Ю. И. Беленький
В. А. Марков
В. А. Соколова

ТЕХНОЛОГИЯ ПЕРВИЧНОЙ ПЕРЕРАБОТКИ СЫРЬЯ

ПЕРЕРАБОТКА ДРЕВЕСНОГО СЫРЬЯ СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ

Учебное пособие

Санкт-Петербург
2025

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна»
Высшая школа технологии и энергетики

Ю. И. Беленький
В. А. Марков
В. А. Соколова

ТЕХНОЛОГИЯ ПЕРВИЧНОЙ ПЕРЕРАБОТКИ СЫРЬЯ

ПЕРЕРАБОТКА ДРЕВЕСНОГО СЫРЬЯ СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ

Учебное пособие

Утверждено Редакционно-издательским советом ВШТЭ СПбГУПТД

Санкт-Петербург
2025

УДК 634(075)
ББК 37.1я7
Б 434

Рецензенты:
кандидат технических наук, доцент Санкт-Петербургского государственного лесотехнического университета имени С. М. Кирова
Б. М. Шифрин;
кандидат технических наук, заместитель директора института технологии Высшей школы технологии и энергетики Санкт-Петербургского государственного университета промышленных технологий и дизайна
И. В. Клюшкин

Беленький, Ю. И.
Б 434 Технология первичной переработки сырья. Переработка древесного сырья. Системный анализ: учебное пособие / Ю. И. Беленький, В. А. Марков, В. А. Соколова. — СПб.: ВШТЭ СПбГУПТД, 2025. — 54 с.
ISBN 978-5-91646-442-9

Учебное пособие соответствует программам и учебным планам дисциплины «Технология первичной переработки сырья» для студентов, обучающихся по направлению подготовки 15.03.02 «Технологические машины и оборудование», профиль «Реинжиниринг технологического оборудования».

В учебном пособии изложены основные принципы системного анализа, оптимизационные методы детерминированных решений, представлено функциональное пространство – время связности технико-технологического производства применительно к многооперационным технологиям лесного комплекса.

Данное учебное пособие может быть рекомендовано для самостоятельной работы магистров направления подготовки 15.04.02 «Технологические машины и оборудование», профиль «Технологические процессы и оборудование целлюлозно-бумажного производства».

Научная специальность – 4.3.4. «Технологии, машины и оборудование для лесного хозяйства и переработки древесины».

УДК 634(075)
ББК 37.1я7

ISBN 978-5-91646-442-9

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Лесозаготовительное производство представляет собой системы технических операций заготовки, переработки и перемещения материала древесины от мест естественного произрастания до потребителя. На рынке лесного машиностроения каждой операции соответствует своя лесная техника. Операция характеризуется временем и расстоянием ее выполнения, поэтому основным показателем эффективности технической операции в настоящее время следует считать не только производительность предмета труда в единицу времени, но и количество продукции, получаемой или перемещенной на единицу расстояния. Композиции лесозаготовительных операций образуют, своего рода, материальный поток во времени и пространстве, определяемый начальным и конечным пунктами. Максимального результата от оптимизации процессов лесозаготовки, предприятия смогут достичь лишь тогда, когда достижения научных дисциплин – логистика, кибернетика, системный анализ и математическая статистика – будут реально внедрены ими в повседневную хозяйственную деятельность.

Логистическая система представляет собой функционально взаимосвязанные операции, образующие единый материальный поток с сопутствующими потоками информации и финансов. Основным конструктивным принципом логистики является принцип системности, согласно которому материальный, информационный и финансовые потоки образуют единую многофакторную динамическую структуру. Кибернетика занимается оптимальным управлением сложных динамических систем, математическое моделирование является неотъемлемой составной частью кибернетического управления. Связность технических операций в логистическом потоке происходит в функциональном времени – пространстве. Принцип оптимизации в теории систем заключается в быстро действенном протекании процесса производства в функциональном пространстве–времени связности композиции множества операций. Минимальная дисперсия между операционным функциональным пространством–временем является также необходимым условием повышения производительности труда.

1. ЭЛЕМЕНТЫ ОСНОВ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА

1.1. Система

Системное мышление в широком смысле представлений становится неотъемлемой частью в научных исследованиях и технических разработках, производстве, экономике, социальной сфере и др., когда множество объектов и структур объединяются в сложные комплексы. Несмотря на конкретность представления систем: организации, порядка, внутренней связи, функциональности, – их объединяют математические законы, описывающие картину взаимосвязанного функционального пространственно-временного поведения.

Формулирование понятия «система» уточняется одновременно с развитием теории систем. Например, основоположник теории систем Берталанфи определил систему как комплекс взаимодействующих элементов или как совокупность элементов, находящихся в определенных отношениях друг с другом и средой. В «Философском словаре» система определяется как «совокупность элементов, находящихся в отношениях и связях между собой определенным образом и образующих некоторое цельное единство».

В литературе по общей теории систем принимается представление: «система есть конечное множество элементов и отношений между ними, выделяемые из среды в соответствии с определенной целью, в рамках определенного временного интервала».

Основные понятия, характеризующие представление системы:

- *элемент* – объект (сущность), внутреннее строение которого не рассматривается и не связано с целью рассмотрения;
- *связь* – способность соединять любые два элемента;
- *свойство* – функциональность, отличная от отдельных элементов;
- *подсистема* – часть системы, выделяемая по определенному признаку.

Сущность системного подхода сводится к следующему: все элементы системы и все отношения в ней составляют единое взаимосвязанное целое.

Система – это совокупность элементов, обладающих связями, позволяющими соединять два любых элемента, и свойством, отличным от свойств отдельных элементов.

Для объекта, как системы, выполняется неравенство:

$$\sum a \not\Rightarrow A,$$

где a – свойство элементов, составляющих объект; A – свойство целостности системы.

1.2. Принципы системного анализа

Системный анализ входит в структуру теории систем и занимается разработкой методов и моделей для исследования и проектирования сложных систем, а также принятия обоснованных решений в условиях большого объема связанной с системой информации.

В литературе излагается более двух десятков общих принципов (положений), которыми руководствуются при исследовании сложных систем, ряд из которых следует представить:

- *принцип конечной цели:* абсолютный приоритет конечной цели;
- *принцип единства*: совместное рассмотрение системы как целого и как совокупности элементов;
- *принцип связности*: рассмотрение любой части совместно с ее связью с окружением;
- *принцип модульного построения*: полезно выделение модулей в системе и рассмотрение ее как совокупность модулей;
- *принцип иерархии*: выделение элементов и их ранжирование;
- *принцип функциональности*: совместное рассмотрение структуры и функции с приоритетом функции над структурой;
- *принцип развития*: способность к развитию с учетом изменяемости системы;
- *принцип децентрализации*: сочетание централизации и децентрализации в принимаемых решениях и управлении;
- *принцип неопределенности*: учет неопределенностей и случайностей.

1.3. Множества. Группа

Основные представления в теории систем и системном анализе: элемент, связь элементов, система – формулируются по ассоциации с представлениями теории множеств. Создатель теории множеств Кантор определил множество как «объединение в одно целое объектов, хорошо различимых нашей интуицией или нашей мыслью» [3]. Множество в математике играет фундаментальную роль и его понятие принадлежит к числу первоначальных математических понятий и поясняется конкретными примерами: число студентов одного курса, целые числа, точки геометрической фигуры, машины и процессы в лесной отрасли и др.

Понятие «множества» по мере развития теории множеств (так же как понятие «системы») изменялось, современное определение представлено в [3]: «множество образуется из элементов, обладающих некоторыми свойствами и находящихся в некоторых отношениях между собой или с элементами других множеств». Между элементами множества (точки плоскости) различают унарные (точки принадлежат плоскости), бинарные (расстояние между двумя точками), тернарные (отношения между тремя точками) и т. д.; бинарным отношениям в теории систем отводится роль связи элементов; отношения между элементами рассматриваются как функциональные.

Бинарным отношениям в теории множеств ставится важное понятие группы. Множество М, состоящее из $a, b, c, \ldots$, элементов, называется группой, если определена бинарная операция, которая каждой паре элементов a, b из M ставит в соответствие элемент (результат операции $a \times b$) из M такой, что:

- $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ (ассоциативность);
- M содержит единицу e такую, что $e \times a = a \times e = e$;
- Для каждого элемента множества существует обратный элемент $a^{-1} \times a = a \times a^{-1} = e$.

Обратные элементы образуют соответствующие полугруппы, как обобщенное представление симметрии множества M.

Примеры групп [4]:

- рациональные числа образуют группу по сложению, единицей является число «0»;
- отличные от нуля рациональные числа образуют группу по умножению, единицей служит число «1»;
- сложение векторов на плоскости;
- движения на плоскости;
- движения в пространстве и др.

Отметим, что функциональное пространство и время связных технологических процессов являются полугруппами движения.

Группа является важной *алгебраической системой: объект состоит из не пустого множества элементов и заданных на нем семействах отношений (целевых функций) и биопераций.*

Поэтому с групповых позиций можно сформулировать представление системы в системном анализе: объект, как множество, состоящее из конечного числа элементов и заданных между ними отношений (функциональных), и групповых бинарных операций.

Это означает, что определение групповых свойств системы становится перспективным научным направлением развития системного подхода, т. к. при глубоком аналитическом анализе *алгебраическая система* должна находиться в основе построения математических моделей системы в системном анализе.

Таким образом, *системный подход* к исследованию процессов (технических, финансовых, информационных, логистических и др.) должен быть дополнен *групповым подходом* и представляться как системно-групповой.

1.4. Моделирование систем

В научном контексте термин «модель» имеет широкое значение и понимается как метод изучения реальности, основанный на доступной информации, позволяющий проводить её анализ посредством предположений или теоретических построений. Правомерность модели оценивается степенью объективности исследуемого явления и объекта, она считается объективной, если выполняются следующие условия: описание, прогноз, управление.

Успех моделирования зависит от того, насколько удается моделью выделить основные свойства оригинала, пренебрегая второстепенными: создать упрощенную модель, позволяющую изучать главные свойства очень сложных систем.

Созданием упрощенных моделей явлений и объектов занимается математическое моделирование с помощью математической символики. Процессу математического моделирования соответствует последовательное выполнение следующих этапов:

- определение законов связности основных объектов модели и запись их представления в математических терминах; на этом этапе предполагается широкое знание фактов и глубокое проникновение в их взаимосвязь;
- исследование математического построения, основным вопросом является решение прямой задачи: получение данных для сопоставления с результатами наблюдений, здесь важную роль играют аналитический аппарат и вычислительная техника;
- определение адекватности принятой модели, возможности построения обратной задачи: по выходным данным выстраивать исходное моделирование;
- совершенствование модели в условиях накопления информации об исследуемых явлениях и объектах.

При наличии нескольких адекватных моделей предпочтение отдается той, которая из минимума посылок получает максимум следствий (критерий А. Эйнштейна).

В настоящее время системный подход к исследованию производственных, энергетических, газо- и гидротранспортных, финансовых, логистических, информационных и др. комплексов полагает соблюдение принципа гармонии

$$\textit{системность} \Leftrightarrow \textit{целостность}$$

Состояние системы носит конкретное множественное представление, и обобщенный путь построения целостности состоит в двойственном парадоксальном подходе: расчленение объекта на независимые части, определение их свойств и через установление отношений (функциональных) и операций (бинарных) выстраивается системная модель единства.

В лесопромышленном производстве множеству выполняемых операций соответствует множество машин, механизмов и оборудования, каждая из которых характеризуется своими параметрами состояния: производительностью, мощностью, эксплуатационными расходами и др., создаваемые из них рабочие комплексы становятся целостными пространственно-временными структурами, оптимизацию которых необходимо выполнять с позиции системно-группового подхода.

2. ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ПРОЦЕСС ЛЕСОЗАГОТОВКИ

2.1. Основные лесосечные операции

Сложный производственный процесс заготовки древесины включает в себя основные *технические* операции: валка деревьев, обрезка сучьев, трелевка, раскряжевка, погрузка, измельчение древесины и др. Множество технических операций по форме своего выполнения можно подразделить на подмножества: *технологические и переместительные.*

Технологические операции связаны с изменением формы, размеров и состояния предмета труда:

- валка деревьев,
- очистка от сучьев,
- раскряжевка,
- измельчение древесины,
- окорка и др.

Переместительные операции заключаются в перемещении предмета труда:

- трелевка,
- погрузка,
- разгрузка,
- сортировка,
- штабелевка и др.

Технологическому процессу заготовки древесины соответствует множество композиций технических операций, которые определенным образом выполняются в пространстве и во времени.

В качестве примеров приведем несколько композиций последовательных операций технологических процессов лесозаготовки на лесосеке:

- валка деревьев – пакетирование – трелевка – погрузка;
- валка, пакетирование деревьев – трелевка – погрузка;
- валка, пакетирование деревьев – трелевка – очистка от сучьев – погрузка хлыстов;
- валка, пакетирование деревьев – трелевка – очистка от сучьев – раскряжевка – погрузка;
- валка деревьев – очистка от сучьев, раскряжевка – погрузка;
- валка деревьев – очистка от сучьев – трелевка хлыстов – погрузка и др.

2.2. Машины

В лесном машиностроении множеству технологических и переместительных операций, выполняемых на лесосеке, соответствует множество машин, механизмов и оборудования, которые классифицируются в зависимости от типа технологического процесса лесозаготовок.

Заготовительным работам на лесосеке соответствуют:

- специальные и универсальные бензиномоторные пилы, выполняющие технологические операции (срезание, обрезка сучьев, раскряжевка на сортименты);
- валочные, валочно-пакетирующие и валочно-трелевочные машины, которые выполняют одну технологическую (срезание деревьев) и одну или несколько переместительных операций;
- трелевочные трактора и канатные установки, осуществляющие переместительные операции;
- мобильные сучкорезные машины;
- мобильные сучкорезно-раскряжевочные машины;
- самоходные многооперационные машины, выполняющие совместно технологические и переместительные операции: срезание, валка деревьев, очистка от сучьев и раскряжевка;
- рубительные машины.

2.3. Системы машин

Технологическая эффективность систем машин на лесосеке (и вместе с ней производительность труда) во многом зависит от степени их синхронизации по основным критериям: производительности, мощности, себестоимости и др., с учетом в конкретных природно-производственных условиях работы:

- почвогрунтов;
- таксационных характеристик;
- рельефа местности;
- технологического процесса;
- вида рубок и др.

Возможные технические варианты заготовки деревьев, хлыстов и сортиментов:

- заготовка деревьев:
  - валочно-трелевочная машина,
  - бензиномоторная пила + трелевочная машина,
  - валочно-пакетирующая машина + трелевочный трактор;
- заготовка хлыстов:
  - бензиномоторная пила + трелевочный трактор,
  - валочно-трелевочная машина + сучкорезная машина,
  - валочно-пакетирующая машина + трелевочный трактор + сучкорезная машина;
- заготовка сортиментов:
  - бензиномоторная пила + сортиментоподборщик,
  - валочно-трелевочная машина + процессор,
  - валочно-пакетирующая машина + трелевочный трактор + процессор,
  - харвестор + форвардер.

Отметим также, что успешная работа комплексов лесозаготовительных машин зависит от их надежности, а именно безотказности и долговечности.

2.4. Критерии техники эффективности

2.4.1. Производительность

Обобщенная формула производительности лесозаготовительных машин, механизмов, оборудования и лесовозных автомобилей имеет вид:

$$П = \frac{V_x}{t_x}, \tag{2.1}$$

где $V_х$ – средний объем хлыста, определяемый по таксационным характеристикам лесосеки; $t_х$ – время выполнения технологической операции.

Согласно формуле (1) средний объем хлыста становится постоянным параметром (инвариантом) всего непрерывного технологического цикла производства лесоматериалов и их перемещения, как на лесосеке, так и при последующих транспортировке и переработке в лесопромышленном предприятии.

Производительность цикла последовательно выполняемых операций комплексом равна:

$$П_с = \frac{V_x}{\sum t_{xi}},\ i = 1, 2, 3, \dots, n, \tag{2.2}$$

здесь n – число последовательно выполняемых операций.

При непрерывном процессе производства эффективная производительность технологии равна:

$$П_{сн} = \frac{nV_x}{ξ_x \sum t_{xi}},\ i = 1, 2, 3, \dots, n, \tag{2.3}$$

где $ξ_х \geq 1$ – характеризует стохастичность производственного процесса.

Из (1) следует функциональное время производства хлыста:

$$t_x = \frac{V_x}{П} \tag{2.4}$$

и суммарное время цикла производственных операций

$$T = \sum t_{xi} = V_x \sum \left(\frac{1}{П_i}\right) = V_x \sum τ_i,\ i = 1, 2, 3, \dots, n, \tag{2.5}$$

здесь τ – функциональное время производства единицы объема в технологической операции

$$\tau_i = \frac{1}{\Pi_i} \qquad (2.6)$$

Производительность цикла выполняемых операций равна:

$$\Pi_{\text{сц}} = \frac{1}{\sum \tau_i}\ ,\ i = 1, 2, 3, \dots, n \qquad (2.7)$$

и при непрерывном производстве

$$\Pi_{\text{сн}} = \frac{n}{\xi_x \sum \tau_i}\ , i = 1, 2, 3, \dots, n \qquad (2.8)$$

Таким образом, статистически детерминированная сумма функциональных времен производства единицы объема в операциях технологического процесса характеризует производительность системы.

При системной связности процессов производительность процессов отличается друг от друга только дисперсией функционального времени.

Эффективность производительности процесса в целом следует оценивать коэффициентом:

$$\text{К}_{\text{п}} = \frac{\Pi_{\text{сн}}}{\sum \Pi_i}\ , i = 1, 2, 3, \dots, n \qquad (2.9)$$

2.4.2. Мощность

Эффективная мощность машины в комплексе последовательного производства определяется формулой:

$$N = \frac{n}{\xi_{\text{м}} \sum \tau_{\text{м}i}}\ , i = 1, 2, 3, \dots, n$$

и комплекса

$$N_c = \frac{n^2}{\xi_{\text{м}} \sum \tau_{\text{м}i}}\ , i = 1, 2, 3, \dots, n\ , \qquad (2.10)$$

где $\tau_{\text{м}i} = N_i^{-1}$ – функциональное время затраты единицы энергии в i-той операции; N_i – мощность, представленная как энергия в единицу времени.

В функциональном времени мощность операций одинаковая.

Энергетическую эффективность процесса можно оценивать коэффициентом:

$$К_м = \frac{N_с}{\sum N_i}\ , i = 1, 2, 3, \dots, n \qquad (2.11)$$

2.4.3. Технологическая скорость

Наряду с временем производства и перемещения предмета труда в технологических операциях важным параметром динамики процессов является расстояние, на котором выполняются операции. Поэтому в связных многооперационных процессах функциональное время сопряжено с функциональным пространством.

Зависимость перемещаемого объема материала древесины по координате операционного движения представим на рисунке 2.1.

$$V_i = f_i(\text{x})\ ,\ i = 1, 2, 3, \dots, n\ , \qquad (2.12)$$

где V_i – объем древесины;

x – координата перемещения при выполнении операции;

i – операция в системе производства.

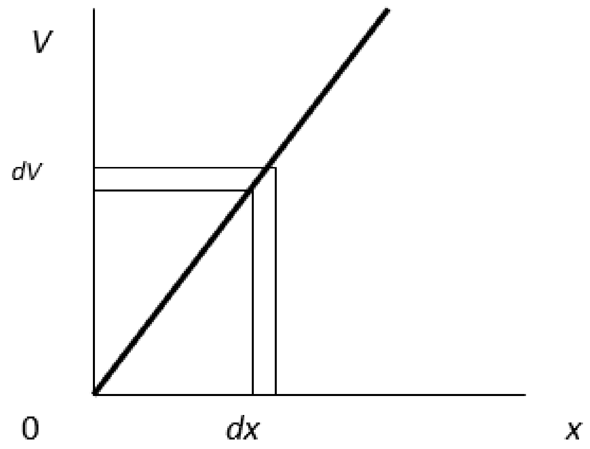

Рисунок 2.1 – Представление непрерывного перемещения объемов материала древесины в операции

Производная

$$\frac{dV_i}{d\text{x}} = П_{i\text{x}} \qquad (2.13)$$

характеризует текущую производительность операции на единицу перемещения и определяет значение объема материала древесины, перемещаемого на единицу пути, здесь единица пути является общей в системе; количество перемещаемой древесины на единицу пути в общем случае по операциям является переменным, поэтому данная производительность операции по пути является функциональным параметром предмета труда в комплексе.

Производительности по пути операции, как производной по координате (2.13), соответствует мультипликативно двойственная по умножению величина

$$\frac{d\,\mathrm{x}}{dV_i} = \frac{1}{\Pi_{i\mathrm{x}}} = q_{i\mathrm{x}}, \quad i = 1, 2, 3, \ldots, n\,, \tag{2.14}$$

которая характеризует необходимый путь перемещения для единицы объема материала древесины в операции; единица объема является общей в системе, а путь перемещения в общем случае для операций в системе переменный; это означает наличие в системе сопряженного внешнему координатному пространству внутреннего функционального пространства производства (перемещения) единицы предмета труда (общей для системы), связывающего все процессы производства комплекса машин в единую пространственную интеграционную функциональную структуру.

Производительность по пути и функциональное пространство производства единицы предмета труда в операции образуют мультипликативно двойственные подгруппы по умножению

$$\Pi_{i\mathrm{x}} q_{i\mathrm{x}} = 1\,, \quad i = 1, 2, 3, \ldots, n\,, \tag{2.15}$$

которые выстраивают гармоничное единство производственного процесса в дуальной сопряженности: производительности по пути операции, как полугруппы группы и функционального пространства производства единицы труда, как симметричной полугруппы группы (2.15).

Связь между производительностями во времени и пространстве имеет вид:

$$\Pi = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \Pi_{\mathrm{x}} v \tag{2.16}$$

$$\Pi_{\mathrm{x}} = \frac{dV}{dx} = \frac{dV}{dt}\left(\frac{dt}{dx}\right) = \Pi\, v^{-1} \tag{2.17}$$

$$\frac{\Pi}{\Pi_{\mathrm{x}}} = v$$

Из формул видно, что технологическая скорость v является важным связующим параметром в функциональном пространстве – времени производственного процесса.

2.4.4. Себестоимость

Функциональное время себестоимости технологической операции определяет время выполнения технологической операции при затрате финансовой единицы

$$c_i = \frac{1}{C_i} \quad , \qquad (2.18)$$

где C_i – стоимость операции в единицу времени.

Суммарное функциональное время реализации производства (перемещения) системой равно:

$$c_\varepsilon = \sum c_i \ , \quad i = 1, 2, 3, .., n \ , \qquad (2.19)$$

функциональное время выполнения технологической операции в системе

$$c = \frac{c_\varepsilon}{n} \quad , \qquad (2.20)$$

тогда себестоимость процесса в функциональном финансовом времени

$$C_ф = \frac{n}{c} \ . \qquad (2.21)$$

Здесь также себестоимость процессов в функциональном времени системы одинаковая.

Финансовую эффективность системы в целом следует оценивать коэффициентом:

$$К_ф = \frac{C_ф}{\sum C_i} \ , \quad i = 1, 2, 3, .., n \qquad (2.22)$$

В результате системного анализа технико-экономической эффективности процессов лесопромышленного производства в функциональном пространстве–времени становится возможным сформулировать функциональное пространство производства, перемещения, энергетических и финансовых затрат, размерность которого составляют построенные основные безразмерные критерии эффективности: производительности, мощности, технологической скорости и финансовых затрат.

Обобщенную технико-экономическую эффективность лесопромышленных процессов можно характеризовать длиной вектора в 4-мерном функциональном пространстве, построенном на функциональном пространстве – времени производственных операций.

$$E = (К_n^2 + К_м^2 + К_к^2 + К_ф^2)^{1/2} \qquad (2.23)$$

3. СВЯЗНОСТЬ МНОГООПЕРАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ

Повышение производительности труда в лесной отрасли связано с необходимостью оптимизации многооперационных процессов в целом, как единых глубоко интегрированных структур, выполняющих свои многокритериальные цели в совместном многомерном функциональном пространстве–времени.

Дифференцированный подход к оптимизации отдельных процессов является необходимым, но недостаточным условием устойчивого развития отрасли в целом; его необходимо сочетать с интегрированной технико-экономической эффективностью с системным подходом, основанным на представлении групп симметрии.

Последовательно выполняемые операции производства и перемещения лесоматериалов на лесосеке, транспорте и лесопромышленном предприятии образуют единую динамическую, многооперационную, функционально связанную пространственно-временную структуру, нацеленную на оптимальное выполнение своей целевой функции.

В Естествознании присутствует представление внешнего (физического) времени и внутреннего (функционального) времени: первое является внешним измерителем процессов, его ход не зависит от производственных процессов; второе становится функциональной составляющей предметов труда производства (сколько процессов, столько функциональных времен).

Исследование сложных производственных систем следует рассматривать как суперпозицию их поведения во внешнем и внутреннем пространстве–времени.

Внутреннее пространство–время производственных процессов становится функциональным измерителем единиц продуктов производства, перемещения, ресурсов и др., обладая свойством аддитивности, оно позволяет сформулировать наиболее информативные критерии эффективности системы в целом.

Принцип быстродействия в функциональном пространстве–времени сложного производственного процесса формулируется как необходимость максимальной синхронизации последовательно выполняемых операций, минимального времени перехода от одной операции к другой, минимальное значение дисперсии статистических колебаний параметров состояния выполняемых операций и др.

В народном хозяйстве производственные, энергетические, гидротехнические, газотранспортные, логистические, информационные, финансовые и др. комплексы образуют связанные во времени и пространстве сложные динамические системы. Очень важно, чтобы их эффективность была основана на научных достижениях логистики, кибернетики, системном анализе, математической статистике и др. Процессы в комплексах могут быть композицией различных дискретных операций или непрерывных, детерминированных или стохастических.

При кибернетическом подходе лесотехническую операцию можно представить «черным» ящиком с некоторым числом входов и выходов, в качестве которых выступают производительности предшествующих операций и самой операции.

Лесозаготовительное производство можно рассматривать как систему взаимосвязанных технологических операций. В свою очередь операцию можно представить, как кибернетическую ступень со своими входными и выходными параметрами состояния.

В зависимости от числа входов и выходов имеют место четыре основных типов ступеней, кибернетические схемы которых показаны на рисунках 3.1 – 3.4.

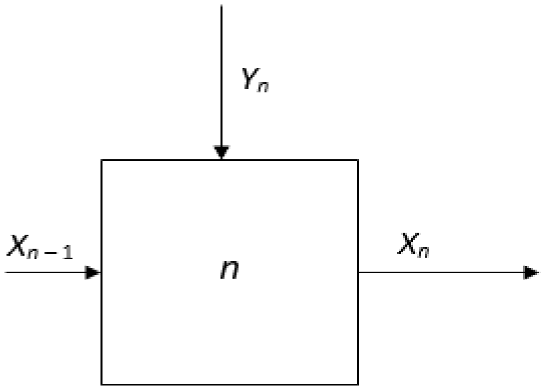

Рисунок 3.1 – Схема связующей ступени:
X_{n-1} – продукт производства предыдущей степени;
X_n – продукт производства ступени; Y_n – управление в ступени

Производительность связующей операции определяется по формуле:

$$\Pi_{\text{п},\text{п}-1} = \frac{2(\Pi_{\text{п}}\,\Pi_{\text{п}-1})}{(\Pi_{\text{п}} + \Pi_{\text{п}-1})} \qquad (3.1)$$

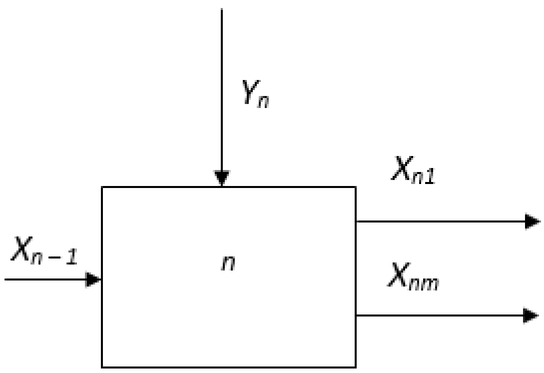

Рисунок 3.2 – Схема разделительной ступени:
X_{n-1} – продукт производства предыдущей степени;
X_{n1} ,.. X_{nk} – продукты производства ступени; Y_n – управление в ступени

Производительность разделительной операции определяется по формуле:

$$\Pi_{\text{п},\text{п}-1} = \frac{2}{[\frac{1}{\Pi_{\text{п}-1}+\frac{(\Sigma(\frac{1}{\Pi_{j,n}}))}{k}}]} \quad , \quad j = 1, 2, \ldots, k \qquad (3.2)$$

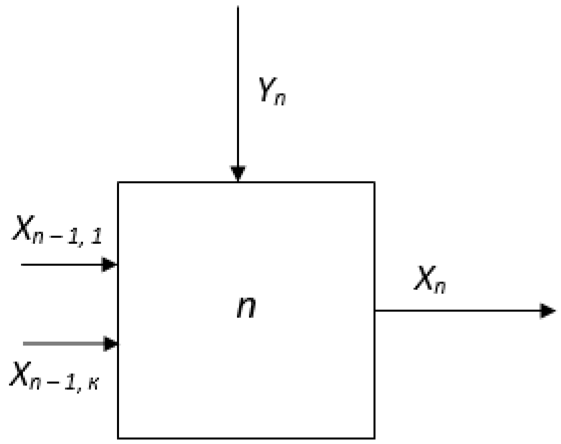

Рисунок 3.3 – Схема смесительной ступени:
$X_{n-1,1}$,.. $X_{n-1,k}$ – продукты производства предыдущей степени;
X_n – продукт производства ступени; Y_n – управление в ступени

Производительность смесительной операции определяется по формуле:

$$\Pi_{\text{п},\text{п}-1} = \frac{2}{[\frac{1}{\Pi_{\text{п}}+\frac{(\Sigma(\frac{1}{\Pi_{j,n-1}}))}{k}}]} \quad , \quad j = 1, 2, \ldots, k \qquad (3.3)$$

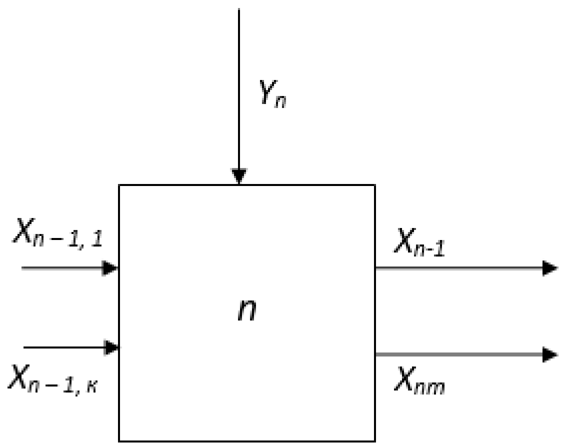

Рисунок 3.4 – Схема сложной ступени:
$X_{n-1,1}$,.. $X_{n-1,k}$ – продукты производства предыдущей степени;
X_{n1} ,.. X_{nm} – продукты производства ступени; Y_n – управление в ступени

Производительность сложной операции определяется по формуле:

$$\Pi_{п,п-1} = \frac{2}{\left[\frac{\sum(\frac{1}{\Pi in})}{s} + \frac{\sum(\frac{1}{\Pi_{j,n-1}})}{k}\right]}, \quad j = 1, 2, \dots, k; \;\; s = 1, 2, \dots, d \qquad (3.4)$$

Композиция операций формирует структуру многооперационных процессов.

3.1. Простой многооперационный процесс

На рисунке 3.5 представлена принципиальная схема простого многооперационного процесса, в котором имеет место последовательная связанность.

Каждая операция в процессе характеризуется своей производительностью: предметов труда *П*, мощностью оборудования *N*, технологической скоростью *U*, определяемые в единицах физического времени.

Производительность. Функциональное время единицы производства в операции равно:

$$\tau_п = \frac{1}{\Pi} \qquad (3.5)$$

Это следует из представления внешнего и функционального времени системы производственных процессов в виде мультипликативной группы

$$\Pi\,\Pi^{-1} = 1 \qquad (3.6)$$

На основании свойства аддитивности внутренних времен операций функциональное время цикла производства единицы продукции системой равно:

$$T_{пц} = \sum \Pi_i^{-1}, \quad i = 1, 2, 3, .., n \qquad (3.7)$$

здесь n – число операций в системе.

При непрерывном стохастическом детерминированном процессе функциональное время производства единицы продукции равно:

$$T_{п1} = n^{-1} \xi_п \sum \Pi_i^{-1}, \quad i = 1, 2, 3, .., n \qquad (3.8)$$

здесь $\xi_п \geq 1$ характеризует его стохастичность.

Формулы (3.6) и (3.7) позволяют определить производительность системы в функциональном времени для цикла:

$$\Pi_{ц} = \frac{1}{\sum \Pi_{i}^{-1}} \quad , \quad i = 1, 2, 3, .., n \tag{3.9}$$

и при непрерывном процессе

$$\Pi_{п} = \frac{n}{\xi_{п} \sum \Pi_{i}^{-1}} \ , \ i = 1, 2, 3, .., n \tag{3.10}$$

Коэффициент эффективности производительности процесса в целом определяется как отношение эффективной производительности в функциональном времени системы к суммарной производительности всех операций во внешнем времени.

$$К_{п} = \frac{\Pi_{сн}}{\sum \Pi_{i}} \ , \ i = 1, 2, 3, .., n \tag{3.11}$$

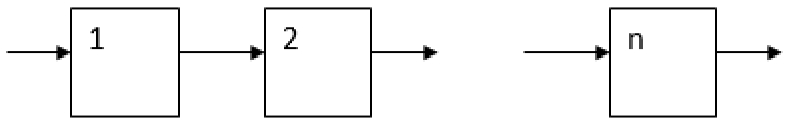

Рисунок 3.5 – Принципиальная схема простого многоступенчатого процесса

Мощность. Функциональное время затраты единицы энергии в ступени определяется по формуле:

$$\tau_{е} = \frac{1}{N} \tag{3.12}$$

и функциональное время затраты единицы энергии в системе равно:

$$Т_{е} = \frac{\xi_{е} \sum \tau_{еi}}{n}, \quad i = 1, 2, 3, .., n \tag{3.13}$$

здесь N – мощность, представленная как энергия в единицу времени.

Эффективная мощность единицы оборудования операции многооперационном комплексе определяется формулой:

$$N_{п1} = \frac{1}{Т_{е}} = \frac{n}{\xi_{е} \sum \tau_{ei}} \ , \ i = 1, 2, 3, \ldots, n \tag{3.14}$$

и всего комплекса в функциональном времени

$$N_{п} = \frac{n^2}{\xi_{е} \sum \tau_{ei}} \ , i = 1, 2, 3, \ldots, n \tag{3.15}$$

Энергетическую эффективность процесса следует оценивать коэффициентом:

$$К_е = \frac{N_п}{\sum N_i}, \; i = 1,2,3,..,n \tag{3.16}$$

как отношение мощности системы в функциональном времени к суммарной мощности всех ступеней в физическом времени.

Технологическая скорость. Технологической скорости протекания процесса в ступени U можно поставить в соответствие обратную величину:

$$\tau_х = \frac{1}{U}, \tag{3.17}$$

которая несет информацию о функциональном времени протекания процесса в ступени, приходящееся на единицу длины.

Суммарное функциональное время прохождения цикла по единицам длины равно:

$$T_х = \sum \tau_{хj}, \quad i = 1,2,3,\ldots,n \tag{3.18}$$

При непрерывном процессе функциональное время на единицу длины определяется с учетом стохастичности:

$$Т_* = \frac{\xi_х Т_х}{n} \tag{3.19}$$

Технологическая скорость цикла в функциональном времени равна:

$$U_ц = \frac{1}{Т_х} \tag{3.20}$$

При непрерывном процессе технологическая скорость определяется на основании формулы (3.19):

$$U_с = \frac{1}{Т_*} \tag{3.21}$$

Эффективность технологической скорости всего процесса оценивается кинематическим коэффициентом:

$$К_к = \frac{nU_с}{\sum U_i}, \; i = 1,2,3,..,n \tag{3.22}$$

Себестоимость. Функциональное время себестоимости технологической операции ступени определяется временем выполнения технологической операции на финансовую единицу (рубль и др.):

$$\tau_c = \frac{1}{C} \quad , \tag{3.23}$$

где *C* – себестоимость выполнения операции ступени в единицу времени.

Суммарное функциональное время себестоимости цикла в системе определяется *n* финансовыми единицами:

$$\tau_{сп} = \sum \tau_c i \ , \ i = 1, 2, 3, .., n \tag{3.24}$$

Функциональное время выполнения технологической операции системой на финансовую единицу равно:

$$\tau_{п1} = n^{-1} \sum \tau_{ci} \ , \quad i = 1, 2, 3, .., n \quad , \tag{3.25}$$

тогда себестоимость всего процесса в функциональном времени составляет:

$$C_c = \frac{n}{\tau_{п1}} \tag{3.26}$$

Коэффициент эффективности себестоимости системы в функциональном времени принимает вид:

$$К_c = \frac{C_c}{\sum C_i}, \ \ i = 1, 2, 3, .., n \tag{3.27}$$

Примеры. Представим исследование технической эффективности трех вариантов лесозаготовительного производства как логистических потоков доставки лесоматериалов из лесосек до потребителя. Логистическим операциям ставится в соответствие техника, выполняющая эти операции, т. е. техника – операции логистического потока.

На рисунке 3.5*а* представлена схема первого варианта движения лесозаготовительных операций потока древесины (техники) из лесосеки до потребителя.

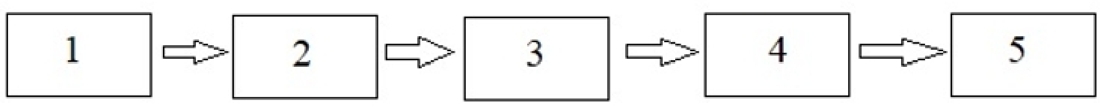

Рисунок 3.5*а* – Схема движения лесозаготовительных операций потока древесины из лесосеки до потребителя:
1 – харвестер; *2* – форвардер; *3* – лесовоз; *4* – пилорама; *5* – потребитель

Технологические характеристики техники операций представлены в таблице 1.

Производительность харвестера находится по формуле:

$$П_{xa} = \frac{V_x f_1 f_2}{(t_1+t_2+t_3+t_4+t_5+t_6+t_7)} \quad , \tag{3.28}$$

где V_x – объем хлыста;

t_1 – время наведения ЗСУ на дерево;

t_2 – время захвата дерева;

t_3 – время срезания;

t_4 – время подтаскивания дерева к машине;

t_5 – время раскряжевки;

t_6 – время смены рабочей стоянки;

t_7 – время протаскивания через ножевую головку;

f_1 – коэффициент использования рабочего времени;

f_2 – коэффициент использования грузоподъемности.

Функциональное время производства 1 м^3 сортимента харвестером можно оценить формулой:

$$t^* = (V_x f_1 f_2)^{-1}(t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6 + t_7). \tag{3.29}$$

Производительность форвардера рассчитывается по формуле:

$$П_ф = \frac{M}{(t_1+t_2+t_3+t_4)} \quad , \tag{3.30}$$

где M – рейсовая нагрузка;

t_1 – время формирования воза;

t_2 – время грузового хода;

t_3 – время холостого хода;

t_4 – время разгрузки.

Рейсовую нагрузку можно записать в виде:

$$M = V_x n \quad , \tag{3.31}$$

тогда

$$П = \frac{V_x}{t_x} \quad , \tag{3.32}$$

где время цикла транспортировки одного хлыста

$$t_x = \frac{(t_1+t_2+t_3+t_4)}{n} \tag{3.33}$$

Функциональное время, затрачиваемое на транспортировку 1 м^3 древесины, равно:

$$t^* = \frac{t_x}{V_x} \qquad (3.34)$$

Для вывозки заготовленной древесины на рынке лесного машиностроения выпускаются специальные лесовозные автомобили заводских марок МАЗ, КамАЗ, Урал, ЗИЛ и др. К лесовозным автомобилям выпускаются полуприцепы, прицепы и др. Лесовозный автомобиль с прицепом или полуприцепом называется автопоездом.

Производительность лесовозных автомобилей можно определить по формуле:

$$П_л = \frac{V}{t} = \frac{V_x n}{t} \qquad (3.35)$$

или

$$П_л = \frac{S_x nL}{t} = S_{xn}U \ , \qquad (3.36)$$

где объем вывозимой древесины равен:

$$V = bhlnk \ , \qquad (3.37)$$

где b – расстояние между стойками коника;

h – полезная высота стоек коника;

l – длина сортимента (хлыста);

n – число сортиментов (хлыстов);

k – коэффициент плотности упаковки;

время грузового и холостого хода равно:

$$t = \frac{2s}{v} \ , \qquad (3.38)$$

где s – расстояние вывозки; v – скорость лесовозного автомобиля.

Функциональное время, приходящееся на вывозку 1 м^3 древесины, равно:

$$t_1 = \frac{2s}{Vv} \qquad (3.39)$$

Производительность пилорамы:

$$п_р = \frac{dnV}{l} \ , \qquad (3.40)$$

где d – посылка на один оборот; n – число оборотов; l – длина бревна; V – объем бревна.

Таблица 1 – Технологическая характеристика техники

Показатель	Харвестер	Форвардер	Лесовоз	Пилорама
Производительность, $М^3$ / час // $м^3$ /км	9 // 1,8	9 // 1,8	9 // 0,3	8 // 80

Результаты аналитического расчета по предлагаемой математической модели представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Техническая эффективность лесозаготовительной системы операций: харвестер, форвардер, лесовоз, пилорама

Производительность в функциональном времени, $П_t$, $м^3$/час	Производительность в функциональном пространстве, $П_x$, $м^3$/км	Коэффициент технологической эффективности в функциональном времени потока	Коэффициент технологической эффективности в функциональном пространстве потока
9	1	0,26	0,01

На рисунке 3.5*b* представлена схема второго варианта движения лесозаготовительных операций потока древесины из лесосеки до потребителя.

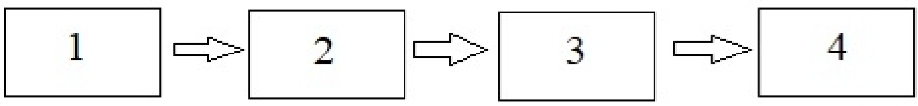

Рисунок 3.5*b* – Схема второго варианта движения лесозаготовительных операций потока древесины из лесосеки до потребителя:
1 – харвестер; *2* – форвардер; *3* – лесовоз с прицепом; *4* – потребитель, ЦБК

На рисунке 3.5*c* представлена схема третьего варианта движения лесозаготовительных операций потока древесины из лесосеки до потребителя.

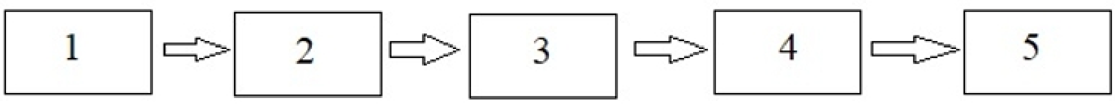

Рисунок 3.5*c* – Схема третьего варианта движения лесозаготовительных операций потока древесины из лесосеки до потребителя;
1 – харвестер; *2* – форвардер; *3* – лесовоз; *4* – жд; *5* – потребитель, ЦБК

Таблица 3 – Техническая эффективность лесозаготовительной системы операций: харвестер, форвардер, лесовоз, ЦБК

Производительность в функциональном времени, $П_t$, м³/час	Производительность в функциональном пространстве, $П_x$, м³/км	Коэффициент технологической эффективности в функциональном времени потока	Коэффициент технологической эффективности в функциональном пространстве потока
6	0,44	0,33	0,2

Таблица 4 – Техническая эффективность лесозаготовительной системы операций: харвестер, форвардер, лесовоз, ждт, ЦБК.

Производительность в функциональном времени, $П_t$, м³/час	Производительность в функциональном пространстве, $П_x$, м³/км	Коэффициент технологической эффективности в функциональном времени потока	Коэффициент технологической эффективности в функциональном пространстве потока
5,3	2,7	0,24	0,07

3.2. Разделительный многооперационный процесс

На рисунке 3.6 представлена принципиальная схема разделительного многооперационного процесса, характеризуемая параметрами разделения α и β при условии (α + β = 1).

Производительность. После *n*-ой операции происходит разделение потоков:

$$П_п = П_{п\alpha} + П_{п\beta}, \quad П_{п\alpha} = П_{п\alpha}, \quad П_{п\beta} = П_{п\beta}, \tag{3.41}$$

производительность после *n*-ой операции равна:

$$П_п = \frac{n}{(\xi_n \sum П_i{}^{-1})}, \quad i = 1, 2, 3, .., , n \tag{3.42}$$

производительность для операций в группе

$$j = 1, 2, .., m \tag{3.43}$$

равна:

$$\Pi_m = \frac{(m+1)}{\xi_{nm}\left[\frac{1}{\Pi_{\text{п}\alpha}} + \sum \Pi_j{}^{-1}\right]}, \quad j = 1, 2, \dots, m \tag{3.44}$$

и соответственно для операции в группе

$$l = 1, 2, \dots, k \tag{3.45}$$

производительность равна:

$$\Pi_k = \frac{k+1}{\xi_{nk}\left[\frac{1}{\Pi_{\text{п}\beta}} + \sum \Pi_l{}^{-1}\right]}, \quad l = 1, 2, \dots, k \tag{3.46}$$

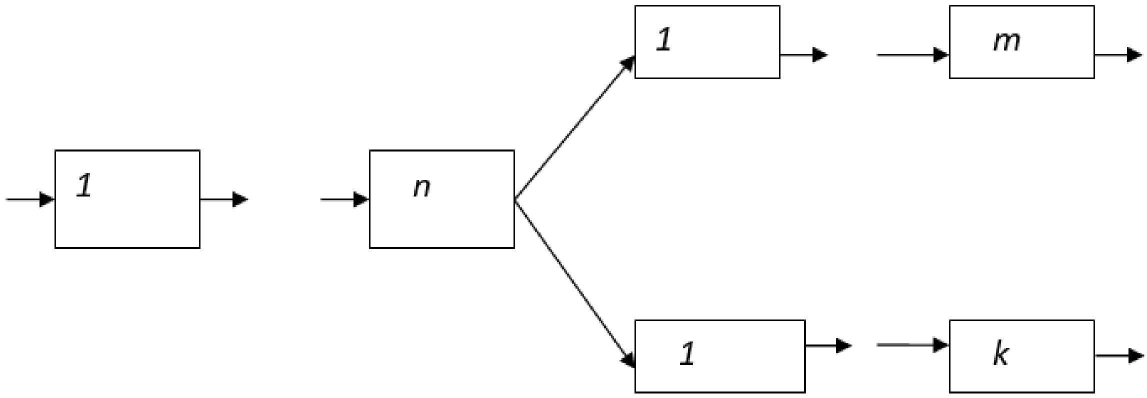

Рисунок 3.6 – Принципиальная схема разделительного многоступенчатого процесса

Здесь коэффициент эффективной производительности равен:

$$\text{К}_{\text{пк}} = \frac{(\Pi_m + \Pi_k)}{\sum \Pi_i + \sum \Pi_j + \sum \Pi_l}$$
$$i = 1, 2, .., n; \ \ j = 1, 2, ..., m; \ \ l = 1, 2, .., k \tag{3.47}$$

Мощность. Мощность операций до разделения равна:

$$N_n = \frac{n^2}{\xi_{\text{en}} \sum N\_i^{-1}}, \ i = 1, 2, 3, \dots, n \tag{3.48}$$

после разделения соответственно

$$N_m = \frac{(m+1)^2}{\xi_{eam}\left[\frac{1}{N_n\alpha + \sum N_j{}^{-1}}\right]}, \quad j = 1, 2, \dots, m \tag{3.49}$$

и

$$N_k = \frac{(k+1)^2}{\xi_{eak}\left[\frac{1}{N_n\beta + \sum N_l{}^{-1}}\right]}, \quad l = n+1, \dots, k \tag{3.50}$$

Здесь коэффициент энергетической эффективности определим в виде:

$$\text{К}_\text{e} = \frac{(N_m + N_k)}{(\sum N_i + \sum N_j + \sum N_l)}$$

$$i = 1, 2, .., n, \; j = 1, 2, .., m; \; l = n + 1, ..., k \tag{3.51}$$

Технологическая скорость. Для разделенных потоков получаем представление скоростей в функциональном кинематическом времени соответственно:

$$U_m = \frac{(n+m)}{[\xi_{nm}\sum(U_i{}^{-1} + U_j{}^{-1})]}, \; i = 1, 2, .., n, \; j = 1, 2, \dots, m \tag{3.52}$$

и

$$U_k = \frac{(n+k)}{[\xi_{kk}\sum(U_i{}^{-1} + U_l{}^{-1})]}, \; i = 1, 2, .., n, \; l = 1, 2, \dots, k \tag{3.53}$$

Для коэффициентов кинематической эффективности получаем выражение:

$$K_{km} = \frac{(n+m)U_m}{\left[\sum\left(U_i + U_j^{-1}\right)\right]}, \; i = 1, 2, .., n, \; j = 1, 2, \dots, m \tag{3.54}$$

и

$$K_{kk} = \frac{(n+k)U_k}{[\sum(U_i + U_l{}^{-1})]}, \; i = 1, 2, .., n, \; l = 1, 2, \dots, k \tag{3.55}$$

Себестоимость. На основании ранее построенных представлениях себестоимость в функциональном времени для разделенных потоков оценивается следующими выражениями: себестоимость операций до разделения равна:

$$\mathrm{C_n} = \frac{\mathrm{n}^2}{\sum \mathrm{C_i}^{-1}}, \; \mathrm{i} = 1, 2, .., n \tag{3.56}$$

после разделения соответственно получаем:

$$\mathrm{C_m} = \frac{(\mathrm{m}+1)^2}{\left[\frac{1}{\mathrm{C_n}\alpha} + \sum \mathrm{C_j}^{-1}\right]}, \quad \mathrm{j} = 1, 2, \dots, m \tag{3.57}$$

и

$$C_k = \frac{(k+1)^2}{\left[\frac{1}{C_n\beta} + \sum C_l\right]}, \quad l = 1, 2, \ldots, k \qquad (3.58)$$

Здесь коэффициент эффективности себестоимости равен:

$$К_e = \frac{C_m + C_k}{\sum C_i + \sum C_j + \sum C_l}$$

$$i = 1, 2, \ldots, n, \; j = 1, 2, \ldots, m; \; l = 1, 2, \ldots, k \qquad (3.59)$$

3.3. Соединительный многооперационный процесс

На рисунке 3.7 представлена принципиальная схема соединительного многоступенчатого процесса.

Производительность. Производительности потоков до их соединения соответственно равны:

$$П_{сп} = \frac{n}{\xi_п \sum П_i{}^{-1}}, \; i = 1, 2, 3, \ldots, n \qquad (3.60)$$

и

$$П_{cm} = \frac{m}{\xi_m \sum П_j{}^{-1}}, \; j = 1, 2, 3, \ldots, m \qquad (3.61)$$

В результате соединения потоков производительность рассматриваемой системы равна:

$$П_к = \frac{(k+1)}{\left\{\xi_k\left[\, ½ \left(\frac{1}{П_{сп}} + \frac{1}{П_{cm}}\right) + \sum П_l{}^{-1}\right]\right\}}, \; l = 1, 2, \ldots, k \qquad (3.62)$$

и коэффициент эффективности производительности

$$К_п = \frac{П_к}{(\sum П_i + \sum П_j + \sum П_l)}, \; i = 1, 2, 3, \ldots, n; \; j = 1, 2, 3, \ldots, m; \; l = 1, 2, \ldots, k \qquad (3.63)$$

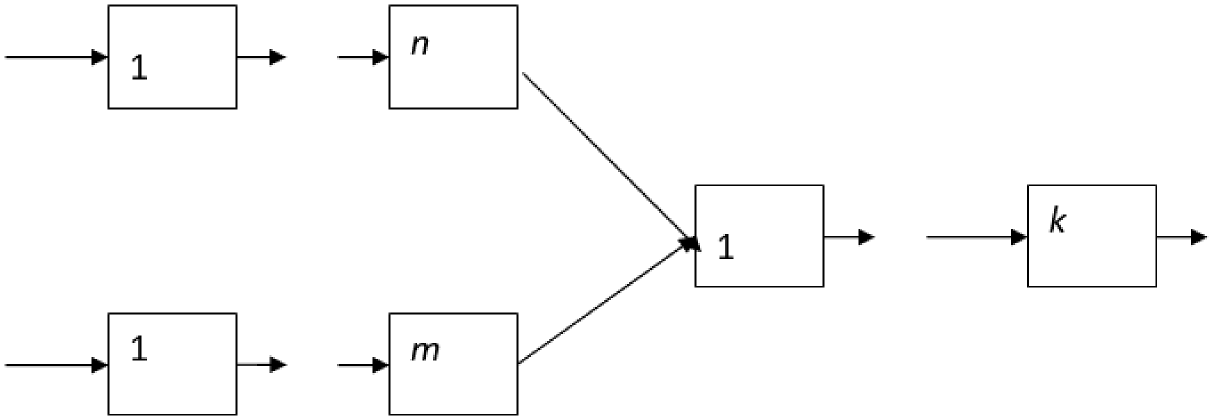

Рисунок 3.7 – Принципиальная схема соединительного многоступенчатого процесса

Мощность. Мощность оборудования ступеней в функциональном времени до соединения соответственно равна:

$$N_{п} = \frac{n^2}{\xi_{en}\sum N_i{}^{-1}}, \; i = 1,2,3,..,n \qquad (3.64)$$

и

$$N_m = \frac{m^2}{\xi_{em}\sum N_j{}^{-1}}, \; j = 1,2,3,..,m \qquad (3.65)$$

В результате соединения потоков и последующего протекания процессов мощность рассматриваемой соединительной многоступенчатой системы равна:

$$N_{к} = \frac{(k+1)^2}{\{\xi_{ek}[½\left(\frac{1}{N_{п}}+\frac{1}{N_m}\right)+\sum N_l{}^{-1}]\}} \quad l = 1,2,..,k \qquad (3.66)$$

и коэффициент энергетической эффективности

$$К_{е} = \frac{N_{к}}{(\sum N_i+\sum N_j+\sum N_l)}$$
$$i = 1,2,3,..,n; \; j = 1,2,3,..,m; \; l = 1,2,..,k \qquad (3.67)$$

Технологическая скорость. Технологическая скорость потоков в функциональном кинематическом времени до их соединения соответственно равна:

$$U_{п} = \frac{n}{\xi_{пк}\sum U_i{}^{-1}}, \; i = 1,2,3,..,n \qquad (3.68)$$

и

$$U_m = \frac{m}{\xi_{m\text{к}} \sum U_j^{-1}}, \ j = 1,2,3,..,m \quad (3.69)$$

В результате соединения потоков технологическая скорость системы в функциональном кинематическом времени равна:

$$U_\text{к} = \frac{(k+1)}{\left\{ \xi_{k\text{к}} \left[½ \ \left(\frac{1}{U_\text{п}} + \frac{1}{U_m}\right) + \sum U_l^{-1} \right] \right\}}, \quad l = 1,2,..,k \quad (3.70)$$

и коэффициент эффективности технологической скорости

$$\text{К}_k = \frac{(n+m+k) U_\text{к}}{(\sum U_i + \sum U_j + \sum U_l)}$$

$$i = 1,2,3,..,n; \quad j = 1,2,3,..,m; \quad l = 1,2,..,k \quad (3.71)$$

Себестоимость. Себестоимость потоков в функциональном времени до соединения соответственно равна:

$$\text{С}_\text{п} = \frac{\text{n}^2}{\xi_{\text{сп}} \sum \text{С}_\text{i}^{-1}}, \ \text{i} = 1,2,3,..,n \quad (3.72)$$

и

$$\text{С}_m = \frac{\text{m}^2}{\xi_{\text{cm}} \sum \text{С}_\text{j}^{-1}}, \ \text{j} = 1,2,3,..,m \quad (3.73)$$

В результате соединения потоков и последующего протекания процессов себестоимость рассматриваемой соединительной многоступенчатой системы в функциональном времени равна

$$\text{С}_\text{к} = \frac{(\text{k}+1)^2}{\left\{ \xi_{\text{ck}} \left[½ \left(\frac{1}{\text{С}_\text{п}} + \frac{1}{\text{С}_\text{m}}\right) + \sum \text{С}_\text{l}^{-1} \right] \right\}}, \quad \text{l} = 1,2,..,k \quad (3.74)$$

и коэффициент эффективности себестоимости

$$\text{К}_\text{с} = \frac{\text{С}_\text{к}}{(\sum \text{С}_\text{i} + \sum \text{С}_\text{j} + \sum \text{С}_\text{l})}), \ \text{i} = 1,2,3,..,n; \ \text{j} = 1,2,3,..,m; \ \text{l} = 1,2,..,k \quad (3.75)$$

3.4. Сложный многоступенчатый процесс

На рисунке 3.8 представлена принципиальная схема сложного многоступенчатого процесса. На основании выполненных построений запишем формулы для расчета рассматриваемых параметров состояния системы.

На основании выполненных построений запишем соответствующие представления формул.

Производительность

$$П_п = \frac{п}{\xi_п \sum П_i{}^{-1}}, i = 1, 2, .., n$$

$$П_{п\alpha} = П_п\alpha\ ,\ П_{п\beta} = П_п\beta$$

$$П_m = \frac{(m+1)}{[\xi_m(\sum П_j{}^{-1} + П_{na}{}^{-1})]},\ j = 1, 2, \dots, m$$

$$П_k = \frac{(k+1)}{[\xi_k(\sum П_l{}^{-1} + П_{n\beta}{}^{-1})]},\ l = 1, 2, \dots, k$$

$$П_{mk} = \frac{2}{\xi_{mk}(П_m{}^{-1} + П_k{}^{-1})}$$

$$П_р = \frac{(р+1)}{\xi_p(\sum П_s{}^{-1} + П_{mk}{}^{-1})}, s = 1, 2, \dots, p$$

$$K_п = \frac{П_р}{\sum П_i + \sum П_j + \sum П_l + \sum П_s}$$

$$i = 1, 2, .., n,\quad j = 1, 2, \dots, m,\quad l = 1, 2, \dots, k,\quad s = 1, 2, \dots, p$$

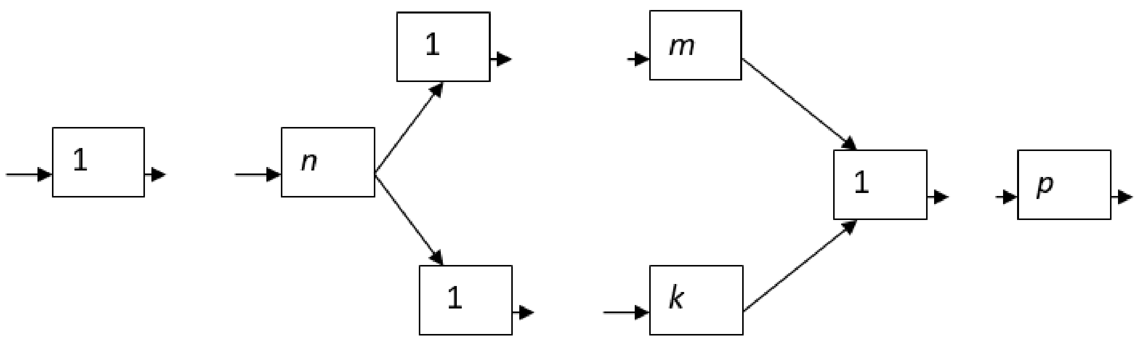

Рисунок 3.8 – Принципиальная схема сложного многоступенчатого процесса

Мощность

$$. \ N_{п1} = \frac{п}{\xi_{п}\sum N_i{}^{-1}}, \ i \ = \ 1,2,..,n$$

$$N_{п\alpha} \ = \ N_{п1}\alpha \ , \ N_{п\beta} = \ N_{п1}\beta$$

$$N_m = \frac{(m+1)^2}{[\xi_{me}(\ \sum N_j{}^{-1} + N_{na}{}^{-1})]}, \ j \ = \ 1,2,\dots,m$$

$$N_k = \frac{(k+1)^2}{[\ \xi_{ke}(\sum N_l{}^{-1} + N_{n\beta}{}^{-1})]}, \ l \ = \ 1,2,\dots,k$$

$$N_{mk} = \frac{2^2}{\xi_{mke}(N_m{}^{-1} + N_k{}^{-1})}$$

$$N_{р} = \frac{(р+1)^2}{\xi_{pe}(\sum N_s{}^{-1} + N_{mk}{}^{-1})}, s \ = \ 1,2,\dots,p$$

$$K_e = \frac{N_{р}}{(\sum N_i + \sum N_j + \sum N_l + \ \sum N_s)}$$

$$i \ = \ 1,2,..,n \ , \quad j \ = \ 1,2,\dots,m \ , \quad l \ = \ 1,2,\dots,k \ , \quad s \ = \ 1,2,\dots,p$$

Технологическая скорость

$$U_m = \frac{(п+m)}{[\xi_{mп} \sum(U_i{}^{-1} + U_j{}^{-1})]}$$

$$i \ = \ 1,2,..,n \ ,, j \ = \ 1,2,..,m$$

$$U_k = \frac{(n+k)}{[\ \xi_{nk}\sum(U_i{}^{-1} + U_j{}^{-1})]}, \ i \ = \ 1,2,\dots,n, \ l \ = \ 1,2..,k$$

$$U_{mk} \ = \frac{2}{\xi_{mk}(U_m{}^{-1} + U_k{}^{-1})}$$

$$U_{р} = \frac{(р+1)}{\xi_p(\sum U_s{}^{-1} + U_{mk}{}^{-1})}, s \ = \ 1,2,\dots,p$$

$$K_k = \frac{(n+m+k+p)U_{р}}{(\sum U_i + \sum U_j + \sum U_l + \sum U_s)}$$

$$i \ = \ 1,2,..,n \ , \quad j \ = \ 1,2,\dots,m \ , \quad l \ = \ 1,2,\dots,k \ , \quad s \ = \ 1,2,\dots,p$$

Себестоимость

$$C_{п1} = \frac{п}{\xi_{nc}\sum C_i^{-1}}\ ,\ i = 1,2,..,n$$

$$C_{п\alpha} = C_{п1}\alpha\ ,\ C_{п\beta} = C_{п1}\beta$$

$$C_{m1} = \frac{(m+1)}{[\xi_{mc}(\sum C_j^{-1} + C_{n\alpha}^{-1})]}\ ,\ j = 1,2,\dots,m$$

$$C_{k1} = \frac{(k+1)}{[\xi_{kc}(\sum C_l^{-1} + C_{n\beta}^{-1})]}\ ,\ l = 1,2,\dots,k$$

$$C_{mk} = \frac{2^2}{\xi_{mkc}(C_{m1}^{-1} + C_{k1}^{-1})}$$

$$C_p = \frac{(p+1)^2}{\xi_{pc}(\sum C_s^{-1} + C_{mk}^{-1})}, s = 1,2,\dots,p$$

$$К_c = \frac{C_p}{(\sum C_i + \sum C_j + \sum C_l + \sum C_s)}$$

$$i = 1,2,..,n\ ,\ j = 1,2,\dots,m\ ,\ l = 1,2,\dots,k\ ,\ s = 1,2,\dots,p$$

Исследование многооперационных процессов в функциональном времени и пространстве их связности является необходимым условием получения наиболее информативной количественной оценки технико-энергетической эффективности производственной системы.

Сформулированные коэффициенты эффективности для систем по смыслу аналогичны коэффициенту полезного действия в технике.

Множество сопряженных потоков в системе: производственных, энергетических, кинематических, финансовых и др., приводит к необходимости формулировать многомерное функциональное пространство из коэффициентов эффективности целевых функций, построенных в соответствующих функциональных временах (сколько сопряженных процессов в системе, столько функциональных времен). Анализ динамики движения модуля вектора эффективности в функциональном пространстве многоступенчатых процессов позволяет решать оптимальные задачи их протекания в целом.

Одной из основных концепций современного научного исследования сложных производственных комплексов в рыночных условиях развития отрасли является их представление достаточно адекватными математическими моделями: динамическими, системно-самоорганизующимися и стохастическими пространственно-временными структурами на основании теории операций, системного анализа, статистики и др.

Производственная деятельность крупных комплексов, включая лесопромышленный, может быть представлена многооперационными (дискретными) производственными процессами, в которых выполняются необходимые операции. Сами процессы могут быть детерминированными, стохастическими и статистически детерминированными.

Каждому комплексу машин сформулирована целевая функция, и задача оптимизации (максимизации или минимизации) в рыночных условиях развития сводится к согласованному быстрейшему производству качественной продукции (минимум времени производства) и кратчайшему перемещению при энергосберегающих режимах в технологиях.

Системно-динамический принцип предполагает представление многооперационного процесса как композицию взаимосвязанных в функциональном времени и пространстве взаимозависимых производственных операций, образующих единую пространственно-временную технологическую структуру, оптимально выполняющую свою целевую функцию.

Системно-динамический принцип организации работы сложного комплекса в функциональном времени и пространстве позволяет решить задачу оптимизации производственных комплексов в целом.

Построенный системно-динамический принцип связности комплексов машин, механизмов и оборудования в технологиях лесозаготовительного производства в функциональной системе «техника – лес» позволяет сделать его обобщение на другие сложные производственные процессы, в которых происходит выполнение многошаговых технологических операций: поточное штучное производство, изготовление водопроводных и газопроводных стальных труб, разгрузки-погрузки судов в морском порту, трубопроводный газо-жидкостной транспорт и др.

4. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

4.1. Задачи оптимизации

Постоянное стремление людей к непрерывному совершенствованию связано с реализацией принципа *оптимальности: получение наилучших результатов из возможных в данных пространственно-временных условиях*.

В практической деятельности лесопромышленного комплекса все время необходимо решать задачи оптимизации широкого вида: распределение ресурсов, планирование производства, управление запасами, транспортных маршрутов, процессов, машин, оборудования, раскряжевки и многое другое.

При математическом моделировании систем (технических, экономических, информационных, логистических и др.) их оптимизация связывается с задачей экстремума (минимума-максимума) целевой функции нескольких переменных при наличии ограничений.

С одной стороны, оптимизация – это искусство при высоком профессионализме и глубоком знании, с другой стороны – опыт решения задач оптимизации сформулировал основные этапы этого процесса:

- *определение цели (эффективной функции), параметризация состояния системы (независимые переменные, ограничения, внешние воздействия);*
- *анализ и упрощение, которые предполагают представление системы в виде составляющих ее элементов и пренебрежение второстепенными переменными и сопутствующими процессами;*
- *математическая запись целевой функции задачи и ее решение (теоретическое или эмпирическое);*
- *проверка (установление адекватности модели реальной системе);*
- *оптимизация целевой функции средствами математического анализа.*

При оптимизации систем необходимо добавить:

- *определение группы симметрии целевой функции, раскрывающей гармоническую целостность системы.*

Математическая структура задач оптимизации имеет общий вид: экстремум целевых функций

$$Z = f_k(x), \tag{4.1}$$

характеризующих эффективность системы, их K-мерность (k =1, 2, …, K); n-мерность переменных;

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \tag{4.2}$$

M-мерных ограничений в вид функциональных равенств – неравенств

$$g_m(x) \leq b_m\,,\ m = 1, 2, \dots, M \tag{4.3}$$

или

$$g_m(x) \geq b_m, \; m = 1, 2, \ldots, M \qquad (4.4)$$

и ограничения переменных $x_* < x < x_{**}$.

В лесном комплексе широкое применение находит оптимизация однокритериальных детерминированных задач. В зависимости от вида функции и ограничений применяют соответствующие математические методы: классический метод дифференциального исчисления.

Классический метод дифференциального исчисления, метод множителей Лагранжа, линейное программирование, квадратичное программирование, нелинейное программирование, дискретное программирование, дискретное программирование, динамическое программирование и др.

4.2. Классический метод дифференциального исчисления

Задачи максимума-минимума целевой функции f(x) могут быть решены методами классического дифференциального исчисления путем совместного решения *n* уравнений, определяющих локальные экстремальные точки:

$$\frac{\partial f}{\partial x_j} = 0, \; j = 1, 2, \ldots., n, \qquad (4.5)$$

полученные значения x_j исследуются на максимум или минимум анализом старших производных целевой функции.

При наличии ограничений, налагаемых на целевую функцию

$$g_k(x) = b_k, \; k = 1, 2, \ldots, K, \qquad (4.6)$$

на практике используют метод множителей Лагранжа.

4.3. Метод множителей Лагранжа

Метод состоит в построении суперпозиционной функции: целевая функция складывается с ограничениями, которые умножаются на неопределенные множители $\lambda(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_K)$:

$$L = f + \lambda[\, g(x) - b], \qquad (4.7)$$

после чего составляется система из *(n + K)* уравнений:

$$\frac{\partial L}{\partial x_j} = 0\,,\ \ j\ = 1,2,\ldots.,n \tag{4.8}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_k} = 0\,,\ k\ = 1,2,\ldots.,K \tag{4.9}$$

или

$$\frac{\partial L}{\partial x_j} = 0\,,\ \ j\ = 1,2,\ldots.,n \tag{4.10}$$

$$g_k(x) - b_k = 0\ \ ,\ k\ = 1,2,\ldots.,K\,, \tag{4.11}$$

решение которой определяет экстремальные точки целевой функции.

4.4. Линейное программирование

Если целевая функция и ограничения, накладываемые на переменные, линейные, то экстремум достигается на границах области, и методы дифференциального исчисления для их нахождения становятся не пригодными. Поэтому был разработан специальный метод линейного программирования. Общая задача линейного программирования формулируется следующим образом: найти значения переменных (x_1, x_2, …, x), которые определяют экстремум линейной целевой функции:

$$Z = c_1\,x_1 + \ c_2\,x_2 + \ \ldots + \ c_n x_n \to \ ext \tag{4.12}$$

или

$$Z = \textstyle\sum_{i=1}^{n} c_i\,x_i\ \to\ ext \tag{4.13}$$

при ограничениях

$$a_{11}x_1 + \ a_{12}x_2 + \ \ldots + \ a_{1n}\,x_n\ \le\ b_1\,;$$

$$a_{21}x_1 + \ a_{22}x_2 + \ \ldots + \ a_{2n}x_n\ \le\ b_2\,;$$

$$a_{m1}x_1 + \ a_{m2}\,x_2 + \ \ldots + \ a_{mn}x_n\ \le\ b_m \tag{4.14}$$

или

$$\sum_{ш=1}^{m} a_{1i}\,x_i \le\ b_1;$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_{2i}x_i \leq b_2;$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_{mi}x_i \leq b_m \,, \tag{4.15}$$

знак неравенства меняется на противоположный путем умножения обеих частей неравенства на –1.

Универсальным методом решения задач линейного программирования является симплекс-метод, который сводится к итеративной процедуре, при двух неизвестных можно построить графическое решение; в настоящее время имеется множество программного обеспечения решения этой задачи.

4.4.1. Графическое решение задачи линейного программирования с двумя неизвестными

Отображение алгебраического линейного программирования в геометрическое в виде графиков позволяет достаточно наглядно представлять истинное содержание задачи; простое наглядное представление имеет место для задачи с двумя переменными (x_1, x_2): определить экстремум целевой функции

$$c_1x_1 + c_2x_2 \rightarrow ext \tag{14.16}$$

при ограничениях в виде неравенства – равенства

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1;$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2 \,, \tag{14.17}$$

при равенстве геометрическим образом являются прямые (рис. 4.1).

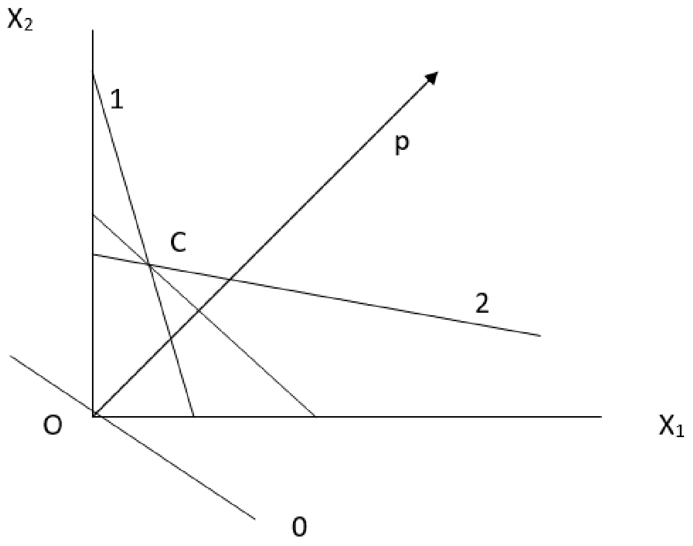

Рисунок 4.1 – Графическое решение задачи с двумя переменными

На рисунке 4.1 прямая 1 построена по координатам точек *(b_1/a_{11}, b_1/a_{12})*, прямая 2 по координатам *(b_2/a_{21}, b_2/a_{22})*; прямой 0 соответствует представление целевой функции, проходящей через начало координат; линия целевого уровня перемещается параллельно самой себе вдоль перпендикуляра к q до точки C пересечения прямых 1 и 2, ее координаты определяют значение экстремального линейного функционала, соответствующего данным ограничениям (C_e).

4.4.2. Транспортная задача

В системе лесной отрасли транспорт продуктов производства играет важную роль, расходы на него занимают значительную часть в структуре общих затрат, поэтому рациональная организация перевозок востребована практикой. Постановка статической транспортной задачи хорошо известна, как задача о плане минимальной стоимости перевозок однородного продукта из пунктов производства в пункты потребления транспортом со статичными данными стоимости перевозки единицы продукции производства в линейной постановке.

Предметом труда в лесозаготовительном производстве является материал древесины, измеряемый в кубических метрах, поэтому классическая лесотранспортная задача принимает вид: на предприятиях A_1, A_2, …, A_m произведены соответствующие объемы древесины a_1, a_2, …, a_m, эти объемы должны быть доставлены потребителям B_1, B_2, …, B_n с соответствующим спросом в количествах b_1, b_2, …, b_n. Если суммарный объем производства равен суммарному спросу:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j \,, \tag{4.18}$$

то модель называется сбалансированной, стоимость перевозки единицы продукции из A_i в B_j составляет c_{ij}; несбалансированные задачи приводятся к сбалансируемым введением виртуальных операций.

Сбалансированная статическая лесотранспортная задача формулируется следующим образом: минимизировать стоимость перевозок

$$z_c = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \,, \tag{4.19}$$

где x_{ij} – количество единиц продукции, перевозимой из A_i в B_j при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \,, \quad j = 1, 2, \dots, n \tag{4.20}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \,, i = 1, 2, \dots, m \tag{4.21}$$

4.5. Квадратичное программирование

В задачах квадратичного программирования целевая функция представляет собой сумму квадратичной и линейной функций:

$$Z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_i \, x_j + \sum_{i=1}^{n} c_i x_i + c_0 \rightarrow ext\,, \qquad (4.22)$$

при линейных ограничениях

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \le b_1;$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \le b_2;$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \le b_m\,, \qquad (4.23)$$

или

$$\sum_{i=1}^{n} a_{1i}\, x_i \le b_1;$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_{2i} x_i \le b_2;$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_{mi}\, x_i \le b_m\,, \qquad (4.24)$$

линейные ограничения, записанные в виде равенства, представляют собой систему линейных уравнений; в этом случае основой решения является метод неопределенных множителей Лагранжа.

Если в представлении целевой функции произвести суммирование по повторяющимся индексам, то получаем квадратичный многочлен:

$$c_1^2 x_1^2 + c_2^2 x_2^2 + \dots + c_п^2 x_п^2 \rightarrow ext\,, \qquad (4.25)$$

для которого ограничения запишем в виде системы линейных уравнений:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \le b_1;$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \le b_2;$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \le b_m. \qquad (4.26)$$

В этом случае метод неопределенных множителей Лагранжа приводит к замкнутой системе линейных уравнений.

4.6. Нелинейное программирование

При нелинейной оптимизации целевая функция и ограничения представлены нелинейными зависимостями, и задача оптимизации в общем случае сводится к нахождению экстремума целевой функции:

$$Z = f(x), \tag{4.27}$$

характеризующей эффективность системы, при *n*-мерности переменных

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \tag{4.28}$$

и М-мерных ограничений в вид функциональных равенств – неравенств

$$g_m(x) \leq b_m, \; m = 1, 2, \dots, M \tag{4.29}$$

или

$$g_m(x) \geq b_m, \; m = 1, 2, \dots, M \tag{4.30}$$

и ограничения переменных $x^* < x < x^{**}$.

Задачами оптимизации, решаемыми методом нелинейного программирования, в лесном комплексе являются:

- производственные программы;
- управление;
- проектирование машин и оборудования;
- распределение материалов;
- раскрой;
- раскряжевка хлыстов;
- техническое обслуживание;
- стоимость;
- прибыль и др.

Здесь следует представлять различие глобального экстремума от локального, выпуклости функции от вогнутости и решение задач сводится к моделям и методам выпуклого программирования

4.7. Целочисленное программирование

В задачах целочисленного программирования все или некоторые переменные являются целыми числами, и решение строится на *n*-мерной целочисленной решетке. Наиболее изученными являются задачи линейного программирования на множестве целых чисел, т. е. целочисленное линейное программирование.

В лесном комплексе к таким задачам относятся:

- раскряжевка хлыстов;
- раскрой;
- планирование предприятий;
- распределение работы машин;
- размещение оборудования;
- проектирование машин и оборудования и др.

Задачу раскряжевки хлыста на сортименты можно рассматривать как задачу целочисленного линейного программирования: минимизировать целевую функцию

$$Z = C - \sum_{i=1}^{n} c_i\, l_i\, x_i \ \rightarrow \min, \qquad i = 1, 2, \ldots, n \tag{4.31}$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{n} l_i x_i \ \leq \ L\,;$$

$$\sum_{i=1}^{n} t_i l_i x_i \ \leq \ T \tag{4.32}$$

C – общая стоимость хлыста;
c – стоимость сортимента;
l – длина сортимента;
t – время изготовления сортимента;
L – длина хлыста;
T – фонд времени;
x – число сортиментов, целые числа.

К задаче целочисленного линейного программирования можно отнести задачу оптимального освоения лесной территории парком машин: минимизировать целевую функцию

$$\sum_{i=1}^{n} c_i\, П_i\, x_i \rightarrow \min, \quad i = 1, 2, \ldots, n \tag{4.33}$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{n} П_i x_i \ \leq \ P;$$

$$\sum_{i=1}^{n} t_i\, x_i \ \leq \ T \tag{4.34}$$

с – стоимость единицы времени работы машины;
П – производительность;
t – время работы;
Р – допустимая скорость освоения;
Т – фонд времени;
х – число машин, целые числа.

4.8. Динамическое программирование

Метод динамического программирования применяется для решения задач оптимизации дискретных процессов, имеющих многошаговый (многоэтапный) характер; дискретность непрерывных процессов производится искусственно или представляется системой разностных уравнений.

Многошаговыми задачами в лесном комплексе являются задачи:

- распределение ресурсов (денежных, сырьевых, материальных);
- проектирование дорог;
- ремонт оборудования;
- замена оборудования и др.

Сущность подхода динамического программирования заключается в следующем: оптимизация всего процесса рассматривается как суперпозиция пошаговых оптимизаций при соблюдении принципа оптимальности Беллмана: «оптимальное поведение обладает тем свойством, что, каковы бы ни были первоначальное состояние и решение (управление) в начальный момент, последующие решения должны составлять оптимальное поведение относительно состояния, получающегося в результате первого решения».

Эффективность процесса в целом характеризуется целевой функцией:

$$z = f(x, u), \tag{4.35}$$

х – переменная состояния,
u – управляющая переменная.

Целевая функция рассматривается как сумма по всем шагам отдельных функций, зависящих от состояния на входе своего шага и используемого на этой ступени управления.

На рисунке 4.2 представлена схема многошагового процесса: х – переменная состояния, на каждом шаге имеет место преобразование *T (x, u)* и доход *P (x, u)*.

Обычно процесс динамического программирования начинается от конца к началу, т. к. для последнего шага решение оптимально (поэтому удобна нумерация с конца: *N, N – 1, …, n – 1, n,.. 1*); принимаем *n*-ый шаг за начальный и определяем целевую функцию для последних (*n – 1*)-ых шагов при использовании на этих шагах оптимальной стратегии, если переменная состояния на входе в

(n – 1)-ый шаг принимает значение x; и принципу оптимальности Беллмана соответствует уравнение:

$$f_n(x) = max\{f_{n-1}[T(x, u_n) + P_n(x, u_n)]\}, \qquad (4.36)$$

которое не может быть использовано на n-ом шаге задачи оптимизации, т. к. значения переменных состояния на всех промежуточных шагах до полного решения задачи неизвестны.

Трудность преодолевается методом погружения, который состоит из двух этапов. На первом этапе для каждого шага составляется таблица, связывающая значения оптимальных управлений с соответствующими значениями целевой функции при каждом возможном значении переменной состояния. На втором этапе с помощью этих таблиц строятся новые таблицы, на основании которых определяется оптимальная стратегия процесса в целом. При построении этих таблиц последовательно переходят от шага к шагу, начиная с последнего.

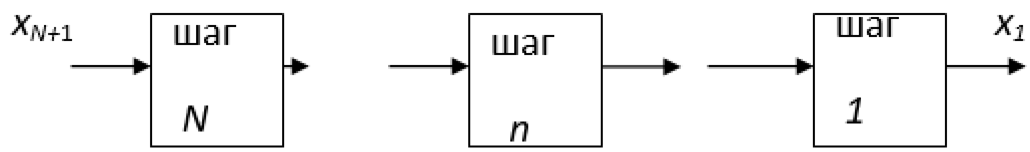

Рисунок 4.2 – Схема многошагового процесса

Отметим, что для дискретных процессов оптимизация на управление носит только локальный характер.

4.9. Многокритериальная оптимизация

В системе лесной отрасли транспорт продуктов производства играет важную роль, расходы на него занимают значительную часть в структуре общих затрат, поэтому рациональная организация перевозок востребована практикой, в то же время динамика рынка требует быстрого удовлетворения запросов потребителей производителем, поэтому нахождение компромиссных решений при наличии конфликтующих целевых функций актуально.

В классической транспортной задаче можно выделить два характерных типа задач: *статическую* и *динамическую*.

Статическая задача формулируется на основе критерия стоимости, как минимизация затрат на перевозку, и ее решение определяет экономическую эффективность.

Динамическая задача ставится на основе критерия времени, как минимизация времени перевозок, и ее решение показывает технологическую эффективность транспортного средства, стоимость которого в общем случае отличается от стоимости перевозок при статической задаче.

Если решение первой задачи в лесопромышленном комплексе широко используется, то вторая задача аналитически не представлена, хотя ее постановка и тем более решение актуально и востребовано в динамически изменяющихся условиях развития рынка лесной отрасли.

Наличие двух конфликтных критериев оптимизации в транспортной задаче: минимума затрат и максимума быстродействия – приводит ее решение к рассмотрению общего класса задач многокритериальной оптимизации (МКО).

Постановка задачи МКО выглядит следующим образом: в заданной области определения переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$ выполнить оптимизацию системы двух и более конфликтных целевых функций:

$$Z_j = f_j(x_1, x_2, \ldots, x_n), \; j = 1, 2, \ldots, J \tag{4.37}$$

при ограничениях

$$g_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0, \; i = 1, 2, \ldots, I \tag{4.38}$$

Целью исследования является аналитическая постановка динамической транспортной задачи в лесном комплексе методом линейного программирования, анализ оптимизации конкурирующих задач, нахождение их связанности, а также их представление с позиции системного подхода.

Постановка статической транспортной задачи хорошо известна, как задача о плане минимальной стоимости перевозок однородного продукта из пунктов производства в пункты потребления транспортом со статичными данными стоимости перевозки единицы продукции производства в линейной постановке.

Предметом труда в лесозаготовительном производстве является материал древесины, измеряемый в кубических метрах, поэтому классическая лесотранспортная задача принимает вид: на предприятиях $A_1, A_2, \ldots, A_m$ произведены соответствующие объемы древесины $a_1, a_2, \ldots, a_m$, эти объемы должны быть доставлены потребителям $B_1, B_2, \ldots, B_n$ с соответствующим спросом в количествах $b_1, b_2, \ldots, b_n$, если суммарный объем производства равен суммарному спросу:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j, \tag{4.39}$$

то модель называется сбалансированной, стоимость перевозки единицы продукции из A_i в B_j составляет c_{ij}; несбалансированные задачи приводятся к балансируемой введением виртуальных производителей-потребителей.

Сбалансированная статическая лесотранспортная задача формулируется следующим образом: минимизировать стоимость перевозок:

$$z_c = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}, \quad (4.40)$$

где x_{ij} – количество единиц продукции, перевозимой из A_i в B_j при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, \quad j = 1, 2, \dots, n;$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, \; i = 1, 2, \dots, m \quad (4.41)$$

Для постановки лесотранспортной задачи по динамическому критерию (минимизация времени доставки) необходимо ввести в рассмотрение производительность операции перевозки $П_{ij}$ (количество единиц продукции, перевозимой в единицу времени) из A_i в B_j и мультипликативно двойственное ей представление функционального времени

$$q_{ij} = \frac{1}{П_{ij}}, \quad (4.42)$$

характеризующего количество времени, приходящегося на единицу продукции перевозки из A_i в B_j.

Производительность и функциональное время перевозки образуют мультипликативную группу по умножению на множестве действительных чисел? первая величина является функциональной (переменной) и определяет количество объема, перевозимого в единицу времени, а вторая характеризует функциональное (переменное) время, приходящееся на единицу объема доставки.

Динамическая лесотранспортная задача формулируется следующим образом: минимизировать время перевозок

$$t_t = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} q_{ij} x_{tij} \quad (4.43)$$

или

$$t_t = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} t_{ij} \rightarrow min \quad (4.44)$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{m} x_{tij} = b_j, \quad j = 1, 2, \dots, n;$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{tij} = a_i, \; i = 1, 2, \dots, m, \quad (4.45)$$

где $t_{ij} = q_{ij}\, x_{ij}$ – время перевозки продукции из A_i в B_j;

x_{tij} – количество единиц продукции, перевозимой из A_i в B_j.

Сравнивая постановку статической и динамической задач, видно, что переход от первой ко второй связан с заменой стоимости единицы перевозимой продукции на функциональное время ее перевозки

$$c_{ij} \rightarrow q_{ij} \tag{4.46}$$

Связь статической и динамической задач выполнима на основании представления стоимости перевозки единицы продукции из A_i в B_j в виде:

$$c_{ij} = \frac{\mathrm{c}_{tij}}{\Pi_{ij}} = \mathrm{c}_{tij} q_{ij}\ , \tag{4.47}$$

где c_{tij} – стоимость единицы времени перевозки.

Возникает представление статической задачи в виде динамической:

$$\mathrm{z_c} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{tij} q_{ij} x_{ij} \tag{4.48}$$

с временем доставки

$$\mathrm{t_c} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} q_{ij} x_{ij} \tag{4.49}$$

и динамической в виде статической

$$z_t = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{tij} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{tij}\, q_{ij} x_{tij} \tag{4.50}$$

при $\mathrm{c_{tij}} = \mathrm{c_t} = \mathrm{const}$

$$z_c = c_t \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} q_{ij} x_{ij} = c_t t_t \tag{4.51}$$

и время доставки продукции потребителям равно:

$$t_t = \frac{z_c}{c_t}\ . \tag{4.52}$$

В этом случае имеет место идеальное решение двухкритериальной оптимизации конфликтных целевых функций, при котором статический (стоимостной, экономический) и динамический (временной, технический) критерии минимизации перевозок совпадают.

В общем случае полученные формулы позволяют определить среднее значение стоимости единицы времени перевозки в системе производитель – транспорт – потребитель:

$$c_{tc} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}}{\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} q_{ij} x_{ij}} \tag{4.53}$$

и время по стоимости перевозок

$$t_c = \frac{\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{tij} q_{ij} x_{ij}}{\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{tij}} \tag{4.54}$$

Статическое и динамическое решения лесотранспортной задачи позволяют определить область принятия компромиссного решения в линейном приближении:

$$z_k = \frac{t_k(z_c - z_t)}{(t_c - t_t)} + z_c - \frac{t_c(z_c - z_t)}{(t_c - t_t)}, \tag{4.55}$$

в которой решение принимается профессиональным лицом и на его основе ставится обратная транспортная задача: по общей стоимости и времени перевозки составить план перевозок, удовлетворяющий принимаемым ограничениям поставок.

Для устойчивого развития лесопромышленных предприятий в динамических условиях рынка необходимо от дифференциального подхода решения задачи (триада отдельных: производитель, транспорт и потребитель) переходить к интегральному, при котором производство лесопродукции и ее транспортирование потребителю следует рассматривать как единый цикл с последовательно выполняемыми операциями, производительность которого определяется формулой:

$$П_{12} = \frac{1}{q_1 + q_2} \tag{4.56}$$

здесь

$$q_1 = \frac{1}{П_1},\ q_2 = \frac{1}{П_2}, \tag{4.57}$$

где $П_1$, $П_2$ – соответственно производительности процессов производителя и лесотранспорта.

В системе производитель – лесотранспорт – потребитель функциональное время на единицу объема при непрерывном процессе в подсистеме производитель – лесотранспорт равно:

$$q_{12} = ½\,(q_1 + q_2) \qquad (4.58)$$

При системном подходе единства производитель – лесотранспорт – потребитель минимизация времени производства и транспортировки объемов материала древесины рассматривается как оптимизация динамической задачи в следующей постановке – минимизировать суммарное время производства лесопродукции и ее транспортировки к потребителю:

$$\mathrm{T} = \left[\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} q_{ij} x_{tij} + \sum_{j=1}^{n} q_i x_{tij} \right] \to \min, i = 1, 2, \dots, m \qquad (4.59)$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{m} x_{tij} = b_j\,, \quad j = 1, 2, \dots, n\,;$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{tij} = a_i, \ i = 1, 2, \dots, m \qquad (4.60)$$

Первое слагаемое суммы определяет время перевозки, а второе – время производства, производимого объема.

Статическая задача минимизации стоимости производства объемов материала древесины и его перевозки в единой системе производитель – лесотранспорт – потребитель принимает вид:

$$\mathrm{C} = \left[\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \mathrm{c}_{ij} x_{ij} + \sum_{j=1}^{n} \mathrm{c}_i \mathrm{x}_{ij} \right] \to \min, i = 1, 2, \dots, m \qquad (4.61)$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j\,, \quad j = 1, 2, \dots, n\,;$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, \ i = 1, 2, \dots, m \qquad (4.62)$$

Здесь первое слагаемое определяет стоимость перевозки объемов лесопродукции, а второе – стоимость их производства.

Связь статической и динамической задач при системном подходе принимает вид:

$$C = \left[\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} + \sum_{j=1}^{n} c_i x_{ij} \right] =$$

$$= \left[\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{tij} q_{ij} x_{tij} + \sum_{j=1}^{n} c_{ti} q_i x_{tij} \right] \rightarrow min, i = 1, 2, \dots, m \quad (4.63)$$

На основании оптимизации конфликтных целевых функций можно определить область компромиссного принятия решения по аналогии с линейным представлением, в которой профессиональное лицо (ЛПР) принимает решение, на основании которого строится план перевозок.

При оптимизации классической транспортной задачи триада производитель – транспорт – потребитель рассматривается как связанность самостоятельных организаций, в которой необходимо составить план перевозок минимальной стоимости, по отношению к нему план перевозок с минимальным временем становится конфликтным ввиду того, что их стоимости в общем случае не совпадают.

Динамические условия развития рынка приводят к необходимости предприятиям находить компромиссные решения на основании анализа результатов оптимизации двух конфликтных целевых функций (минимальной стоимости и минимального времени перевозки) и на их основе определять область принятия компромиссных решений профессиональным лицом. План перевозки по принятому компромиссу рассматривается, как решение обратной транспортной задачи.

4.10. Регрессионный анализ

Регрессия – величина, выражающая зависимость среднего значения случайной величины y от значений случайной величины x.

Регрессионный анализ – метод моделирования измеряемых данных и исследования их свойств. Данные для анализа состоят из пар значений зависимой переменной (переменной отклика) и независимой переменной (объясняющей переменной). Регрессионная модель – функция независимой переменной и параметров с добавленной случайной переменной.

Числовые данные обычно имеют между собой явные (известные) или неявные (скрытые) связи. Явно связаны показатели, которые получены методами прямого счета, т. е. вычислены по заранее известным формулам. Например, проценты выполнения плана, уровни, удельные веса, отклонения в сумме, отклонения в процентах, темпы роста, темпы прироста, индексы и т. д. Связи же второго типа (неявные) заранее неизвестны. Однако необходимо уметь объяснять и предсказывать (прогнозировать) сложные явления для того, чтобы управлять ими.

Математические модели строятся и используются для трех обобщенных целей: * для объяснения; * для предсказания; * для управления.

Пользуясь методами корреляционно-регрессионного анализа, аналитики измеряют тесноту связей показателей с помощью коэффициента корреляции. При этом обнаруживаются связи, различные по силе (сильные, слабые, умеренные и др.) и различные по направлению (прямые, обратные). Если связи окажутся существенными, то целесообразно будет найти их математическое выражение в виде регрессионной модели и оценить статистическую значимость модели. Регрессионный анализ называют основным методом современной математической статистики для выявления неявных и завуалированных связей между данными наблюдений.

Уравнение регрессии выражает среднюю величину одного признака как функцию других, толщина регрессии определяется корнем квадратным из дисперсии (средним квадратичным) регрессионного анализа.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленный в учебном пособии материал показал, что лесозаготовительная отрасль представляет собой сложную систему технологических операций, включающих заготовку, переработку и транспортировку древесного сырья от места произрастания до конечного потребителя. Эффективность каждой отдельной операции определяется не только производительностью, но и количеством произведенной продукции на единицу пройденного пути, поскольку каждая операция характеризуется определенным временным интервалом и протяженностью маршрута.

Оптимизация производственных процессов возможна только при комплексном подходе, основанном на интеграции достижений науки и техники. Использование современных методик логистики, кибернетики, системного анализа и математической статистики позволяет создавать эффективные логистические цепочки, обеспечивающие максимальное использование ресурсов и повышение общей продуктивности предприятий лесной отрасли.

Таким образом, основными выводами данной работы являются следующие положения:

- Комплексное применение научного подхода к управлению производственными процессами повышает эффективность лесозаготовительной деятельности.
- Логистика должна рассматриваться как единая интегрированная система, объединяющая материальные, информационные и финансовые потоки.
- Применение принципов системности и оптимального управления способствует сокращению временных затрат и минимизации издержек.
- Важнейшими условиями успешного функционирования предприятий лесной промышленности являются внедрение передовых технологий и научно-обоснованное управление производственным процессом.

Дальнейшие исследования должны быть направлены на разработку конкретных инструментов и методов внедрения вышеуказанных подходов в реальную практику лесопромышленных компаний.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Базаров, С. М. Системно-синергетический анализ технологий лесозаготовительного производства / С. М. Базаров, Ю. И. Беленький, А. Н. Соловьев. – СПб: СПбГЛТУ, 2014. – 96 с. – Текст: непосредственный.
2. Базаров, С. М. Системный анализ технологической эффективности лесозаготовительной техники / С. М. Базаров, Ю. И. Беленький, А. Н. Соловьев. – СПб: СПбГЛТУ, 2019. – 71 с. – Текст: непосредственный.
3. Болтянский В. Г. Математические методы оптимального управления. – М.: Наука, 1969. – 408 с. – Текст: непосредственный.
4. Гуров С. В. Теория системного анализа и принятия решений. – СПб.: СПбГЛТУ, 2008. – 144 с. – Текст: непосредственный.
5. Гуров С. В. Математика в экономике. – СПб.: СПбГЛТУ, 2014. – 72 с. – Текст: непосредственный.
6. Думлер С. А. Управление производством и кибернетика. – М.: Машиностроение, 1969. – 420 с. – Текст: непосредственный.
7. Интрилигатор М. И. Математические методы оптимизации и экономическая теория. – Москва: Прогресс, 1975. – 606 с. – Текст: непосредственный.
8. Коробов П. Н. Математическое программирование и моделирования в экономических процессах. – Санкт-Петербург: Из-во ДК, 2006. – 376.
9. Моисеев Н. Н. Математические методы системного анализа. – М.: Наука, 1981. – 478 с. – Текст: непосредственный.
10. Оптнер С. Л. Системный анализ для решения проблем бизнеса и промышленности. – М.: Концепт, 2006. – 375 с. – Текст: непосредственный.
11. Понтрягин Л. С. Математическая теория оптимальных процессов. – М.: Наука, 1976. – 392 с. – Текст: непосредственный.
12. Фан лянь-цэнь. Дискретный принцип максимума / Фан лянь-цэнь, Вань чу-сен. – М.: Мир, 1967. – 180 с. – Текст: непосредственный.
13. Шегельмаан, И. Р. Техническое оснащение современных лесозаготовок / И. Р. Шегельман, В. И. Скрыпник, О. Н. Галактионов. – СПб.: Проф-Информ, 2005. – 344 с. – Текст: непосредственный.

Учебное издание

Беленький Юрий Иванович
Марков Виктор Александрович
Соколова Виктория Александровна

Технология первичной переработки сырья

Переработка древесного сырья Системный анализ

Учебное пособие

Редактор и корректор М. Д. Баранова
Техн. редактор Д. А. Романова Темплан 2025 г., поз. 5122

Подписано к печати 17.06.2025. Формат 60х84/16. Бумага тип № 1.
Печать офсетная. Печ.л. 3,4. Уч.-изд. л. 3,4.
Тираж 30 экз. Изд. № 57. Цена «С». Заказ №

Ризограф Высшей школы технологии и энергетики СПбГУПТД,

198095, Санкт-Петербург, ул. Ивана Черных, 4.