

**С. Г. Петров
В. Е. Головки
Е. А. Рузанова**

**ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА
КИНЕМАТИЧЕСКОЕ И ДИНАМИЧЕСКОЕ
ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛОСКОГО ШАРНИРНОГО
МЕХАНИЗМА**

Курсовая работа

Учебно-методическое пособие

**Санкт-Петербург
2024**

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

**«Санкт-Петербургский государственный университет
промышленных технологий и дизайна»
Высшая школа технологии и энергетики**

**С. Г. Петров
В. Е. Головко
Е. А. Рузанова**

**ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА
КИНЕМАТИЧЕСКОЕ И ДИНАМИЧЕСКОЕ
ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛОСКОГО ШАРНИРНОГО
МЕХАНИЗМА**

Курсовая работа

Учебно-методическое пособие

Утверждено Редакционно-издательским советом ВШТЭ СПбГУПТД

Санкт-Петербург
2024

УДК 531.3(075)

ББК 22.21я7

Т 33

Рецензенты:

кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой АМУТС Санкт-Петербургского государственного лесотехнического университета им. С. М. Кирова

А. В. Теплов;

профессор кафедры МАС Высшей школы технологии и энергетики

Санкт-Петербургского государственного университета промышленных технологий и дизайна

А. А. Гаузе

Петров, С. Г.

Т 33 Теоретическая механика. Кинематическое и динамическое исследование плоского шарнирного механизма. Курсовая работа: учебно-методическое пособие / С. Г. Петров, В. Е. Головкин, Е. А. Рузанова. — СПб.: ВШТЭ СПбГУПТД, 2024. — 64 с.

Учебно-методическое пособие соответствует программам и учебным планам дисциплины «Теоретическая механика» для студентов, обучающихся по направлению подготовки 15.03.02 «Технологические машины и оборудование». В настоящем учебно-методическом пособии рассматривается методика выполнения курсовой работы по разделам «Кинематика и динамика». В начале пособия приведены основные теоретические положения, необходимые для выполнения кинематического исследования плоских шарнирных механизмов. Во втором разделе приводятся теоретические положения, необходимые для динамического исследования плоских шарнирных механизмов. На конкретном примере показан порядок выполнения курсовой работы.

Учебно-методическое пособие предназначено для бакалавров очной и заочной форм обучения.

УДК 531.3(075)

ББК 22.21я7

© ВШТЭ СПбГУПТД, 2024

© Петров С. Г., Головкин В. Е.,
Рузанова Е. А., 2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
РАЗДЕЛ 1. КИНЕМАТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛОСКОГО ШАРНИРНОГО МЕХАНИЗМА.....	5
1. Основные теоретические положения.....	8
1.1. План скоростей.....	8
1.2. Мгновенный центр скоростей.....	10
1.3. План ускорений.....	11
1.4. Мгновенный центр ускорений.....	14
1.5. Аналитический метод определения кинематических параметров плоских механизмов.....	15
2. Пример расчета.....	18
2.1. Построение плана скоростей для I положения механизма.....	20
2.2. Построение плана скоростей для II положения механизма.....	27
2.3. Определение скоростей точек звеньев механизма с помощью мгновенного центра скоростей (м.ц.с).....	29
2.4. Построение плана ускорений.....	33
2.5. Определение положения мгновенного центра ускорений звена ABC.....	40
2.6. Аналитический способ определения кинематических параметров звена ABC.....	42
2.7. Сводные таблицы.....	50
РАЗДЕЛ 2. ДИНАМИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛОСКОГО ШАРНИРНОГО МЕХАНИЗМА.....	52
1. Основные теоретические положения.....	53
1.1. Центр масс механизма.....	53
1.2. Кинетическая энергия механизма.....	54
1.3. Теорема об изменении кинетической энергии механической системы.....	55
2. Пример расчета.....	57
ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ.....	62
РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА.....	64

ВВЕДЕНИЕ

Курсовая работа по теоретической механике на тему «Кинематическое и динамическое исследование плоского шарнирного механизма» служит для закрепления практических занятий, полученных при изучении раздела «Плоскопараллельное движение твердого тела», как наиболее важной темы при изучении кинематики, поскольку именно этот вид движения звеньев в механизмах наиболее распространен.

Работа по теоретической механике заключается в том, чтобы по заданному движению ведущего звена различными способами определить угловые скорости и угловые ускорения звеньев, а также скорости и ускорения точек звеньев механизма.

Исходными величинами для каждого из вариантов задания служат:

1. Кинематическая схема механизма.
2. Геометрические размеры механизма.
3. Положение ведущего звена и его угловая скорость, которая считается постоянной.
4. Все звенья считаются однородными твердыми телами.

РАЗДЕЛ 1

КИНЕМАТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛОСКОГО ШАРНИРНОГО МЕХАНИЗМА

1. Вычертить в масштабе механизм для заданного угла φ (I положение).
2. Вычертить в масштабе механизм для угла $\varphi_1 = \varphi + \Delta\varphi$ (II положение).
3. Для I и II положений механизма построить планы скоростей и определить скорости обозначенных точек и центров тяжести звеньев, а также угловые скорости звеньев.
4. Для I положения механизма определить скорости обозначенных точек и центров тяжести звеньев, угловые скорости звеньев с помощью мгновенных центров скоростей.
5. Для I положения механизма построить план ускорений и определить ускорения обозначенных точек и центров тяжести звеньев и угловые ускорения звеньев.
6. Для звена 2 в I положении механизма найти положение мгновенного центра ускорений, а также определить ускорения обозначенных точек и центра тяжести звена.
7. Для указанной в задании группы звеньев использовать аналитический метод исследования для определения скоростей и ускорений обозначенных точек и центров тяжести этих звеньев, а также угловых скоростей и угловых ускорений данных звеньев.
8. Полученные результаты свести в таблицу с указанием способа их определения и знаков угловых скоростей и угловых ускорений звеньев.
9. Масштабы построений указать на чертежах.

Работа оформляется в соответствии с нормами ЕСКД на листе чертежной бумаги формата А1, все расчеты выполняются в системе СИ и приводятся в расчетно-пояснительной записке. В штампе и на обложке необходимо указать тему работы «Кинематическое и динамическое исследование плоского шарнирного механизма», номер варианта и группы, фамилию студента, выполнившего работу и фамилию преподавателя, ее принявшего.

Допускается выполнение работы на листах чертежной бумаги меньшего, чем А1 формата, или, в исключительных случаях, на диаграммной («миллиметровой») бумаге.

Выполняя последовательно пункты задания, необходимо каждый раз вычерчивать в масштабе заданную схему.

Записи, чертежи и схемы должны быть выполнены аккуратно.

Образцы выполнения штампа и титульного листа указаны на рис. 1.1 и 1.2.

ОКМ 000.000.000		Лит.	Масса	Масштаб
кинематическое и динамическое исследование плоского шарнирного механизма		Лист	Листов	
		СПБГУПТД ВШТЭ		
Чертил	Петров			
Проверил	Азарова			

Рисунок 1.1 – Образец выполнения штампа

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПРОМЫШЛЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ДИЗАЙНА»**

ВЫСШАЯ ШКОЛА ТЕХНОЛОГИИ И ЭНЕРГЕТИКИ

Институт технологии
Кафедра основ конструирования машин

**Расчетно-пояснительная записка
к КУРСОВОЙ РАБОТЕ
по теоретической механике**

**Тема: «Кинематическое и динамическое исследование плоского
шарнирного механизма»**

Шифр: ОКМ 000.000.000

Выполнил студент группы №

(фамилия, имя, отчество)

Проверил _____
(должность, фамилия, имя, отчество)

Санкт-Петербург
2024

Рисунок 1.2 – Образец выполнения титульного листа

1. Основные теоретические положения

1.1. План скоростей

Определение скоростей различных точек движущейся плоской фигуры может быть выполнено графически при помощи построения плана скоростей.

Если из произвольно взятой точки проведем векторы, равные по модулю и по направлению скоростям различных точек движущейся плоской фигуры в данный момент, то полученный таким образом чертеж является планом скоростей для этой фигуры.

План скоростей – это графическая картина распределения скоростей точек плоской фигуры в данный момент времени.

Пусть, например, скорости трех точек А, В и С данной фигуры равны \vec{V}_A , \vec{V}_B , и \vec{V}_C (рис. 1.3а).

Проведем из произвольной точки P_V векторы

$$\overline{P_V a} = \vec{V}_A, \overline{P_V b} = \vec{V}_B, \overline{P_V c} = \vec{V}_C.$$

Полученный чертеж и есть план скоростей фигуры ABC для данного момента (рис. 1.3б).

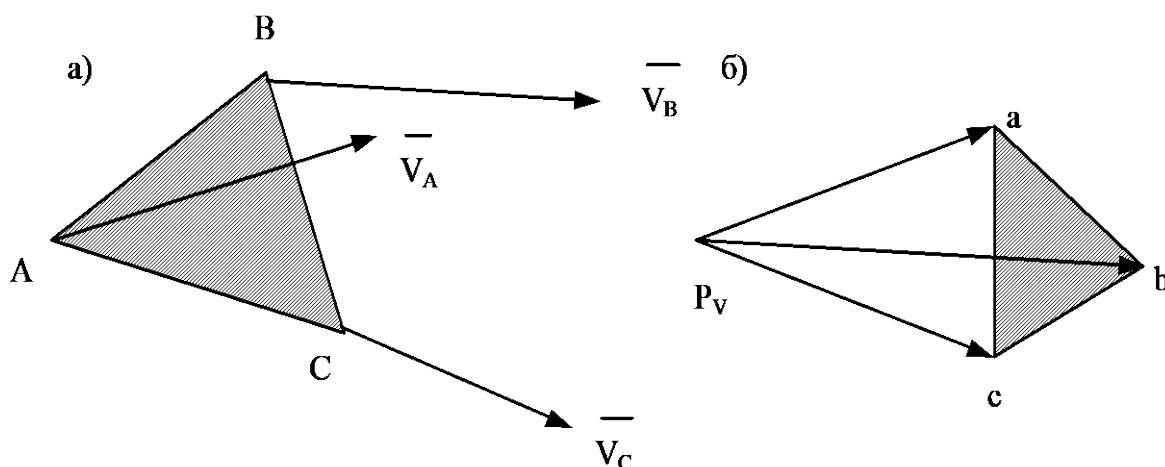


Рисунок 1.3

Точки abc называются вершинами, точка P_V – полюсом плана скоростей.

План скоростей плоского механизма, состоящего из нескольких звеньев, строится на основании теоремы о скоростях точек плоской фигуры, применяемой последовательно к каждому звену.

Скорость любой точки В данного звена ABC, совершающего плоскопараллельное движение, равна геометрической сумме скорости полюса А и скорости точки В относительно полюса А:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}.$$

Из треугольника $P_V ab$ на плане скоростей (см.рис.3 б) имеем $\overline{P_V b} = \overline{P_V a} + \overline{ab}$ или $\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{ab}$.

С другой стороны, имеем $\overline{V}_B = \overline{V}_A + \overline{V}_{BA}$.

Следовательно, $\overline{ab} = \overline{V}_{BA}$, т.е. вектор на плане скоростей равен по модулю и направлению скорости точки В звена во вращательном движении относительно точки А. Значит, вектор \overline{ab} направлен перпендикулярно прямой АВ. Рассуждая аналогично, получим

$$\overline{P_V c} = \overline{P_V a} + \overline{ac}$$

$$\overline{V}_c = \overline{V}_A + \overline{V}_{CA}$$

$$\overline{ac} = \overline{V}_{CA}$$

Вектор \overline{ac} направлен перпендикулярно прямой АС.

$$\overline{P_V c} = \overline{P_V b} + \overline{bc}$$

$$\overline{V}_c = \overline{V}_b + \overline{V}_{cb}$$

$$\overline{bc} = \overline{V}_{cb}$$

Вектор \overline{bc} направлен перпендикулярно прямой ВС.

Таким образом, треугольник Δabc плана скоростей подобен ΔABC плана положений, т. к. стороны Δabc перпендикулярны соответствующим сторонам ΔABC .

Отсюда вытекает свойство подобия: концы векторов скоростей точек, принадлежащих одному и тому же звену, образуют на плане скоростей фигуру, подобную очертаниям данного звена.

Практически использование этого свойства чрезвычайно удобно, т. к. дает возможность простым путем найти скорости любых промежуточных точек звеньев.

Отметим еще одно свойство плана скоростей.

Скорость точки В звена во вращательном движении относительно точки А по модулю определяется по формуле:

$$V_{AB} = \omega \cdot AB,$$

где ω – угловая скорость звена (c^{-1}),

АВ – длина звена (м).

Из плана скоростей скорость точки В относительно точки А вычисляется по формуле:

$$V_{AB} = (ab) \cdot \mu_V,$$

где ab (мм) – величина вектора \overline{ab} в миллиметрах,

μ_V – масштаб плана скоростей ($\frac{m/c}{mm}$).

Таким образом, определив из плана скоростей скорость \overline{V}_{BA} , можно вычислить угловую скорость звена:

$$\omega = \frac{V_{BA}}{AB}.$$

По расположению вектора скорости точки В относительно А определяют направление угловой скорости звена (рис. 1.4).

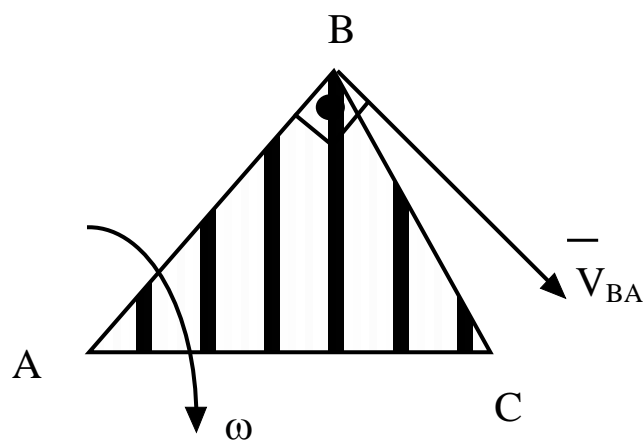


Рисунок 1.4

Переносим из плана скоростей вектор \overline{ab} , изображающий скорость $\overline{V_{BA}}$, и прикладываем его к точке В (рис.4). В данном положении угловая скорость ω звена ABC направлена по ходу часовой стрелки.

Окончательно сформулируем основные свойства плана скоростей:

1. Всякий многоугольник на плане скоростей подобен соответствующему многоугольнику на движущемся звене.

2. Отношение соответствующих сторон этих многоугольников равно угловой скорости звена.

3. Всякая прямая на плане скоростей перпендикулярна соответствующей прямой на движущемся звене.

4. Все лучи, исходящие из полюса плана скоростей к точкам, обозначают абсолютные скорости точек.

5. Все лучи, соединяющие точки между собой, обозначают относительные скорости одной точки во вращательном движении вокруг другой.

6. Для построения плана скоростей достаточно знать модуль и направление скорости одной какой-нибудь точки движущегося звена и прямую, по которой направлена скорость второй точки этого звена.

Тогда скорости всех точек этого звена могут быть найдены.

1.2. Мгновенный центр скоростей

Скорости точек плоской фигуры можно определить с помощью мгновенного центра скоростей.

В каждый момент времени непоступательно движущейся плоской фигуры имеется точка, скорость которой равна нулю.

Эта точка называется мгновенным центром скоростей Р (м.ц.с.).

Положение мгновенного центра скоростей определяется как точка пересечения перпендикуляров, восстановленных в двух точках фигуры к скоростям этих точек (рис. 1.5).

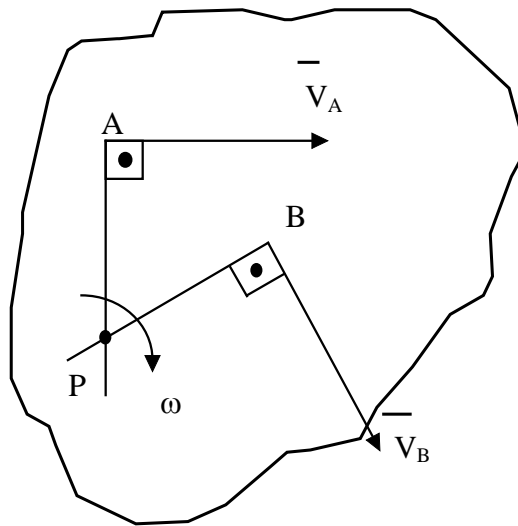


Рисунок 1.5

Так как скорость точки P равна нулю, то распределение скоростей в движущейся плоской фигуре происходит как при вращении фигуры вокруг неподвижной точки P.

$$V_A = \omega \cdot AP, \quad V_B = \omega \cdot BP,$$

$$\omega = \frac{V_A}{AP} = \frac{V_B}{BP}, \quad \frac{V_A}{V_B} = \frac{AP}{BP},$$

т. е. модули скоростей точек движущейся плоской фигуры пропорциональны расстояниям этих точек от мгновенного центра скоростей.

Направление угловой скорости определяется по расположению векторов скоростей точек A и B относительно м.ц.с. (в данном случае – по часовой стрелке).

1.3. План ускорений

Определение ускорений различных точек движущейся плоской фигуры может быть выполнено графически при помощи построения плана ускорений.

Если из произвольно взятой точки проведем векторы, равные по модулю и направлению векторам ускорений различных точек движущейся плоской фигуры в данный момент, то полученный таким образом чертеж является планом ускорений для этой фигуры.

План ускорений – это графическая картина распределения ускорений точек плоской фигуры в данный момент времени.

Пусть, например, ускорения трех точек A, B и C данной фигуры равны \bar{a}_A , \bar{a}_B , и \bar{a}_C (рис. 1.6,а).

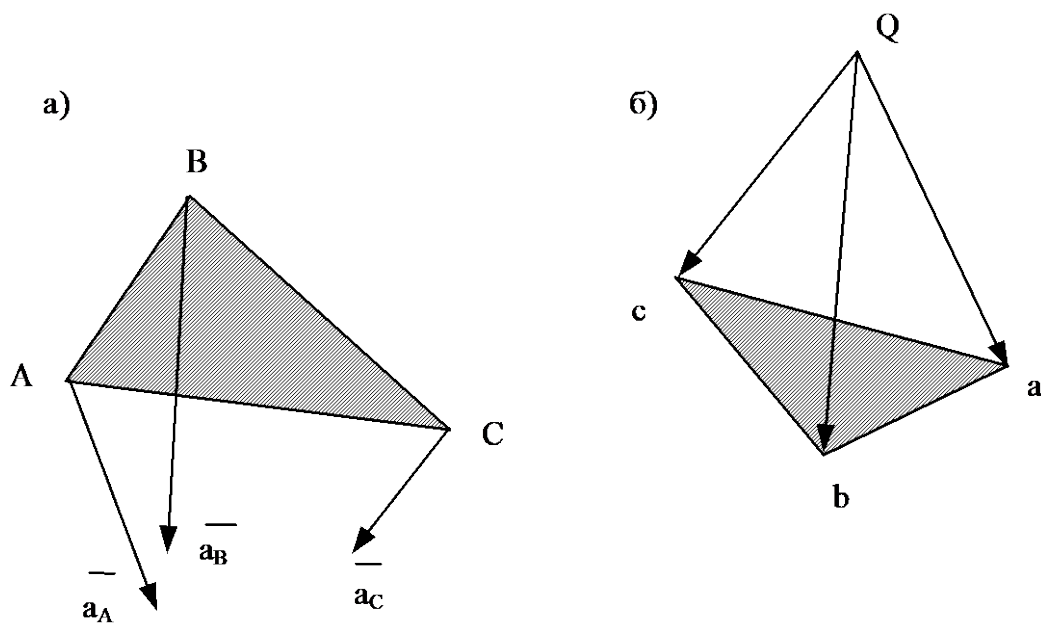


Рисунок 1.6

Проведем из произвольной точки Q векторы:

$$\overline{Qa} = \overline{a}_A,$$

$$\overline{QB} = \overline{a}_B,$$

$$\overline{Qc} = \overline{a}_C.$$

Полученный чертеж и есть план ускорений фигуры ABC для данного момента времени (рис. 1.6,б).

При построении плана ускорений плоского механизма надо учитывать, что абсолютное ускорение любой точки звена (например, B) при плоском движении равно геометрической сумме ускорения полюса (например, A) и ускорения точки относительно полюса во вращательном движении звена вокруг точки A (рис. 1.7).

$$\overline{a}_B = \overline{a}_A + \overline{a}_{BA} = \overline{a}_A + \overline{a}_{BA}^{\omega} + \overline{a}_{BA}^{\varepsilon}$$

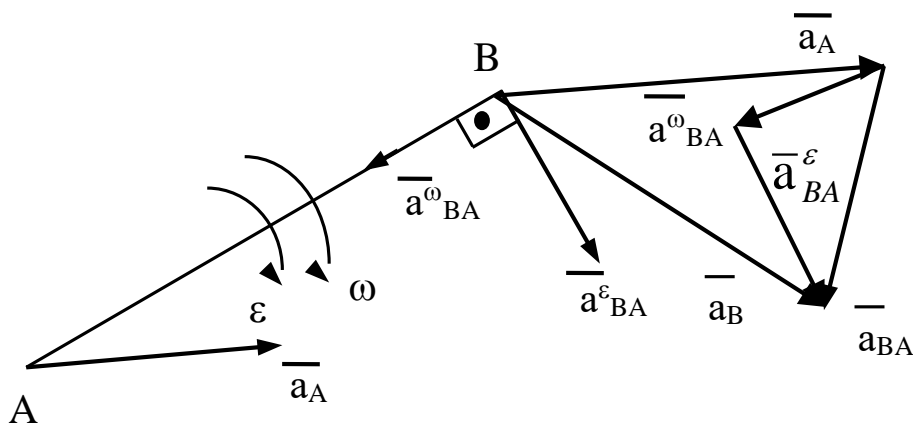


Рисунок 1.7

Ускорение \bar{a}_{BA} можно разложить на две составляющие:

$$\bar{a}_{BA} = \bar{a}_{BA}^{\omega} + \bar{a}_{BA}^{\varepsilon},$$

где \bar{a}_{BA}^{ω} – центростремительное ускорение точки В относительно точки А.

Направлен этот вектор всегда от точки В вдоль звена к полюсу А. Его значение определяют по формуле:

$$a_{BA}^{\omega} = \omega^2 \cdot AB,$$

$\bar{a}_{BA}^{\varepsilon}$ – вращательное ускорение точки В относительно точки А.

Направлен этот вектор перпендикулярно звену АВ в сторону углового ускорения ε .

Его значение определяют по формуле:

$$a_{BA}^{\varepsilon} = \varepsilon \cdot AB.$$

Если значение углового ускорения звена не задано, то его определяют, пользуясь планом ускорения.

Из плана ускорений находят значение вращательного ускорения a_{BA}^{ε} .

Затем по формуле $\varepsilon = \frac{a_{BA}^{\varepsilon}}{AB} (c^{-2})$ вычисляют значение углового ускорения.

Прикладываем к точке В звена АВ вектор $\bar{a}_{BA}^{\varepsilon}$ и по его расположению определяем направление углового ускорения ε звена (в данном случае по ходу часовой стрелки) (рис. 8).

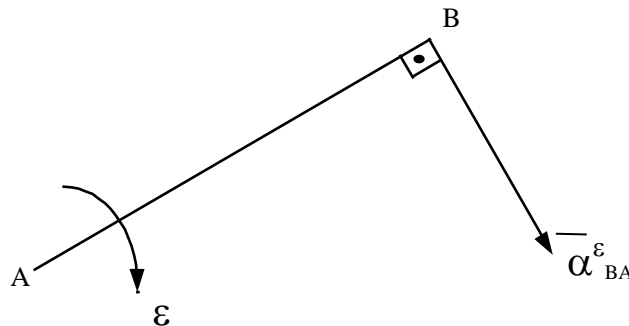


Рисунок 1.8

Окончательно сформулируем свойства плана ускорений:

1. Всякий многоугольник на плане ускорений подобен соответствующему многоугольнику на движущемся звене.

2. Все лучи, исходящие из полюса плана ускорений, обозначают абсолютные ускорения точек.

3. Лучи, соединяющие точки между собой, обозначают относительные ускорения одной точки во вращательном движении вокруг другой.

4. Все центростремительные ускорения одной точки относительно другой определяются по формуле:

$$a_{BA}^{\omega} = \omega^2 \cdot AB$$

и откладывают на плане ускорений в выбранном масштабе ускорений.

5. Все вращательные ускорения одной точки относительно другой определяются из плана ускорений.

6. Угловые ускорения звеньев вычисляются после определения вращательных ускорений

$$\varepsilon_{AB} = \frac{a_{BA}^\varepsilon}{AB}.$$

1.4. Мгновенный центр ускорений

Ускорения точек плоской фигуры можно определить и с помощью мгновенного центра ускорений. В каждый момент времени непоступательно движущейся плоской фигуры существует точка, ускорение которой в этот момент равно нулю.

Эта точка называется мгновенным центром ускорений Q (м.ц.у.).

Для определения положения м.ц.у. звена AB необходимо знать ускорение одной из точек, например A , угловую скорость ω и угловое ускорение ε этого звена. Тогда по формулам

$$AQ = \frac{a_A}{\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}},$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\varepsilon}{\omega^2}; \quad \beta = \operatorname{arctg} \frac{\varepsilon}{\omega^2}.$$

определяем расстояние AQ от точки A до точки Q (м.ц.у.) и угол β , который составляет вектор ускорения точки A с прямой AQ .

Затем от ускорения точки A откладываем угол β в сторону углового ускорения ε и проводим прямую, на которой откладываем расстояние AQ (рис. 1.9).

Для определения ускорения точки B соединяем точки B и Q и от этой прямой отложим угол β в ту сторону, чтобы ускорения точек A и B были направлены относительно мгновенного центра ускорения в сторону направления углового ускорения ε .

Модуль ускорения точки B определяется по формуле:

$$a_B = BQ \cdot \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$
$$\frac{a_A}{a_B} = \frac{AQ \cdot \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}}{BQ \cdot \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}} = \frac{AQ}{BQ}, \text{ т. е.}$$

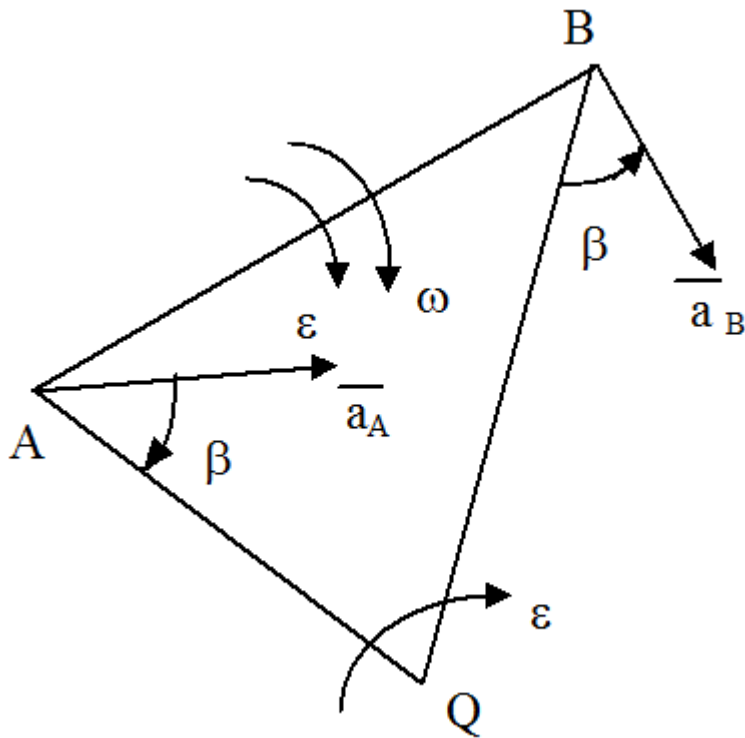


Рисунок 1.9

Модули ускорений точек звена, совершающего плоское движение, пропорциональны расстояниям этих точек от мгновенного центра ускорений.

1.5. Аналитический метод определения кинематических параметров плоских механизмов

Сущность данного метода заключается в том, что линейные и угловые координаты, скорости и ускорения точек звеньев механизма, угловые скорости и ускорения звеньев определяются в виде аналитических выражений, которые содержат конечное число алгебраических или тригонометрических операций.

Исходными данными являются кинематическая схема механизма, определяющая его структуру, и размеры звеньев в зависимости от угла поворота ведущего звена.

Для решения задачи используют условие замкнутости контура, образованного звеньями механизма.

Составляя уравнения проекций векторов, обозначающих звенья механизма, на соответствующие оси координат, устанавливают функциональную связь между кинематическими параметрами, характеризующими движение ведущего и остальных звеньев механизма.

Определение кинематических величин аналитическим методом покажем на примере следующего механизма (рис. 1.10).

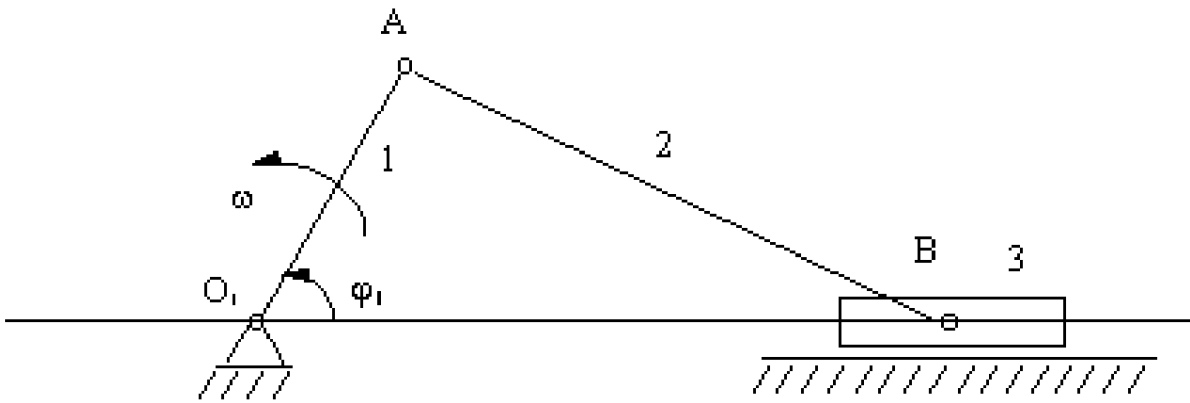


Рисунок 1.10

Дано: ω_1 – постоянная угловая скорость первого звена,

l_1, l_2 – длины звеньев,

φ_1 – угол поворота первого звена,

$\varphi_1 = \omega_1 \cdot t$, т.к. $\omega_1 = \text{const}$.

Определить: ω_2 и ε_2 – угловые скорость и ускорение второго звена,

v_B и a_B – линейные скорость и ускорения точки В.

Составляем условие замкнутости контура данного механизма:

$$\bar{l}_1 + \bar{l}_2 = \bar{l}_3. \quad (1)$$

Обозначим углы, составляемые векторами \bar{l}_1 и \bar{l}_2 с осью O_1x , через φ_1 и φ_2 , откладывая их против хода часовой стрелки от оси O_1x (рис. 1.11).

Угол φ_1 задан, угол φ_2 определим из треугольника O_1AB .

По теореме синусов определим угол β :

$$\frac{l_1}{\sin \beta} = \frac{l_2}{\sin \varphi_1},$$

$$\sin \beta = \frac{l_1}{l_2} \sin \varphi_1, \quad \beta = \arcsin \frac{l_1}{l_2} \sin \varphi_1.$$

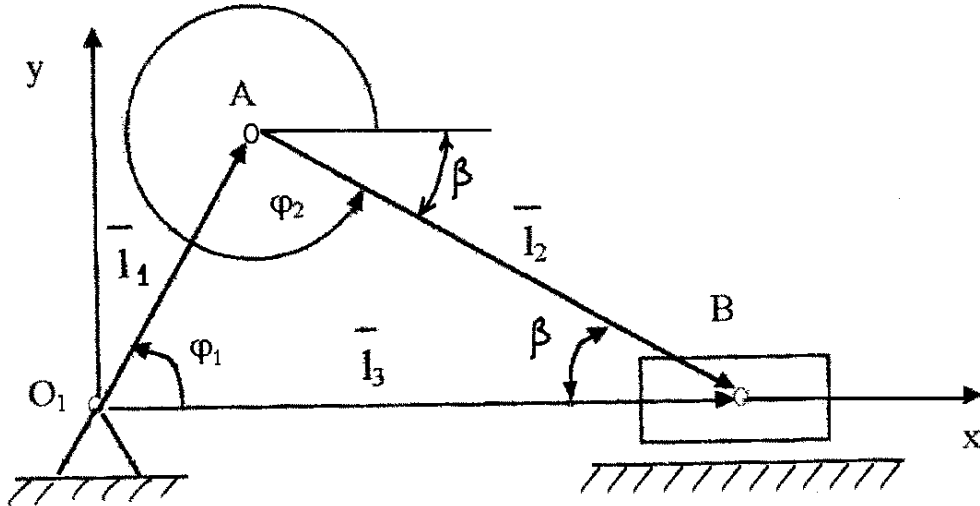


Рисунок 1.11

Угол $\varphi_2 = 360^\circ - \beta$.

Проектируем на координатные оси O_1x и O_1y векторное равенство (1):

$$\begin{cases} l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2 = l_3 \\ l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2 = 0, \end{cases}$$

Дифференцируем по времени эти уравнения, учитывая, что

$$\varphi_1 = \omega_1 t, \quad \varphi_2 = \varphi_2(t), \quad l_3 = x_B.$$

$$\begin{cases} -l_1 \frac{d\varphi_1}{dt} \sin \varphi_1 - l_2 \frac{d\varphi_2}{dt} \sin \varphi_2 = \frac{dx_B}{dt} \\ l_1 \frac{d\varphi_1}{dt} \cos \varphi_1 + l_2 \frac{d\varphi_2}{dt} \cos \varphi_2 = 0, \end{cases}$$

где $\frac{d\varphi_1}{dt} = \omega_1$ – угловая скорость первого звена, которая известна;

$\frac{d\varphi_2}{dt} = \omega_2$ – угловая скорость второго звена, которую надо определить;

$\frac{dx_B}{dt} = V_B$ – линейная скорость точки B, которую надо определить.

Перепишем уравнения с учетом данных обозначений:

$$\begin{cases} -l_1 \omega_1 \sin \varphi_1 - l_2 \omega_2 \sin \varphi_2 = V_B \\ l_1 \omega_1 \cos \varphi_1 + l_2 \omega_2 \cos \varphi_2 = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Решая совместно эти уравнения, определим ω_2 и V_B . Далее продифференцируем по времени систему уравнений (2):

$$\begin{cases} -l_1 \left(\frac{d\omega_1}{dt} \sin \varphi_1 + \omega_1^2 \cos \varphi_1 \right) - l_2 \left(\frac{d\omega_2}{dt} \sin \varphi_2 + \omega_2^2 \cos \varphi_2 \right) = \frac{dV_B}{dt} \\ l_1 \left(\frac{d\omega_1}{dt} \cos \varphi_1 - \omega_1^2 \sin \varphi_1 \right) + l_2 \left(\frac{d\omega_2}{dt} \cos \varphi_2 - \omega_2^2 \sin \varphi_2 \right) = 0, \end{cases}$$

где $\frac{d\omega_1}{dt} = \varepsilon_1 = 0$, так как $\omega_1 = \text{const}$.

$\frac{d\omega_2}{dt} = \varepsilon_2$ - неизвестная величина.

$\frac{dV_B}{dt} = a_B$ - неизвестная величина.

Перепишем уравнения с учетом обозначений:

$$\begin{cases} -I_1 \omega_1^2 \cos \varphi_1 - I_2 \varepsilon_2 \sin \varphi_2 - I_2 \omega_2^2 \cos \varphi_2 = a_B \\ -I_1 \omega_1^2 \sin \varphi_1 + I_2 \varepsilon_2 \cos \varphi_2 - I_2 \omega_2^2 \sin \varphi_2 = 0. \end{cases}$$

Решая совместно эти уравнения, определим ε_2 и a_B .

2. ПРИМЕР РАСЧЕТА

В качестве примера расчета задания рассмотрим механизм, приведенный на рис. 1.12.

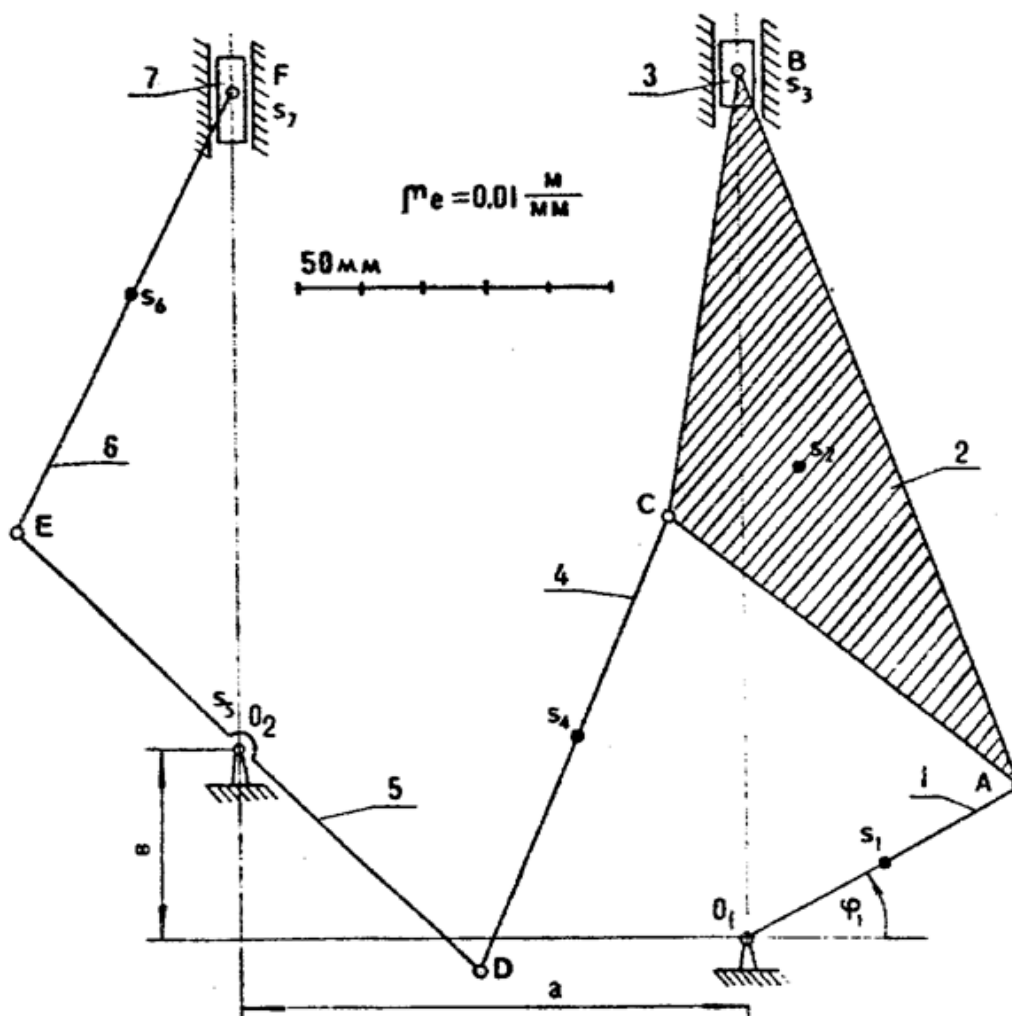


Рисунок 1.12

Заданы следующие параметры механизма:

Длины звеньев:

$$O_1A=0,5 \text{ м}, \quad EF = 0,8 \text{ м},$$

$$AB = 1,2 \text{ м}, \quad a = 0,8 \text{ м},$$

$$AC = BC = 0,7 \text{ м}, \quad b = 0,3 \text{ м}$$

$$DC = 0,8 \text{ м},$$

$$ED = 1 \text{ м}, \quad E_2O = O_2D,$$

$$\varphi_1=30^\circ.$$

Число оборотов первого звена $n_1=90$ об/мин,

Данный механизм (рис. 1.12) состоит из семи подвижных и одного неподвижного звена, причем:

1-е и 5-е звенья совершают вращательное движение;

2-е, 4-е и 6-е звенья совершают плоскопараллельное движение;

3-е и 7-е звенья совершают поступательное движение.

Изображаем механизм для заданного угла φ_1 .

Выбираем масштаб построения плана положения

$$\mu_l = 0,01 \frac{\text{м}}{\text{мм}},$$

который показывает, что в одном миллиметре чертежа располагается 0,01 м реальной длины.

В этом масштабе строим первое положение механизма для заданного угла $\varphi_1=30^\circ$ (рис. 1.12).

Изображаем механизм для угла $\varphi_2= \varphi_1 + \Delta\varphi$.

Второе положение механизма строим в том же масштабе длин

$$\mu_l = 0,01 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$$

для угла $\varphi_2= \varphi_1 + \Delta\varphi = 30^\circ + 10^\circ = 40^\circ$ (рис. 1.13).

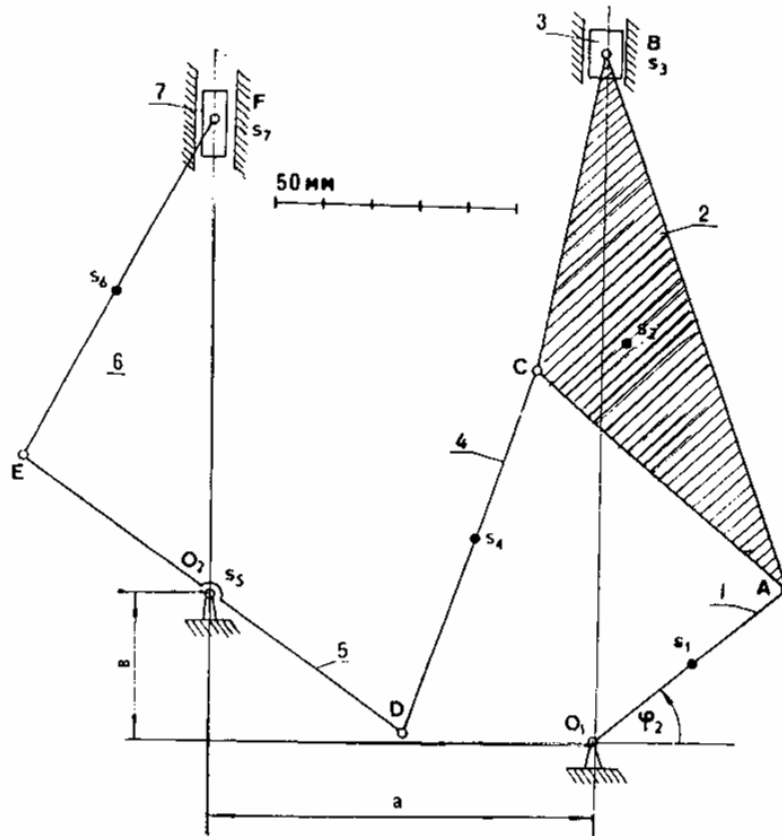


Рисунок 1.13

2.1. Построение плана скоростей для I положения механизма

По заданному значению n_1 числа оборотов ведущего звена 1 определяем его угловую скорость

$$\omega_1 = \frac{2\pi n_1}{60} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 90}{60} = 9,42 \text{ с}^{-1}.$$

Скорость точки A конца ведущего звена 1, совершающего вращательное движение, равна

$$V_A = \omega_1 \cdot O_1 A = 9,42 \cdot 0,5 = 4,71 \text{ м/с}.$$

Выбираем масштаб плана скоростей $\mu_V = 0,05 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}$

(0,05 м/с в одном миллиметре чертежа).

Тогда длина отрезка, изображающего вектор скорости точки A,

$$\text{равна } P_V a = \frac{V_A}{\mu_V} = \frac{4,71 \frac{\text{м/с}}{\text{с}}}{0,05 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}} = 94,2 \text{ мм}.$$

Из произвольной точки P_V чертежа, называемой полюсом плана скоростей, откладываем вектор $\overline{P_V a}$, направленный перпендикулярно положению звена $O_1 A$

в сторону вращения ведущего звена 1 (рис. 1.14). Этот вектор $\overline{P_V a}$ изображает скорость точки А в масштабе $\mu_V = 0,05 \frac{м/с}{мм}$, и его длина равна 94,2 мм.

Для определения скорости точки В раскладываем плоскопараллельное движение звена 2 на поступательное вместе с точкой А и на вращательное относительно оси, проходящей через точку А перпендикулярно плоскости чертежа $\overline{V_B} = \overline{V_A} + \overline{V_{BA}}$,

где $\overline{V_A}$ – скорость точки А, которая изображается вектором $\overline{P_V a}$,
 $\overline{V_{BA}}$ – скорость точки В относительно А.

Траекторией относительного движения точки В относительно А является дуга, радиусом АВ. Следовательно, вектор относительной скорости $\overline{V_{BA}}$ направляется по касательной к дуге, радиуса АВ, или перпендикулярно положению звена АВ.

Из вершины "а" плана скоростей проводим линию, параллельную вектору скорости $\overline{V_{BA}}$, т. е. перпендикулярно положению звена АВ.

Абсолютная скорость точки В расположена вдоль направляющих, т. е. вертикально.

Поэтому, из полюса P_V проводим вертикальную прямую.

Точка пересечения двух проведенных линий является точкой "в" плана скоростей (рис. 1.14).

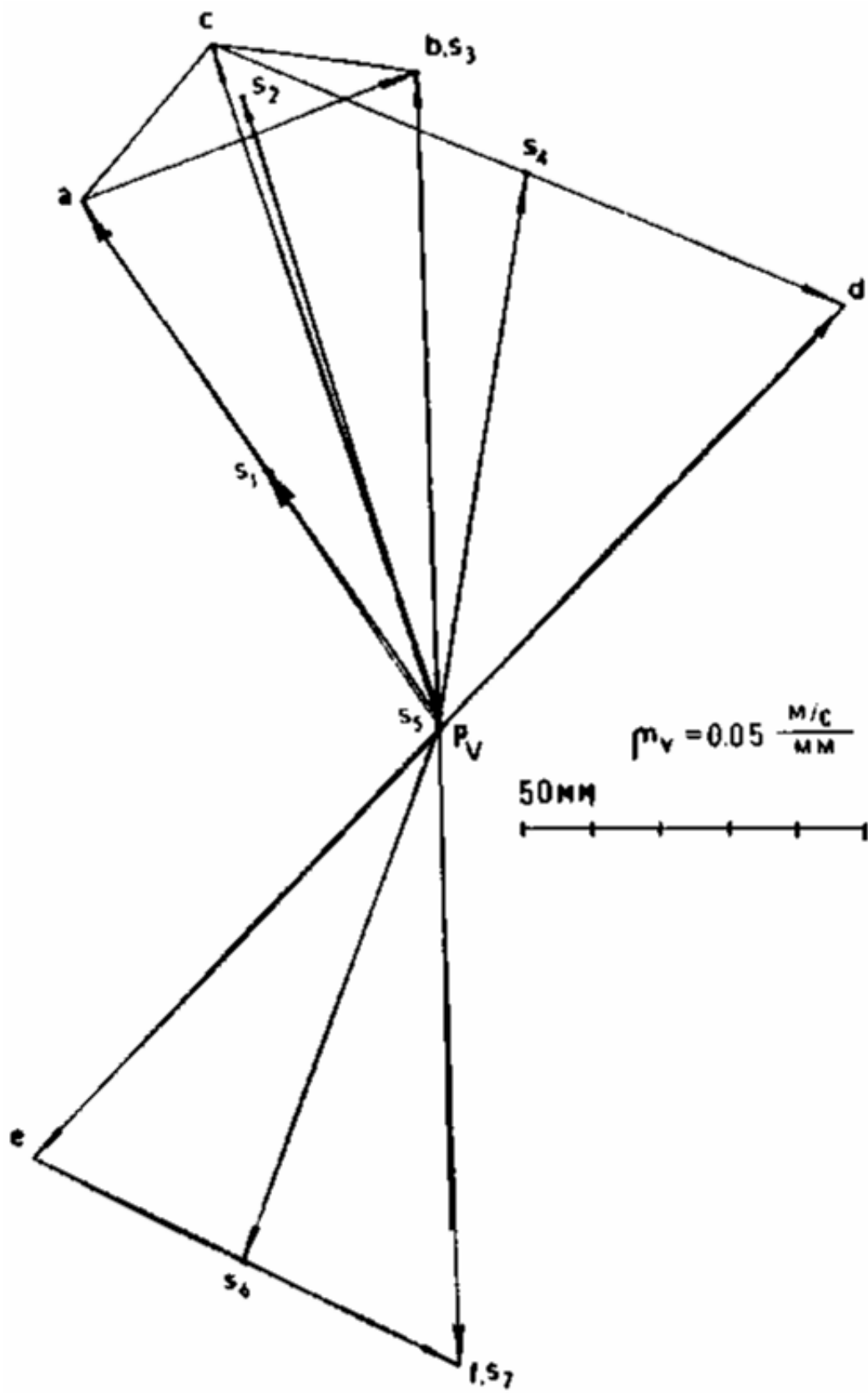


Рисунок 1.14

Расставляем в треугольнике векторов "P_v а в" плана скоростей стрелки так, чтобы сохранилось равенство:

$$\begin{aligned}\overline{V}_B &= \overline{V}_A + \overline{V}_{BA}, \\ \overline{P_{vB}} &= \overline{P_{va}} + \overline{ав},\end{aligned}$$

где вектора

$\overline{P_{va}}$ – обозначает скорость точки А (\overline{v}_A)

$\overline{ав}$ – обозначает скорость точки В относительно точки А (\overline{v}_{BA}) ($ав=52$ мм);

$\overline{P_{vB}}$ – обозначает скорость точки В (\overline{v}_B).

Определяем теперь скорость точки С из правила подобия плана скоростей и плана положений механизма

$$\begin{aligned}\frac{AB}{ав} &= \frac{AC}{ac}; \quad ac = \frac{ав \cdot AC}{AB} = \frac{52 \cdot 0,7}{1,2} = 30,3 \text{ мм} \\ \frac{AB}{ав} &= \frac{BC}{вс}; \quad вс = \frac{ав \cdot BC}{AB} = \frac{52 \cdot 0,7}{1,2} = 30,3 \text{ мм}.\end{aligned}$$

Из точки "а" плана скоростей циркулем проводим дугу радиусом "ac", а из точки "в" – дугу радиусом "вс" до пересечения с дугой радиуса "ac" и получаем точку "с".

Треугольник "авс" на плане скоростей подобен треугольнику ABC механизма (рис. 1.12).

Соединим полюс "P_v" с точкой "С" и получим вектор "P_vС", изображающий скорость точки С.

Точка D принадлежит одновременно звену 4, которое совершает плоскопараллельное движение, и звену 5, совершающему вращательное движение, поэтому скорость точки D определяем по двум векторным уравнениям

$$\begin{aligned}\overline{V}_D &= \overline{V}_C + \overline{V}_{DC} \\ \overline{V}_D &= \overline{V}_{O_2} + \overline{V}_{DO_2},\end{aligned}$$

где \overline{V}_{DC} – направлена перпендикулярно положению звена DC,

$$\overline{V}_{O_2} = 0,$$

\overline{V}_{DO_2} – направлена перпендикулярно положению звена DO₂. Проводим из вершины С прямую, перпендикулярно положению звена DC, а из полюса "P_v" – прямую, перпендикулярно положению звена DO₂. Пересечения этих двух прямых есть точка "d". Вектор $\overline{P_{vd}}$ изображает скорость точки D (рис. 1.14). На плане скоростей P_vd=88 мм.

Точка E принадлежит звену 5, которое совершает вращательное движение. Скорость точки D этого звена определена.

Следовательно, скорость точки E найдем, пользуясь правилом подобия плана скоростей и плана положений.

$$\frac{O_2E}{P_V e} = \frac{O_2D}{P_V d}; P_V e = \frac{O_2E \cdot P_V d}{O_2D} = \frac{0,5 \cdot 88}{0,5} = 88 \text{ мм.}$$

На плане скоростей отложим этот отрезок на линии $\overline{P_V d}$, но в противоположную сторону вектору $\overline{P_V d}$. Вектор $\overline{P_V e}$ изображает скорость точки E (рис. 1.14).

Скорость точки F определим, пользуясь векторным равенством

$$\overline{V}_F = \overline{V}_E + \overline{V}_{FE},$$

где \overline{V}_E – скорость точки E, изображаемая вектором $\overline{P_V e}$,

\overline{V}_{FE} – скорость точки F относительно E. Направление этой скорости перпендикулярно положению звена FE.

\overline{V}_F – скорость точки F, которая направлена параллельно направляющим, т. е. вертикально.

Проводим через точку "e" прямую перпендикулярно положению звена FE, а через полюс "P_V" вертикальную прямую и получаем точку "f".

Вектор $\overline{P_V f}$ изображает скорость точки F.

Скорости центров тяжести всех звеньев находим из подобия. Так, например, пусть центр тяжести звена EF находится посередине между точками E и F на плане положения механизма.

Следовательно, на плане скоростей точка "S₆" будет находиться посередине между точками "e" и "f", а вектор " $\overline{P_V S_6}$ " изображает скорость центра тяжести звена б.

Таким образом, план скоростей для данного положения механизма построен (рис. 1.14).

Надо отметить, что все вектора, исходящие из полюса "P_V" соответствуют абсолютным скоростям точек. Вектора, соединяющие точки между собой, соответствуют относительным скоростям одной точки относительно другой.

Определяем численные значения абсолютных и относительных скоростей точек данного механизма, пользуясь масштабом плана скоростей:

$$V_B = (P_V B) \cdot \mu_V = 98 \cdot 0,05 = 4,8 \text{ м/с.}$$

Составим таблицу для определения скоростей всех обозначенных точек механизма.

Точка мех.	Вектор на плане скоростей		Масштаб плана скоростей	Абсолютная скорость	
	обозн.	длина, мм		обозн.	знач., м/с
A	$\overline{P_V a}$	94,2	0,05	V_A	4,71
B	$\overline{P_V b}$	98	0,05	V_B	4,9
C	$\overline{P_V c}$	108	0,05	V_C	5,4
D	$\overline{P_V d}$	88	0,05	V_D	4,4
E	$\overline{P_V e}$	88	0,05	V_E	4,4
F	$\overline{P_V f}$	94	0,05	V_F	4,7
S ₁	$\overline{P_V S_1}$	47,1	0,05	V_{S1}	2,36
S ₂	$\overline{P_V S_2}$	98	0,05	V_{S2}	4,9
S ₃	$\overline{P_V S_3}$	98	0,05	V_{S3}	4,9
S ₄	$\overline{P_V S_4}$	S ₁	0,05	V_{S4}	4,2
S ₅	$\overline{P_V S_5}$	0	0,05	V_{S5}	0
S ₆	$\overline{P_V S_6}$	83	0,05	V_{S6}	4,15
S ₇	$\overline{P_V S_7}$	94	0,05	V_{S7}	4,7

Движение одной точки относительно другой	Вектор на плане скоростей		Масштаб плана скоростей	Относительная скорость	
	обозн.	длина, мм		обозн.	знач., м/с
В относительно А	\overline{va}	52	0,05	V_{BA}	2,6
D относительно C	\overline{dc}	100	0,05	V_{DC}	5,0
F относительно E	\overline{fe}	70	0,05	V_{FE}	3,5

Определяем угловые скорости звеньев:

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{AB} = \frac{2,6}{1,2} = 2,16 \text{ с}^{-1}$$

$$\omega_3 = 0 \text{ (звено 3 совершает поступательное движение)}$$

$$\omega_4 = \frac{V_{DC}}{DC} = \frac{5,0}{0,8} = 6,25 \text{ c}^{-1}, \quad \omega_5 = \frac{V_D}{DO_2} = \frac{4,4}{0,5} = 8,8 \text{ c}^{-1},$$

$$\omega_6 = \frac{V_{FE}}{FE} = \frac{3,5}{0,8} = 4,4 \text{ c}^{-1}, \quad \omega_7 = 0.$$

Определим знаки угловой скорости. Знак угловой скорости показывает направление вращения звена:

"+" – звено вращается против часовой стрелки,

"-" – звено вращается по ходу часовой стрелки.

Направления движения звеньев определяем по относительным скоростям одной точки относительно другой (рис. 1.15).

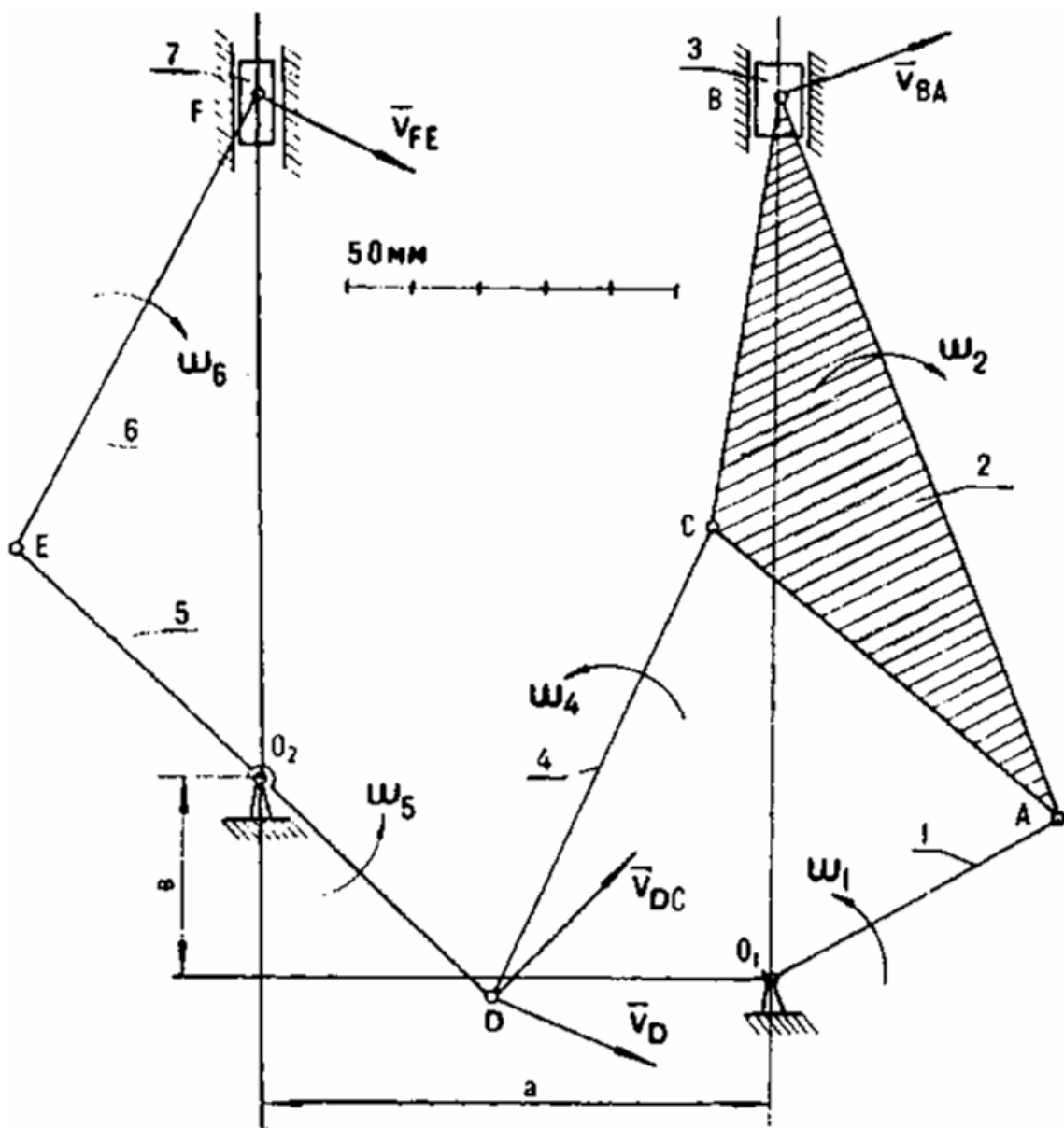


Рисунок 1.15

Сведем полученные данные в таблицу.

№ звена	1	2	3	4	5	6	7
Угл. скорость $\omega, \text{с}^{-1}$	+9,42	-2,16	0	+6,25	+8,8	-4,4	0

2.2. Построение плана скоростей для II положения механизма

Аналогично строим план скоростей и для второго положения механизма в том же масштабе скоростей (рис. 1.16).

Определяем из плана скоростей численные значения абсолютных и относительных скоростей точек звеньев механизма и угловых скоростей звеньев.

Полученные данные представляем в виде таблиц.

Точка мех.	Вектор на плане скоростей		Масштаб плана скоростей	Абсолютная скорость	
	обозн.	длина, мм		обозн.	знач., м/с
A	$\overline{P_V a}$	94,2	0,05	V_A	4,71
B	$\overline{P_V b}$	92	0,05	V_B	4,6
C	$\overline{P_V c}$	104	0,05	V_C	5,2
D	$\overline{P_V d}$	88	0,05	V_D	4,4
E	$\overline{P_V e}$	88	0,05	V_E	4,4
F	$\overline{P_V f}$	102	0,05	V_F	5,1
S ₁	$\overline{P_V S_1}$	47,1	0,05	V_{S1}	2,36
S ₂	$\overline{P_V S_2}$	92	0,05	V_{S2}	4,6
S ₃	$\overline{P_V S_3}$	92	0,05	V_{S3}	4,6
S ₄	$\overline{P_V S_4}$	84	0,05	V_{S4}	4,2
S ₅	$\overline{P_V S_5}$	0	0,05	V_{S5}	0
S ₆	$\overline{P_V S_6}$	90	0,05	V_{S6}	4,5
S ₇	$\overline{P_V S_7}$	102	0,05	V_{S7}	5,1

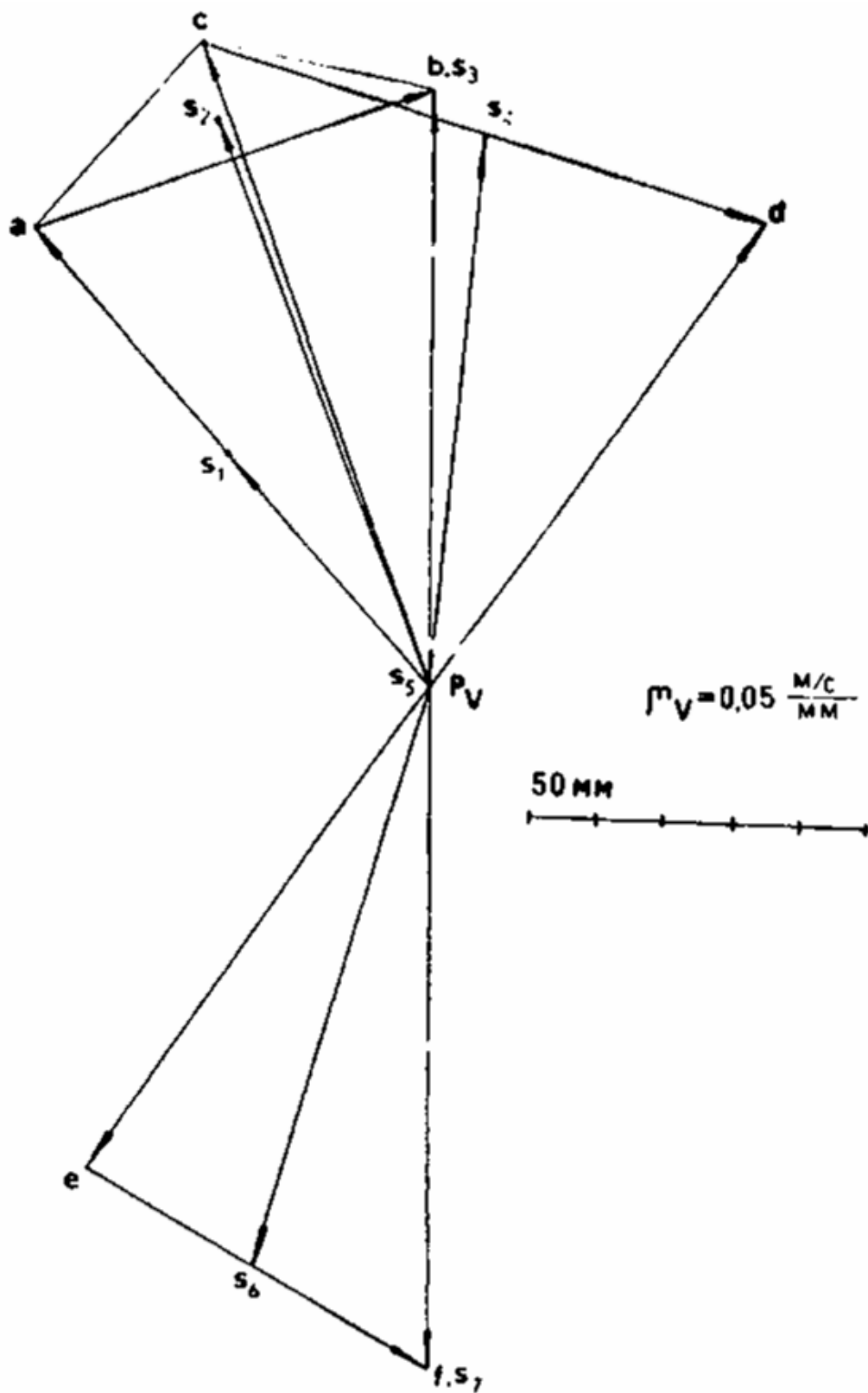


Рисунок 1.16

Движение одной точки относительно другой	Вектор на плане скоростей		Масштаб плана скоростей	Относительная скорость	
	обозн.	длина, мм		обозн.	знач., м/с
В относительно А	\vec{va}	62	0,05	V_{BA}	3,1
D относительно C	\vec{dc}	88	0,05	V_{DC}	4,4
F относительно E	\vec{fe}	58	0,05	V_{FE}	2,9

№ звена	1	2	3	4	5	6	7
Угл. скорость ω, c^{-1}	+9,42	-2,58	0	+5,5	+8,8	-3,6	0

2.3. Определение скоростей точек звеньев механизма с помощью мгновенного центра скоростей (м.ц.с)

Этим способом определяем скорости точек механизма для I положения.

Изображаем схему механизма в выбранном масштабе длин $\mu_l = 0,05 \frac{м}{мм}$

М.ц.с. звена 2 лежит на пересечении перпендикуляров, восстановленных в точках А и В к направлению скоростей точек А и В (рис. 1.17).

Скорость точки А направлена перпендикулярно звену O_1A , скорость точки В может быть направлена только вдоль направляющих.

Точка P_2 пересечения перпендикуляров является мгновенным центром скоростей звена 2. Показываем стрелкой направление угловой скорости звена 2 относительно м.ц.с. (в данном случае по ходу часовой стрелки).

Определяем значение угловой скорости ω_2

$$\omega_2 = \frac{V_A}{P_2A},$$

где V_A – скорость точки А,

P_2A – расстояние от точки А до м.ц.с. P_2 .

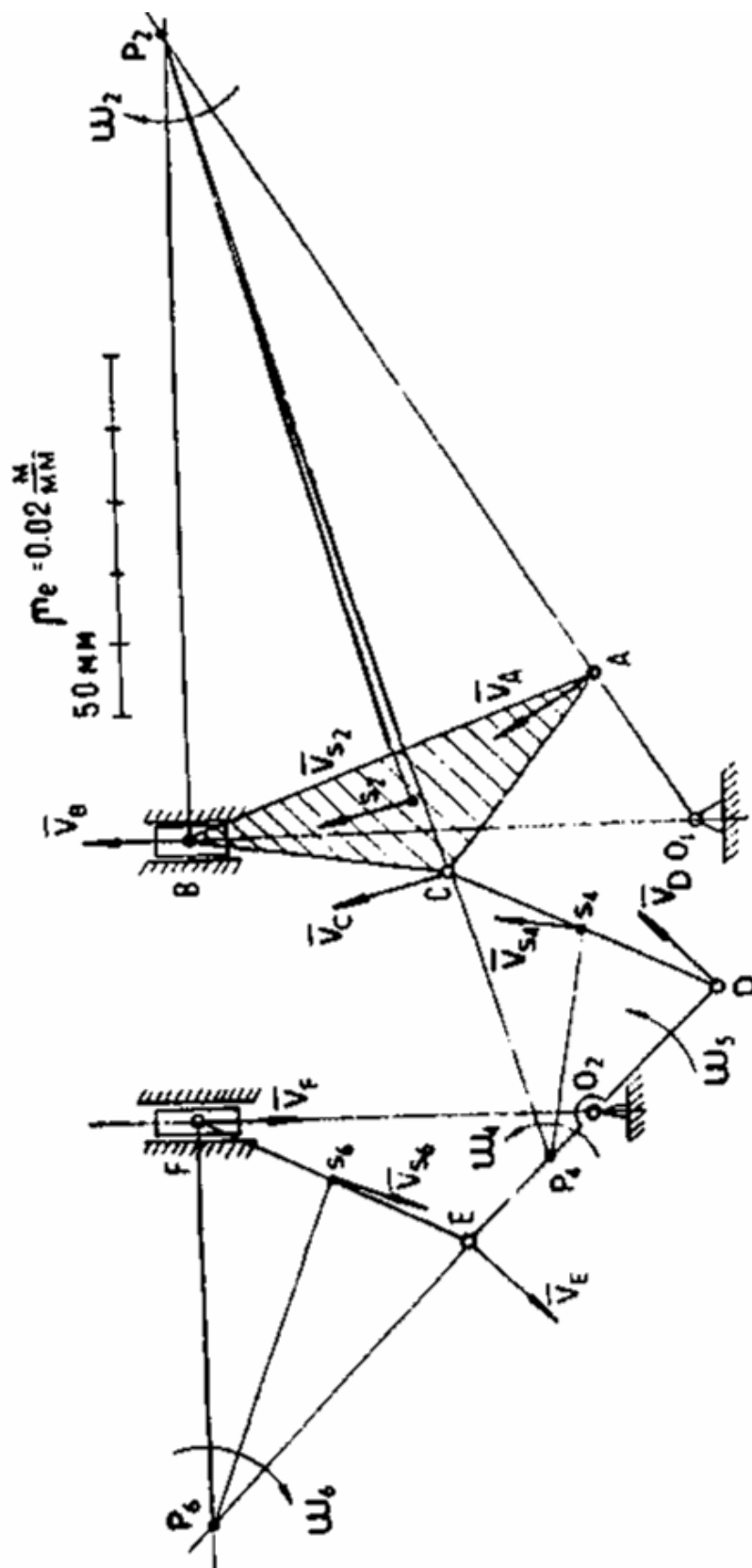


Рисунок 1.17

$$P_2A = 220 \cdot 0,01 = 2,2 \text{ м}, \quad \omega_2 = \frac{4,71}{2,2} = 2,14 \text{ с}^{-1}.$$

Соединяем точки В, С и S_2 звена 2 с м.ц.с. P_2 и определяем эти расстояния в метрах:

$$P_2B = 115 \cdot \mu_1 = 115 \cdot 0,02 = 2,3 \text{ м},$$

$$P_2C = 126 \cdot \mu_1 = 126 \cdot 0,02 = 2,52 \text{ м},$$

$$P_2S_2 = 114 \cdot \mu_1 = 114 \cdot 0,02 = 2,28 \text{ м}.$$

Определяем скорости точек В, С и S_2 звена 2:

$$V_B = \omega_2 \cdot P_2B = 2,14 \cdot 2,3 = 4,92 \text{ м/с},$$

$$V_C = \omega_2 \cdot P_2C = 2,14 \cdot 2,52 = 5,39 \text{ м/с},$$

$$V_{S_2} = \omega_2 \cdot P_2S_2 = 2,14 \cdot 2,28 = 4,87 \text{ м/с}.$$

Теперь определяем положение м.ц.с. звена 4. Восстанавливаем перпендикуляры к скоростям точек С и D, получаем точку пересечения этих перпендикуляров – точку P_4 – м.ц.с. звена 4 (рис. 1.17). Эта точка располагается на звене 4, т. к. скорость точки D направлена перпендикулярно звену 4.

Определяем значение угловой скорости ω_4 :

$$\omega_4 = \frac{V_C}{P_4C}, \quad \text{где } V_C \text{ – скорость точки С, } V_C = 5,39 \text{ м/сек.}$$

P_4C – расстояние от точки С до м.ц.с. P_4 .

$$P_4C = 44 \cdot 0,02 = 0,88 \text{ м}, \quad \omega_4 = \frac{5,39}{0,88} = 6,19 \text{ с}^{-1}.$$

Показываем стрелкой направление угловой скорости звена 4 относительно м.ц.с. (в данном случае против хода часовой стрелки).

Определяем скорости точек D и S_4 звена 4:

$$V_D = \omega_4 \cdot DP_4,$$

$$DP_4 = 36 \cdot \mu_1 = 36 \cdot 0,02 = 0,72 \text{ м},$$

$$V_D = 6,19 \cdot 0,72 = 4,45 \text{ м/с},$$

$$V_{S_4} = \omega_4 \cdot S_4P_4,$$

$$S_4P_4 = 35 \cdot \mu_1 = 35 \cdot 0,02 = 0,7 \text{ м},$$

$$V_{S_4} = 6,19 \cdot 0,7 = 4,27 \text{ м/с}.$$

Для звена 5 центром скоростей является точка O_2 . Именно эта точка имеет скорость, равную нулю.

Тогда угловая скорость звена 5 равна

$$\omega_5 = \frac{V_D}{DO_2} = \frac{4,45}{0,5} = 8,9 \text{ с}^{-1}.$$

Показываем стрелкой направление угловой скорости звена 5 относительно точки O_2 (в данном случае – против хода часовой стрелки) (рис. 1.18).

Определим скорости точек E и S_5 звена 5:

$$V_E = \omega_5 \cdot EO_2 = 8,9 \cdot 0,5 = 4,45 \text{ м/с},$$

$$V_{S_5} = \omega_5 \cdot S_5O_2 = 8,9 \cdot 0 = 0.$$

Определяем положение мгновенного центра скоростей звена 6. Восстанавливаем перпендикуляр к скоростям точек E и F. Точка пересечения этих перпендикуляров P_6 является м.ц.с. звена 6 (рис. 1.17).

Определим значение угловой скорости звена 6:

$$\omega_6 = \frac{V_E}{EP_6},$$

где V_E – скорость точки E, $V_E = 4,45$ м/с

P_6E – расстояние от точки E до м.ц.с. P_6 в метрах.

$$P_6E = 51 \cdot \mu_l = 51 \cdot 0,02 = 1,02 \text{ м.}$$

$$\omega_6 = \frac{4,45}{1,02} = 4,36 \text{ с}^{-1}.$$

Зная угловую скорость звена 6, определим скорости точек F и S_6 :

$$V_F = \omega_6 \cdot FP_6 = 4,36 \cdot 54,5 \cdot 0,02 = 4,75 \text{ м/с},$$

$$V_{S_6} = \omega_6 \cdot S_6P_6 = 4,36 \cdot 49 \cdot 0,02 = 4,27 \text{ м/с.}$$

2.4. Построение плана ускорений

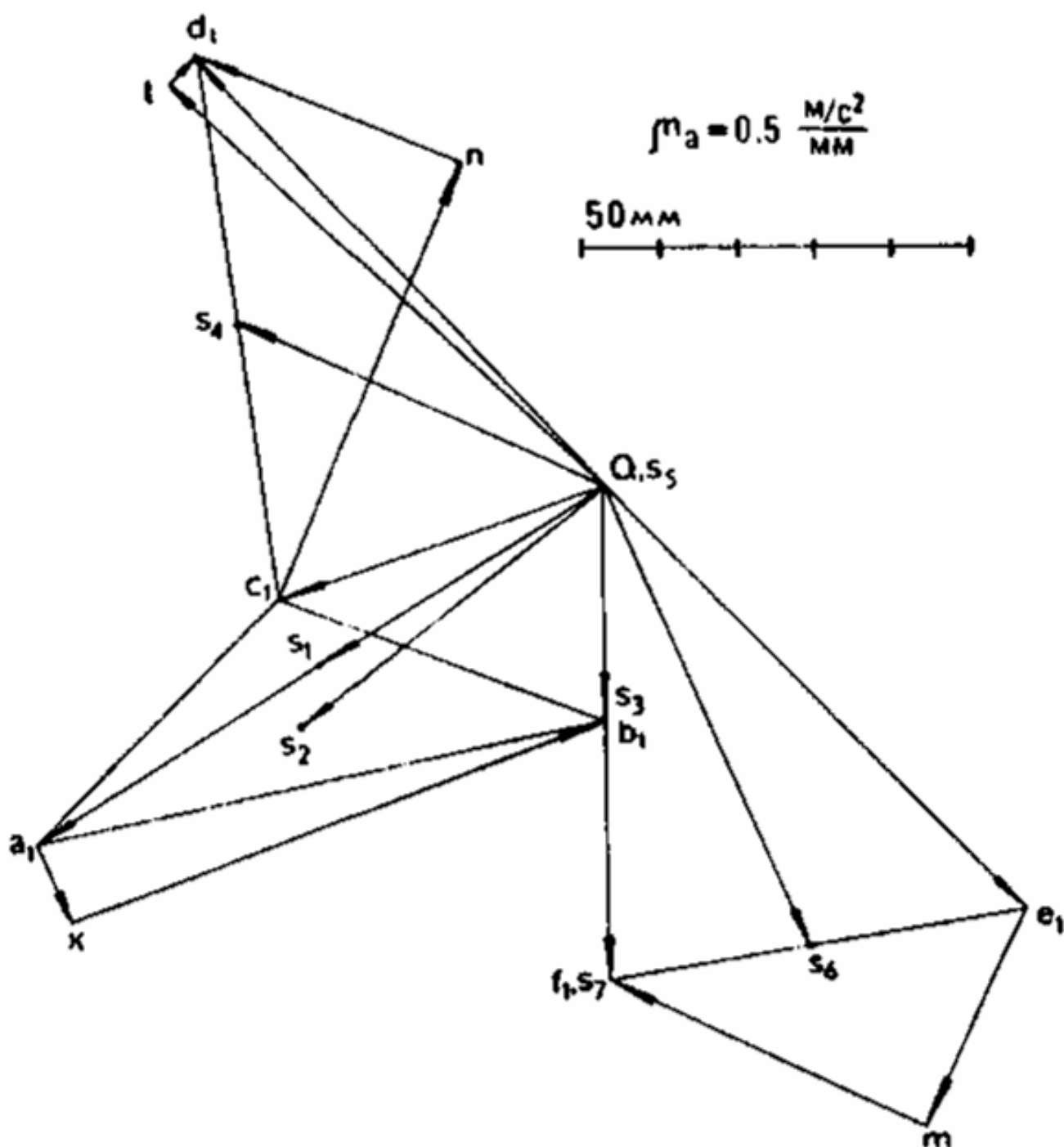


Рисунок 1.18

Порядок построения плана ускорений аналогичен построению плана скоростей. Строим план ускорений для 1-го положения механизма (рис. 1.12).

Определяем ускорение точки А звена 1 механизма. По условию задачи ведущее звено 1 совершает равномерное движение. Поэтому точка А имеет только центростремительное ускорение.

$$a_A = a_A^\omega = \omega_1^2 \cdot O_1A = 9,42^2 \cdot 0,5 = 44,3 \frac{M}{c^2}.$$

Выбираем масштаб ускорений таким образом, чтобы он был удобным для дальнейших вычислений и чтобы чертеж не был слишком мелким:

$$\mu_a = 0,5 \frac{M/c^2}{MM}$$

Тогда вектор, изображающий ускорение точки А, будет иметь длину

$$Qa_1 = \frac{a_A^\omega}{\mu_a} = \frac{44,3}{0,5} = 88,6 \text{ мм.}$$

Из произвольной точки Q, называемой полюсом плана ускорений, откладываем вектор, изображающий ускорение точки А, параллельно звену O₁A (рис. 1.18):

$$Qa_1 = 88,6 \text{ мм.}$$

Определяем ускорение точки В по теореме об ускорениях точек плоской фигуры:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A^\omega + \bar{a}_{BA}^\omega + \bar{a}_{BA}^\varepsilon.$$

В этом векторном равенстве известно ускорение точки А и можно определить центростремительное ускорение точки В относительно точки А:

$$a_{BA}^\omega = \omega_2^2 \cdot AB = 2,08^2 \cdot 1,2 = 5,19 \text{ " / } c^2.$$

Отрезок A₁K, изображающий на плане ускорения этот вектор, будет иметь длину:

$$a_1k = \frac{a_{BA}^\omega}{\mu_a} = \frac{5,19 \text{ M / } c^2}{0,5 \text{ M / } c^2 / \text{ мм}} = 10,38 \text{ мм.}$$

Из конца вектора \bar{a}_A^ω проводим параллельно звену АВ вектор $\overline{a_1k}$, изображающий ускорение \bar{a}_{BA}^ω , длиной 10,38 мм. С конца этого вектора точки К проводим прямую, перпендикулярную звену АВ и изображающую линию расположения вращательного ускорения точки В относительно точки А.

Так как направление абсолютного ускорения точки В (вдоль направляющих), то из полюса Q проводим линию параллельно направляющим до пересечения ее в вершине В₁ с направлением вращательного ускорения \bar{a}_{BA}^ε . Таким образом, точка В₁ определяет концы векторов \bar{a}_{BA}^ε и \bar{a}_B . Измерив на плане ускорений длины построенных векторов и умножив их на масштаб ускорений, получим значение ускорений:

$$a_{BA}^\varepsilon = (78 \text{ мм}) \cdot 0,5 \frac{M/c^2}{\text{ мм}} = 39,0 \frac{M}{c^2},$$

$$a_B = (30 \text{ мм}) \cdot 0,5 \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}} = 15 \text{ м/с}^2.$$

Зная \vec{a}_{BA}^ε , можно определить угловое ускорение звена 2:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^\varepsilon}{AB} = \frac{39 \text{ м/с}}{1,2 \text{ м}} = 32,5 \text{ с}^{-2} \cdot \varepsilon.$$

Находим на плане ускорений точку C_1 звена 2, пользуясь подобием:

$$\frac{AB}{a_1 b_1} = \frac{AC}{a_1 c_1} = \frac{BC}{b_1 c_1},$$

где AB, AC, BC – реальные размеры звеньев в метрах,

$a_1 b_1, a_1 c_1, b_1 c_1$ – отрезки на плане ускорений в миллиметрах.

Зная $a_1 b_1 = 76$ мм, определим $a_1 c_1$ и $b_1 c_1$:

$$a_1 c_1 = \frac{AC}{AB} \cdot a_1 b_1 = \frac{0,7}{1,2} \cdot 76 = 44,3 \text{ мм},$$

$$b_1 c_1 = \frac{BC}{AB} \cdot a_1 b_1 = \frac{0,7}{1,2} \cdot 76 = 44,3 \text{ мм}.$$

Строим на плане ускорений треугольник $a_1 b_1 c_1$, который подобен треугольнику на плане положений ABC . Для этого из вершины a_1 и b_1 плана ускорений делаем засечки, равные 44,3 мм, и получаем точку C_1 (рис. 1.18). Проводя вектор из полюса Q к точке C_1 , измеряя его и умножая на масштаб ускорений, получаем ускорение точки C :

$$a_C = 44 \cdot 0,5 = 22 \text{ м/с}^2.$$

Найдем в треугольнике $a_1 b_1 c_1$ плана ускорений точку S_2 как пересечение медиан. Соединив полюс Q с точкой S_2 , получим вектор ускорения точки S_2 – центра масс звена 2. Его значение будет равно

$$a_{S_2} = 50 \cdot \mu_a = 50 \cdot 0,5 = 25 \text{ м/с}^2.$$

Для определения ускорения точки D , рассмотрим ее движение относительно точки C и относительно точки O_2 :

$$\vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}_{DC}^\omega + \vec{a}_{DC}^\varepsilon$$

$$\vec{a}_D = \vec{a}_{O_2} + \vec{a}_{DO_2}^\omega + \vec{a}_{DO_2}^\varepsilon$$

где \vec{a}_C – вектор ускорения точки C ;

\vec{a}_{DC}^ω – вектор центростремительного ускорения точки D относительно C ;

\vec{a}_{DC}^ε – вектор вращательного ускорения точки D относительно C ;

\vec{a}_{O_2} – ускорение точки O_2 : $\vec{a}_{O_2} = 0$,

$\vec{a}_{DO_2}^\omega$ – вектор центростремительного ускорения точки D относительно O_2 ;

$\vec{a}_{DO_2}^\varepsilon$ – вектор вращательного ускорения точки D относительно O_2 .

Определим значение центростремительного ускорения a_{DC}^ω :

$$a_{DC}^{\omega} = \omega_4^2 \cdot DC = 6,25 \cdot 0,8 = 31,25 \text{ м/с}^2.$$

Длина этого вектора на плане ускорений равна

$$c_{1n} = \frac{a_{DC}^{\omega}}{\mu_a} = \frac{31,5}{0,5} = 62,5 \text{ мм.}$$

Определим значение центростремительного ускорения $a_{DO_2}^{\omega}$:

$$a_{DO_2}^{\omega} = \omega_5^2 \cdot DO_2 = 8,8^2 \cdot 0,5 = 38,72 \text{ м/с}^2.$$

Длина этого вектора на плане ускорений равна

$$Qt = \frac{a_{DO_2}^{\omega}}{\mu_a} = \frac{38,72}{0,5} = 77,44 \text{ мм.}$$

На плане ускорений от точки "С₁" последовательно откладываем вектор, изображающий ускорение \bar{a}_{DC}^{ω} , параллельно звену DC, и из конца этого вектора точки "n" проводим линию, по которой будет направлен вектор вращательного ускорения $\bar{a}_{DC}^{\varepsilon}$, т.е. перпендикулярно положению звена DC (рис. 1.18).

С другой стороны, от полюса Q откладываем последовательно вектор, изображающий ускорение $\bar{a}_{DO_2}^{\omega}$, т. е. параллельно звену DO₂ и из конца этого вектора – точки "t" проводим линию направления вращательного ускорения $\bar{a}_{DO_2}^{\varepsilon}$, перпендикулярно положению звена DO₂. Пересечение этих двух линий даст точку d₁. Соединим точку d₁ с полюсом Q и получим вектор \bar{Qd}_1 , изображающий вектор ускорения точки D (рис. 1.18). Определим значение полученных ускорений

$$a_D = (Qd_1) \cdot \mu_a = 77 \cdot 0,5 = 38,5 \text{ м/с}^2$$

$$a_{DC}^{\varepsilon} = (nd_1) \cdot \mu_a = 38 \cdot 0,5 = 19 \text{ м/с}^2$$

$$a_{DO_2}^{\varepsilon} = (td_1) \cdot \mu_a = 5 \cdot 0,5 = 2,5 \text{ м/с}^2$$

$$a_{S_4} = (QS_4) \cdot \mu_a = 50 \cdot 0,5 = 25 \text{ м/с}^2.$$

Зная значение вращательных ускорений, определим угловые ускорения звеньев:

$$\varepsilon_4 = \frac{a_{DC}^{\varepsilon}}{DC} = \frac{19}{0,8} = 23,75 \text{ с}^{-2}$$

$$\varepsilon_5 = \frac{a_{DO_2}^{\varepsilon}}{DO_2} = \frac{2,5}{0,5} = 5 \text{ с}^{-2}.$$

Ускорение точки E получим из подобия:

$$\frac{O_2D}{Qd_1} = \frac{O_2E}{Qe_1}; \quad Qe_1 = \frac{O_2E}{O_2D} \cdot Qd_1 = \frac{0,5}{0,5} \cdot 77 = 77 \text{ мм.}$$

Откладываем на линии d₁Qe отрезок Qe = 77мм и получаем точку e₁ (рис. 1.18).

Ускорение точки E равно:

$$a_E = a_D = 38,5 \text{ м/с}^2.$$

Ускорение точки F определим из уравнения

$$\bar{a}_F = \bar{a}_E + \bar{a}_{FE}^{\omega} + \bar{a}_{FE}^{\varepsilon},$$

где \bar{a}_E – вектор ускорения точки E;

\bar{a}_{FE}^{ω} – вектор центростремительного ускорения точки F относительно точки E;

$\bar{a}_{FE}^{\varepsilon}$ – вектор вращательного ускорения точки F относительно точки E.

Определим значение центростремительного ускорения

$$a_{FE}^{\omega} = \omega_6^2 \cdot FE = 4,4^2 \cdot 0,8 = 15,5 \text{ м/с}^2.$$

Отрезок на плане ускорений, изображающий это ускорение, равен

$$e_1m = \frac{a_{FE}^{\omega}}{\mu_a} = \frac{15,5}{0,5} = 31 \text{ мм.}$$

Из точки e_1 проводим вектор \bar{e}_1m параллельно звену EF. Из точки "m" проводим прямую, перпендикулярную положению звена EF, по которой направлен вектор вращательного ускорения. Из полюса Q проводим прямую, параллельную траектории движения точки F до пересечения ее с линией, по которой направлен вектор вращательного ускорения $\bar{a}_{FE}^{\varepsilon}$. Точка пересечения этих прямых - точка f_1 (рис. 1.18).

Определим значение ускорения точек F, S_6 и вращательного ускорения a_{FE}^{ε} .

$$a_F = (Qf_1) \cdot \mu_a = 65 \cdot 0,5 = 32,5 \text{ м/с}^2$$

$$a_{FE}^{\varepsilon} = (mf_1) \cdot \mu_a = 45 \cdot 0,5 = 22,5 \text{ м/с}^2$$

$$a_{S_6} = (QS_6) \cdot \mu_a = 66 \cdot 0,5 = 33 \text{ м/с}^2.$$

Зная вращательное ускорение точки F относительно точки E, определяем угловое ускорение звена 6

$$\varepsilon_6 = \frac{a_{FE}^{\varepsilon}}{FE} = \frac{22,5}{0,8} = 28,12 \text{ с}^{-2}.$$

Полученные значения ускорений сведем в таблицы.

Точка мех.	Вектор на плане скоростей		Масштаб плана скоростей	Абсолютная скорость	
	обозн.	длина, мм		обозн.	знач., м/с
A	Qa_1	88,6	0,5	a_A	44,3
B	Qb_1	30	0,5	a_B	15
C	Qc_1	44	0,5	a_C	22
D	Qd_1	77	0,5	a_D	38,5
E	Qe_1	77	0,5	a_E	38,5
F	Qf_1	65	0,5	a_F	32,5
S_1	QS_1	44,3	0,5	a_{S1}	22,15
S_2	QS_2	50	0,5	a_{S2}	25
S_3	QS_3	30	0,5	a_{S3}	15
S_4	QS_4	50	0,5	a_{S4}	25
S_5	QS_5	0	0,5	a_{S5}	0
S_6	QS_6	66	0,5	a_{S6}	33
S_7	QS_7	66	0,5	a_{S7}	32,5

Движение одной точки относительно другой	Вектор на плане скоростей		Масштаб плана скоростей	Относительная скорость	
	обозн.	длина, мм		обозн.	знач., м/с
В относительно А	$\overline{a_1 k}$	10,38	0,5	a_{BA}^{ω}	5,19
В относительно А	$\overline{kb_1}$	78	0,5	a_{BA}^{ε}	39
Д относительно С	$\overline{c_1 n}$	62,5	0,5	a_{DC}^{ω}	31,25
Д относительно С	$\overline{nd_1}$	38	0,5	a_{DC}^{ε}	19
Д относительно О	\overline{Qt}	77,44	0,5	a_{DO2}^{ω}	38,72
Д относительно О	$\overline{td_1}$	5	0,5	a_{DO2}^{ε}	2,5
F относительно E	$\overline{e_1 m}$	31	0,5	a_{FE}^{ω}	15,5
F относительно E	$\overline{mf_1}$	45	0,5	a_{FE}^{ε}	22,5

№ звена	1	2	3	4	5	6	7
Угл. ускорение ε, c^{-1}	0	-32,5	0	-23,75	+5	+28,12	0

Знаки угловых ускорений определяем по направлениям вращательных ускорений одной точки относительно другой (рис. 1.19).

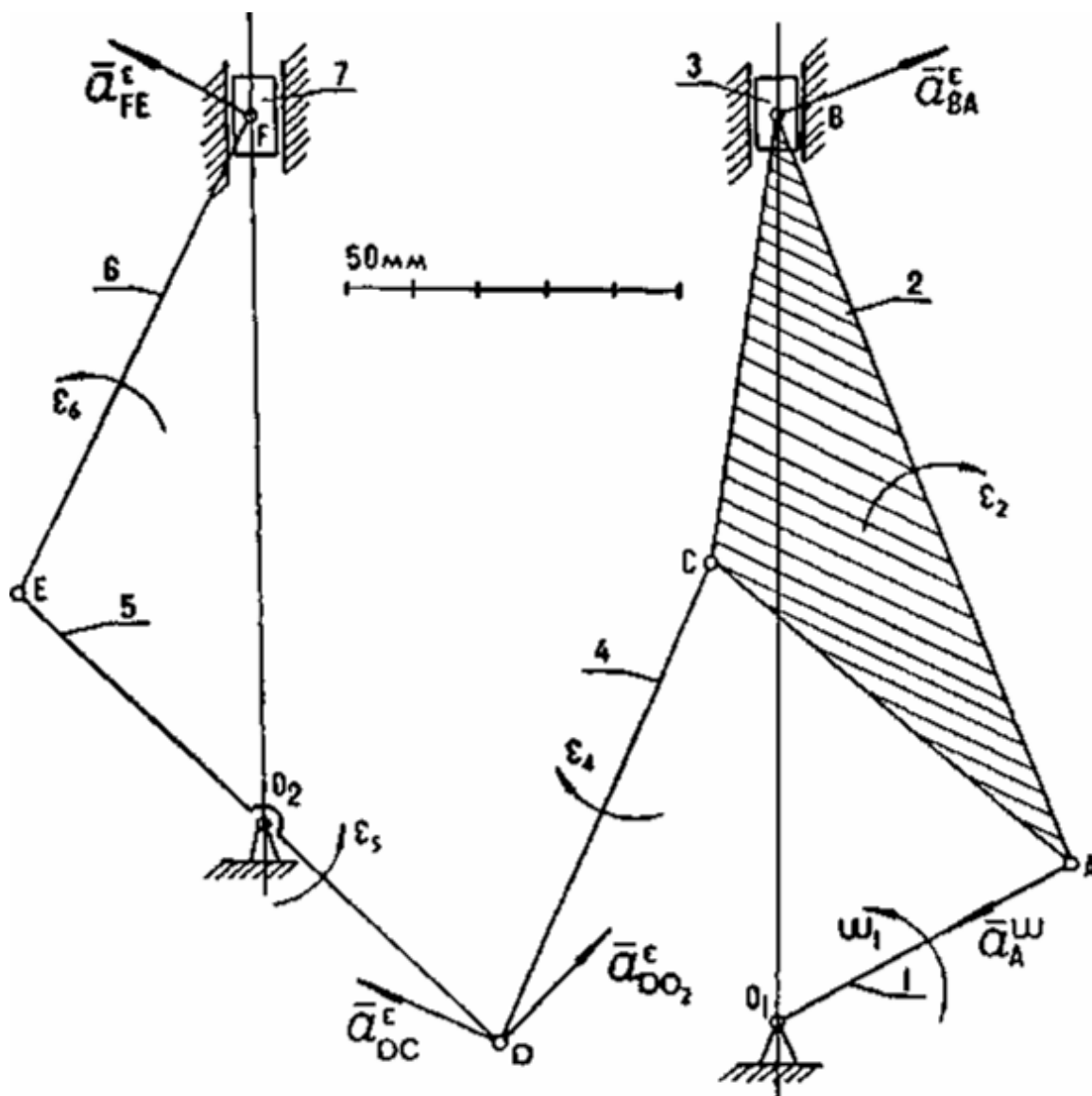


Рисунок 1.19

Для определения характера движения каждого звена сделаем сводную таблицу угловых скоростей и ускорений для первого положения механики.

№ звена	1	2	3	4	5	6	7
ω, c^{-1}	+9,4	-2,16	0	+6,25	+8,8	-4,4	2
ϵ, c^{-1}	0	-325	0	-23,75	+5	28,12	0
Режим движения	Равномерно	Ускоренно	Замед.	Замедленно	Ускор.	Замед.	Ускоренно

При определении режима движения звена следует иметь в виду, что если знаки ω и ϵ совпадают, то звено движется ускоренно, если не совпадают - замедленно.

Характер движения ползунов 3 и 7 определяем по направлению линейных скоростей и ускорений точек В и F (рис. 1.20).

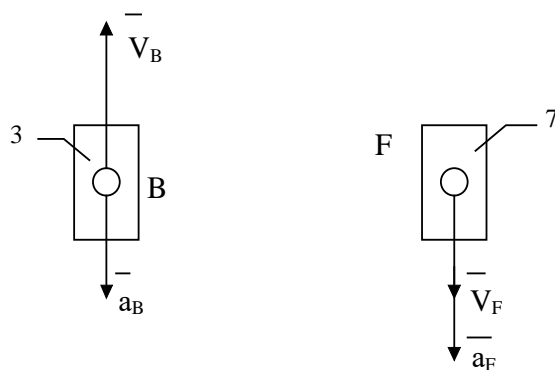


Рисунок 1.20

2.5. Определение положения мгновенного центра ускорений звена ABC

Определяем ускорения центра тяжести и других обозначенных точек звена ABC с помощью мгновенного центра ускорений для первого положения механизма.

Для этого надо определить положение мгновенного центра ускорений звена ABC.

Изображаем часть механизма (звенья 1, 2 и 3) в масштабе $\mu_l = 0,01 \frac{M}{MM}$ (рис. 1.21).

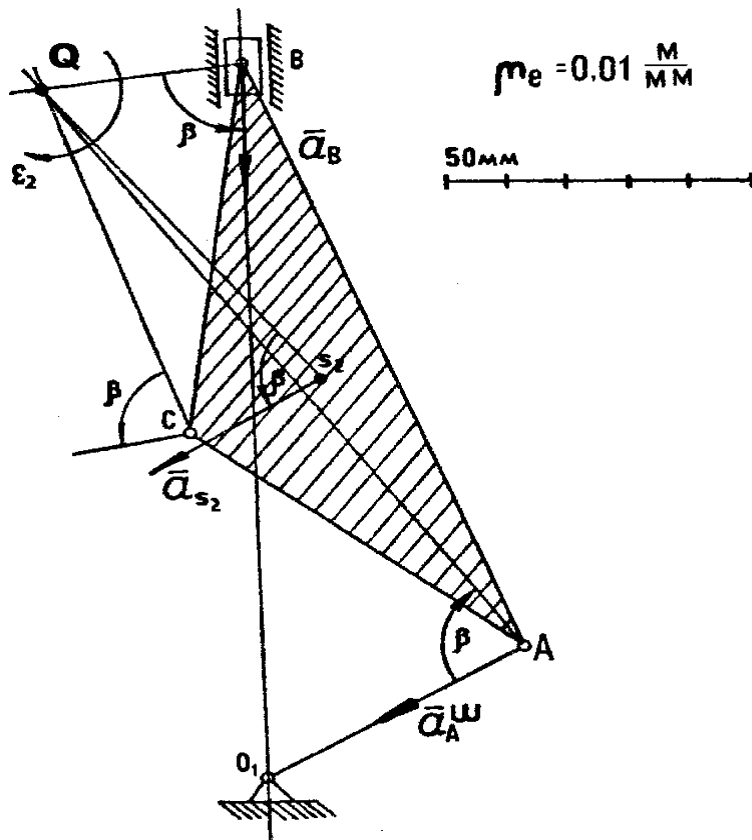


Рисунок 1.21

Мгновенный центр ускорений звена ABC находится на отрезке, составляющим с ускорением точки A угол $\beta = \operatorname{arctg} \frac{\varepsilon_2}{\omega_2^2}$, который откладывается

от ускорения точки A в сторону направления углового ускорения ε_2 , на

расстоянии от точки A, равном $AQ = \frac{a_A^\omega}{\sqrt{\varepsilon_2^2 + \omega_2^4}}$,

где $a_A^\omega = 44,3 \text{ м/с}^2$ – ускорение точки;

$\omega_2 = 2,16 \text{ с}^{-1}$ – угловая скорость звена 2 в 1-ом положении;

$\varepsilon_2 = 32,5 \text{ с}^{-2}$ – угловое ускорение звена 2 в 1-ом положении.

$$AQ = \frac{44,3}{\sqrt{32,5^2 + 2,16^4}} = \frac{44,3}{32,8} = 1,35 \text{ м.}$$

Определяем угол β :

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\varepsilon_2}{\omega_2^2} = \frac{32,5}{2,16^2} = 6,97, \quad \beta = 82^\circ.$$

Откладываем от вектора ускорения \bar{a}_A^ω точки A угол $\beta = 82^\circ$ в сторону направления углового ускорения звена ABC - по ходу часовой стрелки. Затем от точки A под углом β откладываем отрезок AQ, равный 1,4 м в масштабе $\mu_l = 0,01 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$. Точку Q, являющуюся мгновенным центром ускорения, соединяем прямыми с обозначенными точками звена ABC – точками B, C и S_2 (рис. 1.21).

Модули ускорений точек звена, совершающего плоско-параллельное движение, в каждый момент времени пропорциональны расстояниям от этих точек до мгновенного центра ускорений.

$$\frac{a_A}{QA} = \frac{a_B}{QB} = \frac{a_C}{QC} = \frac{a_{S_2}}{QS_2}.$$

Расстояния Qв, Qс и QS_2 измеряем и умножаем на масштаб длин:

$$QB = 44 \cdot 0,01 = 0,44 \text{ м}$$

$$QC = 69 \cdot 0,01 = 0,69 \text{ м}$$

$$QS_2 = 74 \cdot 0,01 = 0,74 \text{ м}$$

Определяем ускорения точек:

$$a_B = \frac{a_A \cdot Q_B}{QA} = \frac{44,3 \cdot 0,44}{1,35} = 14,4 \text{ м/с}^2$$

$$a_C = \frac{a_A \cdot Q_C}{QA} = \frac{44,3 \cdot 0,69}{1,35} = 22,6 \text{ м/с}^2$$

$$a_{S_2} = \frac{a_A \cdot QS_2}{QA} = \frac{44,3 \cdot 0,74}{1,35} = 24,2 \text{ м/с}^2$$

$$a_{S_3} = a_B = 14,4 \text{ м/с}^2.$$

Сведем полученные данные в таблицу.

Точки звеньев	A	B	C	S ₂	S ₃
Значение ускор., м/с ²	44,3	14,4	22,6	24,2	14,4

2.6. Аналитический способ определения кинематических параметров звена ABC

Определим кинематические параметры звена ABC в положении I аналитическим способом.

Изображаем группу звеньев 1, 2 и 3 (рис. 1.22).

Составляем условие замкнутости контура ABO₁:

$$\vec{l}_1 + \vec{l}_2 = \vec{l}_{O_1B}, \text{ где}$$

$$l_1 = O_1A, \quad l_2 = AB, \quad l_{O_1B} = O_1B.$$

Обозначим углы, составляемые векторами \vec{l}_1 и \vec{l}_2 с осью O₁X, через φ_1 и φ_2 , откладывая их против хода часовой стрелки от положительного направления оси OX.

Угол $\varphi_1 = 30^\circ$ (задан по условию задачи).

Определим угол φ_2 из ΔO_1BA .

По теореме синусов $\frac{O_1A}{\sin \beta} = \frac{AB}{\sin \alpha}$, где $O_1A = 0,5$ м, $AB = 1,2$ м, $\alpha = 60^\circ$.

$$\frac{0,5}{\sin \beta} = \frac{1,2}{0,87}, \quad \sin \beta = \frac{0,5 \cdot 0,87}{1,2} = 0,36.$$

Угол $\beta = 21^\circ$, угол $\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - 60^\circ - 21^\circ = 99^\circ$.

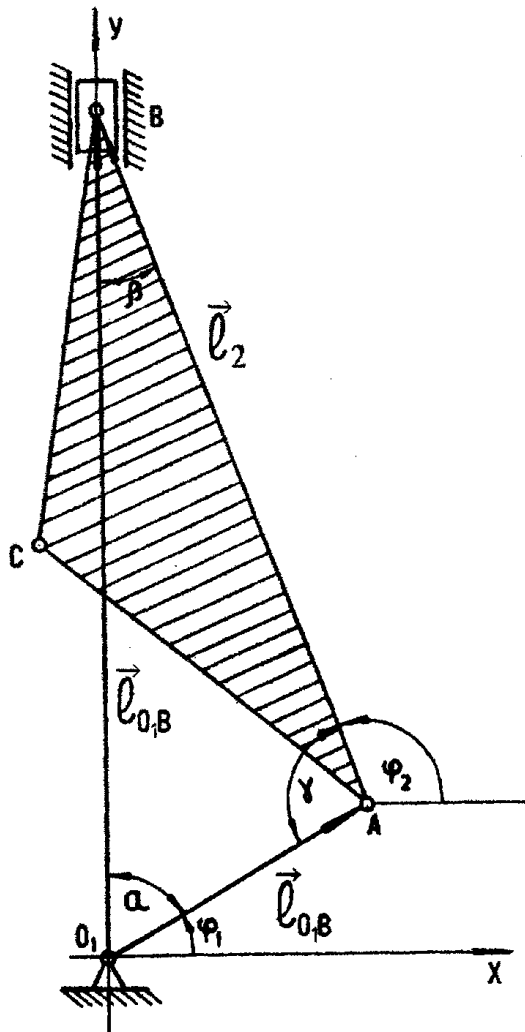


Рисунок 1.22

Угол $\varphi_2 = 180^\circ - (\gamma - \varphi_1) = 180^\circ - 99^\circ + 30^\circ = 111^\circ$,
 $\varphi_2 = 111^\circ$.

Проектируем векторное равенство:

$$\vec{l}_1 + \vec{l}_2 = \vec{l}_{O_1B}$$

на координатные оси Oх и Oу:

$$\begin{cases} l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2 = 0 \\ l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2 = O_1B \end{cases}$$

Дифференцируем по времени эти уравнения, учитывая, что

$$\varphi_1 = \omega_1 t, \varphi_2 = \varphi_2(t), O_1B = X_B$$

$$\begin{cases} -l_1 \omega_1 \sin \varphi_1 - l_2 \omega_2 \sin \varphi_2 = 0 \\ l_1 \omega_1 \cos \varphi_1 + l_2 \omega_2 \cos \varphi_2 = V_B \end{cases} \quad (*)$$

Подставляем в эти уравнения значения

$$l_1 = O_1A = 0,5 \text{ м}; \omega_1 = 9,42 \text{ с}^{-1}; \varphi_1 = 30^\circ; l_2 = AB = 1,2 \text{ м}; \varphi_2 = 111^\circ,$$

получаем ω_2 и V_B :

$$-0,5 \cdot 9,42 \cdot \sin 30^0 - 1,2 \cdot \omega_2 \sin 111^0 = 0 ; \omega_2 = -\frac{2,355}{1,116} = -2,11 \text{ c}^{-1},$$

$$0,5 \cdot 9,42 \cdot \cos 30^0 + 1,2 \cdot (-2,11) \cdot \cos 111^0 = V_B ; V_B = 5,01 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Теперь продифференцируем по времени систему уравнений (*)

$$\begin{cases} -I_1 \omega_1^2 \cos \varphi_1 - I_2 \varepsilon_2 \sin \varphi_2 - I_2 \omega_2^2 \cos \varphi_2 = 0 \\ -I_1 \omega_1^2 \sin \varphi_1 + I_2 \varepsilon_2 \cos \varphi_2 - I_2 \omega_2^2 \sin \varphi_2 = a_B. \end{cases}$$

Подставляя значения

$$I_1 = O_1 A = 0,5 \text{ м}, \varphi_1 = 30^0, \omega_1 = 9,42 \text{ c}^{-1}, I_2 = AB = 1,2 \text{ м}, \varphi_2 = 111^0,$$

получаем ε_2 и a_B

$$-0,5 \cdot 9,42^2 \cdot \cos 30^0 - 1,2 \cdot \varepsilon_2 \cdot \sin 111^0 - 1,2 \cdot (-2,11)^2 \cdot \cos 111^0 = 0 ;$$

$$\varepsilon_2 = \frac{36,68}{1,118} = -32,8 \text{ c}^{-2}.$$

$$a_B = -0,5 \cdot 9,42^2 \sin 30^0 + 1,2 \cdot (32,8) \cdot \cos 111^0 - 1,2 \cdot (-2,11)^2 \cdot \sin 111^0,$$

$$a_B = 14,1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Для определения скорости и ускорения точки С составим условие замкнутости контура O_1AC (рис. 1.23):

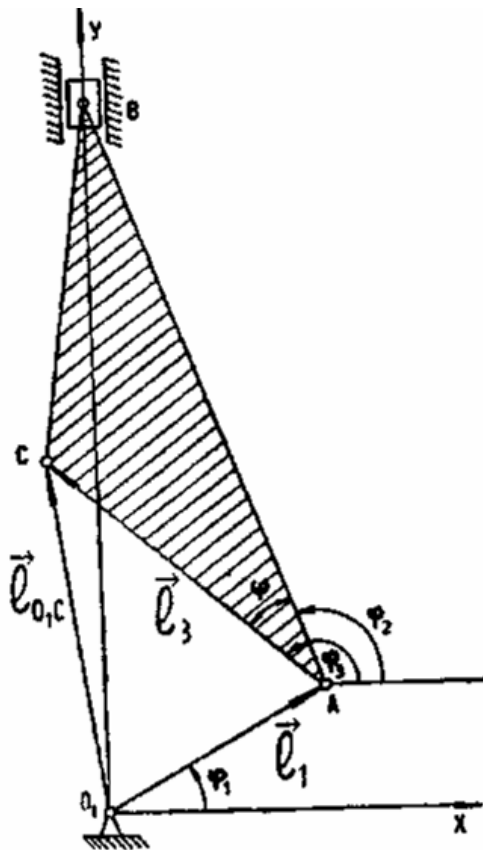


Рисунок 1.23

$$\vec{l}_{O_1C} = \vec{l}_{O_1A} + \vec{l}_{AC}.$$

Проектируем это векторное равенство на координатные оси O_1X и O_1Y :

$$\begin{cases} I_{O_1C_X} = l_1 \cos \varphi_1 + l_3 \cos \varphi_3 \\ I_{O_1C_Y} = l_1 \sin \varphi_1 + l_3 \sin \varphi_3 \end{cases} \quad (**), \text{ где}$$

$$\varphi_1 = \omega_1 t; \varphi_1 = 30^\circ; \omega_1 = 9,42 c^{-1};$$

$$\varphi_2 = \omega_2 t; \varphi_2 = 111^\circ; \omega_2 = -2,11 c^{-1}; l_{O_1C_X} = X_C, l_{O_1C_Y} = Y_C.$$

$$\varphi_3 = \varphi_2 + \Psi; l_1 = 0,5 \text{ м}; l_3 = 0,7 \text{ м};$$

Определим угол Ψ из треугольника ΔCAB :

по теореме косинусов $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \Psi$,

$$\cos \varphi = \frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC}, \text{ где } AC = BC = 0,7 \text{ м}, AB = 1,2 \text{ м}.$$

$$\cos \varphi = \frac{0,7^2 + 1,2^2 - 0,7^2}{2 \cdot 1,2 \cdot 0,7} = \frac{1,44}{1,68} = 0,857,$$

$$\sin \Psi = 0,515; \Psi = 31^\circ.$$

Перепишем уравнение (**) в виде
$$\begin{aligned} X_C &= l_1 \cos \varphi_1 + l_3 \cos(\varphi_2 + \Psi) \\ Y_C &= l_1 \sin \varphi_1 + l_3 \sin(\varphi_2 + \Psi) \end{aligned}$$

или, учитывая
$$\begin{aligned} \cos(\varphi_2 + \Psi) &= \cos \varphi_2 \cdot \cos \Psi - \sin \varphi_2 \cdot \sin \Psi \\ \sin(\varphi_2 + \Psi) &= \sin \varphi_2 \cdot \cos \Psi + \cos \varphi_2 \cdot \sin \Psi \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x_C = l_1 \cos \varphi_1 + l_3 \cos \varphi_2 \cos \Psi - l_3 \sin \varphi_2 \sin \Psi \\ y_C = l_1 \sin \varphi_1 + l_3 \sin \varphi_2 \cos \Psi + l_3 \cos \varphi_2 \sin \Psi. \end{cases}$$

Дифференцируем по времени эти уравнения

$$\begin{cases} \frac{dx_C}{dt} = -l_1 \omega_1 \sin \varphi_1 - l_3 \omega_2 \cos \Psi \sin \varphi_2 - l_3 \omega_2 \sin \Psi \cos \varphi_2 \\ \frac{dy_C}{dt} = l_1 \omega_1 \cos \varphi_1 + l_3 \omega_2 \cos \Psi \cos \varphi_2 - l_3 \omega_2 \sin \Psi \sin \varphi_2 \end{cases} \quad (***)$$

Обозначая $\frac{dx_C}{dt} = V_{Cx}$ и $\frac{dy_C}{dt} = V_{Cy}$

и подставляя значения $l_1, l_3, \omega_1, \omega_2, \sin \varphi, \cos \varphi$, получаем

$$\begin{aligned} V_{Cx} &= -0,5 \cdot 9,42 \cdot \sin 30^\circ - 0,7 \cdot (-2,11) \cdot 0,857 \cdot \sin 111^\circ - 0,7 \cdot (-2,11) \cdot 0,515 \cdot \\ &\cdot \cos 111^\circ = -2,355 + 1,18 - 0,272 = 1,447 \text{ м/с}. \end{aligned}$$

$$V_{Cy} = 0,5 \cdot 9,42 \cdot \cos 30^\circ - 0,7 \cdot (-2,11) \cdot 0,857 \cdot \cos 111^\circ - 0,7 \cdot (-2,11) \cdot 0,515 \cdot \sin 111^\circ = 4,097 + 0,453 - 0,709 = 5,259 \text{ м/с.}$$

Скорость точки С равна

$$V_C = \sqrt{V_{Cx}^2 + V_{Cy}^2} = \sqrt{5,259^2 + (-1,447)^2} = 5,45 \text{ м/с.}$$

Для определения ускорения точки С дифференцируем по времени уравнения: (***)

$$\frac{d^2 x_C}{dt^2} = -l_1 \omega_1^2 \cos \varphi_1 - l_3 \cos \Psi (\varepsilon_2 \sin \varphi_2 + \omega_2^2 \cos \varphi_2) - l_3 \sin \Psi (\varepsilon_2 \cos \varphi_2 + \omega_2^2 \sin \varphi_2);$$

$$\frac{d^2 y_C}{dt^2} = -l_1 \omega_1^2 \sin \varphi_1 + l_3 \cos \Psi (\varepsilon_2 \cos \varphi_2 - \omega_2^2 \sin \varphi_2) - l_3 \sin \Psi (\varepsilon_2 \sin \varphi_2 + \omega_2^2 \cos \varphi_2);$$

Обозначая $\frac{d^2 x_C}{dt^2} = a_{Cx}$, $\frac{d^2 y_C}{dt^2} = a_{Cy}$ и учитывая, что $\varepsilon_2 = -32,8 \text{ с}^{-2}$,

определяем

$$a_{Cx} = -0,5 \cdot 9,42^2 \cdot \cos 30^\circ - 0,7 \cdot 0,857 \cdot [(-32,8) \cdot \sin 111^\circ + (-2,11)^2 \cdot \cos 111^\circ] - 0,7 \cdot 0,515 \cdot [(-32,8) \cdot \cos 111^\circ - (-2,11)^2 \cdot \sin 111^\circ] = -38,42 - 0,6 \cdot (-30,6 - 1,59) - 0,36 \cdot (11,74 - 4,15) = -38,42 + 19,31 - 2,73 = -21,84 \text{ м/с}^2.$$

$$a_{Cy} = -0,5 \cdot 9,42^2 \cdot \sin 30^\circ - 0,7 \cdot 0,857 \cdot [(-32,8) \cdot \cos 111^\circ - (-2,11)^2 \cdot \sin 111^\circ] - 0,7 \cdot 0,515 \cdot [(-32,8) \cdot \sin 111^\circ + (-2,11)^2 \cdot \cos 111^\circ] = -22,18 + 0,6 \cdot (11,74 - 4,15) - 0,36 \cdot (-30,6 - 1,59) = -22,18 + 4,55 + 11,59 = -6,04 \text{ м/с}^2.$$

Ускорение точки С равно:

$$a_C = \sqrt{a_{Cx}^2 + a_{Cy}^2} = \sqrt{(-21,84)^2 + (-6,04)^2} = \sqrt{513,46} = 22,66 \text{ м/с}^2.$$

Для определения скорости точки S_2 звена АВС составим условие замкнутости контура O_1AS_2 (рис. 1.24)

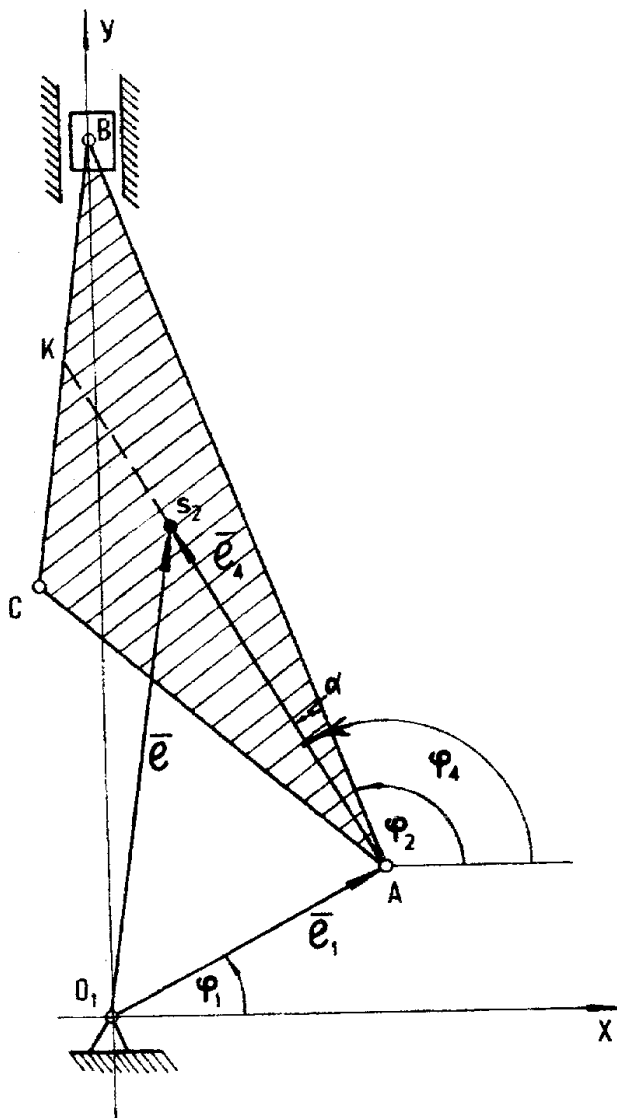


Рисунок 1.24

$$\vec{l}_{O_1 S_2} = \vec{l}_{O_1 A} + \vec{l}_{A S_2}$$

Проецируем это векторное равенство на координатные оси:

$$\begin{cases} l_{O_1 S_2 X} = l_1 \cos \varphi_1 + l_4 \cos \varphi_4 \\ l_{O_1 S_2 Y} = l_1 \sin \varphi_1 + l_4 \sin \varphi_4 \end{cases},$$

где $\varphi_4 = \varphi_2 + \alpha$; $l_{O_1 S_2 X} = x_{S_2}$; $l_{O_1 S_2 Y} = y_{S_2}$.

Для определения угла α рассмотрим $\triangle АКВ$ и определим величину медианы АК по теореме косинусов, учитывая, что

$$\angle CBA = \angle CAB = 31^\circ$$

$$AK^2 = BK^2 + AB^2 - 2 \cdot BK \cdot AB \cdot \cos 31^\circ$$

$$AK = \sqrt{0,35^2 + 1,2^2 - 2 \cdot 0,35 \cdot 1,2 \cdot 0,875} = 0,92 \text{ м}$$

$$AS_2 = l_4 = \frac{2}{3} AK = 0,61 \text{ м}$$

По теореме синусов

$$\frac{AK}{\sin 31^\circ} = \frac{BK}{\sin \alpha}; \quad \sin \alpha = \frac{BK \cdot \sin 31^\circ}{AK} = \frac{0,35 \cdot 0,515}{0,92} = 0,195$$

$$\alpha = 11^\circ, \quad \cos \alpha = 0,98$$

Перепишем уравнения проекций на координатные оси

$$\begin{cases} x_{S_2} = l_1 \cos \varphi_1 + l_4 \cos(\varphi_2 + \alpha) \\ y_{S_2} = l_1 \sin \varphi_1 + l_4 \sin(\varphi_2 + \alpha) \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} x_{S_2} = l_1 \cos \varphi_1 + l_4 \cos \varphi_2 \cos \alpha - l_4 \sin \varphi_2 \sin \alpha \\ y_{S_2} = l_1 \sin \varphi_1 + l_4 \sin \varphi_2 \cos \alpha + l_4 \cos \varphi_2 \sin \alpha \end{cases}$$

Продифференцируем по времени эти уравнения:

$$\begin{cases} \frac{dx_{S_2}}{dt} = -l_1 \omega_1 \sin \varphi_1 - l_4 \cos \alpha \omega_2 \sin \varphi_2 - l_4 \sin \alpha \omega_2 \cos \varphi_2 \\ \frac{dy_{S_2}}{dt} = l_1 \omega_1 \cos \varphi_1 + l_4 \cos \alpha \omega_2 \cos \varphi_2 - l_4 \sin \alpha \omega_2 \sin \varphi_2 \end{cases} \cdot (****)$$

Учитывая, что

$$\omega_1 = 9,42 \text{ с}^{-1}; \quad \varphi_1 = 30^\circ; \quad l_1 = 0,5 \text{ м}; \quad \omega_2 = -2,11 \text{ с}^{-1};$$

$$\varphi_2 = 111^\circ; \quad l_4 = 0,61 \text{ м}; \quad \alpha = 11^\circ.$$

$$V_{S_{2x}} = -0,5 \cdot 9,42 \cdot \sin 30^\circ - 0,61 \cdot 0,92 \cdot (-2,11) \cdot \sin 111^\circ - 0,61 \cdot 0,195 \cdot (-2,11) \cdot \cos 111^\circ = -2,355 + 1,176 - 0,09 = -1,09 \text{ м/с}$$

$$V_{S_{2y}} = 0,5 \cdot 9,42 \cdot \cos 30^\circ - 0,61 \cdot 0,98 \cdot (-2,11) \cdot \cos 111^\circ - 0,61 \cdot 0,195 \cdot (-2,11) \cdot \sin 111^\circ = 4,07 + 0,451 + 0,234 = 4,755 \text{ м/с}$$

Скорость центра тяжести S_2 звена 2 равна

$$V_{S_2} = \sqrt{V_{S_{2x}}^2 + V_{S_{2y}}^2} = \sqrt{(-1,09)^2 + (4,755)^2} = \sqrt{23,79} = 4,87 \text{ м/с}$$

Для определения ускорения точки S_2 дифференцируем по времени уравнения (****):

$$\frac{d^2 x_{S_2}}{dt^2} = -l_1 \omega_1^2 \cos \varphi_1 - l_4 \cos \alpha (\varepsilon_2 \sin \varphi_2 + \omega_2^2 \cos \varphi_2) -$$

$$- l_4 \sin \alpha (\varepsilon_2 \cos \varphi_2 + \omega_2^2 \sin \varphi_2);$$

$$\frac{d^2 y_{S_2}}{dt^2} = -l_1 \omega_1^2 \sin \varphi_1 + l_4 \cos \alpha (\varepsilon_2 \cos \varphi_2 - \omega_2^2 \sin \varphi_2) -$$

$$- l_4 \sin \alpha (\varepsilon_2 \sin \varphi_2 + \omega_2^2 \cos \varphi_2);$$

Учитывая, что $\frac{d^2 x_{S_2}}{dt^2} = a_{S_2x}$; $\frac{d^2 y_{S_2}}{dt^2} = a_{S_2y}$; $\varepsilon_2 = -32,8 \text{ c}^{-2}$, получаем

$$a_{S_2x} = -0,5 \cdot 9,42^2 \cdot \cos 30^\circ - 0,61 \cdot 0,98 \cdot [(-32,8) \cdot \sin 111^\circ + (-2,11)^2 \cdot \cos 111^\circ] -$$

$$- 0,61 \cdot 0,195 \cdot [(-32,8) \cdot \cos 111^\circ - (-2,11)^2 \cdot \sin 111^\circ] = -38,42 - 0,59 \cdot (-30,6 - 1,59) -$$

$$- 0,118 \cdot (11,74 - 4,15) = -38,42 + 18,99 - 0,89 = -20,32 \text{ м/с}^2.$$

$$a_{S_2y} = -0,5 \cdot 9,42^2 \cdot \sin 30^\circ - 0,61 \cdot 0,98 \cdot [(-32,8) \cdot \cos 111^\circ - (-2,11)^2 \cdot \sin 111^\circ] -$$

$$- 0,61 \cdot 0,195 \cdot [(-32,8) \cdot \sin 111^\circ + (-2,11)^2 \cdot \cos 111^\circ] = -22,18 + 0,59 \cdot (11,74 - 4,15) -$$

$$- 0,118 \cdot (-30,6 - 1,59) = -22,18 + 4,47 + 3,79 = -13,92 \text{ м/с}^2.$$

Ускорение точки S_2 равно

$$a_{S_2} = \sqrt{a_{S_2x}^2 + a_{S_2y}^2} = \sqrt{(-20,32)^2 + (-13,92)^2} = \sqrt{606,66} = 24,63 \text{ м/с}^2.$$

Полученные данные сведем в таблицы.

Точки звеньев	А	В	С	S_1	S_2
Скорости точек, м/с	4,71	5,01	5,45	2,36	4,87
Ускорения точек, м/с ²	44,3	14,1	22,66	24,2	24,63

Звенья	1	2	3
Угловая скорость, с ⁻¹	+9,42	-2,11	0
Угловое ускорение, с ⁻²	0	-32,8	0

2.7. Сводные таблицы

Полученные результаты сводим в таблицы с указанием способа их определения.

Скорости точек

Способ определения	Точки звеньев	A, м/с	B, м/с	C, м/с	D, м/с	E, м/с	F, м/с
План скоростей	I пол.	4,71	4,9	5,4	4,4	4,4	4,7
План скоростей	II пол.	4,71	4,6	5,2	4,4	4,4	4,4
М.Ц.С.	I пол.	4,71	4,92	5,39	4,45	4,45	4,75
А.И.М.	I пол.	4,71	5,01	5,45	-	-	-

Способ определения	Точки звеньев	S ₁ , м/с	S ₂ , м/с	S ₃ , м/с	S ₄ , м/с	S ₅ , м/с	S ₆ , м/с	S ₇ , м/с
План скоростей	I пол.	2,36	4,9	4,9	4,2	0	4,15	4,7
План скоростей	II пол.	2,36	4,6	4,6	4,2	0	4,5	5,1
М.Ц.С.	I пол.	2,36	4,67	4,92	4,27	0	4,27	4,75
А.И.М.	I пол.	2,36	4,87	-	-	-	-	-

Ускорения точек

Способ определения	Точки звеньев	A, м/с ²	B, м/с ²	C, м/с ²	D, м/с ²	E, м/с ²	F, м/с ²
План ускорений	I пол.	44,3	15	22	38,5	38,5	32,5
М.Ц.С.	I пол.	44,3	14,4	22,6	-	-	-
А.И.М.	I пол.	44,3	14,4	22,66	-	-	-

Способ определения	Точки звеньев	S ₁ , м/с ²	S ₂ , м/с ²	S ₃ , м/с ²	S ₄ , м/с ²	S ₅ , м/с ²	S ₆ , м/с ²	S ₇ , м/с ²
План ускорений	I пол.	22,15	25	15	25	0	33	32,5
М.Ц.С.	I пол.	22,15	24,2	14,4	-	-	-	-
А.И.М.	I пол.	22,15	24,63	14,1	-	-	-	-

Угловые скорости звеньев

Способ определения	Звенья	1, c^{-1}	2, c^{-1}	3, c^{-1}	4, c^{-1}	5, c^{-1}	6, c^{-1}	7, c^{-1}
План скоростей	I пол.	+9,42	-2,16	0	+6,25	+8,8	-4,5	0
План скоростей	II пол.	+9,42	-2,58	0	+5,5	+8,8	-3,6	0
М.Ц.С.	I пол.	+9,42	-2,14	0	+6,19	+8,9	-4,36	0
А.И.М.	I пол.	+9,42	-2,11	0	-	-	-	-

Угловые ускорения звеньев для I положения

Способ определения	Звенья	1, c^{-2}	2, c^{-2}	3, c^{-2}	4, c^{-2}	5, c^{-2}	6, c^{-2}	7, c^{-2}
План ускорений	I пол.	0	-32,5	0	-23,75	+5	+28,12	0
М.Ц.С.	I пол.	0	-32,5	0	-	-	-	-
А.И.М.	I пол.	0	232,8	0	-	-	-	-

РАЗДЕЛ 2

ДИНАМИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛОСКОГО ШАРНИРНОГО МЕХАНИЗМА

В начале этого раздела приведены основные теоретические положения, необходимые для выполнения динамического исследования плоских шарнирных механизмов. Затем на конкретном примере показан порядок выполнения задания.

Результатом динамического исследования является определение мощности момента, приложенного к ведущему звену рассматриваемого механизма. Исходными величинами для динамического исследования являются результаты кинематического анализа рассматриваемого плоского механизма, т. е. первого раздела курсовой работы. Это скорости центров тяжести отдельных звеньев механизма, а также угловые скорости звеньев для 1 и 2 положений.

Кроме того, используются исходные данные для выполнения всей курсовой работы:

1. Кинематическая схема механизма.
2. Геометрические размеры механизма.
3. Положение ведущего звена и его угловая скорость, которая считается постоянной.
4. Массы отдельных звеньев механизма.
5. Момент сопротивления, приложенный к ведущему звену.

Динамическое исследование выполняется в следующем порядке:

- определить центры масс 1 и 2 положений механизма;
- определить кинетическую энергию механизма для 1 и 2 положений;
- определить сумму работ внешних сил, приложенных к механизму, при перемещении его из 1 во 2 положение. Совершают работу следующие внешние силы: силы тяжести отдельных элементов, ведущий момент и момент сопротивления, приложенные к ведущему звену.

- используя выражение теоремы об изменении кинетической энергии механической системы, определить среднее значение вращающего момента;

- определить мощность момента, приложенного к ведущему звену плоского механизма;

- все вычисления и полученные результаты сводятся в таблицу.

Требования к оформлению второго раздела курсовой работы аналогичны требованиям к оформлению первого раздела.

Работа оформляется в соответствии с нормами ЕСКД на листе чертежной бумаги формата А1, все расчеты выполняются в системе СИ и приводятся в расчетно-пояснительной записке.

1. Основные теоретические положения

1.1. Центр масс механизма

Центр тяжести каждого звена массой m_i относительно системы отсчета ОХУ в любой момент времени определяется радиус-вектором \bar{r}_{ci} или двумя координатами x_{ci}, y_{ci} .

Центром масс плоского механизма называется геометрическая точка С, радиус-вектор которой

$$\bar{r}_c = \frac{\sum m_i \bar{r}_{ci}}{m}, \quad (1)$$

где $m = \sum m_i$ – сумма масс всех звеньев плоского механизма;

$m_i r_{ci}$ – статический момент массы;

c_i – центр масс I-го звена.

Проектируя равенство (1) на оси Х, Y, получаем выражения, характеризующие вышеприведенное положение центра масс механизма в системе координат ОХУ.

$$x_c = \frac{\sum m_i x_{ci}}{m}, \quad y_c = \frac{\sum m_i y_{ci}}{m}, \quad (2)$$

где x_{ci}, y_{ci} – координаты центров тяжести i-того звена, масса которого m_i .

$$x_c = \frac{m_1 x_{c1} + m_2 x_{c2} + m_3 x_{c3}}{m_1 + m_2 + m_3}; \quad y_c = \frac{m_1 y_{c1} + m_2 y_{c2} + m_3 y_{c3}}{m_1 + m_2 + m_3}.$$

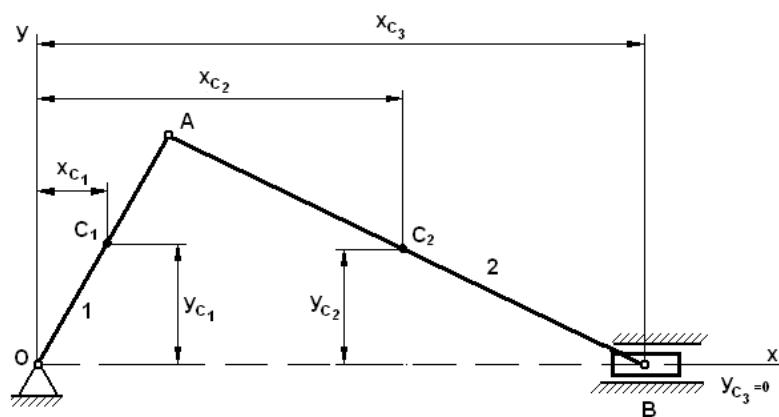


Рисунок 2.1

1.2. Кинетическая энергия механизма

Кинетическая энергия механизма определяется как сумма кинетических энергий всех звеньев, входящих в механизм: (рис. 2.2)

$$T = \sum T_i$$

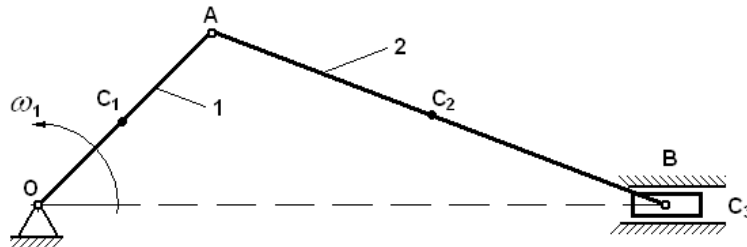


Рисунок 2.2

Пусть, например, механизм состоит из трех звеньев

$$T = T_1 + T_2 + T_3.$$

Звено 1 – кривошип ОА, совершает вращательное движение вокруг неподвижной точки О.

$$T_1 = \frac{J_{zo} \omega_1^2}{2} = \frac{m_1 l_1^2 \omega_1^2}{6},$$

где $J_{zo} = \frac{m_1 l_1^2}{3}$ – моменты инерции звена 1 относительно центра О.

Звено 2 – шатун АВ, совершает плоскопараллельное движение.

Кинетическая энергия в этом случае складывается из кинетической энергии поступательного движения центра масс звена и кинетической энергии вращательного движения звена вокруг оси, проходящей через центр масс и перпендикулярной плоскости механизма:

$$T_2 = \frac{m_2 v_{c_2}^2}{2} + \frac{J_{zc_2} \omega_2^2}{2},$$

где v_{c_2} – скорость поступательного движения центра масс звена 2.

J_{zc_2} – момент инерции звена 2 относительно оси, проходящей через центр масс C_2

$$J_{zc_2} = \frac{m_2 l_1^2}{12}.$$

ω_2 – угловая скорость звена 2 в данный момент времени.

Звено 3 – ползун, совершает возвратно-поступательное движение.

$$T_3 = \frac{m_3 v_{c_3}^2}{2},$$

где v_{c_3} – скорость ползуна в данный момент времени.

1.3. Теорема об изменении кинетической энергии механической системы

Изменение кинетической энергии механической системы на некотором перемещении равно сумме работ внешних и внутренних сил, действующих на материальные точки системы на том же перемещении:

$$T_{II} - T_I = \sum A_i^E + \sum A_i^J, \quad (3)$$

где T_I – кинетическая энергия механической системы начального положения;

T_{II} – кинетическая энергия механической системы конечного положения;

$\sum A_i^E$ – сумма работ внешних сил;

$\sum A_i^J$ – сумма работ внутренних сил.

Так как рассматриваемая система состоит из твердых тел, то сумма работ внутренних сил на любом перемещении равна нулю, т. е. $\sum A_i^J=0$, и уравнение (3) принимает вид:

$$T_{II} - T_I = \sum A_i^E. \quad (4)$$

Изменение кинетической энергии на некотором перемещении равно сумме работ внешних сил.

При исследовании плоского шарнирного механизма рассматривается два положения ведущего звена – кривошипа.

Первое – которому соответствует угол φ_1^I , угол между ведущим звеном и горизонтальной линией.

Второе – которому соответствует угол $\varphi_1^{II} = \varphi_1^I + \Delta\varphi_1$.

Для обоих положений определяется кинетическая энергия всех звеньев механизма и суммарная кинетическая энергия всего механизма.

При перемещении механизма из первого положения во второе работу совершают силы тяжести звеньев механизмов и моменты: вращающий $M_{вр}$ и момент приведенных к звену 1 сил сопротивления $M_{сопр}$. Оба момента приложены к ведущему звену.

$$\sum A_i^E = g\sum m_i \Delta y_{ci} + M_{вр} \Delta\varphi_1 - M_{сопр} \Delta\varphi_1,$$

где $\Delta y_{ci} = y_{ci} + y_{c_{ii}}$ – разность координат центров масс звеньев в первом и втором положениях.

Выражение (4) приобретает вид:

$$T_2 - T_1 = g\sum m_i \Delta y_{ci} + M_{вр} \Delta\varphi_1 - M_{сопр} \Delta\varphi_1.$$

Отсюда определяется среднее значение вращающегося момента за интервал времени, соответствующего повороту кривошипа 1 на угол $\Delta\varphi_1$:

$$M_{вр.ср} = \frac{T_2 - T_1 + M_{сопр} \Delta\varphi_1 - g\sum m_i \Delta y_{ci}}{\Delta\varphi_1}.$$

Требуемая средняя мощность момента движущих сил для обеспечения $\omega_1 = \text{const}$.

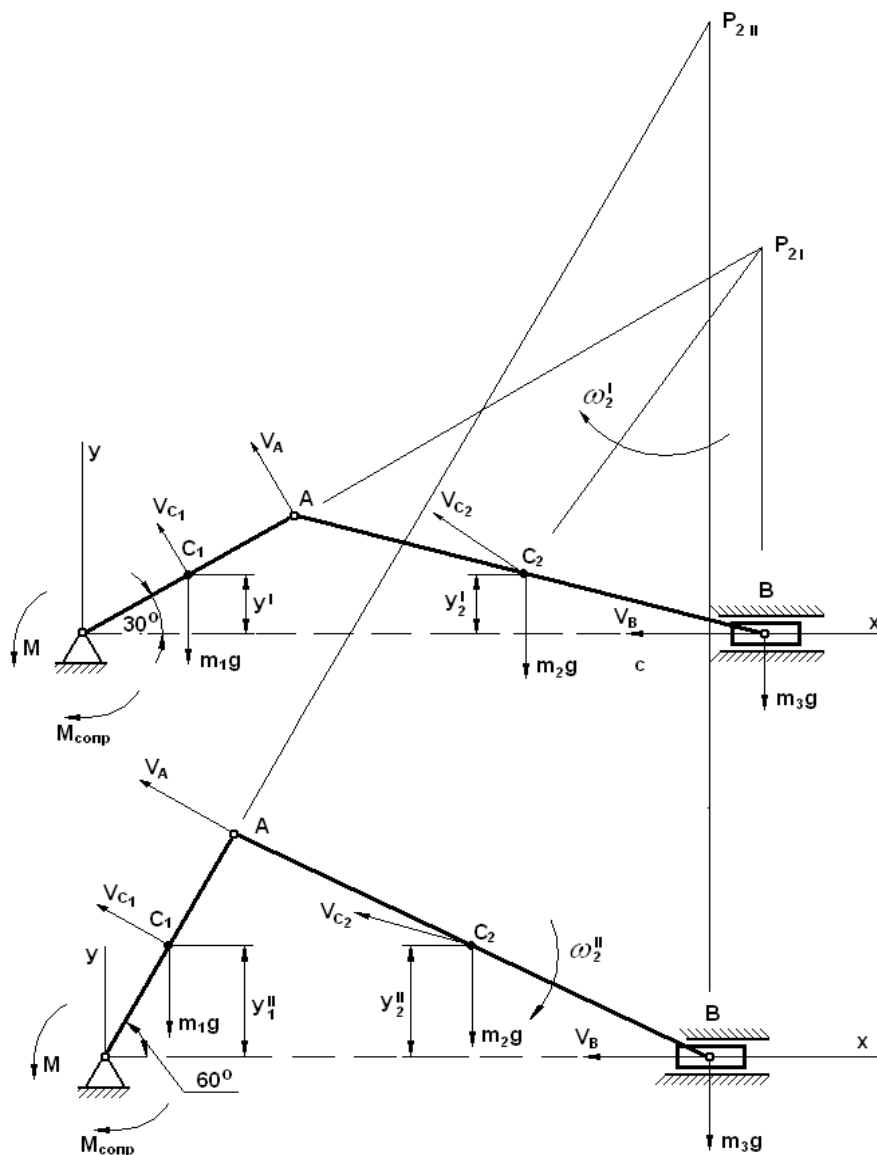


Рисунок 2.3

$$N_{cp} = M_{вр} \omega_1,$$

где ω_1 – заданная угловая скорость ведущего звена .

$$T_I = T_1^I + T_2^I + T_3^I,$$

$$T_{II} = T_1^{II} + T_2^{II} + T_3^{II},$$

$$\Sigma A_i^E = m_1 g (y_{C1}^I - y_{C1}^{II}) + m_2 g (y_{C2}^I - y_{C2}^{II}) + M_{вр} \Delta \varphi_1 - M_{comp} \Delta \varphi .$$

2. Пример расчета

Задан плоский механизм состоящий из 7 звеньев, требуется определить мощность момента, приложенного к ведущему первому звену.

Исходные данные:

$$O_1A = 0,5 \text{ м}$$

$$AB = 1,2 \text{ м}$$

$$AC = BC = 0,7 \text{ м}$$

$$DC = 0,8 \text{ м}$$

$$ED = 1 \text{ м}$$

$$EO_2 = O_2D$$

$$EF = 0,8 \text{ м}$$

$$a = 0,8 \text{ м}$$

$$b = 0,3 \text{ м}$$

$$\varphi_{II} = 30^\circ$$

$$\varphi_{III} = \varphi_{II} + \Delta\varphi_1 = 30^\circ + 10^\circ = 40^\circ,$$

$$M_{сопр} = 5 \text{ Нм}$$

$$\omega_1 = 9,42 \text{ с}^{-1} = \text{const}$$

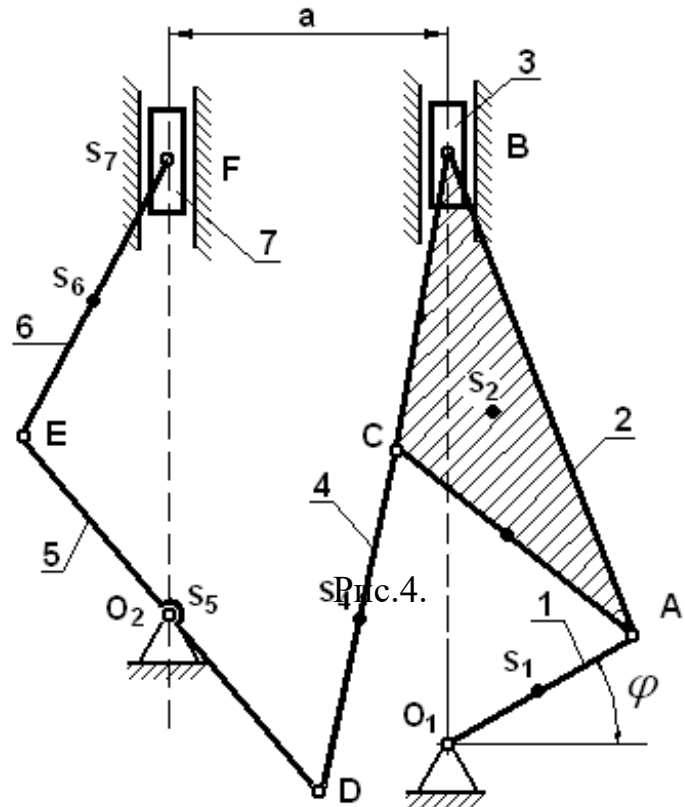


Рисунок 2.4

При кинематическом анализе механизма для рассматриваемого примера ранее были определены скорости центров масс звеньев v_{si} и величины условных скоростей звеньев ω_i механизма для первого и второго положений.

Для динамического анализа задаются массы звеньев механизма и момент сопротивления $M_{сопр}$, приведенный к ведущему звену (табл. 2.1 и 2.2).

$$\Delta\varphi_1 = 10^\circ = \pi \times 10 / 180 = 0,0556\pi \text{ рад.}$$

$$x_s^I = \frac{11,5}{30,7} = 0,375 \text{ м}; \quad y_s^I = \frac{18,7}{30,7} = 0,610 \text{ м.}$$

$$x_s^{II} = \frac{11,2}{30,7} = 0,365 \text{ м}; \quad y_s^{II} = \frac{19,6}{30,7} = 0,638 \text{ м.}$$

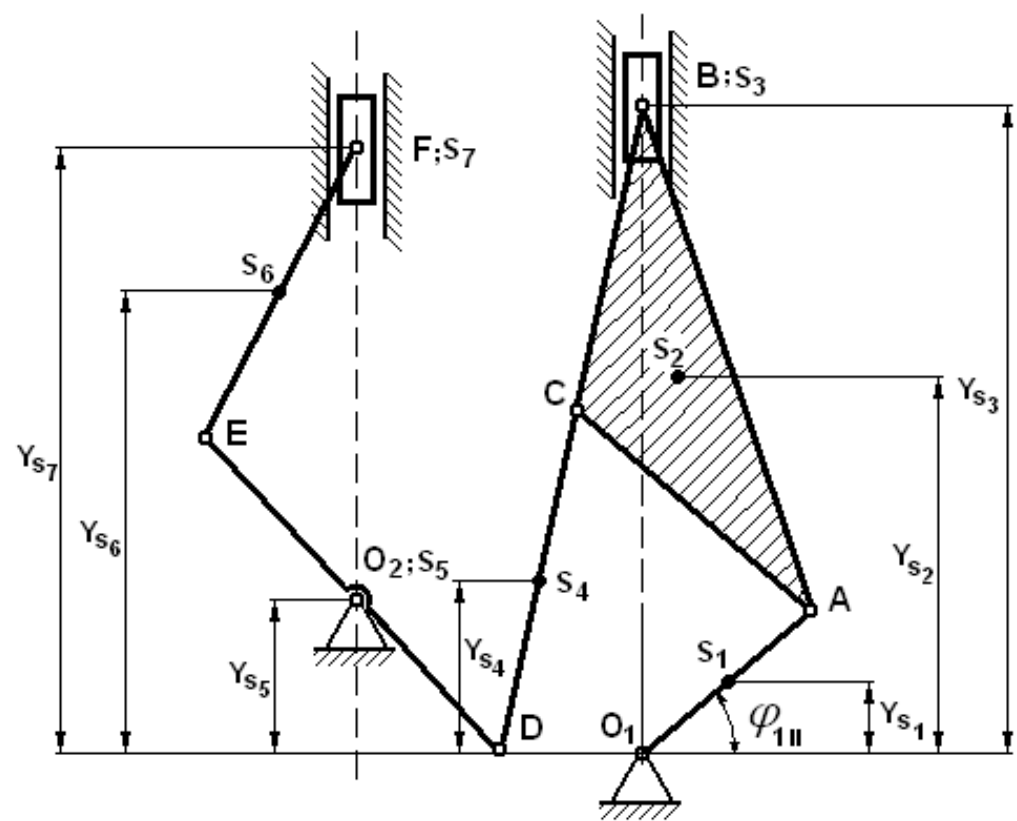
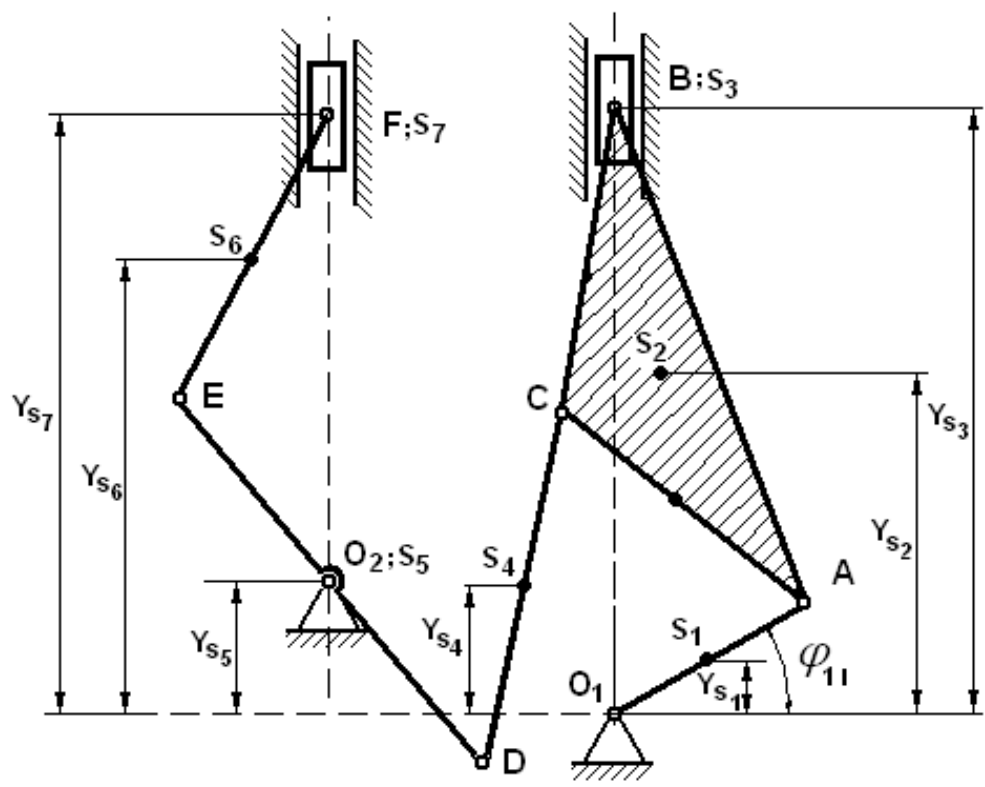


Рисунок 2.5

Таблица 2.1

Звено	Масса звена	Скорости	
		I положение [v]м/с; [ω] 1/с	II положение [v]м/с; [ω] 1/с
1	2,0	$v_{S1}=2,36$ $\omega_1=9,42$	$v_{S1}=2,36$ $\omega_1=9,42$
2	4,5	$v_{S2}=4,9$ $\omega_2=2,16$	$v_{S2}=4,6$ $\omega_2=2,58$
3	5,5	$v_{S3}=4,9$	$v_{S3}=4,6$
4	3,0	$v_{S4}=4,2$ $\omega_4=6,25$	$v_{S4}=4,2$ $\omega_4=5,5$
5	7,5	$v_{S5}=0$ $\omega_5=8,8$	$v_{S5}=0$ $\omega_5=8,8$
6	3,2	$v_{S6}=4,15$ $\omega_6=4,4$	$v_{S6}=4,5$ $\omega_6=3,6$
7	5,0	$v_{S7}=4,7$	$v_{S7}=5,1$

Таблица 2.2

Зве- но	Масса m_i , кг	Координаты S_i				Δy_{si} м	$m_i g \Delta y_{si}$ Нм	I положение		II положение	
		I положение		II положение				$m_i x_{si}^I$	$m_i y_{si}^I$	$m_i x_{si}^{II}$	$m_i y_{si}^{II}$
		x_{si} м	y_{si} м	x_{si} м	y_{si} м						
1	2,0	1,02	0,1	1,0	0,14	-0,04	-0,78	2,04	0,2	2,0	0,28
2	4,5	0,9	0,56	0,87	0,68	-0,10	-4,41	4,05	2,61	3,915	3,06
3	5,5	0,8	1,06	0,8	1,12	-0,06	-3,24	4,4	5,83	4,4	6,16
4	3,0	0,52	0,26	0,53	0,32	-0,06	-1,77	1,56	0,78	1,59	0,96
5	7,5	0	0,22	0	0,22	0	0	0	1,65	0	1,65
6	3,2	-0,17	0,77	-0,22	0,76	0,01	0,32	-0,54	2,464	-0,704	2,43
7	5,0	0	1,04	0	0,01	0,03	1,47	0	5,2	5,0	5,05
$\Sigma=30,7$							$\Sigma=-8,41$	$\Sigma=11,5$	$\Sigma=18,7$	$\Sigma=11,2$	$\Sigma=19,6$

Примечание:

- точность графического определения координат $x_{si}; y_{si}$ – до 0,5 мм.
- точность вычислений – до трех значащих цифр.

В составе механизма элемент z , совершающий плоскопараллельное движение, имеет форму треугольника. Для определения кинетической энергии необходимо определить момент инерции относительно оси z , проходящей через центр тяжести S .

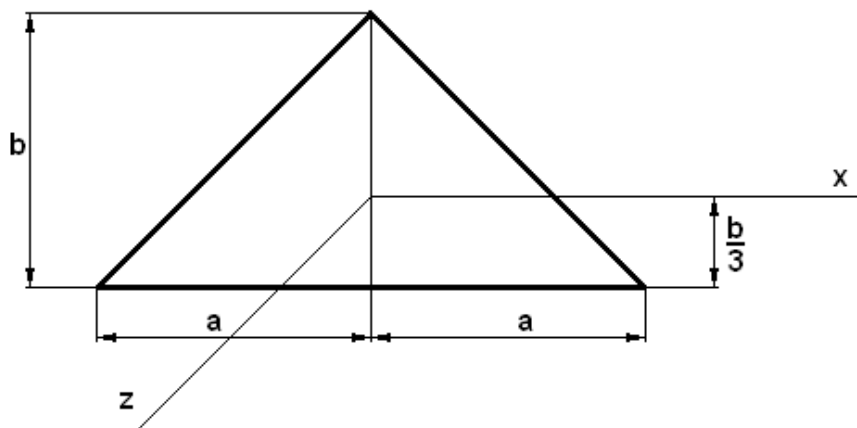


Рисунок 2.6

$$J_{ZS} = \frac{m(3a^2 + b^2)}{18}.$$

В рассматриваемом примере элемент 2 имеет следующие размеры:

$$AB = 1,2 \text{ м,}$$

$$AC = BC = 0,7 \text{ м.}$$

$$a = \frac{AB}{2} = 0,6 \text{ м}$$

$$b = \sqrt{AC^2 - (AB/2)^2} = \sqrt{0,7^2 - 0,6^2} = 0,361 \text{ м}$$

$$J_{z_{S_2}} = \frac{m_2(3a^2 + b^2)}{18} = \frac{4,5(3,06^2 + 0,36^2)}{18} = 0,302 (\text{кг} \cdot \text{м}^2)$$

Кинетическая энергия механизма определяется из выражения:

$$T = \frac{J_{z_0} \omega_1^2}{2} + \frac{m_2 v_{S_2}^2}{2} + \frac{J_{z_{S_2}} \omega_2^2}{2} + \frac{m_3 v_{S_3}^2}{2} + \frac{m_4 v_{S_4}^2}{2} + \frac{J_{z_{S_4}} \omega_4^2}{2} + \frac{J_{z_{S_5}} \omega_5^2}{2} +$$

$$+ \frac{m_6 v_{S_6}^2}{2} + \frac{J_{z_{S_6}} \omega_6^2}{2} + \frac{m_7 v_{S_7}^2}{2};$$

$$T_I = \frac{2 \cdot 0,5^2 \cdot 9,42^2}{2 \cdot 3} + \frac{4,5 \cdot 4,9^2}{2} + \frac{0,302 \cdot 2,16^2}{2} + \frac{5,5 \cdot 4,9^2}{2} + \frac{3 \cdot 4,2^2}{2} +$$

$$+ \frac{3 \cdot 0,8^2}{2 \cdot 12} \cdot 6,25^2 + \frac{7,5 \cdot 1^2}{12 \cdot 2} \cdot 8,8^2 + \frac{3,2 \cdot 4,15^2}{2} + \frac{3,2 \cdot 0,8^2}{12 \cdot 2} \cdot 4,4^2 + \frac{5 \cdot 4,7^2}{2} =$$

$$= 266 \text{ Дж.}$$

$$e = \sqrt{AC^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{0,7^2 - 0,6^2} = 0,36 \text{ м;}$$

$$J_{z_{S_2}} = \frac{m_2(3a^2 + e^2)}{18} = \frac{4,5(3 \times 0,6^2 + 0,36^2)}{18} = 0,302 \text{ (кг} \times \text{м}^2\text{)}.$$

Кинетическая энергия определяется из выражения:

$$T_{II} = \frac{1}{2} \times \frac{2 \cdot 0,5^2}{3} \times 9,42^2 + \frac{4,5 \cdot 4,6^2}{2} + \frac{1}{2} \cdot 0,032 \cdot 2,58^2 + \frac{1}{2} \cdot 5,5 \cdot 4,6^2 +$$

$$+ \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3,42^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{3 \cdot 0,8^2}{12} \cdot 5,5^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{7,5 \cdot 1^2}{12} \cdot 8,8^2 + \frac{1}{2} \cdot 3,2 \cdot 4,5^2 +$$

$$+ \frac{1}{2} \cdot \frac{3,2 \cdot 0,8^2}{12} \cdot 3,6^2 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5,1^2 = 266 \text{ Дж.}$$

Ввиду небольшого приращения угла поворота кривошипа $\Delta\varphi_1 = 10^\circ$ кинетические энергии в I и во II положениях отличаются незначительно (при вычислениях с точностью до трех значащих цифр $T_I = T_{II}$).

Среднее значение вращающего момента:

$$M_{вр.ср} = \frac{266 - 266 + 5 \cdot 0,056 \cdot \pi - (-8,41)}{0,0556 \cdot \pi} = 145 \text{ Нм.}$$

Требуемая средняя мощность движущих сил:

$$N_{ср} = M_{вр.ср} \cdot \omega_1 = 145 \cdot 9,42 = 1366 \text{ Вт.}$$

$$N = 1,4 \text{ кВт.}$$

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Дайте определение плана скоростей.
2. Сформулируйте закон подобия и как с его помощью определить скорости точек звена.
3. Сформулируйте свойства плана скоростей.
4. Как с помощью плана скоростей определить величину и направление угловой скорости звена?
5. Что является полюсом плана скоростей?
6. Дайте определение плана ускорений.
7. Как направлен вектор центростремительного и вращательного ускорений точки В относительно А?
8. Как с помощью плана ускорений определить величину и направление углового ускорения звена?
9. Как с помощью мгновенного центра скоростей определить линейную скорость любой точки звена?
10. Как с помощью мгновенного центра скоростей определить величину и направление угловой скорости звена?
11. Сформулируйте свойства плана ускорений.
12. Сформулируйте закон подобия для плана ускорений и как с его помощью определить ускорения точек звена?
13. Как движется звено, если его мгновенный центр скоростей все время находится в бесконечности?
14. Перечислите основные виды движений твердого тела.
15. Какое движение твердого тела называется поступательным и какими свойствами оно обладает?
16. Какое движение твердого тела называется вращательным вокруг неподвижной оси и как оно осуществляется?
17. По каким формулам определяются модули угловой скорости и углового ускорения вращающегося твердого тела?
18. Как направлены вектора угловой скорости и углового ускорения при вращении тела вокруг неподвижной оси?
19. Чему равны скорость и ускорение точки твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси?
20. При каких условиях ускорение точки вращающегося тела составляет с отрезком, соединяющим точку с центром описываемой ею окружности, углы 0 , 45° , 90° ?
21. Ускорения каких точек вращающегося тела:
 - а) равны по модулю,
 - б) совпадают по направлению,
 - в) равны по модулю и совпадают по направлению?
22. Каковы векторные выражения линейной скорости, вращательного и центростремительного ускорений?
23. Какое движение твердого тела называется плоским?

24. Зависят ли поступательное перемещение плоской фигуры и ее поворот от выбора полюса?
25. Как определяется скорость любой точки плоской фигуры?
26. Что представляет собой отрезок, соединяющий две вершины плана скоростей?
27. Какие минимальные данные необходимы для построения плана скоростей?
28. Какую точку плоской фигуры называют мгновенным центром скоростей и каковы основные случаи ее определения?
29. Что представляет собой распределение скоростей точек плоской фигуры в данный момент?
30. Как определяется ускорение точки плоской фигуры?
31. Какую точку плоской фигуры называют мгновенным центром ускорений и может ли мгновенный центр ускорений совпадать с мгновенным центром скоростей?
32. Перечислите известные Вам способы определения положения мгновенного центра скоростей.
33. Что представляет собой картина распределения ускорений точек плоской фигуры в данный момент времени в трех случаях:
- 1) $\omega \neq 0$; $\varepsilon \neq 0$;
 - 2) $\omega \neq 0$; $\varepsilon = 0$;
 - 3) $\omega = 0$; $\varepsilon \neq 0$.
34. Как производят определение ускорений точек и угловых ускорений звеньев плоского механизма?
35. О чем говорит знак отрицательный или положительный у значений угловых скоростей и ускорений звеньев, а также у линейных скоростей и ускорений ползунов?
36. Как выглядит уравнение замкнутости контура для кривошипно-шатунно-ползунного механизма и шарнирного четырехзвенника?
37. Чему равна первая и вторая производные от вектора постоянного модуля по времени?

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Краткий курс теоретической механики: учебник для студентов технических вузов / С. М. Тарг. – изд. 21-е, стер. – Москва: URSS, сор. 2018. – 415 с. – ISBN 978-5-9710-5161-9.
2. Никитин, Н. Н. Курс теоретической механики: учеб. для машиностроит. и приборостроит. спец. вузов / Н. Н. Никитин. – 5-е изд., перераб. и доп. – Москва: Высшая школа, 1990. – 606 с. – ISBN 5-06-000695-6.
3. Бутенин, Н. В. Курс теоретической механики: учебное пособие / Н. В. Бутенин, Я. Л. Лунц, Д. Р. Меркин. — 11-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2009. — 736 с. — ISBN 978-5-8114-0052-2.
4. Яблонский, А. А. Курс теоретической механики: учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по техн. спец. / А. А. Яблонский, В. М. Никифорова. – 7-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 1998. – 763 с. ISBN 5-8114-0085-3.
5. Бать М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах: учебное пособие / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. – Санкт-Петербург: Лань, 2010. -ISBN 978-5-8114-1022-4.
6. Мещерский, И. В. Задачи по теоретической механике: учебное пособие / И. В. Мещерский. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2012. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-0019-1.
7. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике: учеб. пособие для студентов высш. техн. учеб. заведений / А. А. Яблонский и др.; под ред. А. А. Яблонского. – 7-е изд., испр. – Москва: Интеграл-пресс, 2002. – 382 с. – ISBN 5-89602-016-3.

Учебное издание

**Петров Сергей Гаррикович
Головко Виктор Евгеньевич
Рузанова Екатерина Александровна**

**Теоретическая механика
Кинематическое и динамическое исследование плоского
шарнирного механизма
Курсовая работа**

Учебно-методическое пособие

Редактор и корректор Е. О. Тарновская
Техн. редактор Е. О. Тарновская

Учебное электронное издание сетевого распространения

Системные требования:
электронное устройство с программным обеспечением
для воспроизведения файлов формата PDF

Режим доступа: http://publish.sutd.ru/tp_get_file.php?id=202016, по паролю.
- Загл. с экрана.

Дата подписания к использованию 25.11.2024 г. Рег. № 5221/23

Высшая школа технологии и энергетики СПбГУПТД
198095, СПб., ул. Ивана Черных, 4.