Т. В. Шабанова

СТАТИСТИКА

Часть I

Учебное пособие

Санкт-Петербург
2024

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна»
Высшая школа технологии и энергетики

Т. В. Шабанова

СТАТИСТИКА

Часть I

Учебное пособие

Утверждено Редакционно-издательским советом ВШТЭ СПбГУПТД

Санкт-Петербург
2024

УДК 31 (075)
ББК 60.6я7
Ш 123

Рецензенты:
кандидат экономических наук, доцент, заведующий кафедрой экономики и организации производства Высшей школы технологии и энергетика Санкт- Петербургского государственного университета промышленных технологий и дизайна
Е. М. Фрейдкина;
доктор экономических наук, доцент, профессор кафедры менеджмента и инноваций ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет»
М. Г. Трейман

Шабанова, Т. В.
Ш 123 Статистика: учебное пособие / Т. В. Шабанова. — СПб.: ВШТЭ СПбГУПТД, 2024. — 82 с.
ISBN 978-5-91646-420-7

Учебное пособие соответствует программам и учебным планам дисциплины «Статистика» для студентов, обучающихся по направлениям подготовки: 38.03.01 «Экономика» и 38.03.02 «Менеджмент».

В учебном пособии освещаются современная организация государственной статистики РФ и основные этапы выполнения статистического исследования: статистическое наблюдение, сводка и группировка статистического материала и приемы его анализа, раскрываются значение и методы построения основных статистических показателей.

Пособие предназначается для студентов всех форм обучения.

УДК 31 (075)
ББК 60.6я7

ISBN 978-5-91646-420-7

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Эффективность управления экономикой в значительной степени зависит от качества информационной базы, основным компонентом которой является статистика. Статистическая грамотность – неотъемлемая часть экономического образования. Работая с цифрами, каждый экономист должен знать, как получены те или иные данные, какова их природа и экономический смысл.

Статистика осуществляет наблюдение, сбор, научную обработку, обобщение, анализ и интерпретацию информации обо всех явлениях и процессах общественной жизни. Поэтому в системе экономического образования особое место отводится изучению статистики, являющейся базовой научной дисциплиной, формирующей профессиональный уровень современного экономиста. Содержание дисциплины «Статистика», предписанного Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования, может быть разделено на две части: 1) общая теория статистики, где дается представление о сущности статистического метода анализа и особенностях его применения к изучению социально-экономических явлений и процессов; 2) статистика промышленности, где каждый из разделов дисциплины имеет свои конкретные цели и задачи.

Учебное пособие «Статистика, часть 1» призвано дать студентам представление о содержании статистики как научной дисциплины, познакомить с ее основными понятиями, методологией и методиками расчета важнейших статистических аналитических показателей. Его задача – научить студентов решать проблему информационного обеспечения процесса принятия управленческих решений, начиная с подготовки информации, ее анализа и заканчивая количественной и качественной оценкой произошедших изменений в анализируемых процессах. В соответствии с этим данное учебное пособие охватывает самые общие начальные элементы статистической науки и рассматривает основные этапы статистического исследования: статистическое наблюдение, сводка, расчет обобщающих показателей – абсолютных, средних и относительных, индексный метод анализа, основы регрессионного и корреляционного анализа.

Статистический метод исследования находит широкое применение во многих отраслях знания и человеческой деятельности. Так, в отраслевых исследованиях на основе данных, характеризующих результаты деятельности экономических объектов той или иной отрасли промышленности, осуществляется оценка социально-экономического положения в ней, изучается рыночная экономическая конъюнктура, инвестиционная привлекательность объектов и т. д. Чем полнее и достовернее аналитическая информация, отражающая реальные процессы и явления, тем эффективнее осуществляется принятие решений на всех уровнях управления.

ГЛАВА 1. ПРЕДМЕТ И МЕТОД СТАТИСТИКИ

1.1. Предмет и основные категории статистики как науки

Слово «статистика» имеет латинское происхождение (от status, что означает «определенное положение вещей» – состояние). В средние века оно использовалось для характеристики политического состояния государства и употреблялось в значении слова «государствоведение».

В настоящее время под статистикой понимают:

– особую отрасль практической деятельности людей, направленную на сбор, обработку и анализ данных о массовых явлениях;
– статистические данные (цифровые материалы), представленные в отчетности предприятий, организаций, отраслей экономики, а также публикуемые в сборниках, справочниках, периодической прессе, которые представляют собой результат статистической работы;
– науку, которая занимается разработкой теоретических положений и методов, используемых статистической практикой.

Предметом статистики как науки служат массовые явления любой природы, в том числе и в экономике. Статистика изучает количественную сторону этих явлений в неразрывной связи с их качественным содержанием в конкретных условиях места и времени.

Массовые явления – явления, повторяющиеся в пространстве и времени и отражающие некоторую статистическую закономерность.

Статистическая закономерность – такая закономерность, когда в каждом отдельном явлении то, что присуще всей совокупности явлений (необходимое), проявляется в единстве с индивидуальным, присущим лишь этому конкретному явлению (случайным). Примером статистической закономерности может служить прямая зависимость объема продажи какого-либо товара от расходов на его рекламу. Такая зависимость характерна для совокупности магазинов, реализующих данных товар. Однако для отдельного магазина увеличение расходов на рекламу может не только не привести к росту объема продажи товара, но даже вызвать его снижение.

Познание статистической закономерности возможно только в том случае, если изучаются не отдельные явления, а совокупности явлений, то есть объектом статистического изучения является статистическая совокупность – множество однокачественных варьирующихся явлений. Например, множество студентов вуза, обучающихся на 2 курсе дневного отделения. Данное множество является качественно однородным, так как объединяет молодых людей, обучающихся в одном и том же вузе на 2 курсе дневного отделения. В то же время существуют элементы данного множества – студенты отличаются друг от друга успеваемостью, способностями, состоянием здоровья и т. п.

Статистическая совокупность состоит из единиц совокупности. **Единицы статистической совокупности** представляют собой качественно однородные первичные элементы этой совокупности, каждый из которых является носителем признаков, подлежащих регистрации.

Признак – это свойство, характеристика единицы статистической совокупности (табл. 1). Например, единица статистической совокупности (табл. 1) «студент» имеет следующие признаки: фамилия, имя, отчество, возраст, оценки по предметам, посещаемость занятий и т. д.

Чем однороднее совокупность, тем больше общих признаков имеют ее единицы и меньше варьируют их значения.

Таблица 1 – Классификация признаков

Критерий классификации	Виды признаков
По отношению к цели исследования	существенные (главные, выражающие содержательную сторону явлений); несущественные (второстепенные)
По характеру выражения	описательные (атрибутивные), выраженные словами: количественные, выраженные числами
По характеру вариации	альтернативные, которые могут принимать только 2 значения (например, пол человека); дискретные, которые могут принимать ограниченное количество значений в рамках данного диапазона (например, оценка по предмету); непрерывные, которые могут принимать бесконечное множество значений в рамках данного диапазона (например, себестоимость единицы продукции)
По способу измерения	первичные, которые непосредственно измеряются, учитываются (например, возраст, рост человека); вторичные – рассчитываются через первичные по определенным формулам (например, средний балл, процент посещаемости занятий)
По отношению ко времени	моментные, которые характеризуют состояние объекта на какой-то определённый момент времени (например, численность присутствующих на лекции 24.02.02); интервальные (периодические) – характеризуют результаты процесса за некоторый период времени (например, число занятий, пропущенных за семестр)

Поскольку статистика, как уже сказано, изучает количественную сторону массовых явлений, то возникает необходимость в обобщающих характеристиках статистической совокупности. Эту роль выполняет **статистический показатель.**

Статистический показатель – это обобщающая характеристика какого-то свойства статистической совокупности или ее части. Этим он отличается от признака (свойства, присущего единице совокупности). Например, средний балл за семестр по группе студентов – это статистический показатель. Балл по некоторому предмету конкретного студента – признак. Средний возраст студента в группе на начало учебного года – статистический показатель, а возраст конкретного студента данной группы – признак. Статистические показатели можно подразделить на два основных вида. Первый вид – *это учетно-оценочные показатели*, которые показывают размеры, объемы, уровни изучаемого явления, например, объем промышленной продукции в РФ. Второй вид показателей – *аналитические*, которые показывают, как развивается изучаемое явление, из каких частей состоит целое, т. е. в каком соотношении находятся части целого между собой и как распространяется явление в пространстве.

1.2. Методы статистики

Свой предмет статистика изучает при помощи своего, специфического метода.

Все многообразие статистических методов можно систематизировать по применению их на трех основных стадиях (этапах) статистического исследования (табл. 2).

Таблица 2 – Классификация статистических методов

Этапы статистического исследования	Наименование статистического метода
1. Сбор данных (первичной статистической информации)	Метод массового наблюдения
2. Первичная обработка информации (обобщение данных)	Метод сводки и группировки (составление таблиц, подсчет групповых и общих итогов)
3. Анализ и интерпретация данных	Метод средних величин; Метод динамических рядов; Индексный метод; Метод корреляционного анализа

1.3. Современная организация государственной статистики Российской Федерации и ее основные задачи

Федеральная служба государственной статистики (Росстат) является уполномоченным федеральным органом исполнительной власти, осуществляющим функции по формированию официальной статистической информации о социальном, экономическом, демографическом и экологическом положении страны. В своей деятельности Федеральная служба государственной статистики руководствуется Конституцией РФ, федеральными законами и другими нормативными актами.

Федеральная служба государственной статистики РФ, ее органы в республиках, краях, областях, автономных областях и округах, в городах Москве и Санкт-Петербурге, других городах и районах, а также подведомственные ей организации, учреждения и учебные заведения составляют единую систему государственной статистки страны.

Формы и методы сбора и обработки статистических данных, методология расчета статистических показателей, установленные Росстатом, являются статистическими стандартами РФ.

В соответствии с положением, **основными задачами** Федеральной службы госстатистики России являются:

1) предоставление официальной статистической информации Президенту, правительству, федеральному собранию РФ, федеральным органам исполнительной власти, общественности;

2) разработка научно обоснованной статистической методологии, соответствующей международным стандартам;

3) координация статистической деятельности в государстве;

4) разработка экономико-статистической информации, ее анализ, составление национальных счетов, проведение необходимых балансовых расчетов.

Основные функции Федеральной службы госстатистики России состоят в том, что она:

1) организует проведение государственных статистических наблюдений по разработанным им или согласованным с ними программам, формам и методикам;

2) обеспечивает функционирование ЕГРПО (Единого государственного реестра предприятий и организаций);

3) обеспечивает сбор, обработку, хранение и защиту статистической информации, соблюдение государственной и коммерческой тайны, необходимую конфиденциальность данных (конфиденциальный – секретный, доверительный);

4) сопоставляет основные социально-экономические показатели России с аналогичными показателями других стран, совместно с Центробанком составляет платежный баланс страны;

5) проводит единую техническую политику в области сбора, обработки и передачи статистической информации, в разработке и формировании федеральных программ по вопросам, порученным Федеральной службе.

В современных условиях необходим новый подход к реформам в статистике. Одно из основных направлений – разработка методологии и организации получения информации о *теневой экономике*. Очень важное значение в настоящее время приобретает разворачивание системы *мониторингов* – специально организованных систематических наблюдений, особенно в социальной сфере (изучение уровня жизни населения). Интеграция

России в международную систему учета обуславливает необходимость внедрения Системы национального счетоводства. В этой связи важно развитие профессиональных контактов с международными статистическими службами ООН.

Статистическая комиссия ООН осуществляет разработку методологии статистических работ, сопоставимости показателей, подготавливает рекомендации для статистического бюро Секретариата ООН, координирует статистическую работу специализированных органов ООН, осуществляет консультации по вопросам сбора, накопления, разработки, анализа и распространения статистической информации.

ГЛАВА 2. СТАТИСТИЧЕСКОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

2.1. Назначения статистического наблюдения и требования к нему

Статистическое наблюдение – это первая стадия всякого статистического исследования, представляющая собой научно организованный по единой программе учет и сбор фактов, характеризующих явления и процессы общественной жизни.

Сбор массовой информации осуществляется с помощью оценки и регистрации признаков единиц изучаемой совокупности в соответствующих учетных документах.

Статистическое наблюдение должно отвечать следующим требованиям:

1) наблюдаемое явление должно иметь научную или практическую ценность;
2) полнота фактов, относящихся к рассматриваемому вопросу. Если отсутствуют полные данные, анализ и выводы могут быть ошибочными;
3) тщательная и всесторонняя проверка (контроль) качества собираемых фактов для обеспечения достоверности статистических данных;
4) наблюдение должно проводиться по заранее разработанному плану, обеспечивающему научное решение программно-методологических и организационных вопросов наблюдения.

2.2. Программно-методологические и организационные вопросы статистического наблюдения

Любое статистическое исследование необходимо начинать с точной формулировки его цели и конкретных задач, а также тех сведений, которые могут быть получены в процессе наблюдения. После этого разрабатывается программа, выбираются форма и способ наблюдения.

Цель наблюдения – это основной результат статистического исследования. Так, при переписи населения ставится цель выявления численности населения, проживающего на определенной территории, половозрастной структуры населения, сложившийся на данный момент времени, и т. д.

Объект наблюдения – совокупность социально-экономических явлений и процессов, которые подлежат исследованию, или точные границы, в пределах которых будут регистрироваться статистические сведения. Например, при переписи населения необходимо установить, какое именно население подлежит регистрации – наличное, т. е. фактически находящееся в данной местности в момент переписи, или постоянное, т. е. живущее в данной местности постоянно. Если ставится задача охарактеризовать развитие торговли в регионе, необходимо определиться, товарооборот розничной или оптовой торговли мы будем фиксировать, и т. п.

В ряде случаев для отграничения объекта наблюдения пользуются тем или иным цензом. **Ценз –** ограничительный признак, которому должны удовлетворять все единицы изучаемой совокупности. Например, в совокупность обследуемых предприятий торговли будут включены только те, у которых товарооборот в месяц составляет не менее определенной величины, допустим, 30 тыс. рублей.

Единицей наблюдения называется составная часть объекта наблюдения, которая служит основой счета и обладает признаками, подлежащими регистрации при наблюдении.

Так, например, при переписи населения единицей наблюдения является каждый отдельный человек. При обследовании предприятий торговли – это может быть так называемая торговая точка, т. е. магазин, торговая база и т. д.

Программа наблюдения – это перечень вопросов, по которым собираются сведения, либо перечень признаков и показателей, подлежащих регистрации. Программа наблюдения оформляется в виде бланка (анкеты, формуляра), в который заносятся первичные сведения. Необходимым дополнением к бланку является инструкция (или указания на самих формулярах), разъясняющая смысл вопроса. Состав и содержание вопросов программы наблюдения зависят от задач исследования и от особенностей изучаемого общественного явления, однако вопросов не должно быть слишком много, нельзя включать вопросы, способные вызвать подозрение, что ответы могут быть использованы во вред опрашиваемым.

Организационные вопросы статистического наблюдения включают в себя определение:

1) субъекта наблюдения, т. е. специалисты какой организации будут проводить обследование;

2) времени наблюдения, при этом устанавливается срок и объективное время, а также сезон наблюдения;

3) устанавливаются формы и способы наблюдения.

2.3. Формы, виды и способы наблюдения

В отечественной статистике используются три организационные формы (типы) статистического наблюдения (рис. 1):

- отчетность (предприятий, организаций, учреждений и т. п.);
- специально организованное наблюдение (переписи, единовременные учеты, обследования сплошного и несплошного характера), регистры;

Отчетность – это такая организационная форма, при которой единицы наблюдения представляют сведения о своей деятельности в виде формуляров регламентированного образца.

Особенность отчетности состоит в том, что она обязательна, документально обоснована и юридически подтверждена подписью руководителя. Действующую статистическую отчетность делят на типовую и специализированную. Состав показателей в *типовой отчетности* является единым для предприятий всех отраслей народного хозяйства. В *специализированной отчётности* состав показателей изменяется в зависимости от особенностей отдельных отраслей экономики. По *срокам представления* отчетность бывает ежедневная, недельная, двухнедельная, месячная, квартальная и годовая. Кроме годовой отчетности, все перечисленные виды представляют собой текущую отчетность.

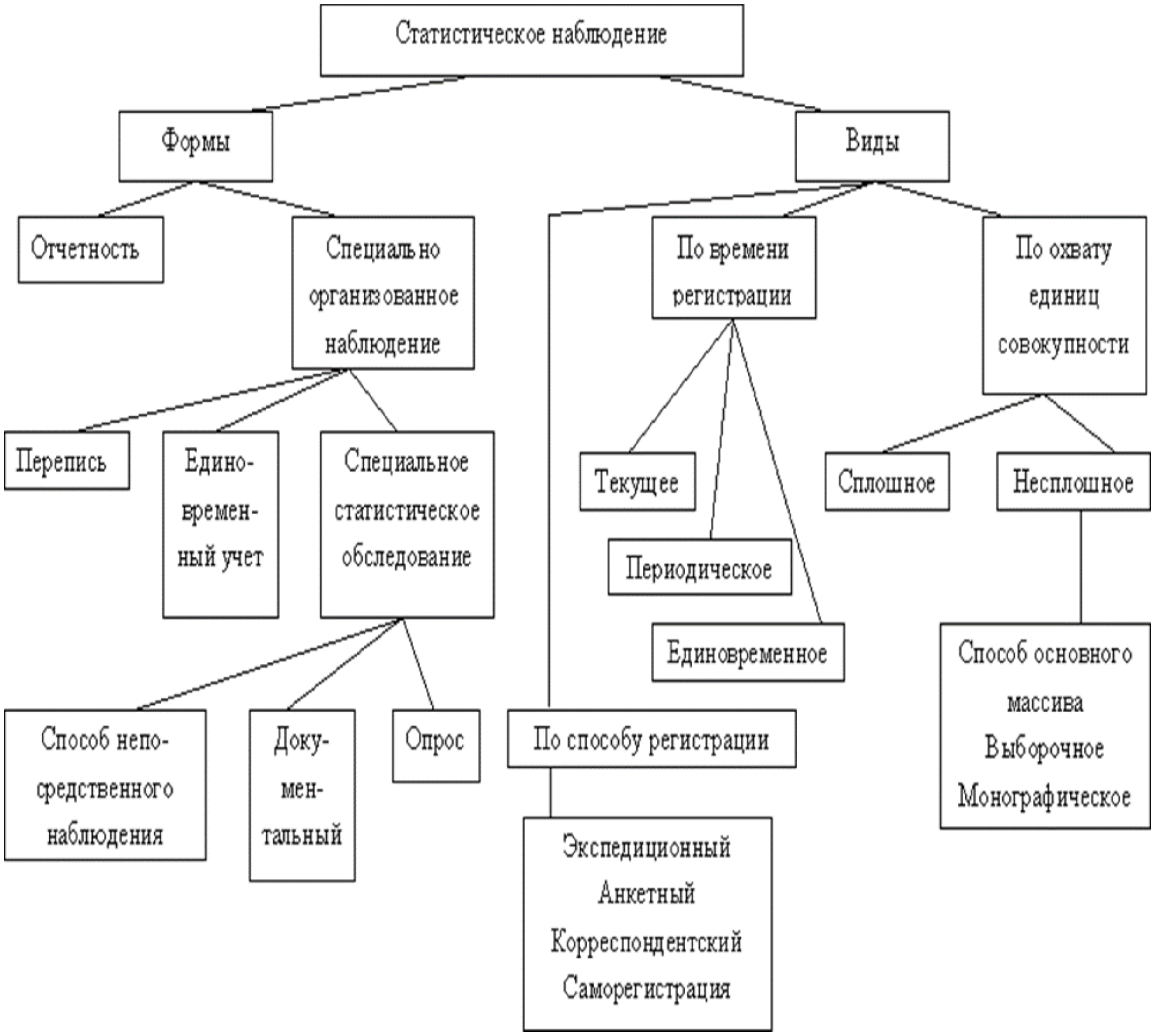

Рисунок 1 – Формы, виды и способы статистического наблюдения

По *способу представления* сведений отчетность делится на электронную, телеграфную, телетайпную, почтовую.

Специально организованное наблюдение проводится с целью получения сведений, отсутствующих в отчетности, или для проверки ее данных. Наиболее простым примером такого наблюдения является перепись. Российская практическая статистика проводит переписи населения, материальных ресурсов, многолетних насаждений, неустановленного оборудования, строек незавершенного строительства, оборудования и др.

Перепись – это специально организованное наблюдение, повторяющееся, как правило, через равные промежутки времени, с целью получения данных о численности, составе и состоянии объекта статистического наблюдения по ряду признаков.

Характерными особенностями переписи являются:

- одновременность проведения ее на всей территории, которая должна быть охвачена обследованием;
- единство программы наблюдения;
- регистрация всех единиц наблюдения по состоянию на один и тот же критический момент времени.

Из всех переписей наиболее известна *перепись населения.* Цель ее состоит в установлении численности и размещения населения по территории страны, в получении характеристики состава населения по полу, возрасту, занятиям и другим показателям. Первая всеобщая перепись населения России была проведена в 1897 г., а последняя – в 2021 г.

Кроме переписей, статистика проводит и другие специально организованные наблюдения, в частности, к специально организованному статистическому наблюдению относится *сплошное статистическое обследование малых предприятий*.

Данное обследование направлено на решение следующих задач: получение полного и достоверного перечня малых предприятий с содержанием сведений о фактически осуществимых ими видах деятельности; получение сведений о производстве малыми предприятиями конкретных видов товаров и услуг, которые невозможно получить при выборочном наблюдении; уточнение генеральной совокупности малых предприятий как основы для проведения регулярных выборочных обследований; получение полной и объективной информации для анализа и прогнозирования развития малого предпринимательства.

Регистровое наблюдение – это форма непрерывного статистического наблюдения за долговременными процессами, имеющими фиксированное начало, стадию развития и фиксированный конец. Оно основано на ведении статистического регистра. *Регистр* представляет собой систему, постоянно следящую за состоянием единицы наблюдения и оценивающую силу воздействия различных факторов на изучаемые показатели. В регистре каждая единица наблюдения характеризуется совокупностью показателей. Одни из них остаются неизменными в течение всего времени наблюдения и регистрируются один раз; другие показатели, периодичность изменения которых неизвестна, обновляются по мере изменения; третьи представляют собой динамические ряды показателей с заранее известным периодом обновления. Все показатели хранятся до полного завершения наблюдения за единицей обследуемой совокупности.

Организация и ведение регистра невозможны без решения следующих вопросов:

1. Когда заносить в регистр и исключать из него единицы совокупности?
2. Какая информация должна храниться?
3. Из каких источников следует брать данные?
4. Как часто обновлять и дополнять информацию?

В практике статистики различают регистры населения и регистры предприятий.

Регистр населения – поименованный и регулярно актуализируемый перечень жителей страны. Программа наблюдения ограничена общими признаками, такими как пол, дата и место рождения, дата вступления в брак (эти данные остаются неизменными в течение всего периода наблюдения) и брачное состояние (переменный признак). Как правило, регистры хранят информацию только по тем переменным признакам, изменение значений которых документально оформлено.

Регистр предприятий включает в себя все виды экономической деятельности и содержит значения основных признаков по каждой единице наблюдаемого объекта за определенный период или момент времени. Регистры предприятий содержат название и адрес предприятия, данные о времени его создания (регистрации), организационно-правовой форме, структуре, виде экономической деятельности, количестве занятых (этот показатель отражает размер предприятия) и др.

В нашей стране были разработаны три регистра: промышленных предприятий, строек и подрядных организаций. Внедрение их в статистическую практику существенно повысило информационный и аналитический уровень статистики, позволило решить ряд экономико-статистических задач, для которых непригодны другие формы статистического наблюдения.

В зависимости от задач статистического исследования и характера изучаемого явления учет фактов можно производить:

- систематически, постоянно охватывая факты по мере их возникновения, в этом случае это будет текущее наблюдение (отчетность);
- регулярно, но не постоянно, а через определенные промежутки времени, тогда это будет периодическое наблюдение (переписи населения).

При *непосредственном учете фактов* сведения получают путем личного учета единиц совокупности: пересчета, взвешивания, измерения и т. д., что требует значительных затрат труда.

Документальный способ сбора статистической информации базируется на систематических записях в первичных документах, подтверждающих тот или иной факт, например, подсчет клиентов.

В ряде случаев для заполнения статистических формуляров прибегают к *опросу* населения, который может быть произведен *экспедиционным, анкетным* или *корреспондентским* способом.

При экспедиционном способе специально подготовленный регистратор опрашивает людей и с их слов заполняет бланк обследования. Работа регистратора гарантирует единообразное понимание вопросов и максимальную правильность ответов. При анкетном способе определенному кругу лиц вручают специальные анкеты, заполнение которых носит добровольный характер и осуществляется анонимно. Это снижает полноту и достоверность полученной информации. При корреспондентском – бланки обследования и указания по их заполнению рассылаются по адресам. Респондент заполняет их и отсылает обратно, при этом проверить достоверность и качество полученной информации практически невозможно.

С точки зрения полноты охвата фактов статистическое наблюдение может быть сплошным и несплошным. **Сплошное наблюдение** представляет собой полный учет всех единиц совокупности. **Несплошное наблюдение** организуют как учет части единиц совокупности, на основе которой можно получить обобщающую характеристику всей совокупности. При этом подлежащая изучению статистическая совокупность, из которой производится отбор части единиц, называется **генеральной совокупностью.** К видам несплошного наблюдения относятся: способ основного массива, выборочные наблюдения, монографические описания.

Способ основного массива заключается в том, что сбор данных осуществляется только по тем единицам совокупности, у которых величина изучаемого признака является преобладающей, например, чтобы изучить структуру грузооборота морских перевозок, достаточно исследовать крупнейшие морские торговые порты (Мурманск, Находка, Новороссийск).

Монографическое обследование представляет собой детальное изучение и описание отдельных, характерных в каком-либо отношении единиц совокупности. Например, при изучении и распространении мирового опыта, новой прогрессивной организации производства и сбыта продукции углубленно исследуется отдельное предприятие.

Выборочное наблюдение получило наибольшее признание и распространение в статической практике. При выборочном наблюдении характеристика всей совокупности факторов дается по некоторой их части, отобранной в случайном порядке. Так, контроль качества продукции или изучение спроса на продукцию осуществляется при использовании данного вида наблюдений. Для обеспечения репрезентативности (представительности) выборки необходимо соблюдение принципа случайности отбора единиц. Это предполагает, что на включение или исключение объекта из выборки не может повлиять какой-либо иной фактор, кроме случая.

Способы формирования выборочной совокупности:

1. *Индивидуальный отбор*:

а) собственно случайный;

б) механический;

в) стратифицированный.

2. *Серийный или гнездовой*.

Собственно, случайный отбор осуществляется с помощью жеребьевки либо по таблице случайных чисел, такой способ еще называют лотерейным. При жеребьевке всем элементам генеральной совокупности присваивается генеральный номер и на каждый элемент заводится жребий – пронумерованные шары или карточки-фишки, которые перемешиваются и помещаются в ящик, из которого затем отбираются наудачу. При табличном способе числа в таблице обычно печатаются в виде блоков цифр, которые не имеют статистического значения, например, это могут быть числа 5489, 5583, 3156, 0835, 1988, 3912. Применение этих цифр зависит от размера совокупности, если в совокупности 1000 единиц, то порядковый номер каждой единицы должен состоять из трех цифр от 000 до 999, тогда из вышеприведенных блоков можно получить номера единиц совокупности, которые необходимо отобрать – 548, 955, 833, 156 и т. д.

При механическом способе отбирается каждый n/N-й элемент генеральной совокупности. Например, если имеется совокупность из 100 тыс. единиц и требуется выборка из 1000 единиц, то в нее попадает каждый сотый элемент.

При стратифицированном способе генеральную совокупность предварительно разбивают на однородные группы с помощью типологической группировки, после чего производится отбор единиц из каждой группы в выборочную совокупность случайным или механическим способом.

При серийном или гнездовом отборе в порядке случайной или механической выборки выбирают не единицы, а определенные районы, серии (гнезда), внутри которых производится сплошное наблюдение.

2.4. Ошибки статистического наблюдения

Точность и достоверность собираемой статистической информации – важнейшая задача статистического наблюдения. Материалы, собираемые в результате наблюдения, подвергаются всесторонней проверке и контролю.

В зависимости от характера и степени влияния на конечные результаты, а также исходя из источников возникновения ошибок, их принято подразделять на следующие:

– преднамеренные (злостные);
– непреднамеренные.

Непреднамеренные ошибки, в свою очередь, подразделяются на:

а) случайные;
б) систематические;
в) репрезентативности (представительности).

Преднамеренные завышают или занижают конкретные значения признака, показателя. Известно, что в последние годы в РФ наблюдается массовое сокрытие предприятиями и фирмами прибыли или объектов прибыли от налогообложения. Программа статистического наблюдения предусматривает проверку расчетов прибыли налоговой инспекцией на каждом предприятии. За злостные ошибки к предприятиям или лицам применяются экономические и административные меры.

Случайные ошибки чаще всего связаны с невнимательностью регистратора, небрежностью в заполнении документа, неточностью измерительных приборов и т. п. Их принято называть ошибками регистрации.

К ним же относятся систематические ошибки, они наиболее опасны, так как в значительной степени влияют на итоговые показатели. Они возникают, например, при округлении признака в большую или меньшую сторону.

Ошибки репрезентативности свойственны только выборочному наблюдению. Они показывают, в какой степени выборочная совокупность представляет (репрезентирует) генеральную совокупность. Если выборка организована с нарушениями, то такая ошибка существенно искажает результаты наблюдения.

В соответствии с особенностями ошибок статистического наблюдения для проверки его результатов могут применяться логический или счетный контроль собранной информации.

ГЛАВА 3. СВОДКА И ГРУППИРОВКА ДАННЫХ СТАТИСТИЧЕСКОГО НАБЛЮДЕНИЯ

3.1. Понятия сводки и группировки статистических данных

Собранный в процессе статистического наблюдения материал нуждается в определенной обработке, сведении разрозненных данных воедино. Это происходит в процессе выполнения второго этапа статистического исследования, который носит название «статистическая сводка». **Сводка** – это характеристика выделенных групп с помощью обобщающих показателей. Обычно группировка и сводка оформляются в виде статистической таблицы.

Статистическая сводка ведется по программе, которая составляется заранее. Программа определяет подлежащее и сказуемое сводки. Подлежащее сводки составляют группы, на которые разбивается совокупность явлений. Сказуемое сводки составляют показатели, характеризующие каждую группу и совокупность в целом. Успех сводки во многом зависит от плана ее проведения, который содержит указания о последовательности и сроках выполнения отдельных частей сводки и изложения ее результатов.

Группировкой называется объединение единиц объекта наблюдения в однородные по существенным для них признакам группы.

В зависимости от числа признаков в основании группировки выделяют группировки по одному признаку (**простые)** и группировки по нескольким признакам (**сложные**).

Алгоритм построения простой группировки следующий:

1. Совокупность упорядочивается по значению группировочного признака.
2. Определяется число групп (m).
3. Единицы с одинаковыми или близкими значениями признака объединяются в группы.
4. Подсчитываются итоги по группам (число единиц совокупности и значения обобщающих показателей).
5. Результаты группировки представляются в виде группировочной таблицы (табл. 3).

Таблица 3 – Группировочная таблица

№ группы	Значение группировочного признака	Число единиц совокупности в группе	Обобщающий показатель 1	Обобщающий показатель 2
1 2 … m Итого				

Под **группировочным признаком** понимают признак, по которому происходит объединение отдельных единиц совокупности в однородные группы. Признаки могут быть количественными (имеющими количественное выражение: размер территории, объем продаж, рост, вес) и качественными (атрибутивными, т. е. смысловыми: пол, профессия, специализация и т. п.).

Если группировка выполняется по атрибутному признаку, то число групп, в которые объединяются единицы объекта наблюдения, определяется числом разновидностей атрибутивного признака. Так, группировка населения по полу дает две группы, а группировка его по национальности образует столько групп, сколько различных национальностей имеется среди изучаемого населения.

При группировке по количественным признакам возникает вопрос о выборе размера интервала, т. е. разности между наибольшим и наименьшим значениями признака в данной группе. Размер интервала должен быть таким, чтобы полученные группы четко отличались друг от друга. Интервалы групп могут быть равные и неравные. Равные интервалы целесообразно применять в тех случаях, когда признак изменяется равномерно.

При исследовании экономических явлений чаще применяются неравные, прогрессивно увеличивающиеся интервалы. Это объясняется тем, что здесь количественные изменения размера признака имеют неодинаковое значение в низших и высших группах. Например, если разница в числе работников в 50 человек имеет существенное значение для мелкого предприятия, то для крупного такая разница существенного значения не имеет.

Интервалы могут быть закрытые (с указанием нижней и верхней границ) или открытые (с указанием только одной границы).

Для придания группировке строгой определенности верхняя граница предыдущей и нижняя граница последующей группы должны обозначаться различно.

Алгоритм построения группировки с равными интервалами включает следующие шаги:

1. Определяется оптимальное количество групп – m. Для больших совокупностей можно воспользоваться формулой американского ученого Стерджесса:

$$m=1+3{,}322*\lg N,$$

где N – число единиц совокупности.

2. Определяется величина интервала:

$$\Delta=\frac{x_{max}-x_{min}}{m},$$

где числитель – размах вариации;

X_{max} – максимально значение признака в исследуемой совокупности;

X_{min} –минимальное значение признака в исследуемой совокупности;

m – число групп.

Если в результате деления получится нецелое число, то округлять нужно в большую сторону, а не в меньшую.

3. Определяются границы каждого интервала:

Для первого интервала: от X_{min} до X_{min}+Δ.

Для второго интервала: от X_{min} до X_{min}+2Δ.

Для m-го интервала: X_{min}+(m-1) Δ до X_{max}.

4. Подсчитывают число единиц, попавших в интервал. Причем единицы, имеющие значение признака, равное граничному, относят только к одному из интервалов.

5. Результаты заносят в таблицу.

Рассмотрим пример построения равноинтервального ряда. Пусть по совокупности из 20 студентов изучается посещаемость ими практических занятий по статистике за семестр.

(X – число практических занятий по статистике, на которых студент присутствовал в семестре):

16 14 15 10 7 10 3 16 12 5 16 0 15 16 12 4 7 6 10 9.

Число групп для удобства возьмем равным 3, тогда величина интервала будет равна:

$$\Delta = \frac{16-0}{3} = 5{,}4.$$

Границы групп будут следующими:

$$[0 - 5{,}4) \cdot [5{,}4 - 10{,}8) \cdot [10{,}8 - 16{,}2).$$

Численность групп будет:

$$4; 7; 9.$$

Результаты группировки оформим в виде таблицы (табл. 4).

Таблица 4 – Равноинтервальная группировка студентов по признаку «посещаемость»

№ группы, j	Посещаемость	Количество студентов, N j	Доля, d j
1	[0-5,4)	4	0,20
2	[5,4-10,8)	7	0,35
3	[10,8-16,2)	9	0,45
Итого		20	1,00

Группировки с неравными интервалами подразделяют на:

1) группировки с прогрессивно возрастающими или убывающими интервалами (по арифметической либо геометрической прогрессии). Например, по численности работающих промышленные предприятия могут быть разбиты на следующие группы с арифметически возрастающими величинами интервалов: до 100 человек, 100 – 200, 200 – 300, 300 – 500, 500 – 1000, 1000 и более человек. Это объясняется тем, что изменение количества работающих на 50 – 100 человек имеет существенное значение для мелких предприятий, а для крупных – не имеет;

2) группировки с **равнонаполненными группами** (численность каждой группы примерно одна и та же). Равномерное распределение единиц совокупности по группам обеспечивает статистическую устойчивость характеристик, рассчитанных для отдельных групп.

Алгоритм построения равнонаполненной группировки:

1. Определяется число групп на основе качественного анализа явления;

2. Определяется численность каждой группы (N_j) при заданном числе групп – (m) как $N_j = \frac{N}{m}$, где N – объем совокупности.

Если в результате деления получается не целое число, то численность групп будет не совсем одинаковой, в некоторых группах число единиц будет больше.

3. Определяются границы интервалов по группам. Нижняя граница 1-го интервала есть минимальное значение признака в упорядоченной совокупности. Значение верхней границы 1-го интервала (равное нижней границе 2-го интервала) определяется значением признака у N-й единицы, упорядоченной по значению признака совокупности. Верхняя граница 2-го интервала определяется значением признака у единицы под номером 2N и т. д.

Построим равнонаполненную группировку совокупности 20 студентов по признаку «посещаемость практических занятий» – X.

Исходные данные:
16 14 15 10 7 10 3 16 12 5 16 0 15 16 12 4 7 6 10 9.

Решение

1. Примем число групп равным 3. тогда N=20/3=6,67.
2. Упорядочим совокупность студентов по значению признака X:

$$\underbrace{0345677}_{\text{1-я группа}} \quad \underbrace{9\ 10\ 10\ 10\ 12\ 12\ 14}_{\text{2-я группа}} \quad \underbrace{15\ 15\ 16\ 16\ 16\ 16}_{\text{3-я группа}}$$

Определим границы интервалов по группам:

	X^H	$X^в$
1-я группа	0	7
2-я группа	7	14
3-я группа	14	16

Результаты сведём в табл. 5.

Таблица 5 – Равнонаполненная группировка студентов по признаку «посещаемость»

№ группы, j	Посещаемость $(\chi^{н}_{j}-\chi^{в}_{J})$	Количество студентов, N_j	Доля, d_j
1	[0 - 7)	**7**	0,35
2	[8 - 14)	**7**	0,35
3	[15 - 16)	6	0,30
Итого		20	1,00

3.2. Виды группировок

Статистические группировки и классификация преследуют цели выделения качественно однородных совокупностей, изучения взаимосвязи между явлениями и признаками. Каждой из этих целей соответствует особый вид группировки: типологическая, структурная, аналитическая (факторная).

– **Типологические группировки** служат для выделения из совокупности качественно (содержательно) однородных групп единиц, характеризующих основные типы изучаемого явления. Они производятся с целью теоретического обобщения первичной статистической информации. Поэтому их проводят до структурных и аналитических группировок.

Типологические группировки применяются чаще всего к неоднородной совокупности и осуществляются посредством сложных неравноинтервальных группировок. Примерами типологических группировок могут служить группировки хозяйственных объектов по формам собственности; населения по общественным группам; работников, занятых преимущественно физическим и преимущественно умственным трудом; товаров одного вида по потребительским свойствам (престижные, надежные, дешевые) и т. д.

– **Структурные группировки** характеризуют структуру однородных совокупностей по какому-либо варьирующему признаку. Анализируются такие группировки по изменению частот для дискретных или равноинтервальных группировок; по изменению абсолютных или относительных плотностей распределения для неравноинтервальных группировок. По результатам анализа делаются выводы *о равномерности* или *неравномерности распределения* группировочного признака в совокупности, а в случае неравномерного распределения – *о наиболее часто встречающихся значениях* признака.

– **Аналитические группировки** позволяют выявлять связи между изучаемыми признаками. При этом выделяют признак-результат (признак-фактор определяет значения признака-результата).

Техника осуществления аналитической группировки:

1) производится группировка единиц совокупности по признаку-фактору;

2) по каждой полученной группе отбираются соответствующие значения признака-результата и на их основе рассчитывается некоторый обобщающий показатель (чаще всего среднее значение);

3) анализируются изменения обобщающего показателя по группам и делается вывод о наличии или отсутствии взаимосвязи и ее направлении. Если изменение величины признака-фактора, положенного в основу группировки, вызывает изменение величины признака-результата в том же направлении, то связь прямая, в противном случае – связь обратная.

Для иллюстрации возможностей аналитической группировки изучим на конкретном примере, как связать между собой два признака, присущие тому или иному студенту, а именно: «экзаменационная оценка» (признак-результат «Y») и «посещаемость занятий (признак-фактор «X»):

X	16	14	15	10	7	10	3	16	12	5	16	0	15	16	12	4	7	6	10	9
Y	4	4	4	3	3	5	5	3	3	3	5	4	4	5	4	2	4	3	3	4

Результаты аналитической группировки представлены в табл. 6:

Таблица 6 – Аналитическая группировка

Посещаемость $(X_j^H X_j^в)$	Количество студентов	Оценка по статистике	
0-7	7	4523334	3,4
8-14	7	4353344	3,7
15-16	6	444355	4,2
Итого	20	**X**	**X**

Анализируя данную таблицу, можно заметить прямую зависимость результативного признака Y – «оценка по статистике» от признака-фактора X – «посещаемость практических занятий по статистике»: чем больше занятий посетил студент, тем выше его оценка по статистике. Данная зависимость наблюдается в среднем по совокупности. По числу группировочных признаков различают простые группировки (один признак) и сложные (два и более признаков).

Среди простых группировок особое место занимают **статистические ряды распределения.**

Ряд распределения – это группировка, в которой для характеристики групп (упорядоченно расположенных по значению признака, т. е. ранжированных) применяется один показатель – численность группы. Другими словами, это ряд чисел, показывающий, как распределяются единицы некоторой совокупности по изучаемому признаку.

Ряды, построенные по атрибутивному признаку, называются *атрибутивными рядами распределения*.

Ряды распределения, построенные по количественному признаку, называются *вариационными рядами.*

Примером атрибутивных рядов могут служить распределения населения регионов по полу, занятости, национальности.

Вариационные ряды распределения состоят из двух элементов вариантов и частот.

Вариантами называются упорядоченные значения количественного признака в ряду распределения, они могут быть положительными и отрицательными, абсолютными и относительными.

Частоты – это абсолютные числа, показывающие, сколько раз встречаются те или иные варианты в вариационном ряду. Их также называют весами. Сумма всех частот называется объемом совокупности и определяет число единиц всей совокупности.

Отношение частоты того или иного варианта к сумме всех частот ряда называется частостью или относительной частотой. Сумма всех частостей вариационного ряда равна единице.

Группировки также могут быть первичными или вторичными. Группировки, которые выполняются на основе первичного статистического материала (впервые) – *первичные*. *Вторичная* группировка – образование новых групп на основе ранее осуществленной группировки. Получение новых групп на основе имеющихся возможно двумя способами: объединением первоначальных интервалов (путем их укрупнения) и долевой перегруппировкой (на основе закрепления за каждой группой определенной доли единиц совокупности). Вторичные группировки используют, когда имеющиеся группировки не удовлетворяют требованиям анализа – несопоставимы из-за различного числа выделенных групп или неодинаковых границ интервалов.

3.3. Статистические таблицы и графики

Статистические таблицы являются средством наглядного выражения результатов группировки.

Составленную таблицу, но не заполненную цифрами, принято называть макетом таблицы. Статистическая таблица имеет свое подлежащее и сказуемое. Подлежащее показывает, о каком явлении идет речь в таблице и представляет собой группы и подгруппы, которые характеризуются рядом показателей. Сказуемым таблицы называются показатели, с помощью которых изучается объект, т. е. подлежащее таблицы (табл. 7):

Таблица 7 – Макет таблицы

Содержание строк	Наименование граф (верхние заголовки)			
А	1	2	3	…
Наименование строк				
Боковые заголовки				
Итоговая строка				Итоговая графа

Практикой выработаны определенные требования к составлению и оформлению таблиц.

1. Таблица по возможности должна быть краткой.
2. Каждая таблица должна иметь подробное название (заголовок), из которого становится известно:

- какой круг вопросов излагает и иллюстрирует таблица;
- каковы географические границы представленной статистической совокупности;

– за какой период времени или на какую дату представлены данные;

– каковы единицы измерения (если они одинаковы для всех клеток). Если единицы измерения неодинаковы, то в верхних или боковых заголовках обязательно следует указывать, в каких единицах приводятся статистические данные (тонн, штук, рублей и пр.).

3. Таблица может сопровождаться примечаниями, в которых указываются источники данных, более подробно раскрывается содержание показателей, даются и другие пояснения, а также оговорки в случае, если таблица содержит данные, полученные в результате вычислений.

4. При оформлении таблиц обычно применяются такие условные обозначения: знак тире (–) – когда явление отсутствует; *х* – если явление не имеет осмысленного содержания; многоточие (…) – когда отсутствуют сведения о его размере (или делается запись «Нет сведений»). Если сведения имеются, но числовое значение меньше принятой в таблице точности, оно выражается дробным числом (0,0).

Округленные числа приводятся в таблице с одинаковой степенью точности (до 0,1; до 0,01 и т. п.). Если в таблице приводятся проценты роста, то во многих случаях целесообразно проценты от 300 и более заменять отношениями в размерах. Например, писать не «100 %», а «в 10,0 раз».

Данные статистических таблиц используются для целей оперативного руководства, научного анализа, позволяющего вскрыть взаимосвязи и имеющиеся резервы.

В зависимости от характера подлежащего различают три вида таблиц: простые, групповые, комбинационные.

В подлежащем **простых таблиц** дается перечень единиц или групп, составляющих объект изучения (предприятия, районы и др.), однако части подлежащего не являются группами одинакового качества. В сказуемом этих таблиц основное значение имеют абсолютные величины, выражающие объемы изучаемых общественных явлений. Простые таблицы дают справочный материал, они, как правило, отражают наличие и распределение ресурсов в стране и регионах.

Для целей научного анализа используются групповые и комбинационные таблицы.

Групповой таблицей называется таблица, подлежащее которой образовано в результате группировки единиц по одному какому-то признаку. Если в сказуемом групповой таблицы только одна графа, характеризующая численность группы (частота), то такая таблица называется **рядом распределенная.**

В **комбинационной таблице** подлежащее образовано в результате группировки единиц совокупности по двум и более признакам. В этом случае все единицы распределяются на группы сначала по одному признаку, а затем внутри каждой из выделенных групп на подгруппы по другому признаку.

В сказуемом групповых и комбинационных таблиц на основе абсолютных величин исчисляют средние и относительные величины, позволяющие раскрыть особенности и закономерности развития изучаемого явления.

Использование графиков для изложения статистических показателей позволяет придать последним наглядность и выразительность, облегчить их восприятие, а во многих случаях помогает уяснить сущность изучаемого явления, его закономерности и обоснованности, увидеть тенденции его развития, взаимосвязь характеризующих его показателей.

Статистические графики можно классифицировать по разным признакам: назначению (содержанию), способу построения и характеру графического образа.

По содержанию или назначению можно выделить графики сравнения в пространстве, графики различных относительных величин (структуры, динамики и т. п.), графики вариационных рядов, графики размещения по территории, графики взаимосвязанных показателей. Возможны и комбинации этих графиков, например, графическое изображении вариации в динамике или динамики взаимосвязанных показателей и т. п.

По способу построения графики можно разделить на диаграммы, картодиаграммы и картограммы.

По характеру графического образа различают графики точечные, линейные, плоскостные (столбиковые, квадратные, круговые, секторные, фигурные) и объемные.

Для изображения экономических явлений, протекающих во времени, применяют динамические диаграммы. В отличие от диаграмм, отображающих сравнительные величины отдельных объектов или их структуры, в динамических диаграммах объектом отображения служат процессы.

Геометрически адекватной формой их отражения являются линейные координатные диаграммы, построенные в прямоугольной системе координат, а при дискретной вариации признака – графиком.

ГЛАВА 4. АБСОЛЮТНЫЕ И ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

4.1. Понятие абсолютной и относительной статистической величины в статистике

Количественная определенность статистических явлений выражается в абсолютных и относительных размерах. Абсолютный размер явления – это его величина, взятая сама по себе, безотносительно к размерам других явлений.

В процессе наблюдения за массовыми общественными явлениями статистика опирается на числовые данные, полученные в конкретных условиях места и времени. Результаты статистического наблюдения регистрируются, прежде всего, в форме абсолютных величин. Так, в первичных учетных документах основная масса показателей фиксируется в виде абсолютных величин, которые отражают уровень развития отражаемого явления. Например, по данным ЗАГСов мы узнаем, сколько людей родилось и умерло в городе за год, или по данным городского отдела полиции – сколько и каких правонарушений было совершено в городе за год и т. д.

Абсолютные величины – это именованные числа, т. е. имеющие какую-либо единицу измерения. Они могут выражаться:

- в натуральных единицах измерения (тонны, штуки, часы и т. д.).
- в стоимостных единицах измерения (рубли, доллары и т. д.).
- в трудовых единицах измерения (чел.-час, чел.-день).
- в условных единицах измерения – для соизмерения разнородных, но взаимозаменяемых по какому-либо свойству объектов, причем мера этого свойства и становится средством соизмерения. Например, разные виды топлива соизмеряются по условному топливу с установленной теплотворной способностью единицы веса 7000 ккал/кг, мыло разных сортов соизмеряется по условному мылу с 40-процентным содержанием жирных кислот; консервы – по условным консервным банкам объемом 353,4 куб. см и т. д. Перевод в условные единицы осуществляется на основе специальных коэффициентов:

$$\text{К} = \frac{\text{Потребительское свойство}}{\text{Эталон}}$$

Сама по себе абсолютная величина не дает полного представления об изучаемом явлении. Допустим, мы знаем, сколько родилось младенцев в городе N за прошлый период, но чтобы ответить на вопрос, является ли такая рождаемость положительной для воспроизводства населения города, этого недостаточно. Абсолютная величина не показывает структуру изучаемого явления, соотношения между ее отдельными частями, не показывает, как развивается явление во времени. Эти функции выполняют определяемые на основе абсолютных величин относительные показатели.

Относительные величины – величины, полученные как результат отношения абсолютных или относительных величин. При этом величина, с которой сравнивают (знаменатель), называется основанием, базой сравнения или базисной величиной; а сравниваемая величина – текущей или отчётной.

Для выражения результата сопоставления одноименных величин используются:

- *Коэффициенты*, если база сравнения принимается за единицу.
- *Проценты*, если база сравнения принимается за 100 процентов.

Проценты используются в тех случаях, когда сравниваемый абсолютный показатель превосходит базисный не более чем в 2-3 раза (или базисный превосходит сравниваемый не более чем в 100 раз, например,174 % или 5 %). Проценты свыше 200-300 обычно заменяются коэффициентом: 470 % – 4,7 раза.

- *Промилле*, если база сравнения принимается за тысячу.

Если базисный показатель превышает сравниваемый более чем в 100 раз, но менее чем в 1000, удобно использовать промилле (тысячную долю). Широко применяется в статистике населения: показатели рождаемости, смертности, заключенных браков и т. п.;

- *Продецимилле*, если база сравнения принимается за десять тысяч. Так, в расчете на 10 000 человек определяется численность студентов вузов, численность врачей и т. п.

При сопоставлении разноименных величин результат выражается сочетаниями наименований сравниваемых величин:

Производительность труда → $\frac{\text{руб}}{\text{чел}}$.

Фондоотдача → $\frac{\text{руб}}{\text{руб}}$.

Фондовооруженность → $\frac{\text{руб}}{\text{чел}}$ и т.д.

4.2. Виды и взаимосвязи относительных величин

Относительные величины образуют систему взаимосвязанных статистических показателей.

Выделяют 7 видов относительных величин.

1. *Относительный показатель динамики (ОПД)* – характеризует динамику процесса, т. е. изменения во времени. Это отношение уровня (значения) показателя в более поздний период к уровню этого показателя в более ранний период.

$$\text{ОПД} = \frac{\text{текущий уровень}}{\text{предшествующий или базовый уровень}}$$

2. *Относительный показатель планового задания (прогноза) (ОПП)* – характеризует планируемое (прогнозируемое) изменение показателя:

$$\text{ОПП} = \frac{\text{Уровень планируемый на } (i+1) \text{период}}{\text{Уровень, достигнутый в } i - \text{м периоде}}$$

3. *Относительный показатель реализации плана (ОПРП)* – отражает

изменение фактического (достигнутого) уровня по сравнению с планом:

$$\text{ОПРП} = \frac{\text{Уровень, достигнутый на } (i+1) \text{периоде}}{\text{Уровень, планируемый на } (i+1) \text{период}}$$

Между относительными показателями динамики, плана и реализации плана существует взаимосвязь:

$$\text{ОПД} = \text{ОПП} \times \text{ОПРП}$$

Например, предположим, что оборот торговой фирмы в 2014 г. составил 2,0 млрд руб. Исходя из проведённого анализа складывающихся на рынке тенденций, руководство фирмы посчитало реальным в следующем году довести товарооборот до 2,8 млрд руб. Фактически оборот фирмы в 2015 году составил 2,6 млрд руб.

На основе этих данных можно сделать анализ сложившейся ситуации по итогам работы в 2015 г.

Фирма планировала увеличить товарооборот в 1,4 раза, или на 40 %, так как ОПП$=\frac{2,8}{2,0} = 1,4$, но план был реализован на 92,9 %

$$\text{ОПРП} = \frac{2,6}{2,8} = 0,929.$$

Однако товарооборот фирмы вырос в 1,3 раза или на 30 % по сравнению с 2014 г.: ОПД = 1,4 · 0,929 = 1,3.

4. *Относительный показатель структуры (ОПС)* – это отношение части к целому. Он характеризует структуру совокупности и показывает, какую долю (или удельный вес) во всей совокупности составляет отдельная ее часть: удельный вес женщин, мужчин, малых предприятий, частных предприятий:

$$\text{ОПС} = \frac{\text{Показатель, характеризующий часть совокупности}}{\text{Показатель по всей совокупности в целом}}$$

Изменения во времени ОПС, а также изменения части и целого, на основании которых рассчитан ОПС, связаны между собой следующим соотношением:

$$\text{ОПД (ОПС)} = \frac{\text{ОПД(части)}}{\text{ОПД(целого)}}$$

То есть относительная величина динамики, вычисленная для доли, равна отношению относительной величины динамики, вычисленной для части и целого.

5. *Относительный показатель координации (ОПК)* – это отношение одной части совокупности к другой части этой же совокупности, обычно той части, которая имеет наибольший удельный вес или является приоритетной с экономической, социальной точки зрения:

$$\text{ОПК} = \frac{\text{Показатель, характеризующий одну часть совокупности}}{\text{Показатель, характеризующий другую часть совокупности}}$$

6. *Относительный показатель интенсивности уровня экономического развития (ОПИ)* – представляет собой степень распространения или развития какого-либо явления в определенной среде:

$$\text{ОПИ} = \frac{\text{Показатель, характеризующий явление А}}{\text{Показатель, характеризующий среду распространения явления А}}$$

Эти показатели определяются сопоставлением разноименных, но связанных между собой абсолютных величин: фондоотдача, фондоемкость, плотность населения на 1 км^2, число автомашин на 100 семей и т. д.

Разновидностью этих показателей являются *относительные показатели уровня экономического развития.* Они характеризуют размеры производства различных видов продукции на душу населения (среднедушевой уровень производства). При их вычислении необходимо годовой объем производства данного вида продукции разделить на среднегодовую численность населения за тот же год.

7. *Относительный показатель сравнения (ОПСр)* – отношение одноименных величин, относящихся к разным объектам или разным территориям, но взятых за одно и то же время:

$$\text{ОПСр} = \frac{\text{Показатель, характеризующий объект А}}{\text{Показатель, характеризующий объект В}}.$$

ГЛАВА 5. СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ И ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ

5.1. Сущность и значение средней величины

Средняя величина – это обобщающий показатель, характеризующий типичный уровень явления. Он выражает величину признака, отнесенную к единице совокупности.

Средняя всегда обобщает количественную вариацию признака, т. е. в средних величинах погашаются индивидуальные различия единиц совокупности, обусловленные случайными обстоятельствами. Так, заработная плата у каждого из работников предприятия может быть разной, потому что работники различаются по профессиям, специальностям, стажу, месту работы, занимаемой должности, квалификации, однако при расчете средней заработной платы эти различия некоторым образом выравниваются.

Вычисление средней – один из распространенных приемов обобщения; средний показатель отражает то общее, что характерно (типично) для всех единиц изучаемой совокупности, в то же время он игнорирует различия отдельных единиц. В каждом явлении и его развитии имеет место сочетание случайности и необходимости. При исчислении средних, в силу действия закона больших чисел, случайности взаимопогашаются, уравновешиваются, поэтому можно абстрагироваться от несущественных особенностей явления, от количественных значений признака в каждом конкретном случае. В способности абстрагироваться от случайности отдельных значений, колебаний и заключена научная ценность средних как обобщающих характеристик совокупностей.

Характеристика признака в данной совокупности будет более или менее типичной, если средняя будет определяться для совокупностей, состоящих из:

– качественно однородных единиц;
– достаточно большого числа единиц;
– единиц, которые находятся в нормальном, естественном состоянии.

5.2. Показатели средних и способы их вычисления

Средние величины делятся на два больших класса: степенные средние и структурные средние.

К **степенным средним** относятся средняя гармоническая, средняя геометрическая, средняя арифметическая, средняя квадратическая и средняя кубическая.

К **структурным средним** относят моду и медиану, квартили, децили, перцинтили и др.

Степенные средние в зависимости от представления исходных данных могут быть простыми и взвешенными.

Простая средняя считается по несгруппированным данным и имеет следующий общий вид:

$$\bar{X} = \sqrt[m]{\frac{\sum X_i^m}{n}},$$

где X_i – вариантА (значение) осредняемого признака; m – показатель.

Взвешенная средняя считается по сгруппированным данным и имеет общий вид:

$$\bar{X} = \sqrt[m]{\frac{\sum X_i^m f_i}{\sum f_i}},$$

где X_i варианта (значение) осредняемого признака или серединное значение интервала, в котором измеряется варианта; m – показатель степени средней;

f_i – частота, показывающая, сколько раз встречается i-е значение осредняемого признака.

Общие формулы расчета степенных средних имеют показатель степени (m). В зависимости от того, какое значение он принимает, различают следующие виды степенных средних:

средняя гармоническая, если m = -1; средняя геометрическая, если m = 0; средняя арифметическая, если m = 1; средняя квадратическая, если m = 2; средняя кубическая, если m = 3.

Формулы степенных средних приведены в табл. 8. Если рассчитать все виды средних для одних и тех же исходных данных, то значения их окажутся неодинаковыми. Здесь действует правило мажорантности средних: с увеличением показателя степени m увеличивается и соответствующая средняя величина:

$$\bar{X}_{\text{гарм}} \le \bar{X}_{\text{геом}} \le \bar{X}_{\text{арифм}} \le \bar{X}_{\text{квадр}} \le \bar{X}_{\text{куб}}.$$

В статистической практике чаще, чем остальные виды средних взвешенных, используются средняя арифметическая и средняя гармоническая взвешенные. Выбор вида степенной средней определяется экономическим содержанием задачи и наличием данных (табл. 8).

Таблица 8 – Виды степенных средних

Вид степенной средней	Показатель степени (m)	Формула расчета	
		простая	взвешенная
Гармоническая	-1	$\bar{X}=\frac{n}{\sum\frac{1}{x}}$	$\bar{X}=\frac{\sum m}{\sum\frac{m}{x}}$ m=xf
Геометрическая	0	$\bar{X}=\sqrt[n]{\Pi x}=\sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n}$ П – символ произведения	$\bar{X}=\sum\sqrt[f]{nx^f}=$ $=\sum\sqrt[f]{x_1^{f_1} x_2^{f_2} \dots x_n^{f_n}}$
Арифметическая	1	$\bar{X}=\frac{\sum x}{n}$	$\bar{X}=\frac{\sum xf}{\sum f}$
Квадратическая	2	$\bar{X}=\sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$	$\bar{X}=\sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f}}$
Кубическая	3	$\bar{X}=\sqrt[3]{\frac{\sum x^3}{n}}$	$\bar{X}=\sqrt[3]{\frac{\sum x^3 f}{\sum f}}$

Рассмотрим **среднюю арифметическую простую и взвешенную.** Приведем в качестве примера расчет среднего возраста студентов в группе из 10 человек:

№ п/п	Возраст (лет)	№ п/п	Возраст (лет)
1	18	6	20
2	18	7	19
3	19	8	19
4	20	9	19
5	19	10	20

Средний возраст рассчитаем по формуле простой средней:

$$X=\frac{18+18+19+\cdots+19+20}{10}=19{,}1\text{ (лет)}$$

Сгруппируем исходные данные. Получим следующий ряд распределения:

Возраст, X лет	18	19	20	Всего
Число студентов	2	5	3	10

В результате группировки получаем новый показатель – частоту, указывающую число студентов в возрасте X лет. Следовательно, средний возраст студентов группы будет рассчитываться по формуле взвешенной средней:

$$\bar{X} = \frac{18 \cdot 2 + 19 \cdot 5 + 20 \cdot 3}{2 + 5 + 3} = \frac{36 + 95 + 60}{10} = 19{,}1 \text{ (лет)}.$$

Средняя арифметическая обладает рядом свойств, которые имеют практическое значение для вычисления средней по данным вариационного ряда. В качестве примера используем таблицу, в которой содержатся данные о сделках по продаже акций фирмы X, осуществленных в течение недели (табл. 9):

Таблица 9 – Данные по продаже акций фирмы X

Сделка	Кол-во проданных акций, шт. (f)	Удельный вес (частота) сделки и общих продаж. (d)	Курс продажи, руб. (x)	Стоимость продажи, руб. (xf)
I	500	1,2	105	52500
II	750	1,3	108	81000
III	1250	1,5	112	140000

Рассчитаем средний курс продаж акций для данного примера по формуле средней арифметической взвешенной и используем полученные данные в последующих расчетах:

$$\bar{X} = \frac{500 \times 105 + 750 \times 108 + 1250 \times 112}{500 + 750 + 1250} = 109{,}4.$$

Основные свойства средней арифметической

1. Произведение средней величины на сумму частот равно сумме произведений отдельных значений признака на соответствующие им частоты:

$$\bar{x} \sum x_i = \sum x_i f_i$$

Используя данные таблицы, получим следующее равенство:

$$109{,}4 \times 500 + 109{,}4 \times 750 + 109{,}4 \times 1250 = 105 \times 500 + 108 \times 750 + 112 \times 1250.$$

2. При уменьшении или увеличении частот каждого значения признака x в A раз величина средней арифметической не меняется:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \times (f_i / A)}{\sum (f_i / A)} = \frac{(1/A) \sum x_i \times f_i}{(1/A) \sum f_i}.$$

Так, в нашем примере было бы удобнее рассчитывать среднюю, предварительно поделив все веса на 100:

$$\bar{x} = \frac{105 \times 5 + 108 \times 7{,}5 + 112 \times 12{,}5}{5 + 7{,}5 + 12{,}5} = 109{,}4$$

Данное правило дает, таким образом, возможность:

1. Выражать многозначные числа частот в более компактных единицах измерения.
2. Заменять конкретные значения частот удельными весами, тогда:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{\sum x_i d_i}{100\%},$$

если d выражена в %, или

$$\bar{x} = \sum x_i d_i,$$

если d представлена в долях единицы

$\bar{x} = 105 \times 0{,}2 + 108 \times 0{,}3 + 112 \times 0{,}5 = 109{,}4.$

3. Если каждое индивидуальное значение признака умножить или разделить на постоянное число А, то и среднее значение увеличится или уменьшится во столько же раз:

$$\frac{\sum (\frac{x_i}{A}) f_i}{\sum f_i} = \frac{\sum \left(x_i \times \frac{1}{A}\right) f_i}{\sum f_i} = \frac{\sum \frac{1}{A} \times \sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{1}{A} \times \bar{x}.$$

Предположим, что курс продажи в каждом случае возрастает в 1,2 раза, тогда и средний курс возрастет в 1,2 раза.

$$\bar{x} = 109{,}4 \times 1{,}2 = 131{,}28 \text{ руб.}$$

4. Если к каждому индивидуальному значению прибавить или из каждого значения вычесть постоянное число А, то и средняя величина возрастет или уменьшится на это же число А:

$$\frac{\sum (x_i \pm A) f_i}{\sum f_i} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} \pm \frac{\sum A \times f_i}{\sum f_i} = \bar{x} \pm A.$$

Используя это правило, вычтем из значений курса акций 100 рублей.

Тогда:

$$\overline{x_2} = \frac{5 \times 500 + 8 \times 750 + 12 \times 1250}{2500} = 9{,}4 \text{ руб.}$$

$$\bar{x} = \overline{x_2} + 100 = 109{,}4 \text{ руб.}$$

5. Сумма отклонений индивидуальных значений признака от его среднего значения равна нулю:

$$\sum (x_i - \bar{x}) f_i = \sum x_i f_i - \sum \bar{x} f_i = \sum x_i f_i - \bar{x} \sum f_i = 0.$$

Тогда для нашего примера:

$$(105 - 109{,}4) \times 500 + (108 - 109{,}4) \times 750 + (112 - 109{,}4) \times 1250 = 0.$$

Средняя гармоническая имеет более сложную конструкцию, чем средняя арифметическая. Среднюю гармоническую чаще всего применяют для расчетов тогда, когда в качестве весов используются не единицы совокупности – носители признака, а произведения этих единиц на значения признака (т. е. М= Х *f*).

Например, есть данные о реализации продукта одного вида на трех рынках города:

Рынки	Цена за ед. продукции (руб.) ***X***	Количество проданной продукции, шт. ***f***	Выручка от продажи, руб. ***M***
I	30	100	3000
II	35	200	7000
III	40	200	8000
Итого	-	500	18000

Требуется рассчитать среднюю цену, по которой продавался товар.

При расчете средней цены на один и тот же товар, который продается в трех разных торговых точках, необходимо выручку от реализации продукции поделить на количество реализованной продукции.

Предположим, мы располагаем только данными о ценах на трех рынках и о количестве товара, проданного на каждом из них. При этом цены на отдельных рынках выступают в качестве вариантов, а количество проданного товара – в качестве весов. Тогда средняя цена определится по средней арифметической взвешенной, т. е:

$$\bar{X} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{30 \cdot 100 + 35 \cdot 200 + 40 \cdot 200}{100 + 200 + 200} = 36 \text{ руб.}$$

Теперь предположим, что количество проданного товара неизвестно, а известны лишь цены и выручка от продажи. В этом случае логические рассуждения остаются теми же, но расчет следует записать в форме средней гармонической взвешенной.

Чтобы исчислить среднюю, обозначим $x{\cdot}f=M$, откуда $f=M/x$. Преобразуем формулу средней арифметической так, чтобы по имеющимся данным x и M можно было исчислить среднюю.

В формулу средней арифметической взвешенной вместо $x{\cdot}f$ подставим M, вместо f – отношение M/x и получим формулу **средней гармонической взвешенной:**

$$\bar{X}_{\text{гар}} = \frac{\sum M}{\sum \frac{M}{x}} = \frac{M_1 + M_2 + \cdots + M_m}{\frac{M_1}{x_1} + \frac{M_2}{x_2} + \cdots + \frac{M_m}{x_m}},$$

$$\bar{X} = \frac{\sum M}{\sum \frac{M}{x}} = \frac{3000 + 7000 + 8000}{\frac{3000}{30} + \frac{7000}{35} + \frac{8000}{40}} = \frac{18000}{500} = 36 \text{ руб.}$$

Результат, как и следовало ожидать, получился тот же.

Рассмотрим еще один пример расчета средней гармонической взвешенной. Допустим, в результате проверки двух партий муки потребителям установлено, что в первой партии муки высшего сорта было 3942 кг, что составляет 70,4 % общего веса муки этой партии. Во второй партии муки высшего сорта было 6520 кг, что составляет 78,6 % общего веса муки этой партии. Необходимо определить процент муки высшего сорта в среднем по первой и второй партиям вместе.

Средний процент муки высшего сорта по двум партиям определяем по формуле средней гармонической взвешенной:

$$\bar{X} = \frac{3942}{\frac{3942}{0{,}704} + \frac{6520}{0{,}786}} = \frac{10462}{13894{,}6} = 0{,}753 \text{ или } 75{,}3\%.$$

В том случае, если объемы явлений, т. е. произведения, по каждому признаку равны, применяется **средняя гармоническая простая.** К средней гармонической простой следует прибегать в случаях определения, например, средней затраты труда, времени, материалов на единицу продукции, на одну деталь по двум (трем, четырем и т. д.) предприятиям, рабочим, занятым изготовлением одного и того же вида продукции, одной и той же детали, изделия.

Например, две автомашины прошли один и тот же путь: одна со скоростью 60 км/ч, а вторая – 80 км/ч. Тогда средняя скорость составит:

$$\bar{X} = \frac{1+1}{\frac{1}{60}+\frac{1}{80}} = \frac{9600}{140} = 68{,}6 \text{ км/ч}.$$

Таким образом,

$$\bar{X} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}},$$

где $\sum \frac{1}{x}$ – сумма обратных значений вариант, n – число вариант.

Средняя геометрическая – это величина, применяемая для расчета средних из относительных величин. Поэтому средняя геометрическая используется в расчетах средних темпов роста. Формула средней геометрической выглядит следующим образом:

$$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \ldots \times x_n},$$

где x – цепной коэффициент роста (варьирующий признак);

n – количество периодов, по которым имеются коэффициенты роста.

Предположим, имеются следующие данные о тепах роста товарооборота фирмы за ряд лет.

Годы	2010	2011	2012	2013
Темпы роста товарооборота (в %)	102,5	109,2	112,4	101,5

Определим средний темп роста с 2010 по 2013 годы. Значение темпов роста переводим из процентов в коэффициенты и подставляем в формулу средней геометрической.

$$\bar{x} = \sqrt[4]{1{,}025 \times 1{,}092 \times 1{,}124 \times 1{,}015} = 1{,}063$$

Таким образом, средний темп роста товарооборота фирмы составляет 106,3 % в год.

Среднегодовые темпы роста могут рассчитываться с использованием другой формулы средней геометрической:

$$\bar{x} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}},$$

где y_1 – абсолютная величина явления в первом году периода;

y_n – абсолютная величина явления в последнем году периода;

n – количество лет периода.

Пример. Стоимость продукции, произведенной фирмой в 2001 г., составила 200000 долл., а в 2009 г. – 1200000 долл. Определим средние ежегодные (среднегодовые) темпы роста выпуска продукции фирмой:

$$\bar{x} = \sqrt[9-1]{\frac{1200000}{200000}} = \sqrt[8]{6} = 1{,}251$$

Следовательно, средние ежегодные темпы роста составляли 125,1 %.

Удобство данной формулы состоит в том, что при расчетах не требуются данные за все годы периода.

Решение о том, какая из двух приведенных формул средней геометрической должна использоваться в каждом конкретном случае, принимается в зависимости от наличия исходных данных.

Применение средней геометрической справедливо, если годовые коэффициенты роста за последующие годы составляют непрерывно возрастающий (или непрерывно убывающий) ряд. В случае же, когда среди данных имеются показатели роста как больше, так и меньше 1, расчет приобретает условный характер, и это надо специально оговаривать.

5.3. Структурные средние величины

Модой называется вариант признака, имеющий наибольшую частоту в данном вариационном ряду. Для дискретного ряда определение моды не представляет трудностей. Например, в группе обучается 26 студентов; из них 5 человек имеют возраст 19 лет, 12 чел. – 20 лет, 7 чел. – 21 год, 2 чел. – 23 года. В данном случае модой будет возраст 20 лет.

При исчислении моды для интервального ряда сначала определяется модальный интервал, в пределах которого находится мода, а затем находится приближенное значение модальной величины признака по формуле:

$$M_0 = x_0 + h \cdot \frac{f_m - f_{m-1}}{(f_m - f_{m-1}) + (f_m - f_{m+1})},$$

где x_0 – нижняя граница модального интервала;

h – величина модального интервала;

f_m– частота модального интервала;

f_{m-1}– частота интервала, предшествующего модальному;

f_{m+1} – частота интервала, следующего за модальным.

Мода является наиболее распространенной и в этом смысле наиболее типичной величиной в распределении, но она уступает средней величине, которая характеризует совокупность в целом, в то время как мода определяет размер признака, свойственный хотя и значительной, но все же части совокупности.

Медианой называется вариант, который приходится на середину ряда, расположенного в порядке возрастания или убывания численных значений признака. Медиана делит ряд на две равные части. Например, имеются следующие данные о возрасте 7 студентов (в годах): 19, 20, 21, 23, 24, 25, 28. В этом ряду медианой является возраст 23 года, так как это число равноудалено от начала и от конца ряда, находится на 4 месте.

Существует следующее правило нахождения медианы дискретного ряда: нужно к сумме частот ряда прибавить единицу и результат поделить пополам. В приведенном выше примере сумма частот равна 7, следовательно медиана будет находиться на $\frac{7+1}{2} = 4$, т. е. на 4 месте.

В тех случаях, когда ряд состоит из четного числа членов, медиана будет равна средней из двух значений признака, расположенных в середине ряда.

При исчислении медианы для интервального ряда вначале определяют медианный интервал, в пределах которого находится медиана, а затем приближенное значение медианы по формуле:

$$Me = x_0 + h \cdot \frac{\frac{\sum f}{2} - S_{m-1}}{f_m},$$

где x_0 – нижняя граница интервала, который содержит медиану;

h – величина интервала;

$\sum f$ – сумма частот или число членов ряда;

S_{m-1} – сумма накопленных частот интервалов, предшествующих медианному;

f_m – частота модального интервала.

Величина моды и медианы, как правило, отличаются от величины средней и совпадают с ней только в случае симметрии вариационного ряда.

5.4. Показатели вариации признаков

Средние величины дают обобщающую характеристику совокупности по варьирующим признакам, показывают типичный для данных условий уровень этих признаков. Но наряду со средними величинами большое практическое и теоретическое значение имеет изучение отклонений от средних. Для всесторонней характеристики рядов распределения необходимы показатели вариации, определяющие меру, степень колеблемости отдельных значений признака от средней. В статистике применяется несколько показателей вариации: размах вариации, среднее линейное (абсолютное) отклонение, дисперсия, среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации.

Размах вариации характеризует пределы изменения варьирующего признака. Он рассчитывается как разность между максимальным и минимальным значениями признака:

$$R = x_{\max} - x_{\min}.$$

Величина размаха зависит только от двух крайних значений признака, что делает его в известной мере случайной величиной. Поэтому возникает необходимость в других показателях, которые бы учитывали отклонения от средней всех значений признака. Одним из таких показателей является среднее линейное (абсолютное) отклонение.

Среднее линейное отклонение представляет собой среднюю арифметическую из абсолютных отклонений отдельных вариант от средней.

Так как алгебраическая сумма отклонений индивидуальных значений признака от средней равна нулю (одно из свойств средней арифметической), то при исчислении среднего линейного отклонения принимаются во внимание только абсолютные значения отклонений, без учета знаков (+ или -). Если средняя арифметическая из отклонений является простой, то среднее линейное отклонение рассчитывается по формуле:

$$d = \frac{\sum|x-\bar{x}|}{n}.$$

Если же средняя арифметическая из отклонений – взвешенная, то среднее линейное отклонение:

$$\bar{d} = \frac{\sum|x-\bar{x}|f}{\sum f}.$$

Среднее линейное отклонение – число именованное; его размерность соответствует размерности варьирующего признака.

Дисперсией называется средний квадрат отклонений индивидуальных значений признака от их средней величины:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}.$$

При наличии частот употребляется формула взвешенной дисперсии:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x-\bar{x})^2 f}{\sum f}.$$

Дисперсия имеет большое значение в анализе. Однако ее применение как меры вариации в ряде случаев бывает не совсем удобным, потому что размерность дисперсии равна квадрату размерности изучаемого признака. Поэтому в случае ее вычисления для измерения вариации признака из дисперсии извлекают квадратный корень и получают среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}} \text{ или } \sigma = \sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2 f}{\sum f}}.$$

Это наиболее распространенный показатель вариации признака, он имеет ту же размерность, что и признак.

Чем меньше размах вариации, среднее отклонение, дисперсия и среднее квадратическое отклонение, тем совокупность более однородна и тем типичнее средняя величина. Недостаток всех этих показателей вариации в том, что они имеют размерность и показывают только абсолютную меру вариации. Чтобы сопоставить показатель вариации со средней, рассчитывают относительную величину – коэффициент вариации (v):

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%.$$

Коэффициент вариации представляет собой отношение среднего квадратического отклонения к средней арифметической. Чем этот коэффициент меньше, тем типичнее средняя, тем колеблемость признака меньше, а совокупность однороднее.

По величине коэффициента вариации можно судить об интенсивности вариации признака, а, следовательно, и об однородности состава изучаемой совокупности. Чем больше величина коэффициента вариации, тем больше неоднородность совокупности. Существует шкала определения степени однородности совокупности в зависимости от значений коэффициента вариации:

Коэффициент вариации, %	Степень однородности совокупности
До 30	Однородная
30 – 60	Средняя
60 и более	Неоднородная

Если в совокупности исследуется доля единиц, обладающих тем или иным альтернативным признаком, то дисперсия этого признака определяется по формуле:

$$\sigma^2 = p \times q,$$

где q – удельный вес единиц совокупности, не обладающих изучаемым признаком;

p – удельный вес единиц, обладающих данным признаком во всей совокупности.

Пример. В трех партиях продукции, представленных на контроль качества, было обнаружено:

а) первая партия – 1000 изделий, из них 800 годных, 200 бракованных;

б) вторая партия – 800 изделий, из них 720 годных, 80 бракованных;

в) третья партия – 900 изделий, из них годных 855, бракованных 45 единиц продукции.

Определите в целом для всех партий следующие показатели: а) средний процент годной продукции и средний процент брака; б) дисперсию, среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации годной продукции.

Решение. Это пример на определение средней величины и показателей вариации альтернативного признака.

Средняя величина альтернативного признака равна p – удельному весу единиц, обладающих данным признаком во всей совокупности.

Дисперсия альтернативного признака определяется:

$$\sigma^2 = p \times q,$$

где q – удельный вес единиц совокупности, не обладающих изучаемым признаком.

Рассмотрим расчет данных показателей на нашем примере:

а) Средний процент годной продукции в трех партиях равен:

$$p = \frac{800+720+855}{1000+800+900} = \frac{2375}{2700} = 0.88 \text{ или } 88{,}0\%.$$

Средний процент брака:

$$q = 1 - 0{,}88 = 0{,}12 \text{ или } 12{,}0\%.$$

б) Дисперсия удельного веса годной продукции (σ^2):

$$\sigma^2 = 0{,}88 \times 0{,}12 = 0{,}106.$$

Среднее квадратическое отклонение удельного веса годной продукции:

$$\sigma = \sqrt{pq} = \sqrt{0{,}106} = 0{,}32.$$

Коэффициент вариации удельного веса годной продукции в общем выпуске продукции:

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sigma}{p} = \frac{0{,}32}{0{,}88} \times 100\% = 36{,}4\%.$$

Правило сложения дисперсий

Если совокупность разбита на группы по факторному признаку, то **общая дисперсия** признака σ^2 может быть определена как сумма **межгрупповой дисперсии** $\sigma^2_{\text{м.гр.}}$ **и средней из внутригрупповых дисперсий** $\bar{\sigma}_i^2$:

$$\sigma^2 = \bar{\sigma}_i^2 + \sigma^2_{\text{м.гр.}} - \text{общая дисперсия} .$$

Общая дисперсия характеризует вариацию признака по всей совокупности как результат влияния всех факторов, определяющих индивидуальные различия единиц совокупности.

$$\bar{\sigma}_i^2 = \frac{\sum(\bar{\sigma}_i^2 f_i)}{\sum f_i} - \text{средняя из внутригрупповых дисперсий,}$$

$$\bar{\sigma}_i^2 = \frac{\sum(x - \bar{x}_i)^2}{n},$$

где $\bar{\sigma}_i^2$ – дисперсия признака в группе i (внутригрупповая дисперсия);

x – индивидуальное значение признака;

$\bar{x}_i$ – среднее значение признака в группе i;

N – число наблюдений в группе i.

Средняя из внутригрупповых дисперсий отражает ту часть вариации результативного признака, которая обусловлена действием прочих неучтенных факторов, кроме фактора, по которому осуществлялась группировка. Другими словами, внутригрупповая дисперсия отражает случайную вариацию:

$$\overline{\sigma^2_{\text{м.гр.}}} = \frac{\sum(\overline{x_i} - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i},$$

где $\bar{x}$ – среднее значение признака в совокупности.

Межгрупповая дисперсия характеризует вариацию, обусловленную влиянием фактора, положенного в основу группировки.

Отношение межгрупповой дисперсии к общей дает возможность измерить вариацию результативного признака за счет факторного, т. е. признака, положенного в основание группировки, и тем самым судить о связи между изучаемыми признаками:

$$\eta^2 = \frac{\sigma^2_{\text{м.гр.}}}{\sigma^2},$$

где η^2– коэффициент детерминации.

Корень квадратный из коэффициента детерминации называют эмпирическим корреляционным отношением:

$$\eta = \sqrt{\frac{\sigma^2}{\sigma^2}}.$$

Эмпирическое корреляционное отношение показывает, какую часть общей колеблемости результативного признака определяет изучаемый фактор, т. е. характеризует влияние группировочного признака на результативный признак. Этот показатель принимает значения в интервале [0, 1]. Если связь отсутствует, то $\eta = 0$. В этом случае дисперсия групповых средних равна нулю

($\overline{\sigma^2}$=0), т. е. все групповые средние равны между собой и межгрупповой вариации нет. Это означает, что группировочный признак не влияет на вариацию исследуемого признака x. Если связь функциональная (полная), то η = 1. В этом случае дисперсия групповых средних равна общей дисперсии $\left(\overline{\sigma^2} = \sigma^2\right)$, т. е. не будет внутригрупповой дисперсии.Это означает, что группировочный признак полностью определяет вариацию изучаемого признака, а влияние прочих факторных признаков равно нулю. При ŋ равной [0 - 1] связь является умеренной.

Пример. С целью установления зависимости между урожайностью и сортом винограда в одном из хозяйств на основе выборки определили урожай на 10 кустах винограда:

Наименование сорта винограда	Число проверенных кустов	Урожай винограда с каждого куста, кг				
Сорт «А»	3	6	5	7	-	-
Сорт «Б»	5	7	6	8	5	9
Сорт «В»	2	9	7	-	-	-

Исчислите общую**,** межгрупповую и среднюю из групповых (частных) дисперсий. Определите связь между сортом и его урожайностью.

1. Групповые средние, т. е. средняя урожайность по каждому сорту винограда, равны:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\overline{x_\text{А}} = \frac{6+5+7}{3} = 6\text{кг.}$$

$$\overline{x_\text{Б}} = \frac{7+6+8+5+9}{5} = 7\text{кг.}$$

$$\overline{x_\text{В}} = \frac{9+7}{2} = 8\text{кг.}$$

2. Определяем среднюю урожайность винограда по хозяйству:

$$\bar{x} = \frac{\sum x \times f_i}{\sum f_i} = \frac{6 \times 3 + 7 \times 5 + 8 \times 2}{10} = 6{,}9 \text{ кг.}$$

3. Определяем внутригрупповую (частную) дисперсию урожайности для каждого сорта отдельно:

$$\delta^2 = \frac{\sum (x - \overline{x_\iota})^2}{n}$$

$$\delta_A^2 = \frac{(6-6)^2 + (5-6)^2 + (7-6)^2}{3} = 0{,}667$$

$$\delta_\text{Б}^2 = \frac{(7-7)^2 + (6-7)^2 + (8-7)^2 + (5-7)^2 + (9-7)^2}{5} = 2{,}000,$$

$$\delta_{\text{В}}^2 = \frac{(9-8)^2 + (7-8)^2}{2} = 1{,}000.$$

4. Средняя из частных дисперсий:

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{0{,}667 \times 3 + 2{,}000 \times 5 + 1{,}000 \times 2}{3+5+2} = \frac{14{,}001}{10} = 1{,}4$$

5. Межгрупповая дисперсия:

$$\delta_{\text{м.гр.}}^2 = \frac{(6-6{,}9)^2 \times 3 + (7-6{,}9)^2 \times 5 + (8-6{,}9)^2 \times 2}{3+5+2} = \frac{4{,}9}{10} = 0{,}49$$

6. Определяем общую дисперсию урожайности по всей совокупности, используя правило сложения дисперсий:

$$\sigma^2 = 1{,}40 + 0{,}49 = 1{,}89.$$

7. Проверим этот вывод путем расчета общей дисперсии обычным способом:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n} = \frac{\begin{gathered}(6-6{,}9)^2 + (5-6{,}9)^2 + (7-6{,}9)^2 + (7-6{,}9)^2 + (6-6{,}9)^2 + \\ (8-6{,}9)^2 + (5-6{,}9)^2 + (9-6{,}9)^2 + (9-6{,}9)^2 + (7-6{,}9)^2\end{gathered}}{10} = 1{,}89$$

8. Определим коэффициент детерминации - η^2:

$$\eta^2 = \frac{0{,}49}{1{,}89} = 0{,}26 \text{ или } 26\%.$$

Таким образом, только на 26 % вариация урожайности обусловлена различиями между сортами, а на 74 % – другими факторами (характером почвы, удобренностью участков, поливом и т. п.)

9. Определяем эмпирическое корреляционное отношение:

$$\eta^2 = \sqrt{\frac{0{,}49}{1{,}89}} = \sqrt{0{,}36} \approx 0{,}5.$$

Следовательно, можно утверждать, что связь между сортом винограда (факторный признак) и урожайностью (результативный признак) умеренная.

ГЛАВА 6. СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ ОБЩЕСТВЕННЫХ ЯВЛЕНИЙ

6.1. Основные понятия и виды динамических рядов

Все процессы и явления общественной жизни, составляющие предмет изучения статистики, находятся в постоянном движении и изменении. Чтобы с наименьшими ошибками предполагать будущее, нужно хорошо знать прошлое, а для этого необходимо выявить и измерить закономерности развития изучаемого явления во времени. Характеристику временной изменчивости можно изучить, если располагать данными по определенному кругу показателей за ряд промежутков времени, следующих друг за другом, либо на ряд моментов времени.

Ряд расположенных во времени статистических данных, изменение которых отражает закономерность развития изучаемого явления, называется рядом **динамики,** а также **временным или хронологическим рядом.**

Всякий ряд динамики включает, следовательно, два обязательных элемента: *во-первых,* числовые значения того или иного статистического показателя, их называют уровнями ряда (объемы, размеры, численности) и, *во-вторых,* время, выраженное моментами или периодами (день, месяц, квартал, год и пр.), к которым относятся уровни.

Ряды динамики, как правило, представляют в виде таблицы или графически. При графическом изображении ряда динамики на оси абсцисс строится шкала времени t, на оси ординат – шкала уровней ряда Y, (рис. 2):

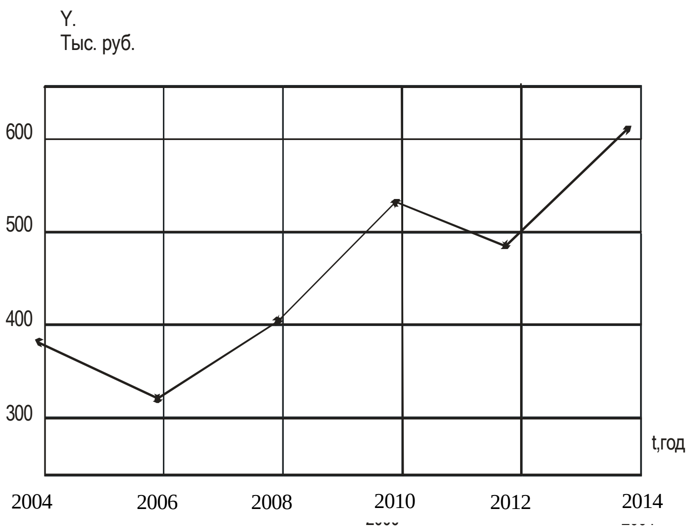

Рисунок 2 – Ряды динамики

В зависимости от того, что характеризует уровень ряда и какой показатель времени используется, ряды динамики различаются на несколько видов.

1. **По времени** ряды динамики делятся на моментные и интервальные ряды. *Интервальный ряд динамики* – последовательность, в которой уровень явления относится к результату, накопленному или вновь произведенному за

определенный интервал времени. Таковы, например, ряды показателей объема продукции по месяцам года, количества отработанных человеко-дней по отдельным периодам и т. д.

Выпуск студентов высшими учебными заведениями региона, тыс. чел.

2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
850,6	890	819,8	806,2	856,4	915,4	1000,14

Если уровень ряда показывает фактическое состояние изучаемого явления в конкретный момент времени, то совокупность уровней образует *моментный ряд динамики.* Примерами моментных рядов могут быть последовательности показателей численности населения на начало года, величины запаса какого-либо материала на начало периода и т. д.

Численность безработных, зарегистрированных в органах государственной службы занятости, тыс. чел. (на конец года)

2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
4654	5012	3998	3858	2526	2074	2246

Важное аналитическое отличие моментных рядов от интервальных состоит в том, что сумма уровней интервального ряда дает вполне реальный показатель – общий выпуск продукции за год, общие затраты рабочего времени, общий объем продаж акций и т. д., сумма же уровней моментного ряда, хотя иногда и подсчитывается, но реального содержания, как правило, не имеет.

Среди интервальных рядов выделяются динамические ряды с нарастающим итогом. Их применение обусловлено потребностями отображения результатов развития изучаемых показателей не только за данный отчетный период, но и с учетом предшествующих периодов. При составлении таких рядов производится последовательное суммирование смежных уровней.

2. **По форме представления уровней** рассматриваются ряды абсолютных, относительных и средних величин.

3. **По расстоянию между датами или интервалам времени** выделяют полные и неполные хронологические ряды.

Полные ряды динамики имеют место, когда даты регистрации или окончания периодов следуют друг за другом с равными интервалами. Это равноотстоящие ряды динамики. *Неполные* – когда принцип равных интервалов не соблюдается.

Ряды динамики используются для решения многих задач, связанных с изучением особенностей и закономерностей развития общественных явлений. Среди них:

1) характеристика интенсивности отдельных изменений в уровнях ряда;
2) определение средних показателей уровня и интенсивности развития за период в целом;
3) выявление закономерностей (тенденций) динамики ряда в целом;
4) интерполяция и экстраполяция статистических данных;
5) характеристика сезонности изучаемых явлений.

Чтобы получить представление о развитии явления при помощи числовых уровней, необходимо при построении ряда динамики соблюдать определенные правила, которые позволяют приводить уровни ряда в сопоставительный вид.

6.2. Проблемы сопоставимости и приемы преобразования временных рядов

Сопоставимость элементов ряда является обязательным условием для получения правильных выводов и достигается одинаковым подходом к единицам совокупности на разных этапах ее формирования. Нередко статистические данные выражаются в различных единицах измерения. Например, данные о количестве произведенного подсолнечного масла по одним районам области могут быть выражены в литрах, а по другим – в килограммах, чтобы обеспечить сравнимость такого ряда данных, необходимо выразить их или только в литрах, или только в килограммах.

Могут быть и другие причины несопоставимости, которые в соответствии с задачами исследования необходимо установить и применить соответствующую обработку, позволяющую сравнивать уровни таких динамических рядов. В основном, несопоставимость вызывается следующими причинами:

1) неоднородность состава изучаемых совокупностей во времени;
2) изменения в методике первичного учета и обобщения исходной информации;
3) различия применяемых в отдельные периоды единиц измерения и цен.

В региональных исследованиях очень важно, чтобы статистические данные были совместимы по территории, кругу охватываемых объектов, единицам измерения, времени регистрации, ценам, методологии расчета обобщающих статистических показателей. *Сопоставимость по территории* означает, что данные по странам и регионам, границы которых изменились, должны быть пересчитаны в старых пределах. *Сопоставимость по кругу охватываемых объектов* означает сравнение совокупностей с равным числом элементов. Территориальная и объемная сопоставимость обеспечивается **преобразованием временных рядов**, которое включает в себя приемы, позволяющие сделать ряды более удобными для анализа. В частности, оно включает в себя такие приемы, как приведение рядов к одному основанию и смыкание рядов.

Приведение рядов к одному основанию позволяет лучше увидеть, какой ряд из сравниваемых растет быстрее, а какой – медленнее. К этому приему приходится прибегать тогда, когда изучаемые ряды имеют разные начальные периоды, исчислены в разной валюте или имеют другие различия, затрудняющие их непосредственное сравнение.

Для приведения рядов к одному основанию выбирается один, общий для всех рядов начальный период, который берется за 100 %.

Надо сказать, что выбор начального периода в какой-то мере предопределяет результаты анализа: при одной начальной базе более «быстрым» может показаться один ряд, а при другой базе – иной. Например, имеются следующие данные о численности населения региона за ряд лет.

Численность населения региона (тыс. чел. на начало года)

Население	2000	2018	2021	2023	2024
Городское	2420,4	3101,6	3097,8	3016,8	2994,5
Сельское	1410,9	1211,5	1250,0	1366,1	1407,0

Если взять за базу данные 2000 г., то можно будет сделать вывод о более быстром росте городского населения:

Динамика численности населения региона в процентах к 2000 г.

Население	2000	2018	2021	2023	2024
Городское	100	128,1	127,9	124,6	123,7
Сельское	100	85,9	88,6	96,8	99,7

Картина получится совсем иной, если взять за базу 2018 г. Для последнего случая мы будем иметь такую таблицу:

Динамика численности населения региона в процентах к 2018 г.

Население	2018	2021	2023	2024
Городское	100	99,9	97,3	96,5
Сельское	100	103,2	112,8	116,1

Приведенный пример говорит о том, что надо очень продуманно подходить к выбору начальной базы для сравниваемых рядов. Выбор базы сравнения – проблема не математическая, а общеэкономическая. Никакого простого правила для правильного выбора начальной базы рядов, приводимых к одному основанию, не существует. Надо только помнить, что выбор начальной базы может тем или иным способом повлиять на конечный вывод. Надо также понимать, что это обстоятельство может быть использовано недобросовестными исследователями для сознательного искажения динамики изучаемых явлений.

Смыкание временных рядов. К этому приему приходится прибегать тогда, когда надо создать один длинный, сквозной ряд из нескольких коротких рядов, отличающихся либо методологией расчета показателей, либо границами территории, либо ценами, что не позволяет их соединить вместе без всяких пересчетов. Смыкание рядов может быть осуществлено только в том случае, если ряды имеют хотя бы один общий период.

Для иллюстрации приведем следующий пример. По одному из районов города имеются данные о численности населения с 1997 г. по 2017 г. в одних границах, а с 2017 г. по 2024 г. – в других. Эти данные представлены ниже:

Численность населения района на начало года, тыс. чел.

Годы	1997	2012	2017	2022	2024
В старых границах	200	230	240		
В новых границах			300	330	340

Поскольку у двух рядов имеется один общий год, то их смыкание возможно. По данным этого общего года исчисляем коэффициент пересчета данных для старых границ в данные для новых границ:

$$К_{нов/стар} = \frac{300}{240} = 1{,}25.$$

С помощью этого коэффициента делаем пересчет численности населения:

для 1997 г. 200*1,25 = 250,0;

для 2012 г. 230*1,25 = 287,5.

Можно сделать и обратный пересчет – из новых границ в старые:

для 2022 г. 330:1,25 = 264;

для 2024 г. 340:1,25 = 272.

В результате этих пересчетов получаем такую таблицу:

Численность населения района на начало года (тыс. чел.)

Годы	1997	2012	2017	2022	2024
В старых границах	200	230	240	264	272
В новых границах	250	287,5	300	330	340

Не возникает особых сложностей при обеспечении *сопоставимости* данных *по единицам измерения; стоимостная сравнимость* достигается системой сопоставимых цен.

Числовые уровни рядов динамики должны быть **упорядоченными во времени.** Не допускается анализ рядов с пропусками отдельных уровней, если же такие пропуски неизбежны, то их восполняют условными расчетными значениями.

6.3. Показатели анализа рядов динамики

Для характеристики развития явления во времени применяются следующие показатели:

а) абсолютные приросты (Δy);

б) темпы роста (T_p);

в) темпы прироста (снижения) (ΔT_p);

г) абсолютное значение 1 % прироста;

д) абсолютное ускорение или замедление (Δ'');

е) относительное ускорение $(\Delta'' T_p)$.

Абсолютный прирост (абсолютное изменение) уровней ряда рассчитывается как разность двух уровней. Он показывает, на сколько единиц уровень одного периода больше или меньше уровня другого периода.

В зависимости от базы сравнения абсолютные приросты могут быть цепными и базисными:

$$\Delta y_{\text{цепной}} = y_i - y_{i-1};$$
$$\Delta y_{\text{базисный}} = y_i - y_0.$$

Если каждый последующий уровень ряда динамики сравнивается со своим предыдущим уровнем, то прирост называется *цепным.* Если же в качестве базы сравнения выступает за ряд лет один и тот же период, то прирост называется *базисным.*

Один и тот же по величине абсолютный прирост может означать интенсивность изменения (табл. 10):

В нашем примере в 2016 и 2018 гг. абсолютное изменение объема продукции было одинаковым – 5 тыс. шт., но интенсивность роста объема произведенной продукции в эти годы была различной: в 2016 г. прирост в 5 тыс. ед. по сравнению с предыдущим годом составил 25 %, а в 2018 г. по сравнению с предыдущим годом – лишь 14,3 %. Аналогично один и тот же прирост в 10 тыс. ед. для 2017 и 2019 гг. означает разную интенсивность роста: в 2017 г. – прирост составил по сравнению с предыдущим годом 40%, а в 2019 г. – 25 %.

Таблица 10 – Динамика объема продукции по предприятию за 2015–2019 гг.

Годы	Произведено продукции, тыс. шт.	Абсолютные приросты, тыс. шт.		Темпы роста, %		Темпы прироста %		Абсолютное значение 1 % прироста, тыс. шт.
		цеп.	**баз.**	**цеп.**	**баз.**	**цеп.**	**баз.**	
2015	20	-	-	-	100	-	-	-
2016	25	5	5	125	125	25	25	0,2
2017	35	10	15	140	175	40	75	0,25
2018	40	5	20	114,3	200	14,3	100	0,35
2019	50	10	30	125	250	25	150	0,40
Итог	170	30	-	-	-	-	-	-

Интенсивность изменения уровней временного ряда характеризуется темпами роста и прироста.

Темп роста есть отношение двух уровней ряда, выраженное в %. Как и абсолютные приросты, темпы роста могут рассчитываться как цепные и как базисные:

$$\text{Т}_{\text{р цепной}} = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100,$$

$$\text{Т}_{\text{р базисный}} = \frac{y_i}{y_0} \cdot 100.$$

Если база сравнения по периодам меняется, то найденные темпы роста называются *цепными.* Если же база сравнения по периодам неизменна (y_0), то темпы роста называются *базисными.*

Темпы роста, выраженные в коэффициентах, принято называть **коэффициентами роста**:

$$\text{К}_{\text{р цепной}} = y_i / y_{i-1},$$

$$\text{К}_{\text{р цепной}} = y_i / y_0.$$

В анализе используется один из этих показателей: либо темп роста, либо коэффициент роста, ибо экономическое их содержание одно и то же, но по-разному выражено: в % (T) и в разах (K). Так, по данным таблицы можно сделать вывод, что наибольшая интенсивность роста была достигнута в 2017 г., когда темп роста составил 140 %, или производство продукции в 1,4 раза превысило уровень предыдущего года.

Если цепные темпы роста характеризуют интенсивность изменения уровней от года к году (от месяца к месяцу), то базисные темпы роста фиксируют интенсивность роста (снижения) за весь интервал времени между текущим и базисным уровнями. Так, по данным табл. 10, базисный темп роста за весь период с 2016 по 2019 г. составил 250 % (2015 г. взят за базу сравнения).

Темп прироста есть отношение абсолютного прироста к предыдущему уровню динамического ряда (цепной показатель) и к уровню, принятому за базу сравнения по динамическому ряду (базисный показатель):

$$\text{Т}_{\text{р цепной}} = \frac{\Delta_{\text{цепной}}}{y_{i-1}} \cdot 100,$$

$$\text{Т}_{\text{р базисный}} = \frac{\Delta_{\text{базисный}}}{y_0} \cdot 100.$$

По данным табл. 10, темп прироста для 2019 г. составил: цепной – 25 % $\left(\frac{10}{40} \cdot 100\right)$ и базисный – 150 % $\left(\frac{30}{20} \cdot 100\right)$, т. е. в 2019 г. объем продукции увеличился по сравнению 2018 г. на 25 %, а в целом за весь рассматриваемый период прирост составил 150 %.

Между цепными и базисными показателями изменения уровней ряда существует следующая взаимосвязь:

а) сумма цепных абсолютных приростов равна базисному приросту (см. табл. 9, где в итоговой строке накопленный прирост за 2016 – 2019 гг. – 30 тыс. шт. – совпадает с базисным абсолютным приростом для 2019 г.);

б) произведение цепных коэффициентов роста равно базисному или равносильное этому деление рядом стоящих базисных коэффициентов роста друг на друга равно цепным коэффициентам роста. Так, по данным табл. 10 имеем:

1,25·1,40 ·1,143·1,25 = 2,5, или 250 % – базисный темп роста; 200/175=1,143, или 114,3 % – цепной темп роста для 2018 г.

Взаимосвязь цепных и базисных темпов (коэффициентов) роста позволяет при анализе, если необходимо, переходить от цепных показателей к базисным и наоборот;

в) темп прироста связан с темпом роста $\Delta\text{Т}_{\text{р}} = \text{Т}_{\text{р}} - 100$ (см. табл. 10, где темпы прироста меньше темпов роста на 100). Поэтому при анализе обычно приводится какой-то один из них: темп роста, либо темп прироста. Зная цепные темпы прироста, можно определить базисный темп прироста. Для этого нужно от темпов прироста перейти к темпам (коэффициента) роста и далее воспользоваться указанной выше взаимосвязью коэффициентов роста.

Так, например, изменение цен на потребительские товары и услуги за I квартал 2021 г. оказалось в Санкт-Петербурге следующим *(в % к предыдущему месяцу):*

Месяц	Январь	Февраль	Март
Изменение цен	3,7	1,7	1,8

В целом за I квартал прирост цен составит:

$$(1{,}037 \times 1{,}017 \times 1{,}018) \cdot 100 - 100 = 7{,}4\,\%\,,$$

т.е. в марте 2021 г. по сравнению с декабрем 2020 г. цены выросли на 7,4%.

Чтобы знать, что скрывается за каждым процентом прироста, рассчитывается **абсолютное значение 1 % прироста** как отношение абсолютного прироста уровня за интервал времени к темпу прироста за этот же промежуток времени:

$$A = \frac{\Delta_{\text{цепной}}}{\text{Т}_{\text{п}_{\text{цепной}}}} \text{ или}$$

$$A = \frac{\Delta_{\text{цепной}}}{\frac{\Delta_{\text{цепной}}}{y_{i-1}} \cdot 100} = 0{,}01 y_{i-1}.$$

Иными словами, абсолютное значение одного процента прироста в данном периоде есть сотая часть достигнутого уровня в предыдущем периоде (см. табл. 10, последнюю графу). В связи с этим расчет абсолютного значения 1 % прироста базисным методом не имеет смысла, ибо для каждого периода это будет одна и та же величина – сотая часть уровня базисного периода.

Абсолютные приросты показывают скорость изменения уровней ряда в единицу времени. Если они систематически возрастают, то ряд развивается с ускорением. Величина абсолютного ускорения определяется как $\Delta = \Delta_i - \Delta_{i-1}$, т. е. по аналогии с цепным абсолютным приростом, но сравниваются между собой не уровни ряда, а их скорости. По табл. 10 в нашем примере ускорение имело место лишь в 2017 и в 2019 гг., когда $\Delta = 10 - 5 = 5$ тыс. шт.

Если систематически растут цепные темпы роста, то ряд развивается с относительным ускорением. **Относительное ускорение** можно определить как разность следующих друг за другом темпов роста или прироста:

$$\Delta\% = \text{Т}_{\text{р}_i} - \text{Т}_{\text{р}_{i-1}} \text{ или } \Delta\% = \text{Т}_{\text{п}_i} - \text{Т}_{\text{п}_{i-1}}.$$

Полученная величина выражается в процентных пунктах (п.п.). По данным табл. 10, относительное ускорение имело место в 2017 г. – 15 процентных пунктов по сравнению с предыдущим годом и в 2019 г. – 10,7 процентных пунктов по сравнению с предыдущим годом.

Относительное ускорение может быть измерено и с помощью коэффициента опережения.

Коэффициент опережения определяется как отношение последующего темпа роста к предыдущему:

$$\text{К}_{\text{опережения}} = \frac{\text{Т}_{\text{р}_i}}{\text{Т}_{\text{р}_{i-1}}}.$$

В нашем примере коэффициент опережения для 2017 г. составил: 140/125=1,12, что означает, что в 2017 г. темп роста был в 1,12 раза больше, чем в 2016 г.

6.4. Средние показатели ряда динамики

Для обобщения по рядам динамики рассчитываются: **средний уровень ряда; средний абсолютный прирост; средний темп роста и прироста; среднее абсолютное значение 1% прироста.**

Для разных видов рядов динамики средний уровень рассчитывается неодинаково.

По интервальному динамическому ряду из абсолютных величин с равными интервалами **средний уровень** определяется по средней арифметической простой из уровней ряда:

$$\bar{y} = \sum_{i}^{n} y_i / n ,$$

где y_i – уровни ряда для i-го периода; n – число уровней в ряду динамики.

По данным табл. 10, средний за период объем произведенной продукции составит:

$$\bar{y} = 170/5 = 34 \text{ тыс. шт.},$$

т. е. в среднем ежегодно по предприятию за 2015–2019 гг. производилось данное количество продукции.

По интервальному временному ряду из относительных средних величин средний уровень определяется так же, как в статике, т. е. с учетом информации по признакам, связанным с осредняемым. Так, средняя урожайность должна определяться по средней арифметической взвешенной:

$$\bar{y} = \sum yx / \sum x ,$$

где у – урожайность по годам; х – посевная площадь по годам.

По моментному динамическому ряду в зависимости от исходной информации средний уровень ряда определяется тремя способами.

1. Если известны данные об изменении уровня ряда внутри временного промежутка, то средний уровень определяется как средняя арифметическая взвешенная:

$$\bar{y} = \sum y_i t_i / \sum t_i ,$$

где y_i – уровень моментного динамического ряда;

t_i – период, в течении которого y_i остается неизменным, т. е. период действия уровня y_i

Пример. Имеются данные об остатках средств на расчетном счете предприятия. На 01.01 остаток средств составил 100 тыс. руб.; 10.01 поступило от покупателей 250 тыс. руб.; 15.01 списано со счета на хозяйственные нужды 15 тыс. руб.; 18.01 снято со счета для выплаты заработной платы 180 тыс. руб.; 25.01 поступило от покупателей 420 тыс. руб. Других изменений до конца месяца не было. Определим средний остаток средств на расчетном счете в январе (см. табл. 11).

Таблица 11 – Расчет среднего остатка средств на расчетном счете

Календарный период	Остаток средств, тыс. руб. (y_i)	Период действия уровня, дней (t_i)	$y_i t_i$
01.01-09.01	100	9	900
10.01-14.01	350	5	1750
15.01-17.01	335	3	1005
18.01-24.01	155	7	1085
25.01-31.01	575	7	4025
Итого	-	31	8765

Исходя из данных табл. 11 имеем:

$$\bar{y} = 8765/31 = 282{,}7 \text{ тыс. руб.}$$

Рассмотренный метод расчета среднего уровня моментного динамического ряда является наиболее точным.

2. Однако не всегда имеется информация об изменении уровня моментного ряда внутри рассматриваемого временного промежутка. В этом случае средний уровень моментного ряда динамики определяется приближенно как средняя арифметическая взвешенная из парных смежных средних:

$$\bar{y} = \sum \tilde{y}_i t_i / \sum t_i \,,$$

где $\tilde{y}_i$ – смежные парные средние, найденные как средняя арифметическая простая из двух рядом стоящих уровней, т. е.

$$\tilde{y}_i = 1/2 \sum y_i \ ;$$

Пример. Товарные запасы в магазине составили: на 01.01 – 60 тыс. руб.; на 01.04 – 75; на 01.08 – 50; на 01.11 – 62; на 01.01 следующего года – 80 тыс. руб. Определим среднегодовой товарный запас в магазине (табл. 12).

Таблица 12 – Расчет среднегодового товарного запаса

Даты учета	y_i (тыс. руб.)	$\tilde{y}_i$ (тыс. руб.)	t_i (мес.)	$\tilde{y}_i t_i$
01.01	60	67,5	3	202,5
01.04	75	62,5	4	250,0
01.08	50	56,0	3	168,0
01.11	62	71,0	2	142,0
01.01	80			
Итого	-	-	12	762,5

Величина $\tilde{y}_i$ отображает средний уровень за определенный интервал времени. Так, с 01.01 по 01.04, т. е. за первый квартал средний товарный запас составил 67,5 тыс. руб. (60+75)/2. Исходя из расчетов таблицы, среднегодовой остаток товаров в магазине составлял

$$\bar{y} = 762{,}5/12 = 63{,}5 \text{ тыс. руб.}$$

3. Если интервалы между датами равны, то рассмотренная ранее средняя арифметическая взвешенная преобразуется в тождественную ей среднюю хронологическую:

$$\bar{y} = \frac{1/2y_1 + y_2 + \ldots + y_{n-1} + 1/2y_n}{n-1}.$$

Данная формула используется, например, для расчета среднегодовой стоимости имущества при уплате налога на имущество.

Пример. На балансе предприятия числится имущество: на 01.01 – 800 тыс. руб., на 01.04 – 1000, на 01.07 – 1600, на 01.10 – 1100, на 01.01 следующего года – 1400 тыс. руб. В отличие от предыдущего примера интервалы между датами равны: они составляют квартал. Определим имущество в каждом квартале отдельно:

I квартал - $\frac{800+1000}{2}$;

II квартал - $\frac{1000+1600}{2}$;

III квартал - $\frac{1600+1100}{2}$;

IV квартал - $\frac{1100+1400}{2}$.

Далее считаем, какое имущество действовало в течение года в рамках любого квартала. Для этого можно сложить квартальные средние и поделить их сумму на 4:

$$\frac{\frac{800+1000}{2} + \frac{1000+1600}{2} + \frac{1600+1100}{2} + \frac{1100+1400}{2}}{4}.$$

Нетрудно видеть, что данная формула преобразуется в среднюю хронологическую, а именно:

$$\frac{\frac{800}{2} + 1000 + 1600 + 1100 + 1400/2}{4} = \frac{4800}{4} = 1200 \text{ тыс. руб.}$$

Кроме среднего уровня, при анализе и прогнозировании широко используются средние показатели изменения уровней ряда, а именно, средний абсолютный прирост и средний темп роста.

Средний абсолютный прирост определяется как средняя арифметическая простая из цепных приростов:

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{n}\sum \Delta_{\text{цепные}},$$

Так как $\sum \Delta_{\text{цепные}} = \Delta_{\text{базисное}}$, средний абсолютный прирост можно определять следующим образом:

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{n}(y_n - y_0),$$

где y_n – последний уровень динамического ряда; y_0 – уровень, взятый за базу сравнения.

Применительно к данным табл. 10 мы имеем:

$$\bar{\Delta}=\frac{5+10+5+10}{4}=\frac{30}{4}=7{,}5 \text{ тыс. шт., или, иначе,}$$

$$\bar{\Delta}=\frac{1}{4}(50-20)=7{,}5 \text{ тыс. шт.,}$$

т. е. в среднем ежегодно объем произведенной продукции возрастал на 7,5 тыс. ед.

Для обобщения характеристики интенсивности роста рассчитывается *средний коэффициент роста* по формуле средней геометрической простой:

$$\overline{К}=\sqrt[n]{К_1 \cdot К_2 \cdot \ldots К_n}\ ,$$

где $К_1, К_2, \ldots, К_n$ – цепные коэффициенты роста; n – число цепных коэффициентов роста.

Применим эту формулу к данным табл. 10:

$$\overline{К}=\sqrt[4]{1{,}25 \cdot 1{,}4 \cdot 1{,}143 \cdot 1{,}25}=\sqrt[4]{2{,}50}=1{,}257.$$

Соответственно, **средний темп роста** составит 125,7 %.

Средний темп прироста составит 25,7 %.

Учитывая взаимосвязь цепных и базисных коэффициентов роста, средний коэффициент роста можно представить следующим образом:

$$\overline{К}=\sqrt[n]{\frac{y_n}{y_0}}$$

Для нашего примера имеем

$$\overline{К}=\sqrt[4]{50/20}=1{,}257.$$

В средней геометрической корень степени определяется как разность хронологических дат (2019 – 2015 = 4).

Средняя величина абсолютного значения 1 % прироста рассчитывается делением среднего абсолютного прироста на средний темп прироста:7,5:25,7=0,29 тыс. шт.

Пример. Объем экспорта в Японии характеризуется следующими данными, млрд долл.:

Годы	2000	2005	2012	2015
Объем экспорта	130,44	177,16	339,89	443,12

Определим среднегодовой абсолютный прирост и темп роста (табл. 13).

Поскольку даты представлены здесь не от года к году, а с интервалами, для расчета средних показателей динамики используются формулы:

$Тп = (y_n - y_0)/Т$ – среднегодовой абсолютный прирост;

$\overline{К}=\sqrt[4]{y_n/y_0}$ – среднегодовой коэффициент роста,

где Т – продолжительность периода.

Таблица 13 – Расчет средних показателей динамики

Период	Среднегодовой абсолютный прирост, млрд долл.	Среднегодовой коэффициент роста
2000 – 2005	(177,16 – 130,44)/5 = 9,344	$\sqrt[5]{177{,}16/130{,}44} = 1{,}063$
2005 – 2012	(339,89 – 177,16)/7 = 23,247	$\sqrt[7]{339{,}89/177{,}16} = 1{,}098$
2012 – 2015	(443,12 – 339,89)/3 = 34,410	$\sqrt[3]{443{,}12/339{,}89} = 1{,}092$

Как видим, средние показатели динамики по периодам существенно различаются. Очевидно, при прогнозировании целесообразно в качестве исходной базы брать данные за последние 10 лет, ибо период с 1990 по 1995 гг. характеризуется значительно более низкой интенсивностью развития.

Среднегодовой темп прироста определяется на основе среднего темпа роста:

$$\grave{O}_{ï} = \grave{O}_{ð} - 100.$$

Так, по данным табл. 13, среднегодовые темпы роста составят:

за 2000 – 2005 гг. – 106,3 %,

за 2005 – 2012 гг. – 109,8 %,

за 2012 – 2015 гг. – 109,2 %.

Соответственно средние темпы прироста будут равны: 6,3, 9,8, и 9,2 %.

Рассмотренные средние показатели динамики достаточно широко используются при экстраполяции тенденции ввиду их простоты и возможности четко интерпретировать результат.

ГЛАВА 7. ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ИНДЕКСЫ

7.1. Основные понятия и классификация индексов

Индексы являются наиболее распространенными в экономическом анализе показателями – значительное число показателей, публикуемых в статистических сборниках, имеет форму индексов.

Термин ***индекс*** происходит от латинского *index* – указатель, показатель. Индекс представляет собой относительную величину, получаемую в результате сопоставления уровней сложных социально-экономических явлений во времени, пространстве или по сравнению с любым эталоном (нормативом, планом, прогнозом и т. д.)

Индексы характеризуют развитие национальной экономики в целом и отдельных ее отраслей, анализируются результаты производственно-хозяйственной деятельности предприятий, исследуется роль отдельных факторов в формировании важнейших экономических показателей. Индексы используются для сопоставления экономических показателей между странами, мониторинге деловой активности, при оценке финансовых инструментов. С помощью индексов решаются две основные задачи:

1. Характеристика общего изменения сложного социально-экономического показателя (затраты на производство, стоимость произведенной продукции и т. д.) или формирующих его отдельных показателей – факторов.
2. Выделение в изменении сложного экономического показателя одного из факторов путем элиминирования влияния других (увеличение выручки от реализации продукции, связанное с ростом цен или выпуска продукции в натуральном выражении).

Способы построения индексов зависят от изучаемых показателей, методологии расчета исходных статистических показателей, имеющихся статистических данных и целей исследования.

Основным элементом индексного отношения является **индексируемая величина**, под которой понимается значение признака статистической совокупности, и изменение которой является предметом изучения. Последняя содержится в названии индекса, например, индекс цен, индекс себестоимости, индекс товарооборота и др.

Индексный метод имеет свою терминологию и символику. Каждая индексируемая величина имеет обозначение:

q – количество (объем) какого-либо продукта в натуральном выражении (от латинского слова quantitas);

p – цена единицы товара (от латинского слова pretium);

z – себестоимость единицы продукции;

t – затраты времени на производство единицы продукции (трудоемкость);

w – выработка продукции на одного работника или единицу времени;

T – общие затраты на времени (T=tq) или численность работников;

pq – общая стоимость продукции данного вида или общая стоимость проданных товаров данного вида (товарооборот, выручка);

zq – общие затраты на производство всей продукции в стоимостном выражении.

При вычислении индексов различают **сравниваемый уровень** и уровень, с которым производится сравнение, называемый **базисным**. Чтобы различать, к какому уровню относятся индексируемые величины, возле каждого символа справа ставятся подстрочные знаки: 0 – для базисного уровня и 1 – для сравниваемого.

В экономическом анализе индексы используются не только для сопоставления уровней изучаемого явления, но главным образом для определения экономической значимости причин, объясняющих абсолютное различие сравниваемых уровней.

Экономические индексы классифицируют по трем признакам:

1) по степени охвата единиц совокупности – их делят на индивидуальные и общие (групповые);

2) по характеру и содержанию изучаемых величин – разделяются на индексы количественных и индексы качественных показателей;

3) по методам расчета общих и групповых индексов – различаются индексы агрегатные, средние из индивидуальных и индексы средних значений качественных показателей.

По степени охвата единиц совокупности индексы делятся на два класса: индивидуальные и общие.

Индивидуальные индексы характеризуют изменение только одного элемента совокупности и служат для характеристики изменения отдельных элементов сложного явления. Например, объем выпуска телевизоров определенной марки, цены на акцию в текущем году по сравнению с предыдущим.

С аналитической точки зрения индивидуальные индексы аналогичны темпам роста и характеризуют изменения индексируемой величины в текущем периоде по сравнению с базисным. Значения индексов выражают в коэффициентах и процентах.

Индивидуальные индексы обозначаются буквой i и снабжаются подстрочным знаком индексируемого показателя: i_q – индивидуальный индекс объема произведенной продукции отдельного вида или количества (объема) проданного товара данного вида; i_p – индивидуальный индекс цен и т. д. индивидуальные индексы рассчитывают как отношение двух индексируемых величин.

$i_p = p_1 / p_0$ – индивидуальный индекс цен, где p_1, p_0 – цены единицы продукции в текущем (отчетном) и базисном периодах;

$i_q = q_1 / q_0$ – индивидуальный индекс физического объема продукции.

Общий (сводный) индекс – отражает изменение всех элементов сложного явления. При этом под сложным явлением понимают такую статистическую совокупность, отдельные элементы которой непосредственно не подлежат суммированию (физический объем продукции, включающей разноименные товары, цены на различные группы продуктов и т. д.).

Общий индекс обозначается буквой I и также сопровождается подстрочным знаком индексируемого показателя. Например, I_p – общий индекс цен, I_z – общий индекс себестоимости.

Если индексы охватывают не все элементы сложного явления, а лишь часть, то их называют *групповыми или субиндексами*. Например, индексы продукции по отдельным отраслям промышленности.

Правило построения и использования общих и групповых индексов представляют собой особый прием статистического исследования, называемый индексным методом.

В зависимости от содержания и характера индексируемой величины различают *индексы количественных* (индексы физического объема производства продукции, физического объема товарооборота) и *индексы качественных* показателей (индексы цены товара, себестоимости продукции).

В зависимости от выбора уровней сравнения возможны два способа расчета индексов – цепной и базисный. *Цепные индексы* получают путем сопоставления текущих уровней с предшествующим. Таким образом, база сравнения непрерывно меняется. *Базисные индексы* получают путем сопоставления с уровнем периода, принятого за базу сравнения.

В зависимости от методологии расчета различают агрегатные индексы, средние из индивидуальных, индексы средних значений качественных показателей.

Основной формой общих индексов являются *агрегатные*, получившие свое название от латинских слов *«aggrega»,* что означает «присоединяю», *«aggregatus»* – складываемые, суммируемые. При этом все элементы изучаемых статистических совокупностей соединены в определенные наборы (агрегаты), построенные для разных условий. Их отношение дает общий индекс показателя в агрегатной форме.

Индексы средних значений качественных показателей – это система взаимосвязанных индексов переменного состава, фиксированного (постоянного) состава и структурных сдвигов. В индексах структурных сдвигов сопоставляются показатели, рассчитанные на базе изменяющихся структур явлений, а в индексах фиксированного состава – на базе неизменной структуры явлений.

Индексы средние из индивидуальных делятся средние арифметические и средние гармонические.

7.2. Агрегатные индексы количественных и качественных показателей

Агрегатными индексы называются потому, что в числителе и знаменателе находятся наборы – «агрегаты» непосредственно несоизмеримых и не поддающихся суммированию элементов – сумма произведений двух величин, одна из которых меняется, а другая остается неизменной в числителе и знаменателе (вес индекса). Вес индекса служит для соизмерения индексируемых величин.

Если ставится вопрос: как изменилось количество проданных товаров в целом (акции, векселей, ткани, обуви, швейных изделий и т. д.) в отчетном периоде по сравнению с базисным, то необходимо предварительно определить, сколько всего продано товаров в отчетном периоде и сколько в базисном? Общее количество проданных товаров подсчитать в натуральном выражении нельзя, так как различные товары в натуральном выражении несоизмеримы. Но *соизмерить* товары можно либо при помощи затрат труда на производство единицы продукции (t), либо при помощи себестоимости единицы продукции (z), либо при помощи цены (p).

Так, стоимость продукции представляет собой произведение количества продукции в натуральном выражении q на цену единицы продукции p.

Отношение стоимости продукции отчетного периода $\sum p_1q_1$ к стоимости продукции базисного периода $\sum p_0q_0$ представляет собой общий *индекс стоимости продукции или товарооборота*:

$$I_{pq} = \frac{\Sigma q_1p_1}{\Sigma q_0p_0}.$$

Этот индекс показывает, во сколько раз возросла (уменьшилась) стоимость продукции (товарооборота) отчетного периода по сравнению с базисным, или сколько процентов составляет рост (снижение) стоимости продукции. Если индекс стоимости будет больше 1, то стоимость продукции в отчетном периоде выросла, если меньше 1, то снизилась.

Разность числителя и знаменателя показывает, на сколько денежных единиц изменилась стоимость продукции в текущем периоде по сравнению с базисным:

$$\Delta_{qp} = \Sigma q_1p_1 - \Sigma q_0p_0.$$

Показатель общей стоимости изменяется под влиянием двух факторов: 1) *изменения цен* и 2) *изменения количества продукции.* Для того чтобы сравнением общих стоимостей показать изменение *только количества,* необходимо оценить продукцию (или товара) отчетного и базисного периодов по ценам какого- либо одного периода, например, базисного.

Тогда формула *агрегатного индекса физического объема (количества) продукции*, будет выглядеть так:

$$I_q = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0}.$$

Этот индекс показывает, во сколько раз изменился *физический объем продукции* или сколько процентов составляет его рост (снижение) по сравнению с базисным. В числителе индекса – условная стоимость произведенной в текущем периоде продукции в ценах базисного периода, а в знаменателе – фактическая стоимость товаров, произведенных в базисном периоде.

Разность числителя и знаменателя показывает, на сколько денежных единиц изменилась стоимость продукции в результате роста (уменьшения) ее объема:

$$\Delta^q = \Sigma q_1 p_0 - \Sigma q_0 p_0.$$

На практике не ограничиваются исчислением отдельных, изолированных индексов, характеризующих изменение показателя за какой-либо отдельный период. Как правило, исчисляют ряд индексов за последовательные периоды времени. В качестве веса применяют обычно цены одного и того же периода, например, для динамических сопоставлений роста выпуска объема продукции в промышленности, строительстве и т. д. Такие цены называют сопоставимыми (неизменными, фиксированными). В условиях стабильной экономики они применяются на протяжении длительного периода времени. В настоящее время, учитывая нестабильное состояние экономики, при расчетах динамики важнейших показателей в качестве фиксированных используют цены предыдущего периода года.

Если поставить задачу характеристики изменения физического объема выпуска продукции, то правомерно в качестве соизмерителя использовать и цены отчетного периода, тогда индекс физического объема продукции будет записан так:

$$I_p = \frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_1 p_0}.$$

Агрегатный индекс с весами отчетного периода был предложен в 1874 году Г. Пааше.

Рассмотрим пример расчета индекса физического объема продукции.

Индекс динамики объема производства штампов составляет 95,24 %, что означает снижение их выпуска на 4,76 % (i_qx100 % – 100 %). В динамике же выпуска литья наблюдается противоположная тенденция: выпуск литья возрос на 4,35 % (1,0435x100 % – 100 %). Общее изменение выпуска продукции предприятия может быть получено на основе определения агрегатной формы индекса физического объема продукции. Покажем расчет агрегатных индексов физического объема продукции в двух вариантах:

1) соизмерителями разнородной продукции предприятия являются цены базисного периода;

2) соизмерителями разнородной продукции предприятия являются текущие цены (цены отчетного периода).

Стоимостные показатели выпуска продукции, необходимые для расчета индексов, приведены в табл. 14.

Агрегатный индекс динамики физического объема продукции, рассчитывается по формуле Ласпейреса:

Таблица 14 – Расчет стоимости выпуска продукции

Виды продукции	Стоимость выпуска, тыс. руб.		Условная стоимость выпуска, тыс. руб.		Доля изделий в стоимости продукции предприятий	
	баз. период p_0q_0	отч. период p_1q_1	баз. период в текущих ценах p_1q_0	отч. период в базис. ценах p_0q_1	баз. период d_0	отч. период d_1
Штампы, шт	157500	165000	173250	150000	0,6102	0,5765
Литье, т	100625	121200	116150	105000	0,3898	0,4235
Итого	258125	286200	289400	255000	1,0000	1,0000

$$I_q^{Л} = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0} = \frac{255000}{258125} = 0{,}9879 \text{ или } 98{,}79,$$

$I_q^{Л}$ – агрегатный индекс физического объема продукции, рассчитанный по формуле Ласпейреса, составит 0,9879. Таким образом, физический объем выпуска продукции предприятия снизился на 1,21 %.

Величина агрегатного индекса физического объема, рассчитанного по формуле Пааше $I_q^{Л}$, равна 0,9889:

$$I_q^{П} = \frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_0 p_1} = \frac{286200}{289400} = 0{,}9889,$$

т. е. физический объем выпуска продукции предприятия уменьшился на 1,106 %.

Если сопоставить величины двух индексов $I_q^{Л}$ и $I_q^{П}$, то, несмотря на некоторые различия в величине, они отражают одну и ту же тенденцию – снижение физического объема выпуска продукции предприятия.

Какой бы вариант построения индекса не был выбран – индекс Ласпейреса или индекс Пааше, его необходимо использовать постоянно, иначе сравнение значений индекса за различные периоды времени будет бессмысленным.

Каждый объемный показатель связан с тем или иным качественным показателем. Так, с количеством произведенной (проданной) продукции связаны такие качественные показатели, как цена **(*p*)**, себестоимость **(*z*)**, трудоемкость **(*t*)**. В настоящее время в экономике особое место среди индексов качественных показателей отводится индексу цен. Индекс потребительских цен характеризует уровень сложившейся инфляции в стране за анализируемый период времени и используется при корректировке законодательно устанавливаемого минимального размера оплаты труда, установлении ставок пошлин, налогов, социальных пособий и т. д.

Поскольку индексируемой величиной в данном индексе является цена товара, то при построении индекса цен в качестве весов индекса обычно берут количество товаров, проданных в текущем (отчетном) периоде:

$$I_p = \frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_1 p_0} \ .$$

Агрегатный индекс цен с текущими весами, также как агрегатный индекс с весами отчетного периода, был предложен Г. Пааше в 1874 году. Следует заметить, что зарождение индексного метода связано с исчислением именно индекса цен.

Этот индекс указывает, во сколько раз возрос (уменьшился) в среднем уровень цен на массу товаров, реализованных в отчетном периоде, или сколько процентов составляет его рост (снижение) в отчетном периоде по сравнению с базисным, т. е. определить экономический эффект от изменения цен.

Формула *агрегатного индекса цен с базисными весами* предложена на 10 лет раньше в 1864 году Э. Ласпейресом:

$$I_p = \frac{\Sigma q_0 p_1}{\Sigma q_0 p_0} \ .$$

Экономическое содержание индекса Ласпейреса другое: он показывает, во сколько раз изменились цены в отчетном периоде по сравнению с базисным, но по той продукции, которая была реализована в базисном, и экономию (перерасход), которую можно было бы получить от изменения цен, т. е. условную экономию (перерасход).

На основе рассмотренных принципов построения агрегатных индексов можно построить еще несколько агрегатных индексов качественных показателей:

$$Iz = \frac{\Sigma q_1 z_1}{\Sigma q_1 z_0} - \text{индекс себестоимости};$$

$$I_w = \frac{\Sigma q_1 t_0}{\Sigma q_1 t_1} - \text{индекс производимости труда};$$

$$I_t = \frac{\Sigma q_1 t_1}{\Sigma q_1 t_0} - \text{индекс трудоемкости и т. д.}$$

7.3. Индексы средние из индивидуальных: средний арифметический и средний гармонический индексы, тождественные агрегатным

Наряду с агрегатными общие индексы могут быть построены как средние взвешенные из индивидуальных, тождественные агрегатным. В тех случаях, когда неизвестны отдельные значения p_1 и q_1, но дано их произведение p_1q_1 (товарооборот текущего периода) и индивидуальные индексы цен i_p, а свободный индекс должен быть исчислен с отчетными весами, то применяется средний гармонический индекс цен. Причем индивидуальные индексы должны быть взвешены так, чтобы средний гармонический индекс был тождественен агрегатному. Из формулы для i_p определяем p_0, подставляем его в знаменатель агрегатной формулы и получаем средний гармонический индекс цен, тождественный формуле Пааше:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0} \rightarrow p_0 = \frac{p_1}{i_p} \qquad I_p = \frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_1 p_0} \rightarrow I_p = \frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma \frac{1}{i_p} q_1 p_1} .$$

Весами индивидуальных индексов в этом индексе служит стоимость отдельных видов продукции отчетного периода в ценах этого же периода p_1q_1.

Рассмотрим пример расчета индекса цен по данным о недельной продаже товаров на вещевом рынке города:

Товар	Продано 30 ноября, тыс. руб., p_1q_1	Изменение цен с 23 ноября по 30 ноября, %
Ботинки мужские	186	+3
Сапоги женские	214	+6
Итого	400	–

Запишем, исходя из условия, индивидуальные индексы цен: $i'_p = 1{,}03$, $i''_p=$ подставим имеющиеся данные в формулу среднего гармонического индекса цен:

$$I_p = \frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma(q_1 p_1 / i_p)} = \frac{186 + 214}{\left(186/_{1,03}\right) + \left(214/_{1,06}\right)} = \frac{400}{382{,}47} = 1{,}046 ,$$

или 104,6 %. Следовательно, за истекшую неделю (с 23 по 30 ноября) цены на данные группы товаров повысились в среднем на 4,6 %.

Индекс физического объема можно выразить:

$i_q = \frac{q_1}{q_0} \rightarrow q_1 = i_q q_0$ – подставляем в агрегатный индекс:

$$I_q = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0} = \frac{\Sigma \mathrm{i_q q_0 p_0}}{\Sigma \mathrm{q_0 p_0}} .$$

Рассмотрим пример расчета индекса объема продукции по данным о выпуске продукции по заводу.

Определить, на сколько процентов увеличился выпуск продукции в целом по предприятию.

Вид продукции	Выпуск продукции в I квартале, тыс. руб.	Увеличение (+) или уменьшение (-) выпуска продукции во II квартале по сравнению с I кв., %
Рельсы трамвайные	22300	+3,0
Чугун литейный	15800	-2,0
Железо листовое	10500	+1,5

Решение

Для определения изменения физического объема продукции в целом по предприятию используется формула среднего взвешенного арифметического индекса, так как по условию задачи известны индивидуальные индексы физического объема:

$$I_{q1/0} = \frac{\Sigma i_q q_0 p_0}{\Sigma q_0 p_0} \ .$$

Индивидуальные индексы по видам продукции следующие:

рельсы трамвайные – $i_q = \frac{100+3}{100} = 1{,}03;$

чугун литейный – $i_q = \frac{100-2}{100} = 0{,}98;$

железо листовое – $i_q = \frac{100+1{,}5}{100} = 1{,}015;$

$$I_{q1/0} = \frac{1{,}03 \cdot 22300 + 0{,}98 \cdot 15800 + 1{,}015 \cdot 10500}{22300 + 15800 + 10500} = 1{,}0105 \text{, или } 101{,}05\ \%$$

Следовательно, физический объем продукции в целом по предприятию увеличился на 1,05 %.

Рассмотрение методологии исчисления индексов и их применения в экономическом анализе позволяет сказать, что важной особенностью общих индексов, построение и расчет которых составляет суть индексного метода, является то, что они обладают синтетическими и аналитическими свойствами.

Синтетические свойства общих индексов состоят в том, что посредством индексного метода производится соединение (агрегирование) в целом разнородных (разнотоварных) явлений, отдельные части и элементы которых непосредственно несоизмеримы.

Аналитические свойства общих индексов свидетельствуют о том, что посредством индексного метода определяется влияние факторов на изменение изучаемого показателя.

7.4. Применение средних индексов для обобщения динамики количественных показателей

Величина агрегатного индекса физического объема зависит от индивидуальных индексов, так как общее изменение объема производимой продукции (при неизменности ассортимента) есть результат изменения объема выпуска каждого отдельного вида.

Общий результат изменения

Например, известна стоимость продукции каждого вида в базисном периоде $q_0 p_0$ и индивидуальные индексы физического объема $i_q = \frac{q_1}{q_0}$.

Исходной базой построения среднего из индивидуальных индексов служит агрегатная форма индекса Ласпейреса:

$$I_q = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0}.$$

Из имеющихся данных путем непосредственного суммирования можно получить только знаменатель формулы. Числитель может быть получен путем перемножения стоимости отдельного вида продукции базисного периода на индивидуальный индекс:

$$q_1 p_0 = q_0 p_0 \cdot i_q = q_0 p_0 \cdot \frac{q_1}{q_0} \ .$$

Тогда формула агрегатного индекса физического объема принимает вид:

$$I_q = \frac{\Sigma \mathrm{i_q q_0 p_0}}{\Sigma \mathrm{q_0 p_0}} \ ,$$

т. е. мы получили средний арифметический индекс физического объема, где весами служит стоимость отдельных видов продукции в базисном периоде. При выборе весов следует иметь в виду, что средний индекс должен быть тождественен агрегатному, который является основной формулой индекса. Учитывая, что соотношение $\frac{\mathrm{q_0 p_0}}{\Sigma \mathrm{q_0 p_0}}$ характеризует долю данного вида продукции в общей стоимости продукции базисного периода d_0, средний арифметический индекс физического объема будет иметь вид:

$$I_q = \sum i_q d_0 .$$

Например, воспользуемся данными графы 6 табл. 15 и графы 2 табл. 14 для расчета среднего арифметического индекса физического объема продукции:

Таблица 15 – Объем выпуска продукции предприятия по видам

Виды продукции	Выпуск продукции в натуральном выражении		Цена производителя за единицу продукции, тыс. руб.		Индивид. индексы физического объема продукции $i_q = q_1/q_0$	Индивид. индексы цен $i_p = p_1/p_0$
	баз. перио д Q_0	отч. перио д q_1	баз. период p_0	отч. период p_1		
Штампы, шт	2100	2000	75,00	82,50	0,9524	1,1000
Литье, т	11500	12000	8,75	10,10	1,0435	1,1543

$$I_q = \frac{0{,}9524 \cdot 157500 + 1{,}0435 \cdot 100625}{157500 + 100625} = 0{,}9879.$$

Получим такой же результат, как и при расчете агрегатного индекса физического объема по формуле Ласпейреса.

Допустим, что имеются данные о динамике объема выпуска каждого вида продукции I_q и стоимости каждого вида продукции в отчетном периоде $p_1 q_1$, можно получить путем суммирования величин $p_1 q_1$, а знаменатель – путем деления фактической стоимости каждого вида продукции на соответствующий индивидуальный индекс физического объема продукции, т. е. путем деления:

$$\frac{q_1p_1}{i_q}\left(\frac{q_1p_1}{q_1/_{q_0}} = q_1p_1\right),$$

$$\text{тогда } I_q^{\Pi} = \frac{\Sigma q_1p_1}{\Sigma q_0p_1} = \frac{\Sigma q_1p_1}{\Sigma\frac{q_1p_1}{i_q}}.$$

Таким образом, в этом случае расчет выполняется по формуле среднего арифметического индекса физического объема.

Например, используем графы 6 табл. 15 и графы 3 табл. 14:

$$I_q^{\Pi} = \frac{165000 + 121200}{\frac{165000}{0{,}9524} + \frac{121200}{1{,}0435}} = 0{,}9889.$$

Получен такой же результат, как и при расчете агрегатного индекса по формуле Пааше.

Можно получить также данные о стоимости продукции в неизменных (или базисных) ценах (графы 5 табл. 14). В этом случае, располагая индивидуальными индексами физического объема продукции и величинами p_0q_1, расчет общего изменения физического объема продукции производим по формуле среднего взвешенного гармонического индекса физического объема продукции:

$$I_q = \frac{\Sigma q_1p_0}{\Sigma\frac{q_1p_0}{i_q}}.$$

Из сказанного следует, что применение той или иной формулы индекса физического объема (агрегатного, среднего арифметического или среднего гармонического) зависит от имеющейся в нашем распоряжении информации.

Расчет индексов физического объема может производиться на основе данных о стоимостных, а не натуральных объемах выпуска каждого вида продукции и индивидуального индекса цен.

Допустим, мы располагаем данными о стоимости продукции отчетного периода p_1q_1, базисного периода p_0q_0 и индивидуальными индексами цен по отдельным видам продукции:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}.$$

Если воспользоваться формулой агрегатного индекса физического объема Ласпейреса, то следует рассчитать числитель путем деления стоимости продукции отчетного периода на индекс цен. В этом индекс цен, т. е.

$$I_q^{\Pi} = \frac{\Sigma\left(q_1p_1 + \frac{p_1}{p_0}\right)}{\Sigma\, q_0p_0} = \frac{\Sigma\frac{q_1p_1}{i_p}}{\Sigma\, q_0p_0}.$$

Если в расчетах динамики выпуска продукции опираться на индекс Пааше, то следует произвести перерасчет знаменателя формулы путем умножения стоимости продукции базисного периода на индекс цен, т. е. рассчитать величины $q_0p_0 \cdot \frac{p_1}{p_0} = q_0p_1$. В этом случае формула общего индекса физического объема продукции имеет следующий вид:

$$I_q^{\Pi} = \frac{\Sigma q_1 p_1}{\sum\left(q_0 p_0 \cdot \frac{p_1}{p_0}\right)} = \frac{\Sigma q_1 p_1}{\sum q_0 p_0 \cdot i_p}\ .$$

Воспользуемся данными графы 7 табл. 15 и графы 2 и 3 табл. 14 для вычисления индексов физического объема продукции. На основании известных индивидуальных индексов цен и стоимостных объемов выпуска продукции получим следующие величины:

$$I_q^{\text{Л}} = \frac{\frac{165000}{1{,}10} + \frac{121200}{1{,}1543}}{157500 + 100625} = \frac{2549987{,}7}{258125} = 0{,}9879$$

$$I_q^{\Pi} = \frac{165000 + 121200}{157500 \cdot 1{,}1 + 100625 \cdot 1{,}1543} = \frac{286200}{289401{,}4} = 0{,}9889\ .$$

Результаты аналогичны полученным раннее.

7.5. Индексы переменного, постоянного состава и структурных сдвигов

Анализ динамики уровней качественных показателей по нескольким единицам означает анализ динамики уровней средних величин различных экономических показателей (средней себестоимости, средней цены, средней заработной платы и т. д.). Этот анализ выполняется с помощью системы взаимосвязанных индексов: индекса переменного состава, индекса фиксированного состава и индекса влияния структурных сдвигов.

Построение этой системы индексов показано на примере анализа себестоимости *одного вида продукции* А, выпускаемой несколькими предприятиями фирмы.

Изменение себестоимости продукта А по фирме (по группе предприятий) определяется следующим индексом:

$$I_{\bar{z}_{1/0}} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_0}\ ,$$

где $\bar{z}_1$ и $\bar{z}_0$ – средняя себестоимость единицы продукции по группе предприятий соответственно в отчетном и базисном периодах.

Средняя себестоимость единицы продукции в базисном и отчетном периодах исчисляется по формулам средней арифметической взвешенной:

$$\bar{z}_0 = \frac{\Sigma z_0 q_0}{\Sigma q_0},$$

$$\bar{z}_1 = \frac{\Sigma z_1 q_1}{\Sigma q_1} \ ,$$

где z_0 и z_1 – себестоимость единицы продукции каждого предприятия соответственно в базисном и отчетном периодах;

q_0 и q_1 – выпуск продукции в натуральном выражении каждым предприятием соответственно в базисном и отчетном периодах.

Следовательно:

$$I_{\bar{z}_{1/0}} = \frac{\Sigma z_1 q_1}{\Sigma q_1} : \frac{\Sigma z_0 q_0}{\Sigma q_0}.$$

Этот индекс носит название *индекса переменного состава.* Это объясняется тем, что при исчислении средней себестоимости единицы продукции в отчетном периоде весами служило количество продукции отчетного периода. При определении средней себестоимости единицы продукции базисного периода весами было количество продукции базисного периода, т. е. исчислялись средние с меняющимися (переменными) весами.

Величины $\frac{q_1}{\Sigma q_1}$ и $\frac{q_0}{\Sigma q_0}$ отражают распределение продукции по предприятиям, поэтому формула индекса себестоимости переменного состава может быть записана так:

$$I_{\bar{z}_{1/0}} = \frac{\Sigma z_1 d_1}{\Sigma z_0 d_0},$$

где d_0 и d_1 – удельный вес каждого предприятия в общем объеме выпуска продукта А соответственно в базисном и отчетном периодах.

$$\Delta_{\bar{z}} = \bar{z}_1 - \bar{z}_0 = \Sigma z_1 d_1 - \Sigma z_0 d_0 \ ,$$

где $\Delta_{\bar{z}}$ – абсолютное значение средней себестоимости по группе предприятий.

Величина индекса средней себестоимости переменного состава зависит от изменения уровня себестоимости по предприятиям и изменения в распределении физического объема продукции между предприятиями.

Чтобы устранить влияние изменений в структуре весов на показатель изменения уровня себестоимости, рассчитывается отношение средних с одними и теми же весами, т. е. исчисляется *индекс себестоимости фиксированного состава.* Для этого среднюю себестоимость определяют при структуре фактического объема продукции в текущем периоде.

Формула индекса средней себестоимости фиксированного состава записывается так:

$$I'_{\bar{z}} = \frac{\Sigma z_1 q_1}{\Sigma q_1} : \frac{\Sigma z_0 q_1}{\Sigma q_1} = \frac{\Sigma z_1 q_1}{\Sigma z_0 q_1} = \frac{\Sigma z_1 d_1}{\Sigma z_0 d_1} \ .$$

Полученный индекс себестоимости фиксированного состава отражает изменение уровня средней себестоимости в связи с изменениями значений себестоимости по отдельным предприятиям:

$$\Delta_{\bar{z}}^{z} = \Sigma z_1 d_1 - \Sigma z_0 d_1,$$

где $\Delta_{\bar{z}}^{z}$ – абсолютное изменение средней себестоимости по группе предприятий за счет изменения уровня себестоимости по предприятиям.

Индекс влияния структурных сдвигов в объеме продукции на динамику средней себестоимости определяется по формуле:

$$I_d = \frac{\Sigma z_1 d_1}{\Sigma z_0 d_0},$$

$$\Delta_{\bar{z}}^{d} = \Sigma z_0 d_1 - \Sigma z_0 d_0,$$

где $\Delta_{\bar{z}}^{d}$ – абсолютное изменение средней себестоимости по группе предприятий за счет структурных сдвигов в объеме выпуска продукции.

Поскольку изменение средней себестоимости в целом по группе предприятий определяется изменением двух факторов, то

$$I_{\bar{z}} = \Delta_{\bar{z}}^{z} + \Delta_{\bar{z}}^{d} = \bar{z}_1 - \bar{z}_0.$$

7.6. Индексный метод анализа факторов динамики

Индексный метод используется при изучении роли отдельных факторов в динамике какого-либо сложного явления, позволяя определить размер абсолютного и относительного изменения сложного явления за счет каждого фактора в отдельности.

Роль отдельных факторов изменения результативного показателя оценивается путем построения системы взаимосвязанных индексов. В основе приема аналитических индексных расчетов лежит принцип элиминирования изменений величины всех факторов, кроме изучаемого. Предпосылкой такого анализа является возможность представления результативного экономического показателя произведением двух или более определяющих его величину показателей (факторов) или суммой таких произведений.

Предположим, что сложный результативный показатель $A = a \cdot b$, где a и b – показатели-факторы.

Изменение сложного явления может быть представлено индексом:

$$I_A = \frac{A_1}{A_0} = \frac{a_1 \cdot b_1}{a_0 \cdot b_0} = I_a \cdot I_b.$$

Абсолютное изменение явления А под влиянием всех факторов представляет собой разность между числителем и знаменателем индекса:

$$\Delta_A = A_1 - A_0 = a_1 b_1 - a_0 b_0.$$

Для выявления влияния каждого фактора в отдельности индекс сложного показателя разлагают на частные (факторные) индексы, характеризующие роль каждого фактора.

Применяются *два метода разложения общего индекса на частные:*

– метод обособленного изучения факторов;
– метод последовательно-цепной.

Сущность метода обособленного изучения факторов заключается в том, что при выявлении влияния отдельного фактора сложный показатель берется в том виде, какой бы он имел, если бы изменился лишь один данный фактор, все прочие остались неизменными на уровне базисного периода. Роль каждого фактора определяется по следующим формулам:

$$\text{фактор а: } I_a = \frac{a_1 b_0}{a_0 b_0};$$

$$\text{фактор б: } I_b = \frac{a_0 b_1}{a_0 b_0}.$$

Абсолютное изменение результативного показателя за счёт каждого фактора получается как разность между числителем и знаменателем индекса:

$$\text{фактор а: } \Delta_A^a = a_1 b_0 - a_0 b_0;$$

$$\text{фактор б: } \Delta_A^b = a_0 b_1 - a_0 b_0.$$

Однако необходимо иметь в виду, что факторные индексы при данном методе не разлагают полностью величины абсолютного изменения результативного показателя. Получается некоторый неразложенный остаток, который следует рассматривать как результат совместного действия факторов, т. е.

$$\Delta_A \neq \Delta_A^a - \Delta_A^b.$$

7.7. Территориальные индексы

Особенное значение для региональных исследований имеют так называемые *территориальные индексы*, в основе построения которых лежат парные сравнения показателей региональной экономики. Статистические сборники содержат значительное количество данных по важнейшим социально-экономическим показателям в территориальном разрезе, которые могут быть использованы для построения территориальных индексов. Под **территориальными индексами** понимают относительные величины сравнения двух одноименных показателей, относящихся к разным территориям.

Основные подходы к использованию индексного метода при территориальных сравнениях во многом подобны изучению динамики сложных статистических совокупностей. Однако при определении региональных индексов свою специфику имеет выбор базы сравнения. Например, изучая территориальные различия в денежных доходах населения, необходимо доходы населения каждого субъекта Федерации сравнить с доходами населения какого-то одного региона – субъекта РФ. Если базой сравнения взять доходы москвичей, то получается один результат, а если сравнивать доходы жителей другого региона, то результат сравнения будет совершенно иным.

Большое значение имеет индексный метод в международной статистике при сопоставлении показателей социально-экономического развития отдельных стран и макрорегионов.

Объектом пространственного сравнения может выступать как простой показатель, так и сложная совокупность, содержащая определенный набор компонентов. Если для территориальных сопоставлений используется единичный показатель, то это не вызывает особых затруднений. Допустим, урожайность зерновых в одном районе составила 24 ц/га, а в другом – 20 ц/га. Если сопоставить первый показатель со вторым, то получим относительную величину 1,2, которая является территориальным индексом и показывает, что урожайность зерновых в первом районе в 1,2 раза выше, чем во втором. Рассчитанный индекс, по существу, является индивидуальным.

При пространственных сравнениях по сложным совокупностям построение территориальных индексов значительно усложняется. Так, при построении территориальных индексов в агрегатной форме необходимо решить вопрос о том, какие данные следует принимать в этих индексах в качестве соизмерителей (весов), при этом индексируемой величиной может быть и объемный показатель и качественный. Для качественных показателей территориальные индексы могут рассчитываться как индексы фиксированного и переменного состава.

При всей формальной сложности с индексами динамики территориальные индексы имеют свои особенности в построении, обусловленные в значительной степени целями и задачами исследования (сопоставления).

При построении территориальных индексов количественных показателей, в частности индексов физического объема продукции в агрегатной форме, весами (соизмерителями) могут быть использованы сопоставимые цены. Так, сопоставляя продукцию района ***N*** с районом ***X*** территориальный индекс физического объема в агрегатной форме можно записать как:

$$I_q = \frac{\Sigma q_N p}{\Sigma q_x p} \ ,$$

где q_N и q_x – соответственно продукция района ***N*** и ***X***; р – сопоставимые цены для двух районов.

Если целью пространственного сравнения двух районов является определение различий трудоемкости произведенной им продукции, то в качестве соизмерителей следует принять трудоемкость единицы каждого вида продукции **(t)**. Показатель затрат времени на изготовление единицы продукции как любой качественный показатель, используемый в роли весов при индексировании объемных показателей, должен фиксироваться на одном и том же уровне для обоих районов. Однако необходимо решить вопрос, какую же трудоемкость принимать в качестве фиксированной: ею может быть трудоемкость базисного района; средняя трудоемкость для сравниваемых районов или некая «нормативная» трудоемкость, характерная для отрасли в целом.

Различное решение проблемы выбора соизмерителей даст, очевидно, и различные ответы на вопрос о пространственном различии объема продукции сравниваемых районов.

Специалисты рекомендуют расчет территориальных индексов (особенно при изучении урожайности сельскохозяйственных культур) осуществлять методом стандартизированных весов. В качестве стандарта применяется такая территориальная система, составными частями которой являются оба сравниваемых района. При таком подходе исключается влияние на урожайность культур в двух сравниваемых районах такого фактора, как структура посевной площади. Очевидно, что структура посевной площади в районах является результатом длительного процесса развития и адаптации сельского хозяйства к их природным и экономическим условиям и отражает условия, наиболее благоприятные для каждого района.

При построении территориальных индексов качественных показателей, например, индекса цен на определённую продукцию, реализируемую в двух районах, возможно использование нескольких вариантов взвешивания.

В качестве фиксированного показателя можно принимать объем продукции того района, который сравнивается с другими, т. е.

$$I_p = \frac{\Sigma q_N p_N}{\Sigma q_N p_X}.$$

Также фиксированным показателем может быть принят объем продукции того района, с которым производится сравнение, т. е.

$$I_q = \frac{\Sigma q_X p_N}{\Sigma q_X p_X}.$$

Возможен и такой вариант, когда в качестве весов может быть зафиксирован суммарный объем продукции по двум районам или же какой-то другой ее постоянный состав.

Естественно, что и при построении территориальных индексов качественных показателей различное решение вопроса о взвешивании даст неравнозначные ответы.

Рассмотрим пример построения территориальных индексов по двум районам на основе данных о реализации нескольких видов промышленной продукции.

Виды продукции	Район «N»		Район «X»	
	Количество реализованной продукции, q_N	Цена за единицу, руб. p_N	Количество реализованной продукции, q_X	Цена за единицу, руб. p_X
А	50	300	200	250
Б	1250	160	600	170
В	800	100	300	180

Допустим, по приведенным данным необходимо сравнить цены на указанную продукцию по двум районам, при этом выбор базы сравнения определяется задачами объектом исследования. Предположим, что объектом исследования является район ***N***, значит, данные этого района будут сопоставляться с показателями района ***X***. Как указывалось выше, территориальный индекс цен в агрегатной форме может быть построен по-разному:

а) $I_p = \frac{\Sigma q_N p_N}{\Sigma q_N p_X} = \frac{50 \cdot 300 + 1250 \cdot 160 + 800 \cdot 100}{50 \cdot 250 + 1250 \cdot 170 + 800 \cdot 180} = 0{,}799;$

б) $I_q = \frac{\Sigma q_X p_N}{\Sigma q_X p_X} = \frac{200 \cdot 300 + 600 \cdot 160 + 300 \cdot 100}{200 \cdot 250 + 600 \cdot 170 + 300 \cdot 180} = 0{,}903;$

в) $I_p = \frac{\Sigma q_{N+X} p_N}{\Sigma q_{N+X} p_X} = \frac{(50+200) \cdot 300 + (1250+600) \cdot 160 + (800+300) \cdot 100}{(50+200) \cdot 250 + (1250+600) \cdot 170 + (800+300) \cdot 180}.$

Таким образом, получено три ответа. При взвешивании по продукции района «N» индекс показывает, что цены на данный вид продукции в районе «N» на 20,1 % ниже, чем в районе «X». Второй индекс, построенный по весам объема продукции района «X», показывает, что уровень цен в районе «N» по сравнению с районом «X» ниже на 9,8 %. Третий индекс, где весами взята продукции по двум районам, показывает превышение цен в районе «X» на 16,4 %.

Представляется, что наибольший практический интерес для экономического анализа вызывает первый индекс, рассчитанный по продукции района «N». В числителе индекса показана реальная выручка от продажи продукции в районе «N», а знаменатель, являясь расчетной величиной, показывает, какой была бы эта выручка, если бы продукция района продавалась по ценам района «X».

Следовательно, разность между числителем и знаменателем в этой формуле определяет потери (если разность положительная) покупателей района «N» или выигрыш (если разность отрицательная) за счет различия в ценах по сравнению с районом «X».

Рассмотренные в самых общих чертах основные причины построения территориальных индексов далеко не исчерпывают всех проблем, возникающих при территориальных сопоставлениях различных конкретных показателей. Решению многих проблем при построении территориальных индексов в региональных исследованиях помогают как знание конкретного объекта исследования, так и опыт статистической работы.

ГЛАВА 8. СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ

8.1. Виды общественных явлений и формы связей между ними

Статистическое изучение взаимосвязей исходит из предположения о всеобщей связи и взаимодействия явлений общественной жизни. Взаимосвязь и взаимообусловленность наблюдается при рассмотрении показателей работы любого предприятия. Например, повышение производительности труда влечет за собой снижение себестоимости единицы продукции. Те общественные явления (или их отдельные признаки), которые оказывают влияние на другие и обуславливают их изменения, называют факторными. Те общественные явления (или их отдельные признаки), которые изменяются под влияние факторных, называются результативными (производительность труда – факторный, а себестоимость продукции – результативный показатель).

По характеру зависимости явлений различают функциональную (полную) и корреляционную (неполную) связи между ними. Функциональной называется связь, для которой каждому значению факторного показателя соответствует вполне определенное значение результативного показателя. Функциональные зависимости находят широкое применение в точных науках. Что же касается общественных явлений, то они складываются под влиянием множества факторов, которые, в свою очередь, взаимодействуют друг с другом. Причем, точно известно, в какой мере каждый из них влияет на величину явления. Такого рода связи называются корреляционными. В корреляционных связях между причиной и следствием нет полного соответствия, а наблюдается лишь известное соотношение. Каждому значению факторного показателя соответствует при этом ряд значений результативного признака. Однако, и это очень важно, с изменением значений факторного признака меняется средняя величина результативного признака.

Связи между явлениями можно классифицировать и по другим признакам:

- по направлению (прямые, обратные);
- по аналитическому выражению (линейные, нелинейные);
- по тесноте связи или степени приближения ее к функциональной (сильные, слабые).

Связь двух признаков называется парной корреляцией, влияние нескольких факторных признаков на результативный признак – множественной корреляцией.

8.2. Методы изучения взаимосвязей между явлениями и характеризующими их признаками

Изучение взаимосвязей – важнейшая познавательная задача статистики, которую она решает с помощью особых методов. Помимо аналитических группировок к этим методам относятся: метод сопоставления параллельных рядов, балансовый метод и методы, основанные на положениях и теоремах математической статистики (корреляционный, факторный, дисперсионный).

Сущность метода сопоставления параллельных рядов состоит в том, что полученные в результате сводки и обработки материала располагаются параллельными рядами либо по признаку пространства, либо по признаку времени. Совместное изучение такого рода рядов дает возможность проследить соотношение и направление изменений сопоставляемых признаков изучаемого явления. Важным условием получения достоверных результатов использования этого метода является предварительное обнаружение причинно-следственной связи между изучаемыми признаками.

Сущность балансового метода заключается в характеристике ресурсов изучаемого явления и их распространения. Простейшим балансом является баланс материальных ресурсов на предприятии, а именно: остаток на начало анализируемого периода + поступление = расход + остаток на конец анализируемого периода. Ясно, что поскольку поступление и расход материальных ресурсов должны находиться в определенном соответствии (например, в равенстве), постольку между правой и левой частями (элементами) приведенного выше баланса должна быть выдержана определенная пропорциональность. Характеристика этой пропорциональности и должна быть найдена в результате балансовых построений. Возможности в характеристике взаимосвязей и пропорций значительно расширяются, если поступление в балансе разделить по источникам (поставщикам), а расход – по назначениям (покупателям). В этом случае баланс покажет взаимосвязь не только между поступлением, расходом и остатком в пределах предприятия, но и между данным предприятием и другими предприятиями, одни из которых снабжают его материальными ресурсами, а другие – потребляют его продукцию. С помощью балансового метода можно изучать оборот не только материальных, но и трудовых ресурсов, денежных средств, основных фондов.

В связи с указанными особенностями корреляционных зависимостей перед методами изучения взаимосвязей, основанными на положениях математической статистики, возникает две задачи:

1) обнаружить эту зависимость на фактическом материале и установить аналитическое выражение связи;

2) измерить тесноту связи.

Для решения первой задачи необходимо осуществить выбор факторных и результативных показателей, собрать соответствующий фактический материал, обработать его с помощью графических построений.

Вторая задача решается расчетом коэффициентов корреляции, параметров регрессии.

Продемонстрируем метод корреляционного анализа на примере установления тесноты связи между показателями электровооруженности труда и производительности труда, если имеется следующий фактический материал:

№ п/п	Показатели	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
X	Коэффициент роста электровооруженности	1,00	1,04	1,55	1,62	1,79	2,06	2,15
Y	Коэффициент роста производительности труда	1,00	1,17	2,03	2,21	2,44	2,60	2,70

Теперь для решения первой задачи осталось необходимым определить, какой из двух анализируемых показателей является факторным (X), а какой – результативным (Y), а затем представить связь между ними графически. Очевидным является, что из двух анализируемых показателей электровооруженность труда является факторным, а его производительность – результативным показателем. Поэтому в системе прямоугольных координат значения первого будем откладывать по оси абсцисс, а значения второго – по оси ординат (рис. 3).

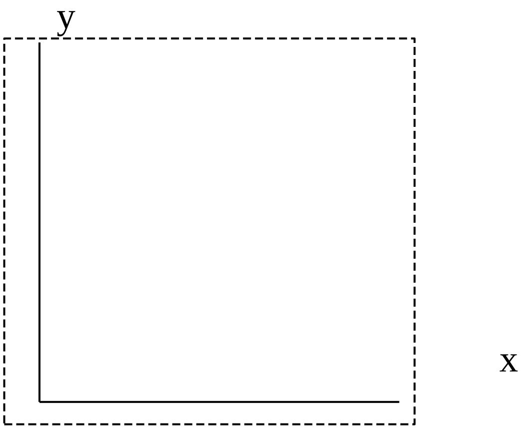

Рисунок 3 – Значения факторного и результативного показателей

Как видно из рис. 3, значения результативного показателя расположены не по прямой, соединяющей крайние его значения, а в виде «облачка», вытянутого вдоль этой прямой. Существуют специальные приемы, позволяющие находить тот вид аналитического выражения связи (прямая, гипербола, парабола и т. д.), который наилучшим образом соответствует функциональной зависимости. Простейший вид корреляционной зависимости выражается уравнением $y=a+bx$, где применительно к рассматриваемому нами примеру y – коэффициент роста производительности труда; x – коэффициент роста электровооруженности; a, b – параметры уравнения.

Измерение тесноты связи (определение значений а, в) между двумя показателями (х, у), связанными линейной зависимостью, возможно в результате решения следующей систему уравнений:

$$\begin{cases} na + \text{в}\Sigma x = \Sigma y \\ a\Sigma x + \text{в}\Sigma x^2 = \Sigma xy\text{'} \end{cases}$$

где n – число наблюдений (в нашем случае n=7).

Для решения системы уравнений построим таблицу, в которой наряду с исходными данными поместим результаты всех необходимых промежуточных расчетов, а именно:

п/п	х	у	хy	x^2	y^2
1	1	1	1	1	1
2	1,04	1,17	1,217	1,08	1,37
3	1,55	2,03	3,146	2,40	4,12
4	1,62	2,21	3,580	2,62	4,88
5	1,79	2,44	4,368	3,20	5,95
6	2,06	2,60	5,356	4,24	6,76
7	2,15	2,70	5,805	4,62	7,29
Итого	11,12(Σх)	14,15 (Σу)	24,472 (Σхy)	19,16 (Σx^2)	31,37 (Σy^2)

Тогда система уравнений с двумя неизвестными (*а,в*) приобретает вид:

$$\begin{cases} 7a + 11{,}21\text{в} = 14{,}15 \\ 11{,}21a + 19{,}16\text{в} = 24{,}475\text{'} \end{cases}$$

а ее решение позволяет определить конкретное их значение: а=-0,45; *в*=1,542. Следовательно, у=1,542х–0,45. Подставляя в это уравнение (так называемое уравнение регрессии) конкретные значения х, получаем расчетное значение функции - $\bar{y}_x$:

х	1,00	1,09	1,55	1,62	1,79	2,06	2,15
$\bar{y}_x$	1,09	1,15	1,94	2,04	2,21	2,73	2,87

Сравнивая значения у и $\bar{y}_x$, видим, что они близки, но не совпадают друг с другом. Это означает, что на темпы роста производительности труда влияют не только на темпы роста его энерговооруженности, но и другие факторы, которые оказались неучтенными. Количественной характеристикой тесноты связи между исследуемой парой показателей является коэффициент корреляции между ними r^{xy}, значения которого изменяются в пределах от (– 1) до (+1), и тем больше по абсолютной величине, чем меньше искажающее влияние неучтенных факторов.

$$r_{xy} = \frac{n\Sigma xy - \Sigma x \cdot \Sigma y}{\sqrt{n\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2 \sqrt{n\Sigma y^2 - (\Sigma y)^2}}} = \frac{7 \cdot 24{,}472 - 11{,}21 \cdot 14{,}15}{\sqrt{7 \cdot 19{,}16 - (11{,}21)^2} \cdot \sqrt{7 \cdot 31{,}37 - (14{,}15)^2}} = 0{,}961\,.$$

Исследование статистической зависимости результативного признака от нескольких факторных признаков предполагает, что в качестве последних будут отобраны наиболее существенные из них. Введение большого числа факторов осложняет решение задачи. Непродуманное же их сокращение приводит к тому, что уравнение не будет воспроизводить исследуемое явление. В уравнение нельзя вводить факторы, находящиеся между собой в функциональной или близкой к функциональной связи. При введении их в уравнение наблюдается явление коллинеарности или мультиколлинеарности (если факторов более двух). Выявление вышеназванных явлений осуществляется с помощью расчета коэффициентов корреляции между факторами. Если величина коэффициентов корреляции между факторами будет больше или равна 0,8, то при дальнейшем исследовании один из таких факторов отбрасывается. В такой процедуре не будет необходимости при использовании факторного анализа. Факторный анализ отличается тем, что, не опираясь на заранее заданный перечень факторов, он помогает обнаружить наиболее важные из них. Например, экономист непосредственно наблюдает множество различных показателей статистического учета деятельности предприятия, чтобы выявить закономерности, влияющие на рост производительности труда (образовательный уровень рабочих, коэффициент сменности оборудования, электровооруженность труда, возраст оборудования и т. п.). Так или иначе, все факторы, отражаемые этими показателями, воздействуют на производительность труда. При этом многие из них связаны между собой, отражая с разных сторон те же, по существу, явления. С помощью приемов факторного анализа этих связей удается обнаружить, что на самом деле решающее влияние на рост производительности труда оказывают лишь несколько обобщающих факторов (например, размер предприятия, уровень организации труда, характер продукции), непосредственно не наблюдавшихся при исследовании. Задача состоит, следовательно, в том, чтобы выявить скрытые обобщающие факторы. Выявленные факторы позволяют строить уравнение множественной регрессии с относительно небольшим числом коэффициентов.

Дисперсионный анализ призван выявить влияние отдельных факторов на результат эксперимента. Суть этого метода состоит в том, что совокупность наблюдений группируют по факторному признаку, находя среднюю результата и дисперсию по каждой группе. Затем определяют общую дисперсию и вычисляют, какая доля ее зависит от условий, общих для всех групп, какая – от исследуемого фактора, а какая – от случайных причин. И наконец, с помощью специального критерия определяют, насколько существенны различия между группами наблюдений и, следовательно, можно ли считать ощутимым влияние тех или иных факторов. По существу, дисперсионный анализ служит предварительным этапом регрессионного анализа статистических данных, позволяющих выделить относительно небольшое, но достаточное для целей исследования количество параметров регрессии.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Основная литература

1. Гореева, Н. М. Статистика: учебник для вузов / Гореева Н.М., Демидова Л.Н. – Москва: Прометей, 2019. – 496 с. – ISBN 978-5-907100-00-8. – Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. – URL: https://www.iprbookshop.ru/94539.html (дата обращения: 04.12.2024). – Режим доступа: для авторизир. пользователей.

2. Сальникова, К. В. Статистика: учебник для СПО / К. В. Сальникова. – Саратов: Профобразование, 2025. – 475 с. – ISBN 978-5-4488-2324-4. – Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт].– URL: https://www.iprbookshop.ru/145285.html (дата обращения: 07.11.2024). – Режим доступа: для авторизир. пользователей.

Дополнительная литература

1. Хиневич, М. А. Статистика: учебное пособие для студентов вузов / М. А. Хиневич, С. В. Абрамова, М. Г. Александрова. – Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна, 2019. – 114 с. – ISBN 978-5-7937-1650-5. – Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. – URL: https://www.iprbookshop.ru/103970.html (дата обращения: 04.12.2024). – Режим доступа: для авторизир. пользователей.

2. Шабанова, Т. В. Статистика: методические указания и задания для курсовой работы; М-во науки и высшего образования РФ, С. - Петерб. гос. ун-т пром. технологий и дизайна, Высш. шк. технологии и энергетики. – Санкт-Петербург: ВШТЭ СПбГУПТД, 2020. – URL: http://nizrp.narod.ru/ metod/kaffiniuch/158 4198164.pdf.

3. Сергеева, И. И. Статистика / И.И. Сергеева, Т.А. Чекулина, С.А. Тимофеева. – Москва: Форум, 2019. - 304 с. – ISBN 978-5-8199-0888-4. – URL: https://ibooks.ru/bookshelf/361608/reading (дата обращения: 04.12.2024). – Текст: электронный.

4. Степанова, С. М. Статистика: учебник / С. М. Степанова, Н. А. Рухманова, Т. Ю. Сорокина. – Санкт-Петербург: Интермедия, 2017. – 391 с. – ISBN 978-5-4383-0149-3. – Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. – URL: https://www.iprbookshop.ru/66800.html (дата обращения: 04.12.2024). – Режим доступа: для авторизир. пользователей.

Учебное издание

Шабанова Татьяна Викторовна

Статистика

Учебное пособие

Редактор и корректор Е. О. Тарновская
Техн. редактор Е. О. Тарновская

Учебное электронное издание сетевого распространения

Системные требования:
электронное устройство с программным обеспечением
для воспроизведения файлов формата PDF

Режим доступа: http://publish.sutd.ru/tp_get_file.php?id=202016, по паролю.
- Загл. с экрана.

Дата подписания к использованию 11.12.2024 г. Рег. № 5300/24

Высшая школа технологии и энергетики СПбГУПТД
198095, СПб., ул. Ивана Черных, 4.