

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
**«Санкт-Петербургский государственный университет
промышленных технологий и дизайна»**
Высшая школа технологии и энергетики
Кафедра информационно-измерительных технологий систем управления

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Выполнение курсовой работы

Методические указания для студентов всех форм обучения
по направлению подготовки

15.04.04 — Автоматизация технологических процессов и производств

Составитель
Е. В. Харди́ков

Санкт-Петербург
2024

Утверждено
на заседании кафедры ИИТСУ
28.04.2024 г., протокол № 8

Рецензент В. П. Яковлев

Методические указания соответствуют программам и учебным планам дисциплины «Математическое моделирование систем автоматического управления» для студентов, обучающихся по направлению подготовки 15.04.04 «Автоматизация технологических процессов и производств».

В методических указаниях представлено содержание курсовой работы, основные теоретические сведения, определяющие подход к выполнению курсовой работы, примеры решения задач математического моделирования систем автоматического управления.

Методические указания предназначены для подготовки магистров всех форм обучения.

Утверждено Редакционно-издательским советом ВШТЭ СПбГУПТД
в качестве методических указаний

Режим доступа: http://publish.sutd.ru/tp_get_file.php?id=202016, по паролю.
- Загл. с экрана.

Дата подписания к использованию 30.07.2024 г. Рег.№ 5065/24

Высшая школа технологии и энергетики СПб ГУПТД
198095, СПб., ул. Ивана Черных, 4.

© ВШТЭ СПбГУПТД, 2024

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1. СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД В МОДЕЛИРОВАНИИ И ИЕРАРХИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА МОДЕЛЕЙ.....	6
2. ФОРМА ПРЕДСТАВЛЕНИЯ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ.....	8
2.1. Использование передаточных функций при математическом моделировании систем автоматического управления.....	8
2.2. Линеаризация и переход к модели в отклонениях от номинального режима путем разложения нелинейных функций ряда Тейлора.....	9
2.3. Многомерные объекты и уравнения в форме пространства состояния. Модели объектов с сосредоточенными и распределенными параметрами.....	10
3. ЦЕЛЬ И СОДЕРЖАНИЕ КУРСОВОЙ РАБОТЫ.....	12
4. ПРИМЕР МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ОБЪЕКТА С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ.....	14
4.1. Принципиальная технологическая схема и описание процесса смешения потоков с разной температурой.....	14
4.2. Разработка математической модели процесса как объекта управления.....	15
4.3. Моделирование объекта управления процессом смешения потоков в пакете MatLab.....	18
4.4. Моделирование систем управления уровнем и температурой.....	21
4.5. Компенсация возмущающих воздействий в системе управления.....	25
5. ПРИМЕР МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ОБЪЕКТА С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ.....	31
5.1. Принципиальная схема управления температурой воды в теплообменнике трубчатого типа.....	31
5.2. Модель процесса нагрева воды в трубчатом теплообменнике.....	31
5.3. Моделирование объекта управления температурой воды.....	34
5.4. Моделирование системы управления температурой с пропорциональным регулятором состояния и ПИ-регулятором в пакете MatLab	35
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	39

ВВЕДЕНИЕ

Одна из основных задач, решаемых при автоматизации производственных процессов, – это проектирование систем автоматического управления (САУ). Процесс проектирования – один из самых сложных видов человеческой деятельности.

Несмотря на отсутствие однозначного алгоритма проектирования систем управления можно выделить ряд взаимосвязанных этапов проектирования. Сформулируем эти этапы, учитывая, что мы рассматриваем процесс проектирования систем управления технологическими процессами [1].

1. Техническая постановка задачи включает описание технологического процесса, совокупность присущих ему целей и ограничений, экономические аспекты управления, требования или пожелания к технической реализации системы управления. В реальных условиях эта постановка может быть неопределенной и отражать перечисленные и другие аспекты с различной полнотой.

2. Математическая формулировка задачи управления. Запись целей управления в математической форме на этапе предварительного проектирования обычно называют задачей управления.

Основными элементами при формулировании задачи управления являются:

- математическая модель объекта;
- модель возмущающих воздействий;
- ограничения на изменение выходных сигналов и сигналов управления или желаемый их вид;
- критерии эффективности процесса управления.

3. Выбор метода решения задачи. Выбор метода решения задачи и форма математической постановки задачи тесно связаны и зависят от множества факторов. Перечислим некоторые из них.

Вид уравнений модели объекта:

- с сосредоточенными параметрами;
- с распределенными параметрами;
- с запаздыванием;
- линейные, нелинейные и др.

Характер возмущающих воздействий: детерминированные, стохастические системы управления.

Форма записи модели объекта: передаточные функции, уравнения пространства состояния.

Область исследования системы управления: временная, частотная.

Цель управления: стабилизация параметров, управление конечным состоянием.

Используемые принципы управления: управление по обратной связи, управление по возмущению или комбинированное управление.

Число переменных и их взаимосвязь: одномерные, многомерные.

Перечисленные факторы могут быть взаимосвязаны или исключать друг друга. Выделение подмножества факторов, которые встретились при проектировании данной системы управления, помогает выбрать метод решения и уточнить математическую постановку задачи. Этот выбор не является единственным. Как правило, задача, поставленная на первом этапе, поставленная зачастую неопределенно, может быть решена множеством различных способов.

Выбор метода решения зависит от того, в какой форме сформулирована математическая постановка задачи управления, в свою очередь, постановка задачи управления, т. е. модель объекта и возмущений (их форма записи), ограничение и критерии эффективности процесса управления могут корректироваться в зависимости от используемого метода.

4. Решение задачи и оценка эффективности полученного решения. На этом этапе необходимо оценить, удовлетворяет ли система предъявленным к ней требованиям, определить ее работоспособность при возможном изменении характеристик объекта, учесть нелинейности элементов и другие факторы, которые не были приняты во внимание при первоначальной математической формулировке задачи. Основным методом решения подобных задач является **математическое моделирование систем автоматического управления, которое используется на различных этапах проектирования системы.**

1. СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД В МОДЕЛИРОВАНИИ И ИЕРАРХИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА МОДЕЛЕЙ

Системный подход обобщает методологию исследования сложных технических, природных и социальных систем. Система рассматривается как множество компонентов, взаимодействующих друг с другом и служащих общему назначению или цели [2].

Система имеет следующие основные характеристики: компоненты, отношения, внешняя среда, вход и выход, интерфейс, ограничения.

Рассмотрим системные характеристики подробнее:

- компонент – это или неделимая часть, или агрегат, состоящий из частей, называемый подсистемой;
- компоненты взаимодействуют между собой таким образом, что функционирование одного компонента влияет на функционирование другого;
- система имеет границу, внутри которой содержатся все компоненты и которая устанавливает пределы системы, отделяя ее от других систем;
- все компоненты работают вместе, чтобы достичь цели функционирования системы;
- система оперирует внутри окружающей среды – всего, что находится за границей системы, окружающая среда влияет на систему и подвергается влиянию системы;
- точка, в которой система взаимодействует со средой, называется интерфейсом;
- система имеет ограничения функционирования.

При проектировании САУ на различных стадиях используются модели разной степени детализации. В [2] предлагается следующая иерархия математических моделей.

Модели мета-уровня. Эти модели используются на начальной стадии проектирования системы управления. Построение этих моделей базируется на методах морфологического синтеза, теории графов, теории автоматического управления, теории массового обслуживания, теории конечных автоматов и др. При разработке эскизного проекта принимаются решение о предполагаемых вариантах построения системы. Для разработки структуры модели объекта и системы на этом этапе не требуется детального описания динамики и достаточно использовать структурные модели, которые разрабатываются на основе статических уравнений без детального учета динамики процессов. Примерная схема разработки и использования моделей выглядит следующим образом [1]:

- выделяется множество переменных;
- в соответствии с заданной целью функционирования системы и причинно-следственными отношениями между переменными производится классификация переменных на входные и выходные;

- входные переменные, в свою очередь, делятся на переменные управления и возмущающие воздействия;

- возмущающие воздействия при наличии средств измерения относятся к группе контролируемых возмущений;

- разрабатываются варианты построения системы управления, базирующиеся на различных принципах управления: управление по обратной связи, управление по возмущению, компенсация перекрестных связей, использование виртуальных датчиков и др.

- в дальнейшем при детализации модели на **макро**-уровне, с учетом динамики, или на **микро**-уровне, с учетом пространственных координат, путем цифрового моделирования проверяется эффективность и целесообразность использования предложенных вариантов построения САУ.

Модели макро-уровня. На макро-уровне объект рассматривается как динамическая система с сосредоточенными параметрами. Математические модели макро-уровня – это системы обыкновенных дифференциальных уравнений, передаточные функции или уравнения модели в форме пространства состояния (дифференциальные уравнения в форме Коши). На этом уровне также используются структурные модели в виде блок-схем или детализированных структурных схем (см. далее).

Модели микро-уровня. На микро-уровне объект представляется как сплошная среда с распределенными параметрами. Для описания процессов функционирования таких объектов используются дифференциальные уравнения в частных производных. В работе [3] рассматривается построение систем управления, объекты которых описываются уравнениями в форме пространства состояния с частными производными.

2. ФОРМА ПРЕДСТАВЛЕНИЯ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

2.1. Использование передаточных функций при математическом моделировании систем автоматического управления

Математические модели элементов системы управления могут быть представлены в виде обыкновенных дифференциальных уравнений или в операторной форме (в виде передаточных функций).

В общем виде линейное дифференциальное уравнение имеет вид:

$$\begin{aligned} & b_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + b_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + b_1 \frac{dy(t)}{dt} + b_0 y(t) \\ = & a_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + a_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \dots + a_1 \frac{dx(t)}{dt} + a_0 x(t), \end{aligned} \quad (2.1)$$

здесь $y(t)$ – выходной сигнал;

$x(t)$ – входной сигнал;

a_i, b_i – коэффициенты.

Применяя преобразование Лапласа к левой и правой части уравнения и используя свойство линейности преобразования и следующие выражения:

$$\begin{aligned} f(t) & \equiv F(p) \\ \frac{df(t)}{dt} & \equiv pF(p) \\ \frac{d^n f(t)}{dt^n} & \equiv p^n F(p), \end{aligned}$$

получим модель в операторной форме:

$$\begin{aligned} b_n p^n Y(p) + b_{n-1} p^{n-1} Y(p) + \dots + b_1 p Y(p) + b_0 Y(p) \\ = a_m p^m X(p) + a_{m-1} p^{m-1} X(p) + \dots + a_1 p X(p) + a_0 X(p). \end{aligned}$$

Отсюда, согласно определению передаточной функции, находим:

$$\frac{Y(P)}{X(P)} = W(P) = \frac{a_m p^m + a_{m-1} p^{m-1} + \dots + a_1 p + a_0}{b_n p^n + b_{n-1} p^{n-1} + \dots + b_1 p + b_0} \quad (2.2)$$

2.2. Линеаризации и переход к модели в отклонениях от номинального режима путем разложения нелинейных функций ряда Тейлора

Зачастую при построении модели объекта используются нелинейные зависимости между переменными. При переходе от нелинейной модели к линейной используется процедура линеаризации. Одним из наиболее распространенных способов линеаризации является разложение нелинейной функции $Y=f(X)$ в ряд Тейлора в окрестности заданной точки (X_0, Y_0) , и переход к новой системе координат x, y , причем линеаризованная функция содержит лишь первые линейные члены ряда Тейлора.

Пусть статическая характеристика объекта описывается некоторой нелинейной функцией $Y=f(X)$. Предположим, что заданный режим в объекте, который необходимо регулировать, характеризуется точкой с координатами (X_0, Y_0) . При нормальной работе системы регулирования отклонения координат не должны превышать некоторых допустимых значений, определяемых требованиями технологического регламента. Если в пределах этих максимально возможных отклонений X и Y от X_0 и Y_0 , $f(X)$ мало отличается от линейной функции, то можно $f(X)$ заменить ее линейным приближением $f_A(x)$. Уравнение $f_A(x)$ находится из ряда Тейлора для $f(X)$:

$$f(X) = f(X_0) + \frac{f'(X_0)}{1!}(X - X_0) + \frac{f''(X_0)}{2!}(X - X_0)^2 + \dots \quad (2.3)$$

При условии малости разности $(X-X_0)$ и ограниченности второй и высших производных от $f(X)$, в выражении (2.3) можно пренебречь всеми членами, кроме первых двух, т. е. можно записать:

$$f(X) \cong f(X_0) + f'(X_0)(X - X_0), \quad (2.4)$$

т. е.

$$Y - Y_0 = f'(X_0)(X - X_0). \quad (2.5)$$

Уравнение (2.5) определяет касательную к графику функции $Y=f(X)$. Переходя к новой системе координат $x=X-X_0$ и $y=Y-Y_0$, получим линеаризованное уравнение объекта:

$$y = kx, \quad \text{где } k = f'(X_0) = \left. \frac{df(X)}{dX} \right|_{x_0}.$$

2.3. Многомерные объекты и уравнения в форме пространства состояния. Модели объектов с сосредоточенными и распределенными параметрами

В современной теории управления используется линейная модель многомерного объекта в форме уравнений пространства состояния. В матричной форме эта модель может иметь следующий вид:

$$\dot{X}(t) = A \cdot X(t) + B \cdot U(t) + \Gamma \cdot F(t) \quad (2.6)$$

$$Y(t) = C \cdot X(t)$$

В уравнениях (2.6):

$X(t)$ – вектор переменных состояния;

$U(t)$ – вектор переменных управления;

$F(t)$ – вектор возмущающих воздействий;

$Y(t)$ – вектор выходных переменных;

A, B, C, Γ – матрицы коэффициентов.

При построении математической модели технологического процесса как объекта управления используются уравнения материального и теплового баланса, уравнения кинетики химических реакций, уравнения гидродинамики потоков. Эти уравнения и подход к построению математических моделей процессов широко освещен в технической литературе [4, 5] и подробно рассматриваться не будет. Построение модели процесса базируется на использовании типовых моделей, таких как модели идеального смешения, моделей идеального вытеснения, ячеечная модель и т. д.

В соответствии с моделью идеального смешения поток представляется в виде непрерывной среды, которая поступает в аппарат и мгновенно распределяется по всему объему аппарата за счет идеального перемешивания частиц потока, при этом концентрация и температура остаются постоянными во всех точках аппарата и на его выходе [4].

Модель идеального смешения можно представить следующим уравнением:

$$\dot{X}(t) = a \cdot X(t) - b \cdot U(t), \quad (2.7)$$

где $a=b=1/\tau=V/Q$.

$X(t)$ – температура или концентрация на выходе аппарата;

$U(t)$ – температура или концентрация на входе аппарата;

V – объем аппарата;

Q – объемный расход потока;

τ – постоянная времени.

Модель идеального вытеснения – это модель с идеализированной структурой потока, в котором принимается поршневое течение без перемешивания вдоль потока.

В данном случае мы используем уравнение с распределенными параметрами:

$$\frac{\partial X(z,t)}{\partial t} = -v \cdot \frac{\partial X(z,t)}{\partial z} \quad (2.8)$$

при граничных условиях:

$$X(0,t)=U(t) \text{ и } X(L,t)=Y(t)$$

и начальных условиях: $X(z,0)=X_0(z)$.

В уравнении (2.8) $X(z,t)$ это – качественный показатель потока – концентрация или температура, $U(t)$ – значение этого показателя на входе в аппарат (трубопровод) и на выходе – $Y(t)$, v – линейная скорость потока.

При фиксированном значении $z=L$ решение уравнения (2.8) в операторной форме описывается звеном запаздывания:

$$Y(p)=e^{-\tau \cdot p} \cdot U(p) \quad (2.9)$$

В более общем случае (подробнее см. раздел 5 – построения модели объекта с распределенными параметрами) используются гиперболические системы первого порядка. Эти уравнения применяют для моделирования систем управления трубчатыми аппаратами [3].

$$\frac{\partial X(z,t)}{\partial t} = \mathbf{A}_1 \cdot \frac{\partial X(z,t)}{\partial z} + \mathbf{A}_0 \cdot X(z,t) + \mathbf{B} \cdot U(z,t), \quad (2.10)$$

$$X(0,t) = \mathbf{B}_0 \cdot U_0(t),$$

$$Y(z,t) = \int_0^1 C(z,r,t) \cdot X(r,t) dt.$$

В уравнении (2.10) $X(z,t)$ – вектор состояния, $U(z,t)$ – вектор управления, $Y(z,t)$ – вектор выходных переменных.

3. ЦЕЛЬ И СОДЕРЖАНИЕ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Целью курсовой работы является формирование у студентов навыков:

- построения математических моделей технологических процессов как объектов управления аналитическими методами;
- компьютерного моделирования систем автоматического управления с помощью специализированных пакетов прикладных программ;
- анализа эффективности работы систем автоматического управления при различных управляющих и возмущающих воздействиях.

Рассмотрим основные разделы курсовой работы.

1. *Описание технологического процесса.* В этом разделе должна быть приведена принципиальная технологическая схема, перечислены основные параметры технологического процесса, заданы номинальные значения параметров в соответствии с регламентом и допустимые пределы их изменения. Необходимо определить цель функционирования процесса и по возможности определить влияние параметров процесса на цель функционирования.
2. *Предварительный выбор вариантов построения системы управления.* Составляются уравнения материального и теплового баланса. Определяется множество параметров технологического режима, которые будут рассматриваться при проектировании системы управления как переменные. Производится классификация переменных на входные и выходные, исходя из причинно-следственных отношений между переменными. В группе входных переменных выделяются переменные управления и возмущающие воздействия. В свою очередь, выделяются переменные возмущения, которые измеряются. Исходя из возможности использования различных принципов управления, определяется вариант или варианты структуры системы управления.
3. *Получение линейной динамической модели объекта.* Исходя из принимаемых допущений и используя типовые модели гидродинамических потоков: модели идеального смешения, модели идеального вытеснения, ячеечные и диффузионные модели, модели тепловых процессов или кинетики химических процессов и т. д. – разрабатывается математическая модель процесса. Производится процедура линеаризации модели (при необходимости) и осуществляется переход к модели в отклонениях от номинального технологического режима. Полученные уравнения преобразуются к стандартной форме в виде передаточных функций или уравнений в форме пространства состояния. Составляется структурная схема модели объекта.
4. *Исследование свойств объекта управления.* Исследование свойств объекта управления осуществляется путем компьютерного моделирования с помощью специализированных программных средств.

Определяется реакция объекта на типовые сигналы управления и возмущения. Осуществляется анализ объекта управления во временной и частотных областях.

5. *Компьютерное моделирование системы управления.* Осуществляется выбор структуры и параметров системы управления. Определяется реакция системы на изменения заданий и возмущающих воздействий. Производится контроль пределов изменения переменных управления и выходных переменных. Оценивается эффективность работы различных вариантов построения систем управления. Дается обоснование выбранного варианта построения системы управления.

При разработке задания к курсовой работы учитывается предполагаемая тема выпускной квалификационной работы и задачи, которые необходимо решить магистранту при ее подготовке.

Образец титульного листа курсовой работы, методические рекомендации по оформлению текстовой части курсовой работы и курсового проекта можно найти на сайте ВШТЭ (страница НИЦ / электронная библиотека методических указаний, учебно-методических пособий / учебно-методическое управление) <https://www.nizrp.narod.ru/>.

4. ПРИМЕР МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ОБЪЕКТА С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

4.1. Принципиальная технологическая схема и описание процесса смешения потоков с разной температурой

Рассмотрим пример построения модели объекта для процессов смешения потоков с разной температурой.

Цель разработки модели: использование модели при проектировании системы управления уровнем в емкости и температуры выходного потока.

Форма представления модели: линейная модель в форме уравнений пространства состояния с разработкой структурной схемы.

Принципиальная схема процесса представлена на рисунке 4.1.

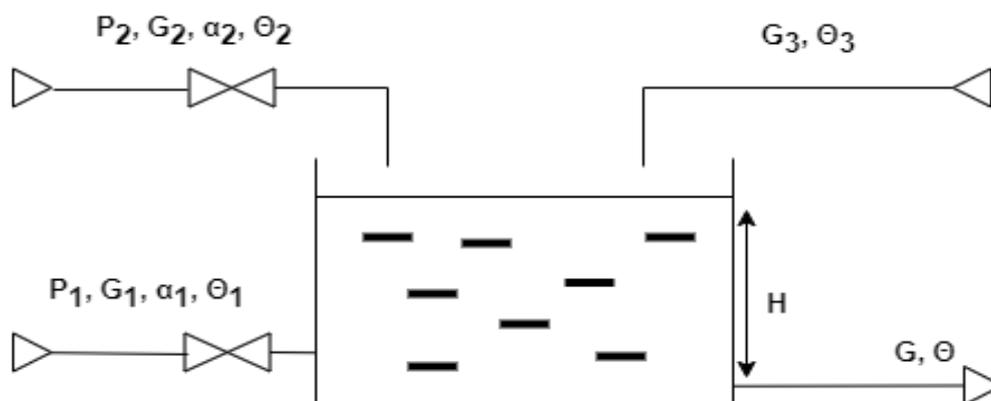


Рисунок 4.1 – Принципиальная схема процесса

Емкость выполняет функцию теплообменника смешения и предназначена для увеличения температуры основного потока путем смешения с регулируемым горячим потоком жидкости, который подается сверху в бак. Также в бак поступает нерегулируемый поток жидкости. Температура и расход этого потока не контролируются и могут изменяться. Возможны импульсные изменения напора холодного потока и колебания температуры жидкости холодного потока.

При построении модели используем следующие *допущения*: предполагаем, что процесс смешения в баке соответствует модели идеального смешения, температура горячего потока и напор постоянные, теплоемкость и плотность потоков постоянная, изменением теплоемкости и плотности при изменении температуры пренебрегаем.

На схеме использованы следующие обозначения:

Θ_1 – температура холодного потока, $^{\circ}\text{C}$;

Θ_2 – температура горячего потока, $^{\circ}\text{C}$;

Θ_3 – температура неконтролируемого потока, $^{\circ}\text{C}$;

Θ – температура выходного потока, $^{\circ}\text{C}$;

G_1 – расход холодного потока, м³/с;
 G_2 – расход горячего потока, м³/с;
 G_3 – расход неконтролируемого потока, м³/с;
 G – расход выходного потока, м³/с;
 H – уровень, м;
 P_1, P_2 – напор потоков перед регулирующими органами, м.в.ст.;
 α_1, α_2 – степень открытия регулирующих органов, %.

4.2. Разработка математической модели процесса как объекта управления

Уравнения материального и теплового баланса для объекта управления, схема которого приведена на рисунке 4.1, имеют вид:

$$F \frac{dH}{dt} = G_1 + G_2 + G_3 - G \quad (4.1)$$

$$C \cdot \rho \cdot F \frac{dH \cdot \Theta}{dt} = C \cdot \rho \cdot (\Theta_1 \cdot G_1 + \Theta_2 \cdot G_2 + \Theta_3 \cdot G_3 - \Theta \cdot G), \quad (4.2)$$

где C – теплоемкость жидкости, Дж/кг·°С;

ρ – плотность жидкости, кг/м³.

При свободном истечении жидкости из бака:

$$G = K \cdot \sqrt{H}$$

Значение регулируемых расходов определяются формулами:

$$G_1 = \alpha_1 \cdot G_{1max} \cdot K_1 \cdot \sqrt{P_1 - H}$$

$$G_2 = \alpha_2 \cdot G_{2max} \cdot K_2 \cdot \sqrt{P_2 - 0}$$

Линейная модель объекта строится как модель отклонения от установившегося режима. Значения переменных процесса, соответствующих этому режиму, будем обозначать дополнительным индексом "0".

Параметры установившегося режима определены в задании к курсовой работе или частично вычисляются по уравнениям, соответствующим установившемуся режиму: $G_{1max}=1\text{ м}^3/\text{с}$; $G_{2max}=0,5\text{ м}^3/\text{с}$; $\Theta_{10}=20^\circ\text{С}$; $\Theta_{20}=60^\circ\text{С}$; $\Theta_{30}=30^\circ\text{С}$; $\Theta_0=31,3^\circ\text{С}$; $G_0=K \cdot \sqrt{H_0}=1,15 \text{ м}^3/\text{с}$; $G_{10}=0,75 \text{ м}^3/\text{с}$; $G_{20}=0,3 \text{ м}^3/\text{с}$; $G_{30}=0,1 \text{ м}^3/\text{с}$; $H_0=10 \text{ м}$; $F=5 \text{ м}^2$; $K=0,36$; $H_{max}=12 \text{ м}$; $P_{10}=15 \text{ м. в. ст.}$; $P_{20}=5 \text{ м. в. ст.}$; $\alpha_{10}=0,75\%$; $\alpha_{20}=0,6\%$; $K_1=0,45$; $K_2=0,45$.

При $\frac{dH}{dt} = 0$ и $\frac{dH \cdot \Theta}{dt} = 0$ получим уравнения установившегося режима

$$G_{10} + G_{20} + G_{30} - G_0 = 0 \quad (4.3)$$

$$\Theta_{10} \cdot G_{10} + \Theta_{20} \cdot G_{20} + \Theta_{30} \cdot G_{30} - \Theta_0 \cdot G_0 = 0 \quad (4.4)$$

$$G_0 = K \cdot \sqrt{H_0} \quad (4.5)$$

$$G_{10} = \alpha_{10} \cdot G_{1max} \cdot K_1 \cdot \sqrt{(P_{10} - H_0)} \quad (4.6)$$

$$G_{20} = \alpha_{20} \cdot G_{2max} \cdot K_2 \cdot \sqrt{(P_{20} - 0)} \quad (4.7)$$

В соответствии с постановкой задачи нас интересуют следующие переменные: $H, \Theta, \alpha_1, \alpha_2, \Theta_1, P_1, \Theta_3, G_3$.

Отклонение температуры, Θ , уровня в баке, H , будем рассматривать как переменные состояния и выходные переменные, отклонения степени открытия регулирующих органов, α_1 и α_2 , как переменные управления, отклонения: $\Theta_1, P_1, \Theta_3, G_3$ – неконтролируемые возмущения.

Введем новые переменные:

$$X_1 = H - H_0, U_1 = \alpha_1 - \alpha_{10}, d_1 = \Theta_1 - \Theta_{10}, d_3 = \Theta_3 - \Theta_{30} \quad (4.8)$$

$$X_2 = \Theta - \Theta_0, U_2 = \alpha_2 - \alpha_{20}, d_2 = P_1 - P_{10}, \quad d_4 = G_3 - G_{30}$$

Подставим (4.3) в (4.1) и (4.2) :

$$F \cdot \frac{dH}{dt} = \alpha_1 * G_{1max} * K_1 * \sqrt{P_1 - H} + \alpha_2 * G_{2max} * K_2 * \sqrt{P_2 - 0} + G_3 - K \cdot \sqrt{H}$$

$$F \cdot \frac{dH \cdot \Theta}{dt} = \Theta_1 \cdot \alpha_1 * G_{1max} * K_1 * \sqrt{P_1 - H} + \Theta_2 \cdot \alpha_2 * G_{2max} * K_2 * \sqrt{P_2 - 0} + \Theta_3 \cdot G_3 - \Theta \cdot K \cdot \sqrt{H}$$

Выделим нелинейные функции и перейдем к линейной модели с помощью разложения в ряд Тейлора:

$$f_1(\alpha_1, P_1, H) = \alpha_1 * G_{1max} * K_1 * \sqrt{P_1 - H},$$

$$\Delta f_1 = [G_{1max} * K_1 * \sqrt{P_{10} - H_0}] \cdot \Delta \alpha_1 +$$

$$\left[\alpha_{10} \cdot G_{1max} \cdot \frac{K_1}{2 \cdot \sqrt{(P_{10} - H_0)}} \right] \cdot \Delta P_1 - \left[\alpha_{10} \cdot G_{1max} \cdot \frac{K_1}{2 \cdot \sqrt{(P_{10} - H_0)}} \right] \cdot \Delta H. \quad (4.9)$$

$$f_2(\alpha_2) = \alpha_2 * G_{2max} * K_2 * \sqrt{P_2},$$

$$\Delta f_2 = [G_{2max} * K_2 * \sqrt{P_{20}}] \cdot \Delta \alpha_2. \quad (4.10)$$

$$f_3(H) = K \cdot \sqrt{H}.$$

$$\Delta f_3 = \frac{K}{2 \cdot \sqrt{H_0}} \cdot \Delta H \quad (4.11)$$

$$f_4(\Theta_1, \alpha_1, P_1, H) = \Theta_1 * \alpha_1 * G_{1max} * K_1 * \sqrt{P_1 - H},$$

$$\Delta f_4 = \left[\alpha_{10} * G_{1max} * K_1 * \sqrt{P_{10} - H_0} \right] \cdot \Delta \Theta_1 +$$

$$\left[\Theta_1 * G_{1max} * K_1 * \sqrt{P_{10} - H_0} \right] \cdot \Delta \alpha_1 + \frac{\Theta_{10} * \alpha_{10} * G_{1max} * K_1}{2 * \sqrt{P_{10} - H_0}} \cdot \Delta P_1 - \frac{\Theta_{10} * \alpha_{10} * G_{1max} * K_1}{2 * \sqrt{P_{10} - H_0}} \cdot \Delta H \quad (4.12)$$

$$f_5(\alpha_2) = \Theta_2 * \alpha_2 * G_{2max} * K_2 * \sqrt{P_2},$$

$$\Delta f_6(\Theta_3, G_3) = \Theta_3 * G_3,$$

$$f_7(H, \Theta) = \Theta \cdot K \cdot \sqrt{H},$$

$$\Delta f_7 = \left[K \cdot \sqrt{H_0} \right] \cdot \Delta \Theta + \frac{\Theta_0 \cdot K}{2 \cdot \sqrt{H_0}} \cdot \Delta H \quad (4.13)$$

В уравнении (4.2) входит производная от произведения переменных:

$$\frac{d\Theta \cdot H}{dt} = \Theta_0 \cdot \frac{d(H - H_0)}{dt} + H_0 \cdot \frac{d(\Theta - \Theta_0)}{dt} \quad (4.14)$$

Используя уравнения (4.9)–(4.14), после алгебраических преобразований получим модель объекта в виде системы дифференциальных уравнений в форме Коши:

$$\frac{dX_1}{dt} = a_{11} \cdot X_1 + b_{11} \cdot U_1 + b_{12} \cdot U_2 + \gamma_{12} \cdot d_2 + \gamma_{14} \cdot d_4 \quad (4.15)$$

$$\frac{dX_2}{dt} = a_{21} \cdot X_1 + a_{22} \cdot X_2 + b_{21} \cdot U_2 + b_{22} \cdot U_2 + \gamma_{21} \cdot d_1 + \gamma_{22} \cdot d_2 + \gamma_{23} \cdot d_3 + \gamma_{24} \cdot d_4.$$

Коэффициенты уравнений (4.15) имеют следующий вид:

$$a_{11} = -\frac{K}{2 \cdot F \cdot \sqrt{H_0}} - \alpha_{10} \cdot G_{1max} \cdot \frac{K_1}{2 \cdot F \cdot \sqrt{(P_{10} - H_0)}}; \quad a_{12} = 0; \quad (4.16)$$

$$a_{21} = -\frac{(\Theta_{10} - \Theta_0)}{F \cdot H_0} \alpha_{10} \cdot G_{1max} \cdot \frac{K_1}{2 \cdot \sqrt{(P_{10} - H_0)}}; \quad a_{22} = -\frac{K \cdot \sqrt{H_0}}{F \cdot H_0}$$

$$b_{11} = \frac{G_{1max} \cdot K_1 \cdot \sqrt{P_{10} - H_0}}{F}; \quad b_{12} = \frac{G_{2max} \cdot K_2 \cdot \sqrt{P_{20}}}{F};$$

$$b_{21} = \frac{(\Theta_{10} - \Theta_0)}{F \cdot H_0} \cdot G_{1max} \cdot K_1 \cdot \sqrt{P_{10} - H_0}; \quad b_{22} = \frac{(\Theta_{20} - \Theta_0)}{F \cdot H_0} \cdot G_{2max} \cdot K_2 \cdot \sqrt{P_{20}};$$

$$\gamma_{11} = 0; \quad \gamma_{12} = \alpha_{10} \cdot G_{1max} \cdot \frac{K_1}{2 \cdot F \cdot \sqrt{(P_{10} - H_0)}}; \quad \gamma_{13} = 0; \quad \gamma_{14} = \frac{1}{F};$$

$$\gamma_{21} = \frac{G_{10}}{F \cdot H_0}; \quad \gamma_{22} = \alpha_{10} \cdot G_{1max} \cdot \frac{K_1}{2 \cdot F \cdot \sqrt{(P_{10} - H_0)}} \cdot \frac{(\Theta_{10} - \Theta_0)}{F \cdot H_0}; \quad \gamma_{23} = \frac{G_{30}}{F \cdot H_0};$$

$$\gamma_{24} = \frac{(\Theta_{30} - \Theta_0)}{F \cdot H_0}$$

4.3. Моделирование объекта управления процессом смешения потоков в пакете MatLab

Структурная схема моделирования объекта управления, в приложении SimuLink, показана на рисунке 4.2.

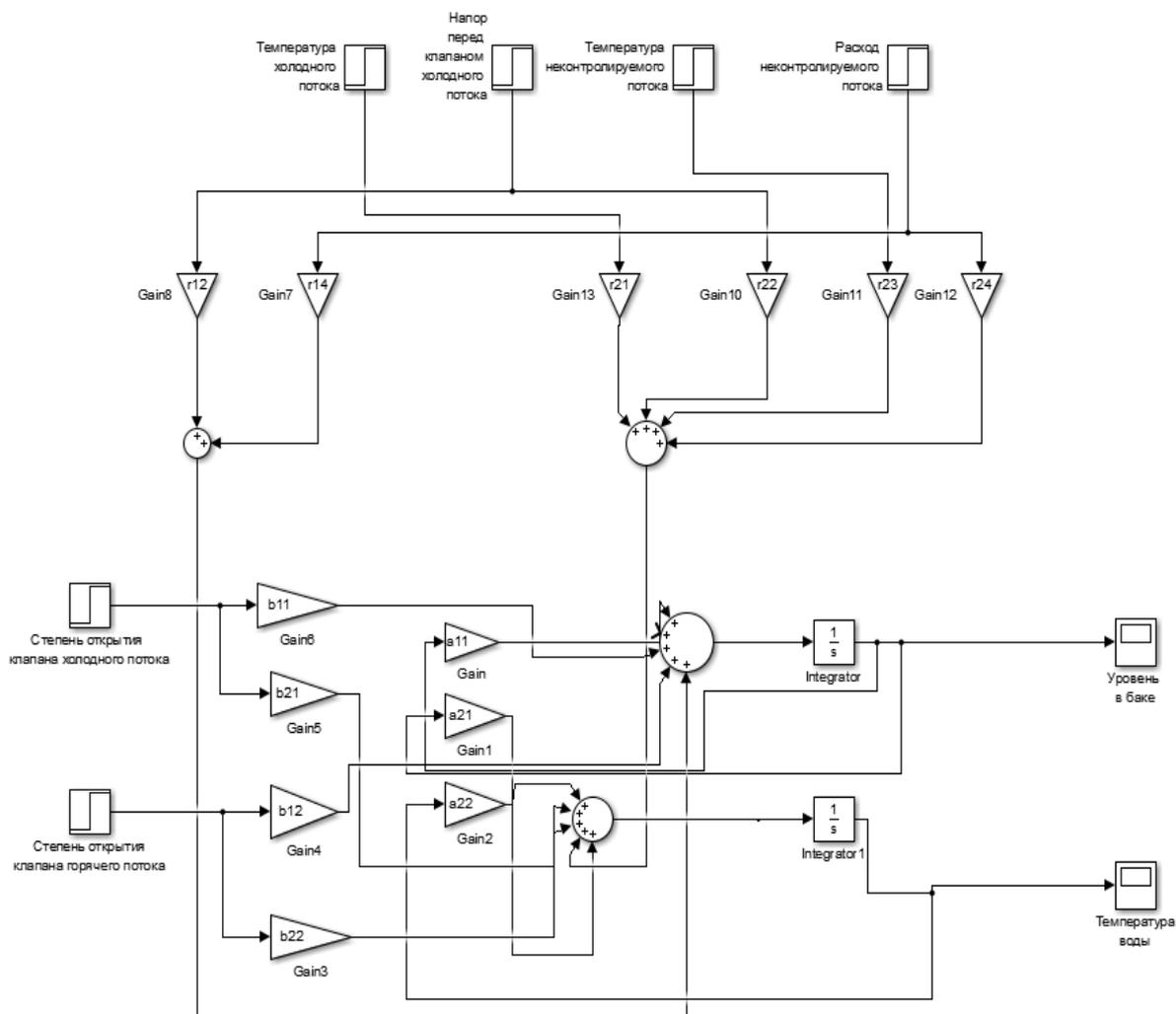


Рисунок 4.2 – Схема моделирования объекта управления в отклонениях переменных

Ниже на графиках рисунков 4.3–4.8 приведены результаты моделирования объекта на ступенчатые изменения переменных управления и возмущающих воздействий. Все графики выходных переменных приведены в отклонениях от номинального режима, по оси абсцисс – время в секундах.

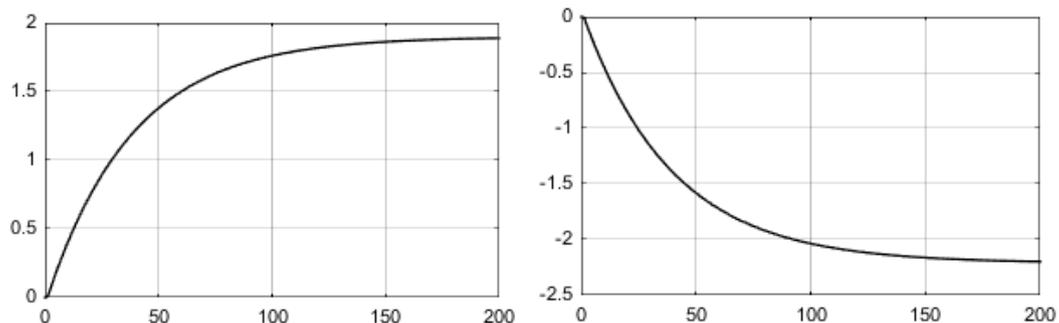


Рисунок 4.3 – Отклонение уровня от $H_0 = 10$ м и температуры от $\theta_0 = 31^\circ\text{C}$ при ступенчатом изменении степени открытия клапана холодного потока с 75 % до 100 %

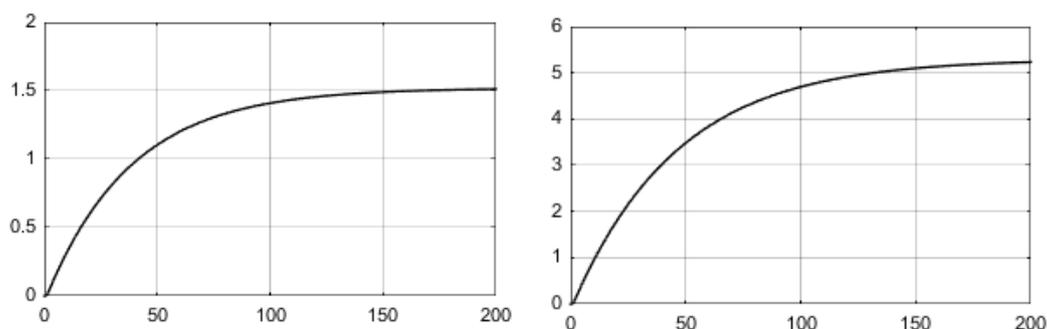


Рисунок 4.4 – Отклонение уровня от $H_0 = 10$ м и температуры от $\theta_0 = 31^\circ\text{C}$ при ступенчатом изменении степени открытия клапана горячего потока с 60 % до 100 %

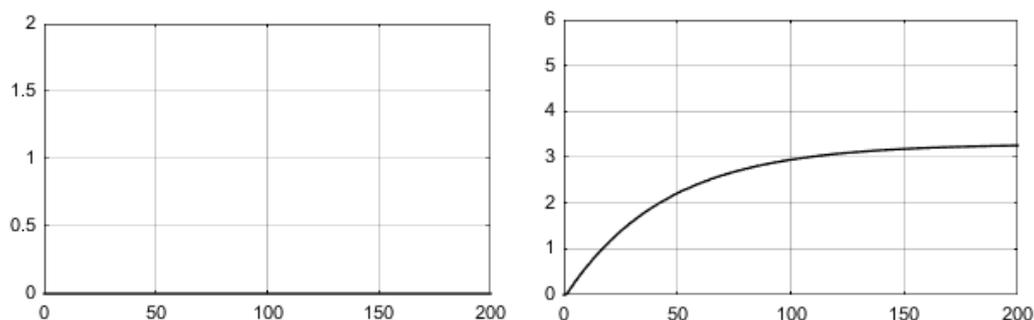


Рисунок 4.5 – Отклонение уровня от $H_0 = 10$ м и температуры от $\theta_0 = 31^\circ\text{C}$ при ступенчатом изменении температуры холодного потока от 20°C до 25°C

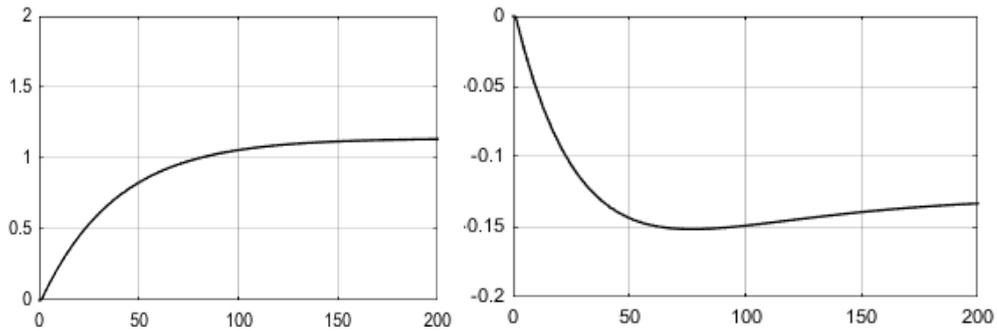


Рисунок 4.6 – Отклонение уровня от $H_0=10$ м и температуры от $\theta_0 = 31^\circ\text{C}$ при ступенчатом изменении напора перед клапаном холодного потока от 15 м.в.ст. до 17 м.в.ст.

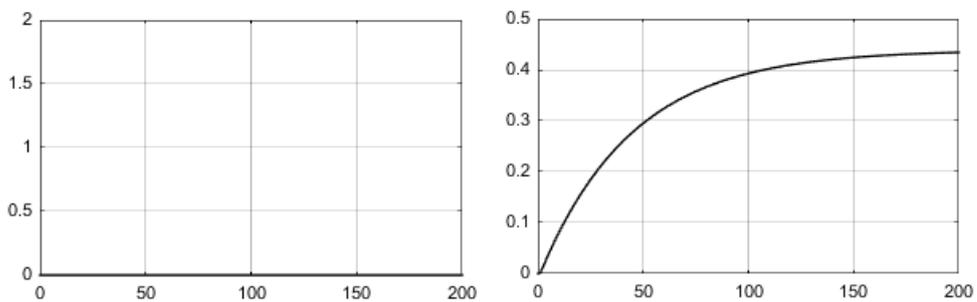


Рисунок 4.7 – Отклонение уровня от $H_0=10$ м и температуры от $\theta_0 = 31^\circ\text{C}$ при ступенчатом изменении температуры неконтролируемого потока с 30°C до 35°C

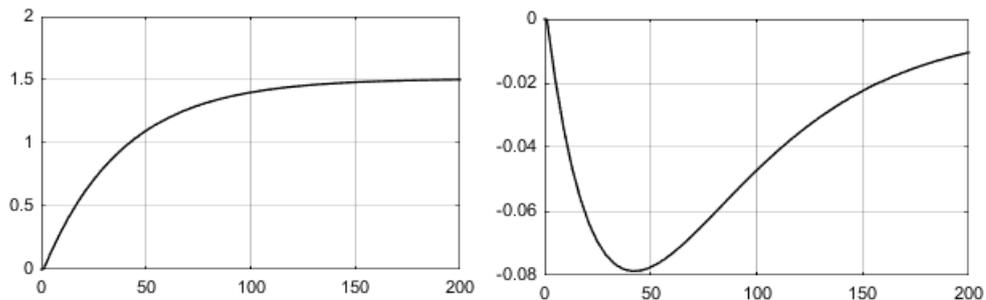


Рисунок 4.8 – Отклонение уровня от $H_0=10$ м и температуры от $\theta_0 = 31^\circ\text{C}$ при ступенчатом изменении расхода неконтролируемого потока от $0,3 \text{ м}^3/\text{с}$ до $0,5 \text{ м}^3/\text{с}$

4.4. Моделирование систем управления уровнем и температурой

Рассмотрим результаты моделирование замкнутых систем регулирования уровня и температуры. В системах регулирования уровня используется принцип обратной связи по уровню в баке, регулирование осуществляется путем изменения степени открытия клапана на потоке холодной воды. В системе регулирования температуры также используется принцип обратной связи, регулирование осуществляется путем изменения степени открытия клапана на потоке горячей воды. В качестве регуляторов обратной связи используются PI-регуляторы. Схема моделирования приведена на рисунке 4.10. Ниже на рисунках 4.9, 4.11–4.13 приведены результаты моделирования работы системы управления.

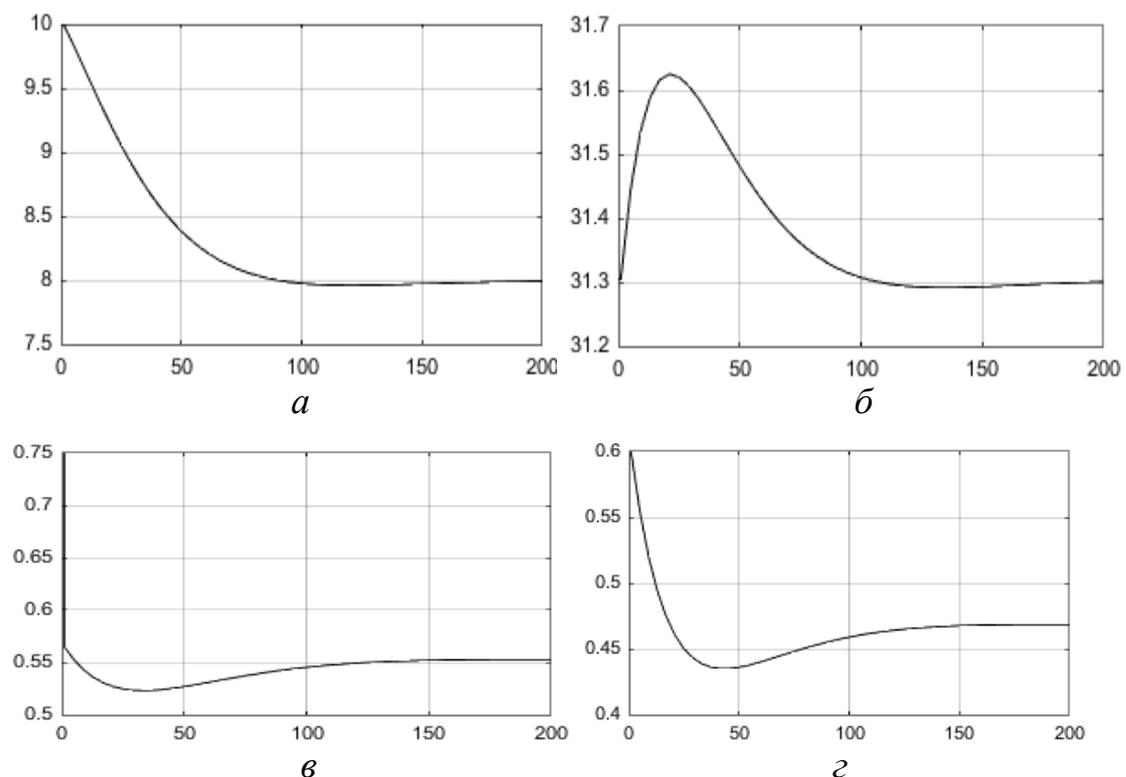


Рисунок 4.9 – Изменение переменных при скачкообразном изменении задания регулятору уровня с 10 до 8 м:

- а) H – уровень, м; б) Θ – температура выходного потока, $^{\circ}\text{C}$,
в) α_1 – степень открытия регулирующего органа на потоке холодной воды; г) α_2 – степень открытия регулирующего органа на потоке горячей воды

Из графиков видно, что все переменные изменяются в допустимых пределах, максимальное отклонение температуры при регулировании незначительное – $0,3^{\circ}\text{C}$.

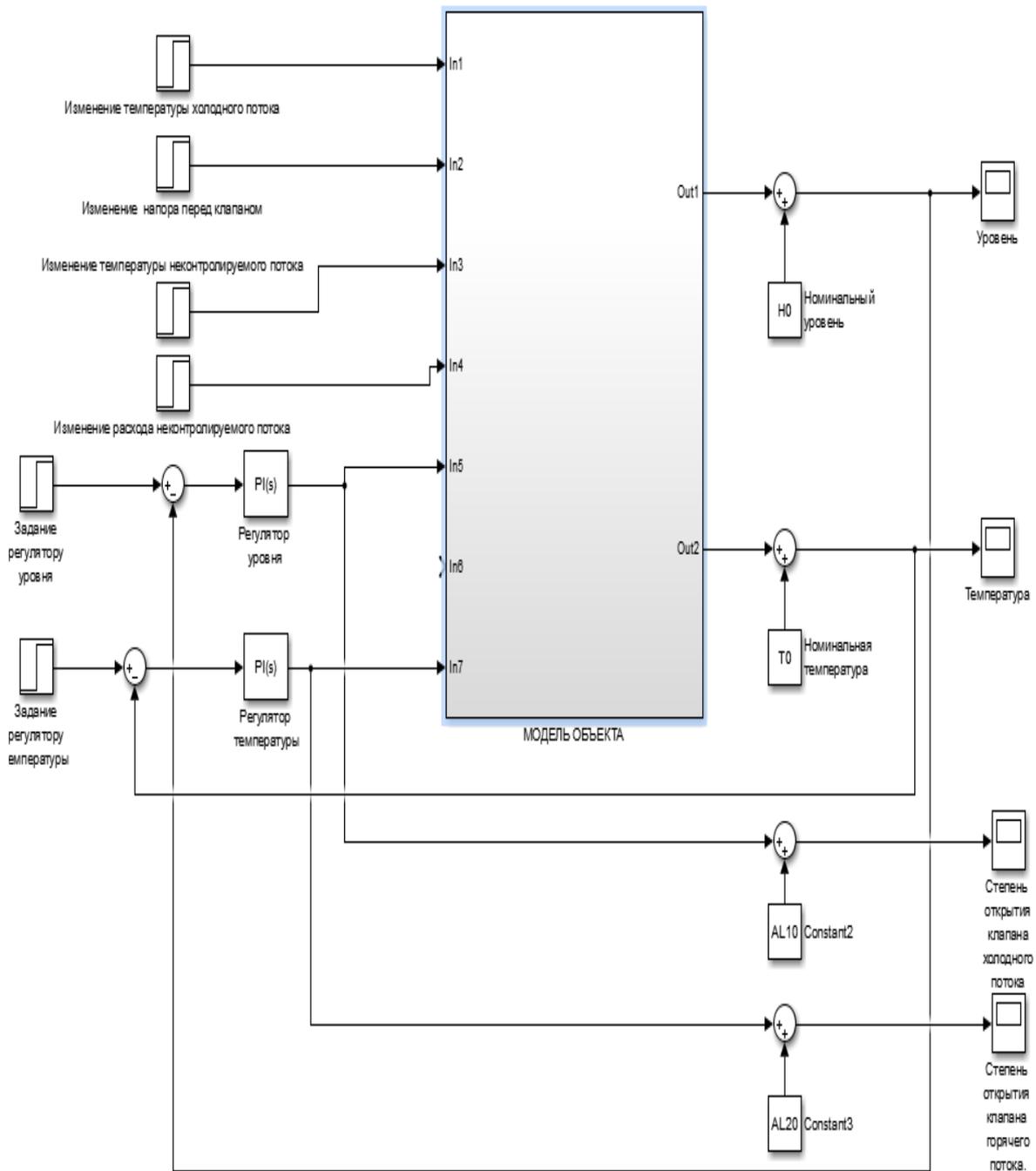


Рисунок 4.10 – Схема моделирования системы управления уровнем и температурой в процессе смешения потоков

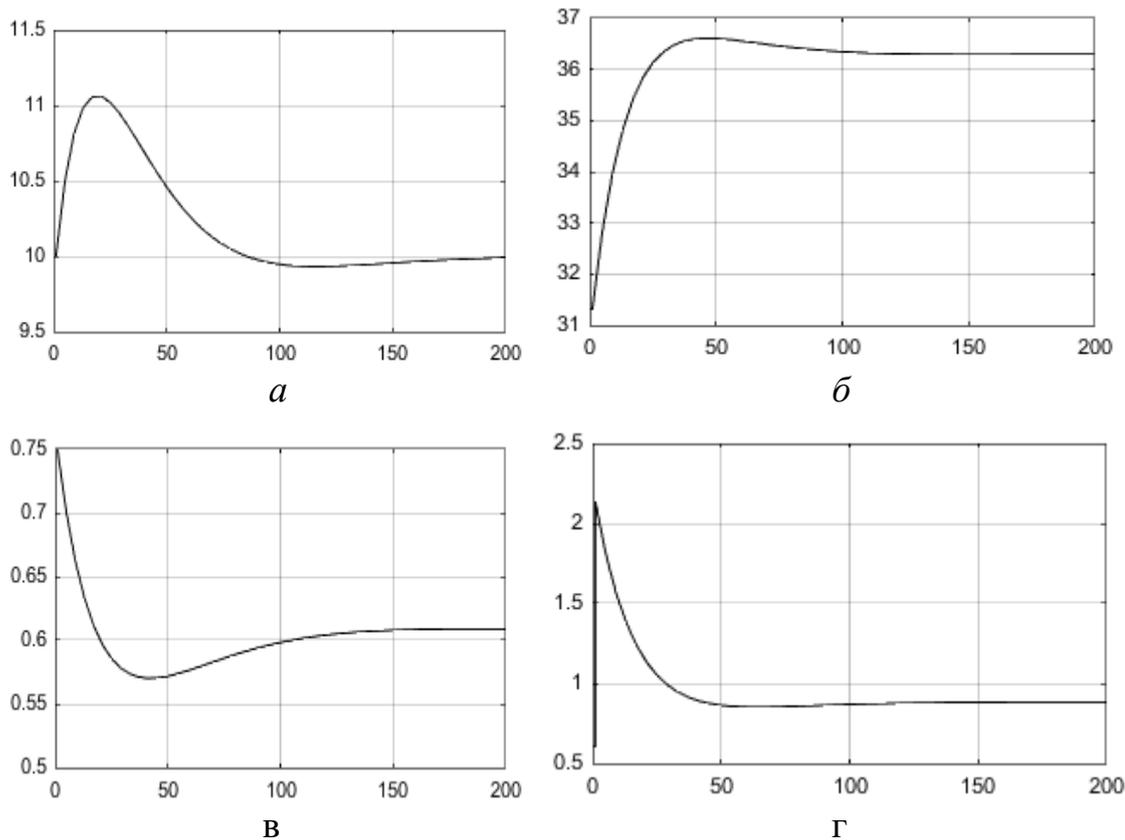


Рисунок 4.11 – Изменение переменных при скачкообразном изменении задания регулятору температуры с 31.3 °С до 36.3 °С:

- а) H – уровень, м; б) Θ – температура выходного потока, °С;
- в) α_1 – степень открытия регулирующего органа на потоке холодной воды;
- г) α_2 – степень открытия регулирующего органа на потоке горячей воды

Из графика 4.11 г видно, что клапан на горячей воде должен открыться на 200 %, что недопустимо. В схеме моделирования не учтены физические ограничения на изменение переменных.

При учете реальных ограничений на положение регулирующего органа характер переходных процессов значительно изменяется, поэтому при моделировании важно учитывать эти ограничения. Результаты моделирования с учетом ограничений показаны на рисунке 4.12. Улучшить качество управления можно различными способами, в частности, можно изменить настройки соответствующего регулятора, уменьшить коэффициент усиления или изменить структуру системы управления, например, использовать «задатчик интенсивности» по каналу изменения задания температуры. Уменьшение коэффициента усиления регулятора может повлиять на качество работы системы при компенсации возмущений, тем не менее воспользуемся этим вариантом.

Выше были приведены графики изменения переменных при коэффициентах регулятора температуры: $K_R=0.3$ и $K_I=0.009$. Проведем

перенастройку коэффициентов регулятора температуры. Уменьшим коэффициент усиления: $K_R=0.066$, $K_I=0.00126$. В результате получим следующие графики переходных процессов в системе, при изменении задания температуры на пять градусов – рисунок 4.13.

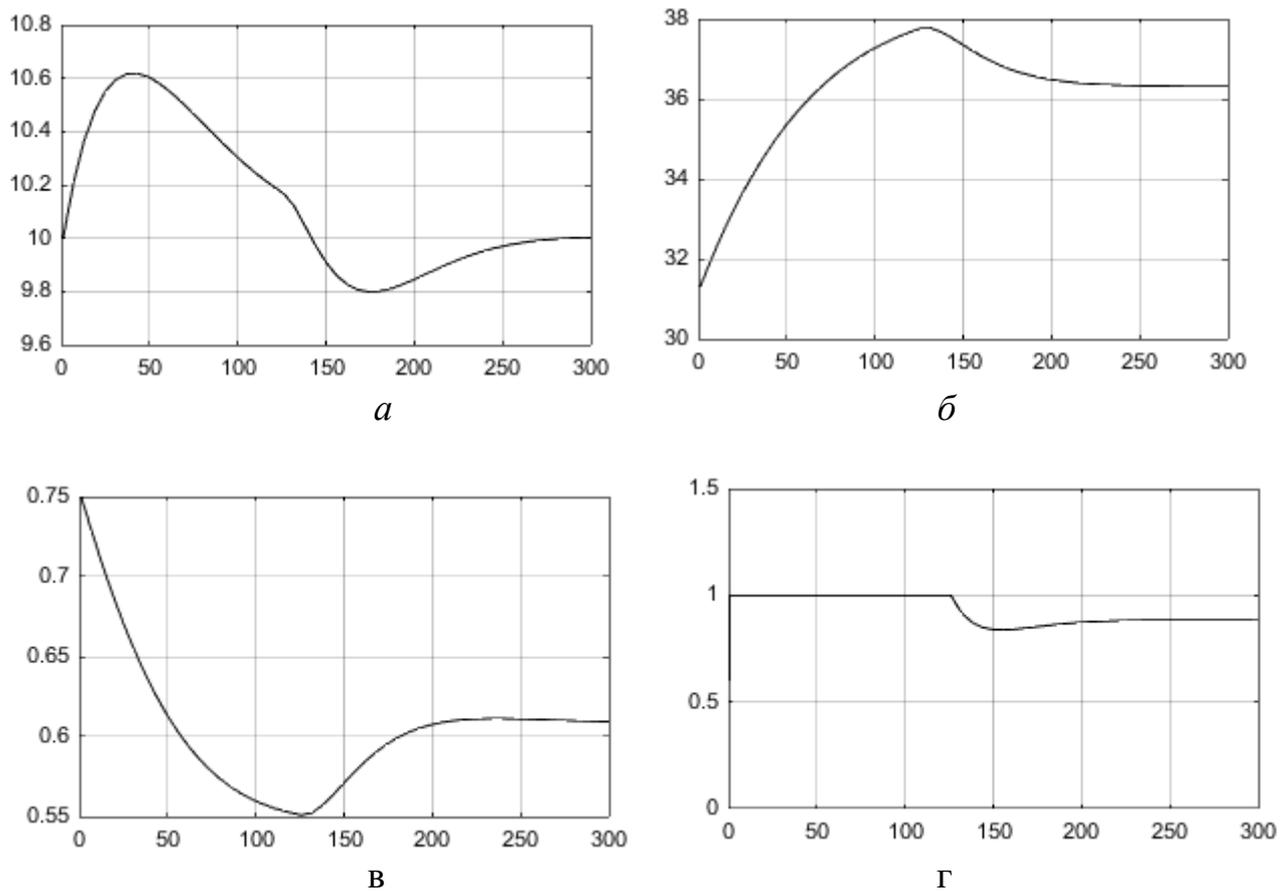


Рисунок 4.12 – Изменение переменных при скачкообразном изменении задания регулятору температуры с $31.3\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $36.3\text{ }^{\circ}\text{C}$ с учетом ограничений на α_2 : а) H – уровень, м; б) Θ – температура выходного потока, $^{\circ}\text{C}$; в) α_1 – степень открытия регулирующего органа на потоке холодной воды; г) α_2 – степень открытия регулирующего органа на потоке горячей воды

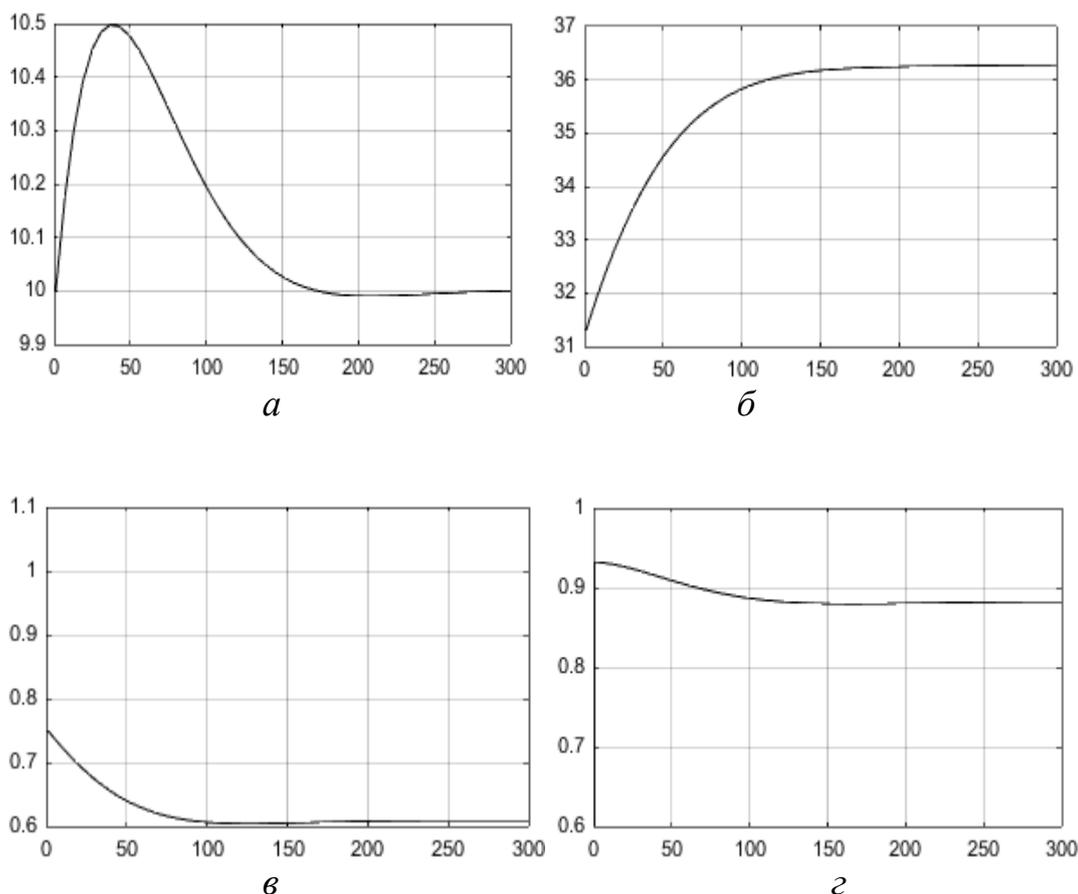


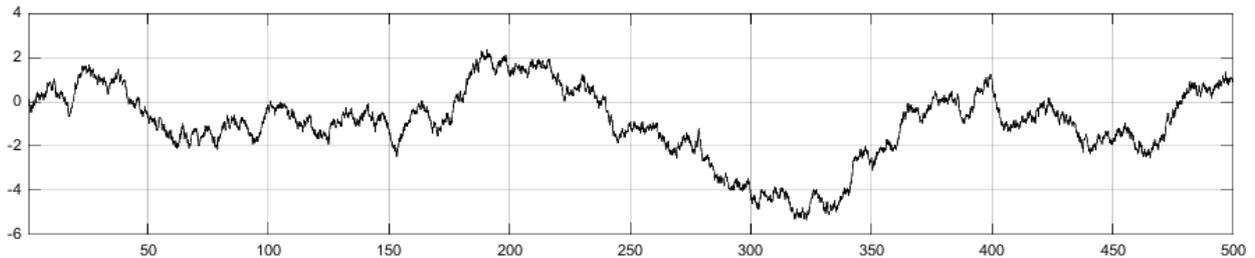
Рисунок 4.13 – Изменение переменных при скачкообразном изменении задания регулятору температуры с 31.3 °С до 36.3 °С с учетом ограничений на α_2 . при скорректированных настройках регулятора температуры $K_R=0.066$, $K_I=0.00126$: а) Н – уровень, м; б) Θ – температура выходного потока, °С; в) α_1 – степень открытия регулирующего органа на потоке холодной воды; г) α_2 – степень открытия регулирующего органа на потоке горячей воды

4.5. Компенсация возмущающих воздействий в системе управления

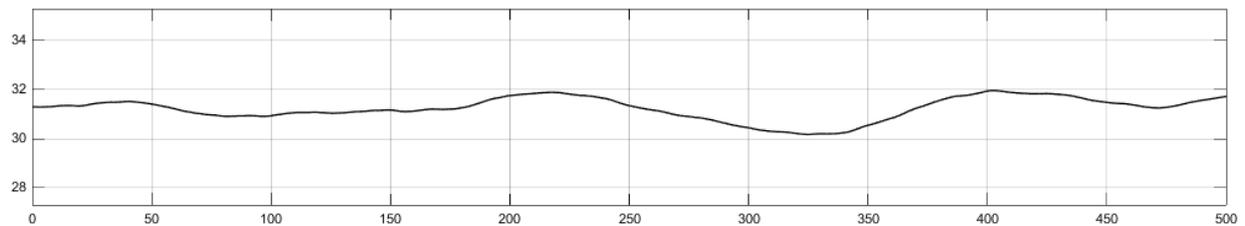
Рассматриваемая система управления предназначена для стабилизации уровня и температуры. Качество работы системы зависит от эффективности компенсации возмущающих воздействий, влияющих на выходные переменные. В задании к курсовой работе могут быть определены различные по форме возмущающие воздействия. Предположим, что отклонения температуры холодной воды имеет случайный характер и соответствует стационарному процессу с корреляционной функцией: $R_x(\tau) = \sigma_x^2 e^{-\alpha|\tau|}$; отклонение напора перед клапаном холодной воды имеет импульсный характер; отклонение температуры неконтролируемого потока имеет гармонический характер с тремя выраженными гармониками и изменение неконтролируемого расхода описывается ступенчатой функцией. При моделировании используются скорректированные настройки регулятора температуры: $K_R=0.066$, $K_I=0.00126$.

Для моделирования случайного процесса с заданной корреляционной функцией необходимо использовать генератор белого шума с единичной дисперсией. Белый шум пропускают через формирующий фильтр. При заданной выше корреляционной функции в качестве формирующего фильтра используется апериодическое звено первого порядка с коэффициентом усиления $K = \sigma_x^2 / \alpha \sqrt{2}$ * и постоянной времени $T = 1/\alpha$.

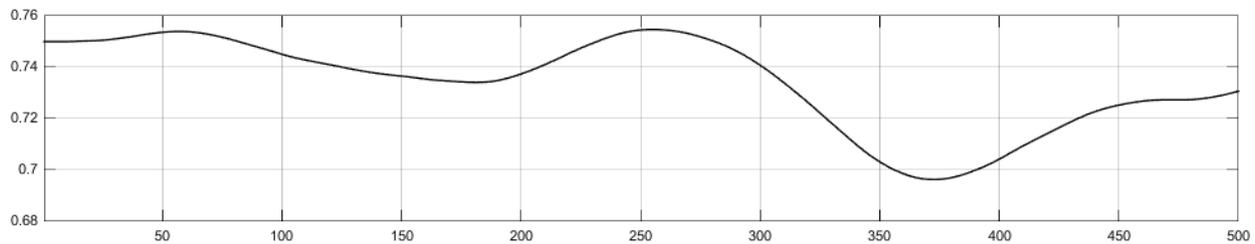
На рисунке 4.14 а приведено отклонение температуры холодного потока, 4.14 б – температуры выходного потока, 4.14 в – степени открытия клапана холодного потока, 4.14 г – степени открытия клапана горячего потока.



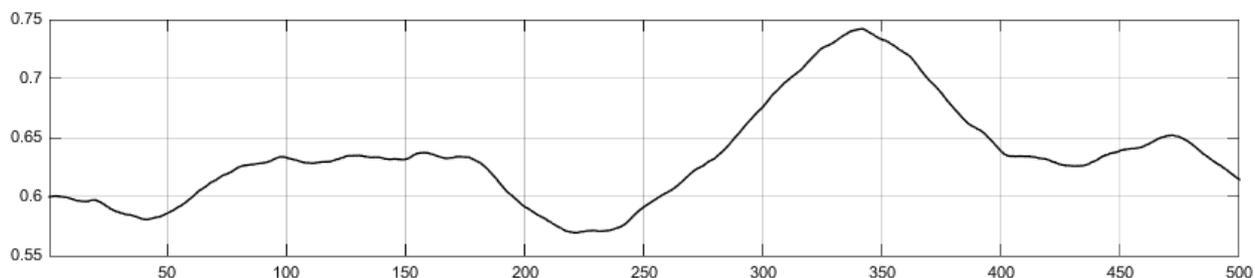
а



б



в



г

Рисунок 4.14 – Компенсация колебаний температуры холодного потока:
а) отклонение температуры холодного потока; *б)* температура выходного потока; *в)* степень открытия клапана холодного потока; *г)* степень открытия клапана горячего потока

Рассмотрим реакцию систем управления на импульсное отклонение напора перед клапаном на потоке холодной воды: амплитуда импульса – 2 м.в.ст., период следования импульсов – 100 с., скважность импульсов – 5 %. При моделировании возмущения используем генератор импульсов. Результаты моделирования приведены на рисунке 4.15.

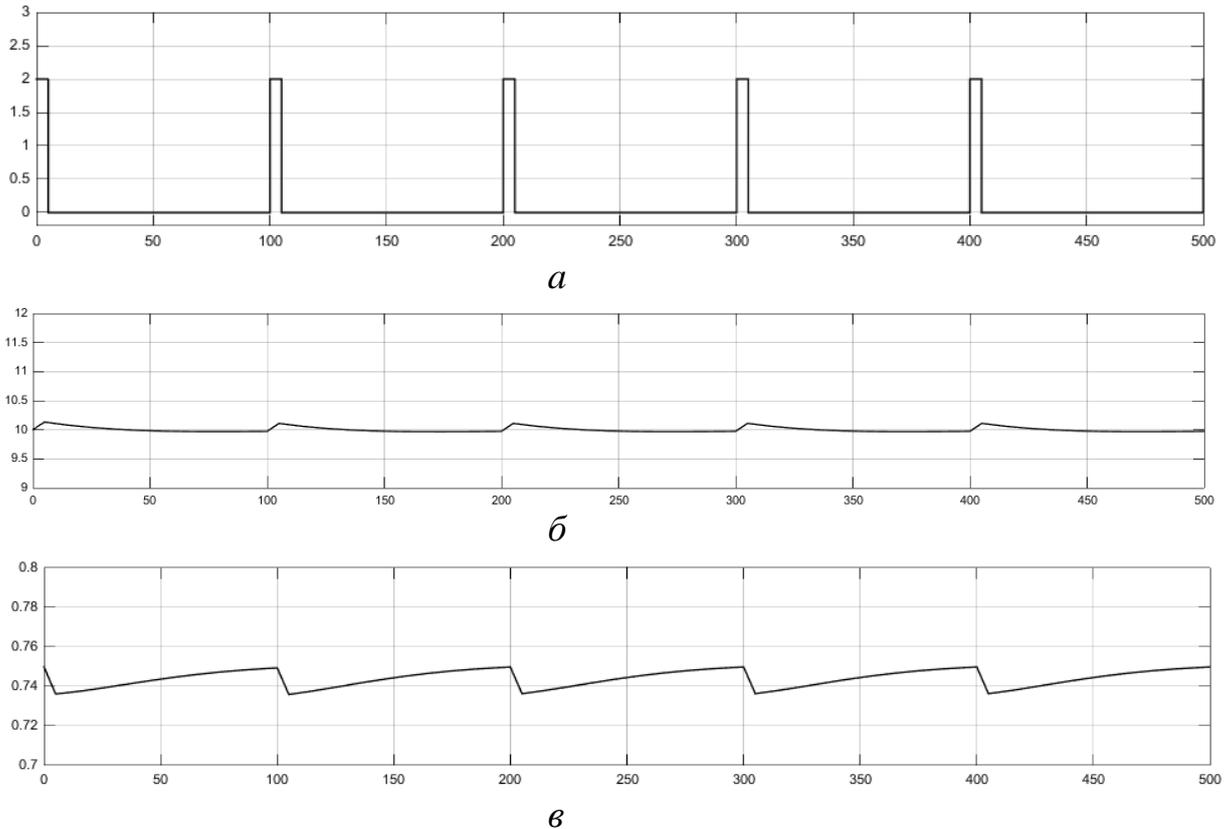
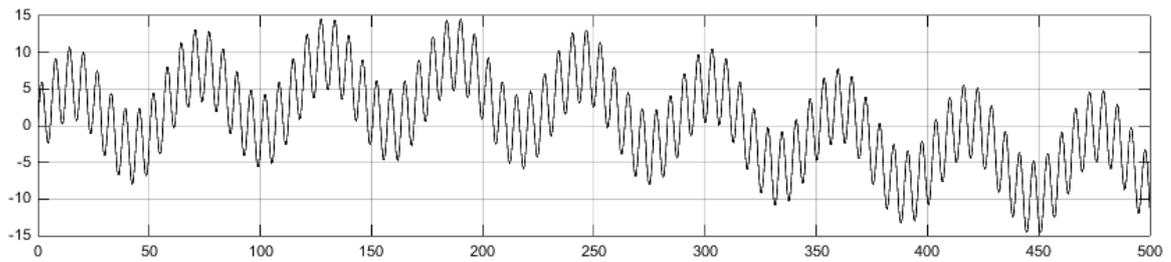


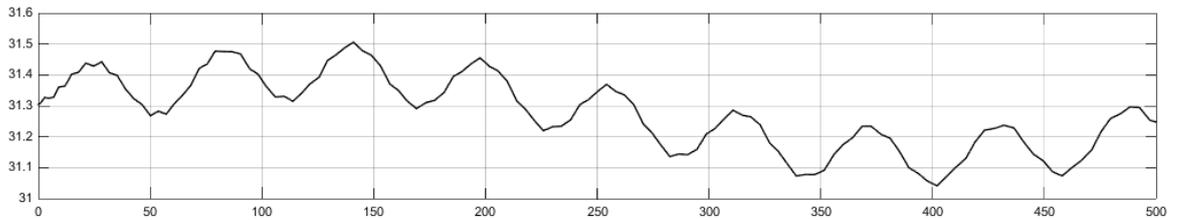
Рисунок 4.15 – Реакция системы на импульсное отклонение напора перед клапаном на потоке холодной воды: а) отклонение напора от номинального значения $P_{10}=15$ м.в.ст.; б) уровень в баке, м; в) положение клапана на потоке холодной воды

Результаты моделирования показывают незначительное влияние этого возмущения на уровень (влияние на температуру также незначительное), тем не менее пульсация напора негативно отражается на работе клапана и исполнительного механизма.

На примере компенсации колебаний температуры неконтролируемого потока рассмотрим некоторые аспекты работы систем в частотной области. Предположим, что отклонение температуры θ_3 от θ_{30} можно описать гармонической функцией $d_3=5*\sin\frac{2\cdot\pi}{6.28}\cdot t+5*\sin\frac{2\cdot\pi}{62.8}\cdot t+5*\sin\frac{2\cdot\pi}{628}\cdot t$ (пример носит иллюстративный характер). Тем не менее, при решении инженерных задач, имея выборку сигнала, можно приближенно оценить амплитуду и частоту основных гармоник и использовать гармоническую функцию при моделировании системы. График возмущения приведен на рисунке 4.16 а. На рисунке 4.16 б приведены результаты работы системы управления.



а



б

Рисунок 4.16 – Компенсация гармонических колебаний температуры холодного потока

Из графика видно, что высокочастотная составляющая практически отсутствует в выходном сигнале. Составляющая средней частоты имеет значительно меньшую амплитуду – порядка $0.1\text{ }^{\circ}\text{C}$ при входной составляющей $5\text{ }^{\circ}\text{C}$. Коэффициент усиления объекта по этому каналу равен 0.1 . Таким образом, система управления уменьшает амплитуду среднечастотной составляющей в 5 раз. Оценить эффективность компенсации низкочастотной составляющей сложно из-за недостаточного числа данных. Эту задачу можно решить, используя частотные характеристики системы. На рисунке 4.17 приведена ЛАЧХ замкнутой системы по рассматриваемому каналу.

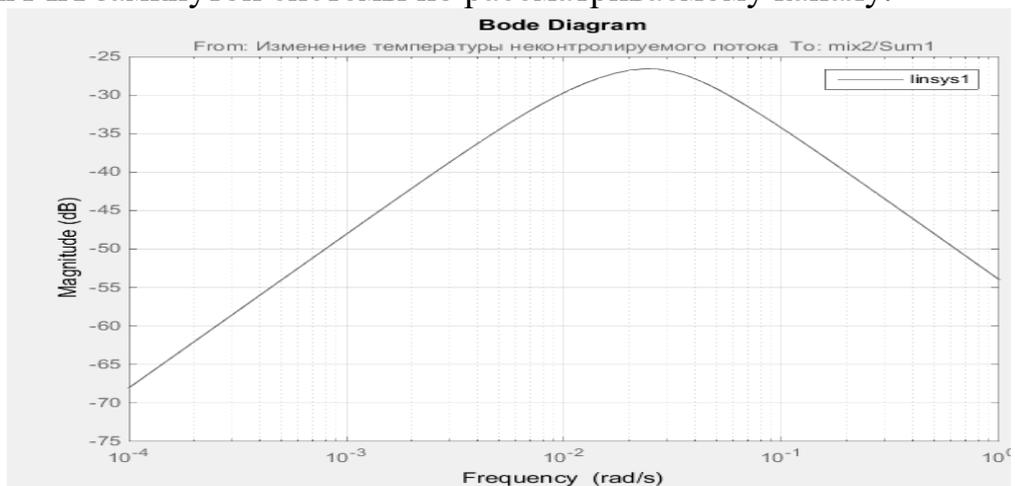


Рисунок 4.17 – ЛФЧХ замкнутой системы по каналу: изменение температуры неконтролируемого потока – изменение температуры выходного потока

Мы рассматривали три гармонические составляющие возмущения с частотами: 10^0 , 10^{-1} и 10^{-2} . На высокой частоте 10^0 значение ЛАЧХ равно -55 дВ, что соответствует уменьшению амплитуды входного сигнала в 560 раз, на частоте 10^{-1} ЛАЧХ равна -35 дВ, амплитуда гармоники уменьшается в 56 раз, что согласуется с результатами моделирования. При частоте 10^{-2} ЛАЧХ равна -30 дВ и, соответственно, амплитуда третьей составляющей уменьшается в 32 раза или в 3 раза по сравнению с разомкнутой системой.

Оценим влияние на работу системы отклонения расхода неконтролируемого потока, напомним, что номинальное значение расхода равно $G_{30} = 0,1$ м³/с. Рассмотрим влияние отклонения на 50 %.

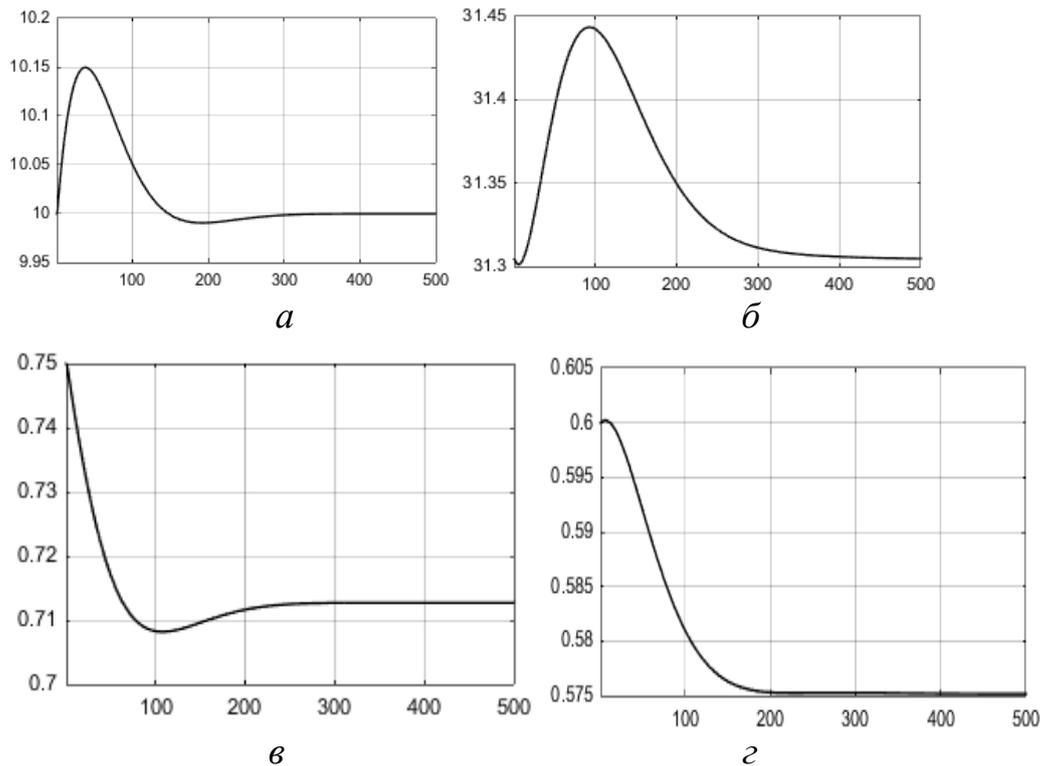


Рисунок 4.17 – Изменение переменных при компенсации ступенчатого отклонения расхода неконтролируемого потока на 50 % от номинального значения: а) изменение уровня; б) изменение температуры выходного потока; в) изменение степени открытия клапана холодного потока; г) изменение степени открытия клапана горячего потока

Результаты моделирования показывают, что все переменные изменяются в допустимых пределах, максимальное отклонение уровня составляет 0,15 м, а температуры – $0,15^{\circ}\text{C}$.

Выводы

1. Разработана математическая модель объекта.
2. Составлена структурная схема моделирования объекта и получены переходные характеристики объекта по каналам управления и возмущения.
3. Выполнен параметрический синтез регуляторов расхода и температуры.
4. Получены переходные характеристики систем управления по каналам изменения задания, регуляторам уровня и температуры.
5. Проведена корректировка настроек регулятора температуры с учетом ограничений на изменение положения клапана на потоке горячей воды.
7. Выполнено моделирование работы системы управления при случайном характере изменения температуры холодного потока.
8. Промоделирована работа системы при импульсном характере отклонений напора перед клапаном на потоке холодной воды.
9. Проведен частотный анализ по каналу влияния температуры неконтролируемого потока на работу регулятора температуры, результаты анализа сопоставлены с моделированием системы на возмущения гармонического характера.
10. Получены переходные характеристики системы при значительном (50 % от номинала) изменении расхода неконтролируемого потока.

5. ПРИМЕР МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ОБЪЕКТА С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

5.1. Принципиальная схема управления температурой воды в теплообменнике трубчатого типа

В данном примере рассмотрим построение системы управления температурой на выходе трубчатого теплообменника на основании измерения температуры в различных точках по длине.

Принципиальная схема системы представлена на рисунке 5.1.

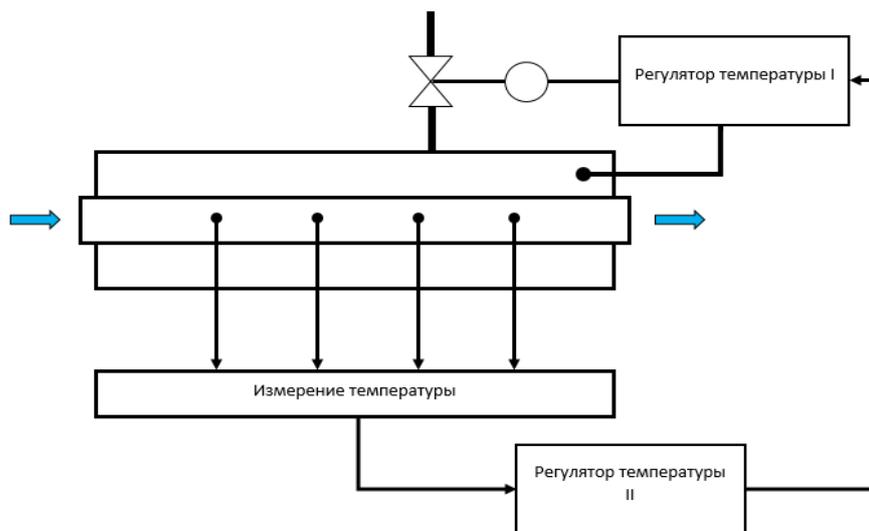


Рисунок 5.1 – Принципиальная схема системы управления температурой воды

Система состоит из двух контуров управления. Внутренний контур – регулирование температуры паровой рубашки. Как правило, этот контур быстродействующий [3], поэтому в данном примере мы не будем учитывать его динамику и принимаем допущение, что температура в паровом пространстве T_1 равна заданию регулятора температуры внутреннего контура. Регулирование T_1 осуществляется путем изменения подачи пара во внутреннем контуре.

5.2. Модель процесса нагрева воды в трубчатом теплообменнике

Температура нагреваемой воды $T(z,t)$ является функцией пространственной координаты z и времени t . Начальная температура воды $T(0,t)=T_2(t)$ является возмущающим воздействием. Предполагаем, что расход воды G постоянный. Изменением теплоемкости и плотности воды пренебрегаем. Используем модель идеального вытеснения с учетом процесса теплопередачи для описания изменения температуры в водяном пространстве:

$$S \cdot \rho \cdot C \cdot \frac{\partial T(z,t)}{\partial t} = -G \cdot \rho \cdot C \cdot \frac{\partial T(z,t)}{\partial z} + \frac{F \cdot K}{L} \cdot [T_1(t) - T(z,t)] \quad (5.1)$$

Граничное условие: $T(0,t)=T_2(t)$.

В таблице приведены параметры номинального технологического режима, переменные с индексом "0" и используемые константы:

Таблица 1 – Параметры номинального режима

Наименование параметра	Обозначение переменной	Значение переменной	Размерность
Температура парового пространства	T_{10}	200	$^{\circ}\text{C}$
Расход воды	G	25	кг/с
Температура воды на входе	T_{20}	25	$^{\circ}\text{C}$
Температура воды на выходе	T_0	140	$^{\circ}\text{C}$
Длина трубы	L	10	м
Радиус трубы	R	0.3	м
Объем водяного пространства	V_B	2.82	м^3
Коэффициент теплопередачи	K	6	кДж/с* $\text{м}^2\text{K}$
Теплоемкость воды	C_2	4.2	кДж/кг* $^{\circ}\text{K}$
Плотность воды	ρ	1000	кг/ м^3
Площадь сечения трубы	S	0.28	м^2
Поверхность теплообмена	F	18.84	м^2

Преобразуем уравнение (5.1):

$$\frac{\partial T(z,t)}{\partial t} = -\frac{G}{S} \cdot \frac{\partial T(z,t)}{\partial z} + \frac{F \cdot K}{S \cdot C \cdot L \cdot \rho} \cdot T_1(t) - \frac{F \cdot K}{S \cdot C \cdot L \cdot \rho} \cdot T(z,t) \quad (5.2)$$

Перейдем к отклонениям от номинального режима, для этого вводим новые переменные:

$$x(z,t)=T(z,t)-T_0(z,t)$$

В соответствии с принципиальной схемой температура измеряется в различных точках по длине трубы:

$$Z_1 = 0.25 L; Z_2 = 0.50 L; Z_3 = 0.75 L; Z_4 = L;$$

Получим переменные состояния:

$$\begin{cases} x(0.25; t) = T(0.25; t) - T_0(0.25; t) \\ x(0.50; t) = T(0.50; t) - T_0(0.50; t) \\ x(0.75; t) = T(0.75; t) - T_0(0.75; t) \\ x(1.00; t) = T(1.00; t) - T_0(1.00; t) \end{cases} \quad (5.3)$$

Возмущение: $d=T_2(t)-T_{20}(t)$.

Переменная управления: $u=T_I(t)-T_{I0}(t)$.

Обозначим: $a_1=\frac{G}{S}$; $a_2=\frac{F \cdot K}{S \cdot C \cdot L \cdot \rho}$ и получим уравнение:

$$\frac{\partial x(z;t)}{\partial t} = -a_1 \frac{\partial x(z;t)}{\partial z} - a_0 * x(z, t) + a_0 u(t) \quad (5.4)$$

Для определения параметров установившегося режима в точках измерения температуры примем в уравнении (5.4):

$$\frac{\partial T(z; t)}{\partial t} = 0.$$

И запишем решение уравнения:

$$a_1 \frac{dT(z;0)}{dz} + a_0 * [T(z, 0) - T_1(0)] = 0, \text{ при } T(0,0)=T_{20},$$

$$T(z, 0) = T_{10} - (T_{10} - T_{20}) \cdot e^{-z \cdot \frac{a_0}{a_1}} \quad (5.5)$$

Применим преобразование Лапласа к уравнению (5.4):

$$p * x(z, p) = -a_1 * \frac{dx(z, p)}{dz} - a_0 * x(z, p) + a_0 * u(p)$$

$$x(0, p) = T_{20} \quad (5.6)$$

Запишем решение уравнения (5.6):

$$[3]x(z, p) = W(z, p) * u(p) + \int_0^z W_i(z, r, p) * x_0(r) dr + W_0(z, p) * x(0, p)$$

Здесь $W(z, p)$ – передаточная функция, которая отражает влияние температуры паровой рубашки на распределение температур по длине теплообменника. $W_i(z, r, p)$ – передаточная функция, отражающая влияние начального распределения температуры по длине теплообменника.

$W_0(z, p)$ – передаточная функция, которая показывает влияние начальной температуры воды T_{20} на распределение температур по длине трубы.

Начальное распределение температур соответствует уравнению (5.5).

$$W_0(z, p) = e^{\frac{a_0 * z}{a_1}} * e^{\frac{p * z}{a_1}} \quad (5.7)$$

$$W(z, p) = \left(\frac{a_0}{p + a_0} \right) * \left[1 - e^{\frac{a_0 * z}{a_1}} * e^{\frac{p * z}{a_1}} \right] \quad (5.8)$$

В качестве примера, передаточные функции для $Z = 0.25 L$ имеют вид:

$$W_0(z, p) = e^{\frac{a_0 * 0.25L}{a_1}} * e^{\frac{p * 0.25L}{a_1}}$$

$$W(z, p) = \left(\frac{a_0}{p + a_0} \right) * \left[1 - e^{\frac{a_0 * 0.25L}{a_1}} * e^{\frac{p * 0.25L}{a_1}} \right]$$

Напомним, что $-a_1 = G/S$, скорость движения потока, таким образом, мы получили передаточные функции с запаздыванием. Параметры уравнений (5.7) и (5.8) вычисляются в соответствии со значениями, заданными в таблице 5.1.

5.3. Моделирование объекта управления температурой воды

Используя уравнения (5.7) и (5.8), разработаем структурную схему модели объекта и соответствующую схему моделирования в пакете MatLab, рисунок 5.2.

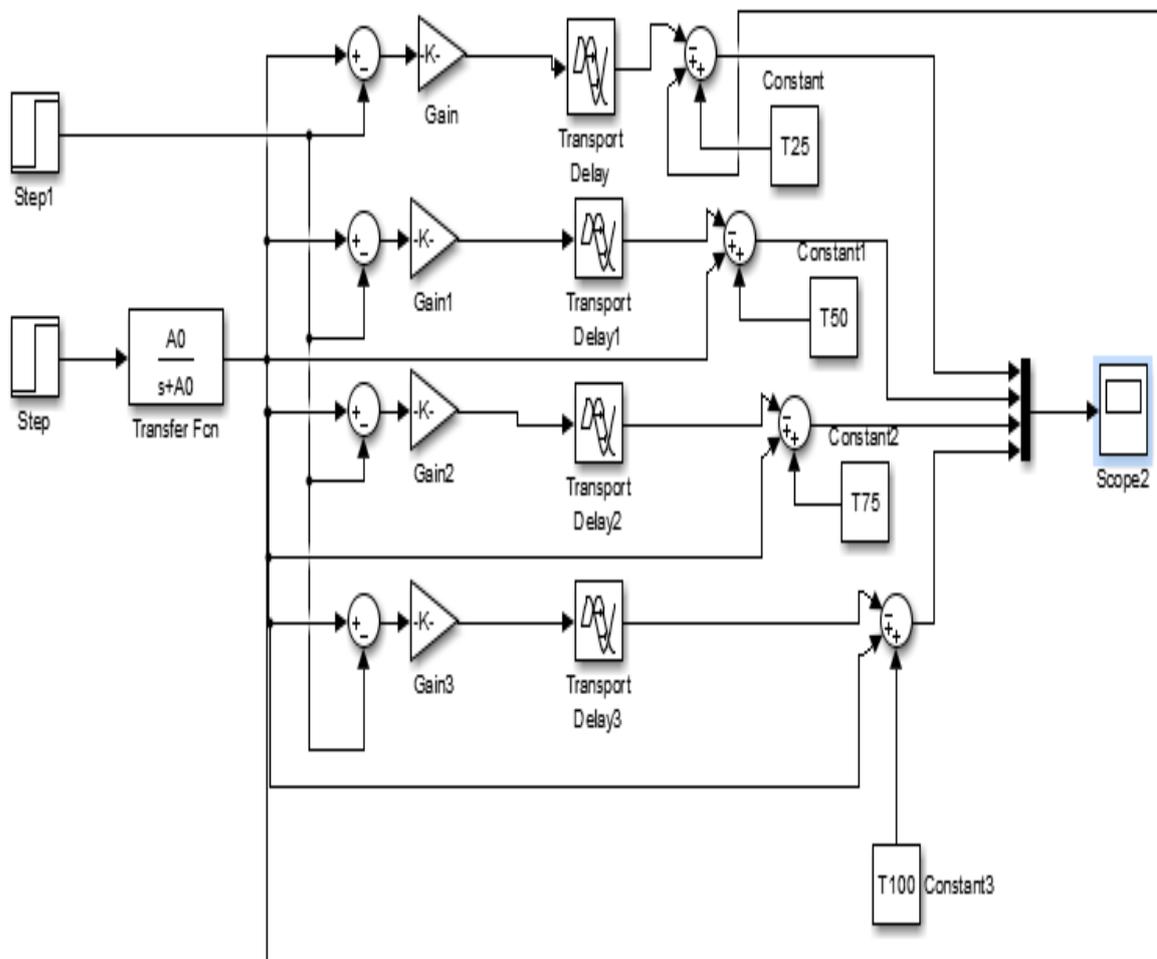


Рисунок 5.2 – Схема моделирования объекта управления

При моделировании использованы следующие значения параметров модели: $a_0 = 0.0096$, $a_1 = -0.0893$, $L = 10\text{м}$, $T(0.25L, 0) = 66.29\text{ }^\circ\text{C}$, $T(0.5L, 0) = 97.84\text{ }^\circ\text{C}$, $T(0.75L, 0) = 121.95\text{ }^\circ\text{C}$, $T(L, 0) = 140.37\text{ }^\circ\text{C}$

На рисунке 5.3 приведена реакция объекта на ступенчатые изменения температуры паровой рубашки, сигнала управления и температуры холодной воды на входе в теплообменник.

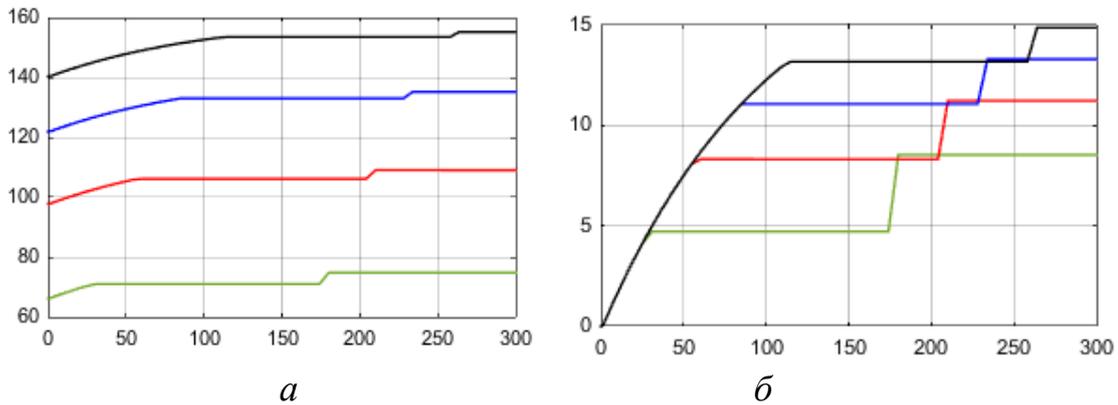


Рисунок 5.3 – Изменение температуры в четырех точках по длине трубопровода при ступенчатом изменении температуры паровой рубашки на 20 °С и изменении температуры холодной воды на 150 сек. на 5°С:
а) абсолютные значения; *б)* отклонения от номинального режима

5.4. Моделирование системы управления температурой с пропорциональным регулятором состояния и ПИ-регулятором в пакете MatLab

На рисунках 5.4 и 5.5 приведены результаты моделирования системы управления с пропорциональным регулятором состояния процесса. При моделировании использованы следующие значения коэффициентов регулятора $K_{0.25}=0.25$, $K_{0.5}=0.5$, $K_{0.75}=0.75$, $K_1=1$. При моделировании использовалась схема (рисунок 5.8). Блоку Subsystem соответствует схема на рисунке 5.2. На рисунке 5.6 и 5.7 приведены для сравнения результаты работы замкнутой системы регулирования температуры с ПИ-регулятором при $K_R=3$ и $K_i=0.055$.

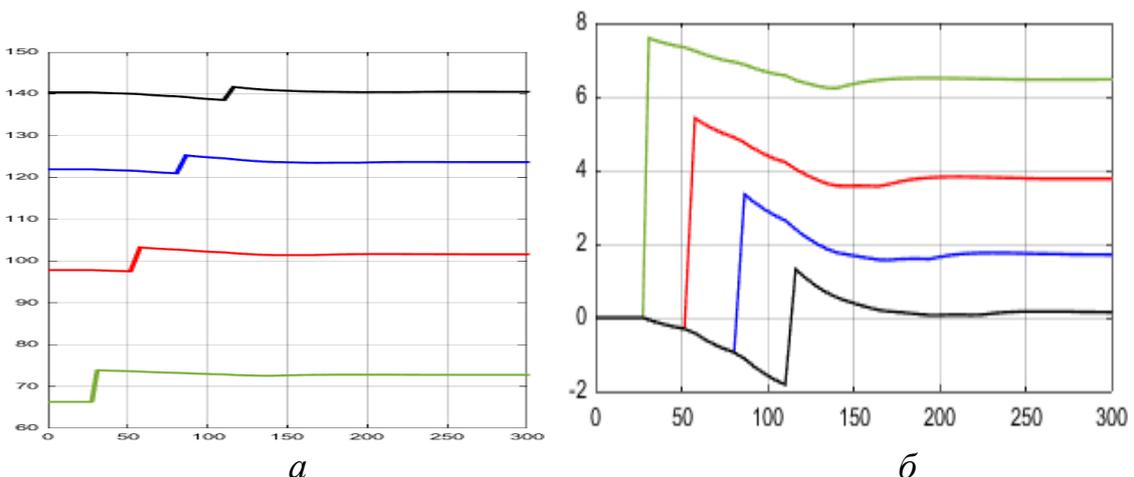


Рисунок 5.4 – Компенсация возмущения температуры холодной воды с помощью пропорционального регулятора состояния (реакция системы на ступенчатое изменение температуры на 10 °С на 1 сек.): *а)* абсолютные значения; *б)* отклонения от номинального режима

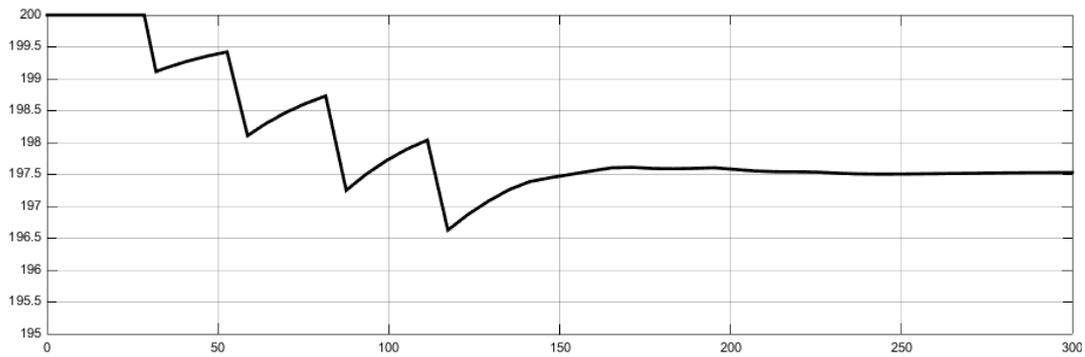


Рисунок 5.5 – Изменение температуры паровой рубашки в процессе компенсации возмущения регулятором состояния

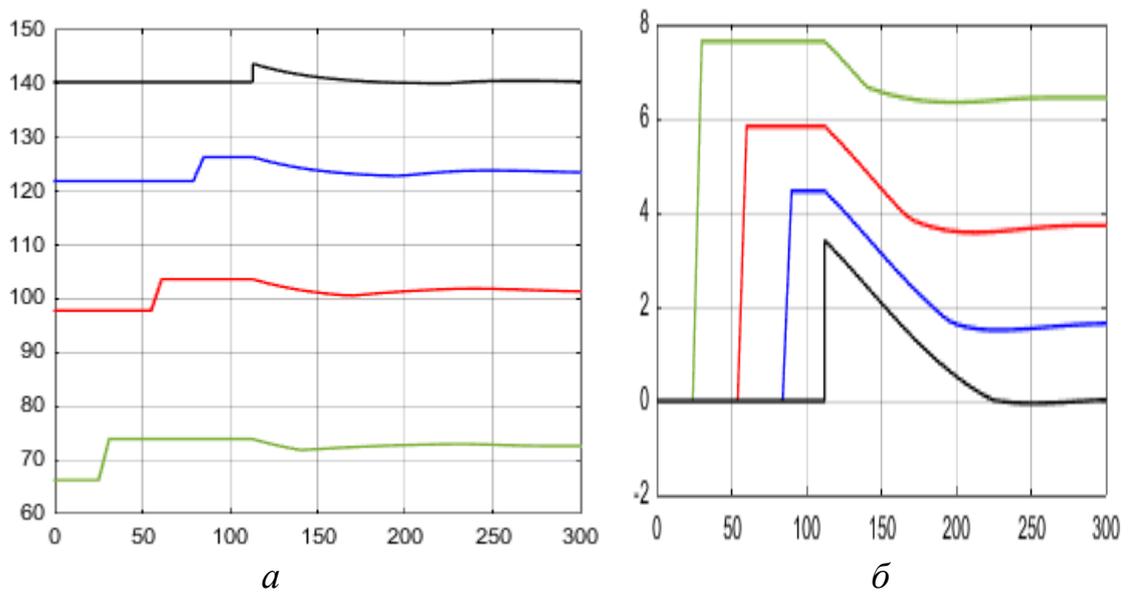


Рисунок 5.6 – Компенсация возмущения температуры холодной воды с помощью ПИ регулятора с обратной связью по температуре на выходе теплообменника (реакция системы на ступенчатое изменение температуры на 10°C на 1 сек.): а) абсолютные значения; б) отклонения от номинального режима

Из графиков 5.4 и 5.6 мы видим, что максимальное отклонение температуры меньше в данном примере, при использовании пропорционального регулятора состояния по сравнению с ПИ-регулятором, который не использует промежуточные измерения температуры. Тем не менее, настройка регулятора состояния для объектов с запаздыванием достаточно сложная, дополнительно, при изменении задания температуры в регуляторе состояния, необходимо пересчитывать задания для всех контуров управления. Изменение задания только для контура конечной температуры приводит к значительной статической ошибке при переходе на новое заданное значение.

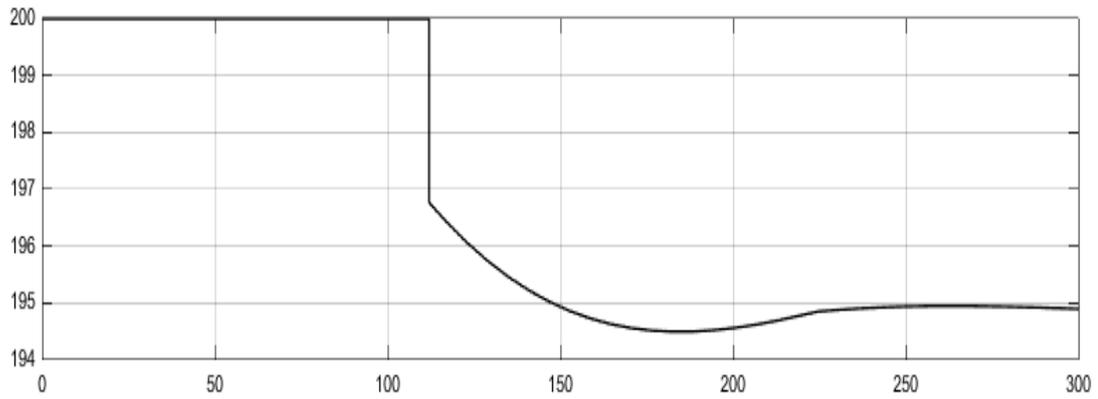


Рисунок 5.7 – Изменение температуры паровой рубашки в процессе компенсации возмущения с ПИ-регулятором

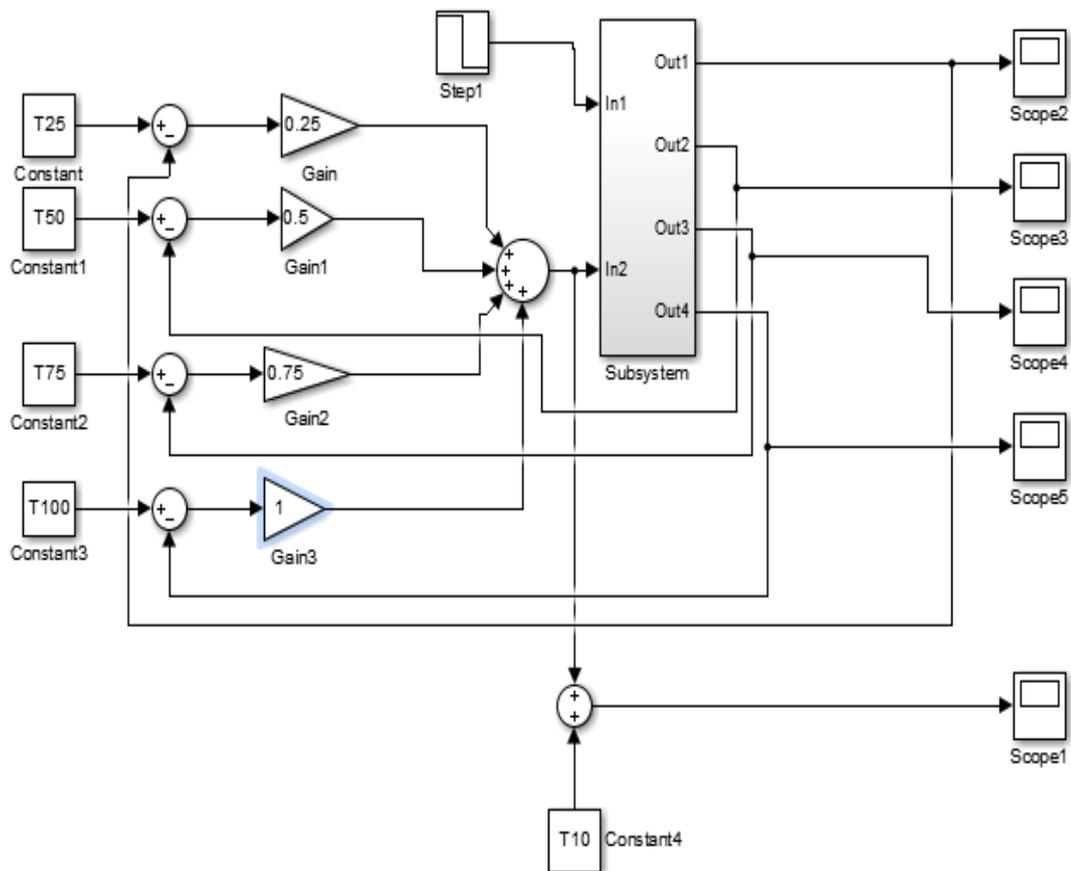


Рисунок 5.8 – Схема моделирования системы стабилизации температуры воды с пропорциональным регулятором состояния

Выводы

1. На основании литературных источников разработана модель объекта.
2. Определены параметры математической модели и получена структурная схема объекта.
3. Выполнено компьютерное моделирование и получена реакция объекта на ступенчатые изменения сигналов управления и возмущающих воздействий.
4. Проведено моделирование работы системы управления температуры воды на выходе теплообменника с пропорциональным регулятором состояния и ПИ-регулятором в системе с обратной связью только по конечной температуре.
5. Выявлены недостатки и преимущества сопоставляемых систем управления.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Харди́ков, Е. В. Автоматизация процесса производства бумаги и картона: учебное пособие / Е. В. Харди́ков, Н. Р. Ромейко-Гурко, Г. А. Кондрашкова. – Л., 1989. – Текст: непосредственный.
2. Белов, М. П. Моделирование в электротехнике / М. П. Белов. – СПб: СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2014. – 164 с. – Текст: непосредственный.
3. Рей, У. Методы управления технологическими процессами / У. Рей. – М.: Мир, 1983. – 368 с. – Текст: непосредственный.
4. Ушева, Н. В. Математическое моделирование химико-технологических процессов: учебное пособие / Н. В. Ушева. – Томск: Томский политехнический университет, 2014. – 135 с.
5. Бельфор, В. М. Математическое моделирование технологического объекта управления: учебно-методическое пособие по выполнению курсовой работы / В. М. Бельфор, В. Б. Попов, И. В. Антонишин. – СПб: СПбГТУРП, 2013. – 34 с. – Текст: непосредственный.