550	1300	2300
3	200	700	1700	2700
4	250	1000	2000	3000
5	300	1500	2500	3500
6	350	2000	3000	4000
7	370	2500	3500	4500
8	390	3000	4000	5000
9	400	3500	4500	5300
10	430	3700	4700	5500

Решение

Рассчитать вероятность безотказной работы **$P_c(t)$** технической системы из последовательно соединенных в схеме надежности трех элементов при наработке ***t* = 300 часов.** Средние сроки службы (ресурсы) элементов равны **T_{P1} = 1400 ч, T_{P2} = 2000 ч, T_{P3} = 3000 ч.** Законы распределения ресурсов (случайной величины **T_P**), т. е. законы надежности у всех элементов экспоненциальные. Согласно теореме произведения вероятностей, вероятность безотказной работы данной последовательной системы равна:

$$\mathbf{P_c(t) = P_1(t) \cdot P_2(t) \cdot P_3(t)} = e^{-\lambda_1 t} \cdot e^{-\lambda_2 t} \cdot e^{-\lambda_3 t} = e^{-\frac{1}{Tp1}t} \cdot e^{-\frac{1}{Tp2}t} \cdot e^{-\frac{1}{Tp3}t}$$

$$\mathbf{P_c(t)} = 2,7^{-\left(\frac{1}{1400}+\frac{1}{2000}+\frac{1}{3000}\right)\cdot 300} = \mathbf{0,57.}$$

На наработку 300 часов для обеспечения безотказной работы указанных последовательных систем надо иметь запасных элементов **(1 - 0,57) = 0,43** от исходного количества таких работающих элементов.

Примечание

Указанная последовательная техническая система может представлять собой, например, новый узел машины, состоящий из трех деталей, если этот узел отказывает при отказе любой из его деталей.

Задача 3

Рассчитать вероятность безотказной работы $\mathbf{P_c(t)}$ технической системы из параллельно соединенных в схеме надежности трех однотипных элементов при наработке ***t*** часов. Средний ресурс элемента $\mathbf{T_P}$. Закон распределения ресурсов элементов (т. е. закон надежности элементов) экспоненциальный.

Таблица 4

Номер варианта	***t*, час**	**T_P, час**
1	300	50
2	350	100
3	400	150
4	450	200
5	500	250
6	550	300
7	600	350
8	650	400
9	700	450
10	750	500

Решение

Рассчитать вероятность безотказной работы $\mathbf{P_c(t)}$ технической системы из параллельно соединенных в схеме надежности трех однотипных элементов при наработке ***t* = 500 часов.** Средний ресурс элемента **T_P = 100 ч.** Закон распределения ресурсов элементов (т. е. закон надежности элементов) экспоненциальный.

Для данной параллельной технической системы, согласно теореме произведения вероятностей, вероятность отказа системы равна:

$$\mathbf{Q_c(t) = Q_1(t) \cdot Q_2(t) \cdot Q_3(t),}$$

где $\mathbf{Q_i\ (t)}$ – вероятность отказа ***i***-го элемента системы.

Тогда вероятность безотказной работы данной технической системы $\mathbf{P_c(t)}$ равна:

$$\mathbf{P_c(t) = 1 - Q_1(t) \cdot Q_2(t) \cdot Q_3(t) = 1 - (1 - P_{эл}(t))^3 = 1- (1 - e^{-\lambda_{эл}\, t})^3 = 1- (1 - e^{-\frac{1}{T_P}\, t}\ )^3}$$

$$\mathbf{P_c(t) = 1 - (1 - 2{,}7^{\,-\left(\frac{1}{100}\right)\cdot 500})^3 = 0{,}94.}$$

Примечание

Данная параллельная техническая система из трех элементов может представлять собой, например, систему из трех новых насосов (одного основного и двух запасных).

Задача 4

Определить вероятность безотказной работы **P(t)** радиально-упорного подшипника при наработке ***t*** часов. Надежность подшипника подчиняется закону надежности Вейбулла, где **B** – параметр формы, **A** – параметр масштаба.

Таблица 5

Номер варианта	***t*, час**	**A, час**	**B**
1	1000	1000	0,8
2	1300	1100	1,0
3	1500	1300	1,2
4	1700	1500	1,4
5	2000	1700	1,5
6	2300	2000	1,6
7	2500	2300	1,8
8	2700	2500	1,9
9	3000	2700	2,0
10	3300	3000	2,2

Решение

Определить вероятность безотказной работы $\mathbf{P_c(t)}$ радиально-упорного подшипника при наработке ***t* = 2000 часов.** Надежность подшипника подчиняется закону надежности Вейбулла, где B – параметр формы, A – параметр масштаба. Параметр формы **B = 1,8.** Параметр масштаба **A = 1500 часов.**

Подставляя значения t, B и A в выражение закона Вейбулла, получаем:

$$\mathbf{P(t)} = e^{-\left(\frac{t}{A}\right)B}$$

$$\mathbf{P(t)} = 2,7^{-\left(\frac{2000}{1500}\right)\cdot 1,8} = \mathbf{0,19.}$$

Примечание

В данном случае из группы 10 подшипников за 2000 часов непрерывной работы безотказно проработает примерно 2 подшипника. Для обеспечения безотказной работы указанной группы в 10 подшипников в течение 2000 часов необходимо иметь 8 запасных подшипников.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Основы надежности машин: учебное пособие / Н. Н. Кокушин, И. В. Клюшкин, П. В. Кауров [и др.]. – СПб.: СПбГУПТД, 2023. – 76 с. – Текст: электронный.
2. Решетов, Д. Н. Надежность машин / Д. Н. Решетов, А. С. Иванов, В. З. Фадеев. – М.: Высшая школа, 1988. – 238 с. – Текст: непосредственный.
3. Амалицкий, В. В. Надежность машин и оборудования лесного комплекса / В. В. Амалицкий. – М.: МГУЛ, 2002. – 279с. – Текст: непосредственный.
4. Проников, А. С. Надежность машин / А. С. Проников. – М.: Машиностроение, 1978. – 592 с. – Текст: непосредственный.
5. Каменев, А. Ф. Основы надежности бумагоделательных машин / А. Ф. Каменев. – М.: Лесная промышленность, 1978. – 192 с. – Текст: непосредственный.
6. ГОСТ 27.002-89. Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения: межгосударственный стандарт: издание официальное : утвержден и введен в действие Постановлением Государственного комитета СССР по стандартам от 15 ноября 1989 г. № 3375 : введен впервые : дата введения 1990-07-01 / подготовлен Институтом машиноведения АН СССР, Межотраслевым научно-техническим комплексом «Надежность машин» и Государственным Комитетом СССР по управлению качеством продукции и стандартам. – Москва: 1989. – 24 с. – Текст: непосредственный.
7. ГОСТ 27.002-2015. Надежность в технике. Термины и определения: межгосударственный стандарт : издание официальное : утвержден и введен в действие Межгосударственным советом по стандартизации, метрологии и сертификации (протокол от 28 декабря 2015 г. N 83-П) : введен впервые : дата введения 2017-03-01/ подготовлен Обществом с ограниченной ответственностью «Институт надежности машин и технологий». – Москва: Стандартинформ, 2016. – 28 с. – Текст: непосредственный.