

ВЕСТНИК
САМАРСКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА



Серия
«ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ»

№ 1 (14) – 2007

Самара
Самарский государственный технический университет
2007

Краткие сообщения

Механика деформируемого твердого тела

УДК 539.374

Ю. И. Кадашевич, С. П. Помыткин

ПОВЕДЕНИЕ НЕСТАБИЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ СДВИГЕ

Изучается неустойчивость поведения материалов при простом циклическом сдвиге, описываемая в рамках эндохронной теории неупругости для конечных деформаций.

Авторы представленной публикации в работе [1] предложили новый подход к построению эндохронной теории неупругости, учитывающей конечные деформации. В [2] был представлен обзор результатов, полученных авторами в рамках данного подхода. В настоящей работе изучается неустойчивость поведения материалов при циклическом симметричном нагружении.

Вопросы циклических нагружений, как известно, играют важную роль при оценке прочностных свойств материалов. Подробный анализ эффектов циклического нагружения при малых деформациях был проведен, например, В. В. Москвитиным [3], А. П. Гусенковым [4], Р. А. Васиным [5]. При конечных же деформациях этот вопрос поднимается значительно реже. Среди прочих отметим лишь работу [6], в которой была изучена неустойчивость ряда материалов при циклических нагружениях. Однако кинетика развития напряжений в этом исследовании была освещена поверхностно.

В представляемой работе основной вариант эндохронной теории неупругости, учитывающий конечные деформации [1, 2], предлагается взять в виде:

$$\begin{aligned} \alpha \tau \dot{\sigma} + \sigma |\dot{r}| &= 2G \left(\tau \dot{r} + \frac{1}{g + \alpha} |\dot{r}| r \right), \\ \dot{\varepsilon} &= D, \quad \Omega = \dot{Q} Q^T, \\ \dot{\varepsilon} &= \dot{\varepsilon} + \varepsilon \Omega - \Omega \varepsilon, \quad \dot{\sigma} = \dot{\sigma} + \sigma \Omega - \Omega \sigma, \\ r &= \varepsilon - (1 - \alpha) \frac{\sigma}{2G}, \quad \varepsilon_{ii} = \frac{\sigma_{ii}}{K}, \quad \tau = \tau \left(|r|, |\dot{r}| \right). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь в безындексной форме записи тензоров принято, что τ — аналог деформационного предела текучести; g — аналог коэффициента упрочнения; G — модуль сдвига; K — объемный модуль; $|a| = \sqrt{a : a}$ — норма тензора a ; ε — тензор деформаций; σ — тензор напряжений; Ω — спин; Q — ортогональный тензор поворота; D — тензор скоростей деформации. При этом дополнительно полагается, что $D = (L + L^T)/2$, $L = \dot{F} F^{-1}$, $Q = F u^{-1}$, то есть справедливо полярное разложение ортогонального тензора поворота; F — градиент деформации; L — градиент скоростей деформации; u — правый тензор удлинения.

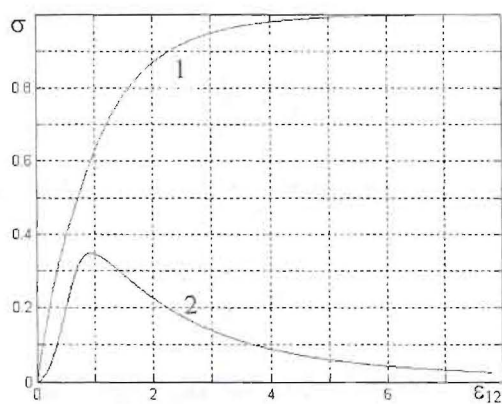
Наиболее простым тестом, позволяющим выявить эффекты, возникающие при учете конечных деформаций, является задача о простом сдвиге при заданных скоростях деформаций, когда реализуется жесткое симметричное нагружение. По уравнениям (1) были проведены расчеты при $\alpha = 1$, $2G = 1$, $g = 9$, $D_{12} = 1$, $D_{11} = D_{22} = D_{33} = 0$. Исследовалось как монотонное, так и циклическое деформирование при трех различных амплитудах деформации: $|\varepsilon_{12}| \leq 0,5$; $|\varepsilon_{12}| \leq 2,0$ и $|\varepsilon_{12}| \leq 5,0$. На рис. 1 приведен характер развития напряжений при монотонном деформировании сдвигом.

На рис. 2 изображены установившиеся петли гистерезиса напряжений при циклическом деформировании.

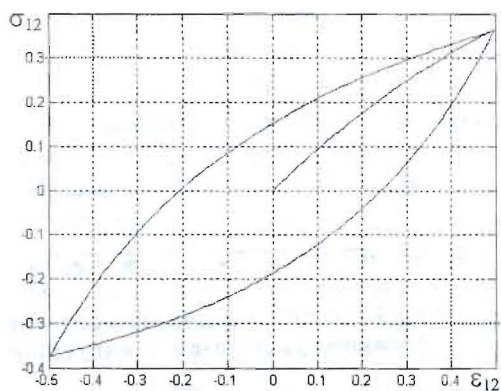
Амплитуда сдвиговых деформаций для случая, изображенного на рис. 2, а, соответствует участку роста осевых напряжений на кривой монотонного деформирования; на рис. 2, б — участку начала снижения σ_{11} ; на рис. 2, в — моменту резкого спада осевого напряжения.

Полученные результаты, на первый взгляд, необычны. Однако, обратившись к работе Асаро [7], в которой он анализирует реальное поведение образцов нимоника, можно увидеть, что существует, по мнению Асаро, три типа циклических предельных кривых «напряжение–деформация». Асаро назвал этот эффект упрочнением I, II и III типов (на рис. 5 схематически приведены графики поведения гипотетического материала Асаро).

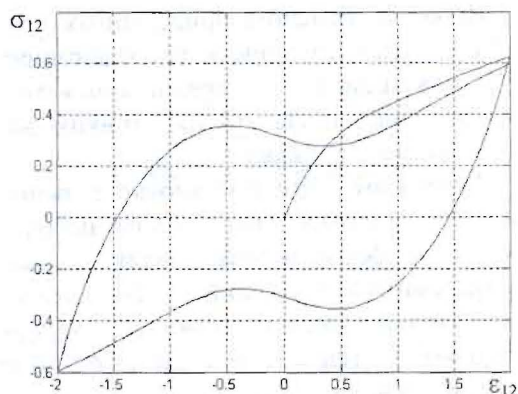
Очевидно несомненное сходство с расчетными кривыми на рис. 2. Отметим, что попытки теоретического описания поведения материала Асаро были сделаны ранее другими исследователями: Р. А. Арутюнян [8] на основе анализа опытов на образцах меди, пришел к выводу о том, что новые эффекты возникают из-за влияния микронапряжений на циклическое поведение нестабильных материалов; один из материалов Асаро был описан в работе [9] на основе двухповерхностной теории пластичности с перекрестными связями. Таким образом, предлагаемая теория способна описать трудно фиксируемые теоретически эффекты циклического сдвигового деформирования без привлечения дополнительных феноменологических соображений.



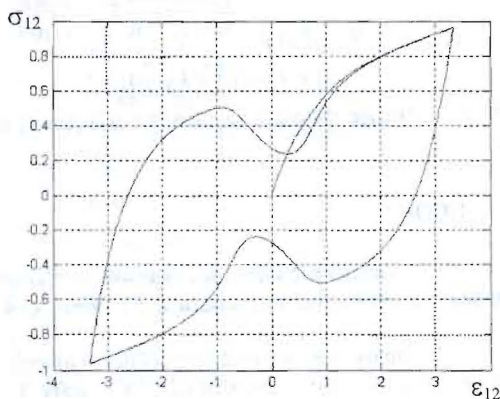
Р и с. 1. Кинетика напряжений при деформировании сдвигом: 1 — σ_{12} ; 2 — σ_{11}



а



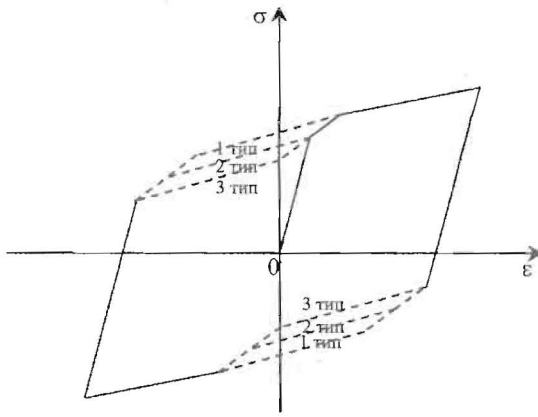
б



в

Р и с. 2. Кинетика напряжений при циклическом деформировании:

$$а - |\epsilon_{12}| < 0,5; б - |\epsilon_{12}| < 2,0; в - |\epsilon_{12}| < 5,0$$



Р и с. 3. Схематические диаграммы гипотетического материала Асаро

следующий вариант:

$$\dot{\varepsilon} = (a_0 + a_1 |\varepsilon|) D.$$

Отметим, что в работе [11] была предложена аппроксимационная формула $\varepsilon_{11} = CN^\beta$, где N — число циклов, а C и β — параметры материала. Аналогичный результат следует и из (2). На рис. 4 приведен характер возрастания максимальных осевых деформаций ε_{11}^{\max} от числа циклов N при жестком циклическом сдвиговом нагружении: $D_{12} = \pm 1$, $a_0 = 1$; $a_1 = 0,01$.

Выводы. Решения приведенных простейших задач циклического деформирования показывают, что предлагаемая теория способна описывать ряд тонких эффектов второго порядка.

Замечание. При постановке и решении задач сложного нагружения необходимо четко сформулировать характер задания градиента деформаций F , его начальных значений и соответствующего ему ортогонального тензора поворота Q . Все вышеприведенные примеры находятся в классе, когда

$$F = \begin{pmatrix} k_{11} & 0 & 0 \\ k_{21} & k_{22} & 0 \\ 0 & 0 & k_{33} \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$k_{11}(0) = k_{22}(0) = k_{33}(0) = 1.$$

Авторами изучены и более общие формы задания тензора градиента деформаций и ортогонального тензора поворота.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

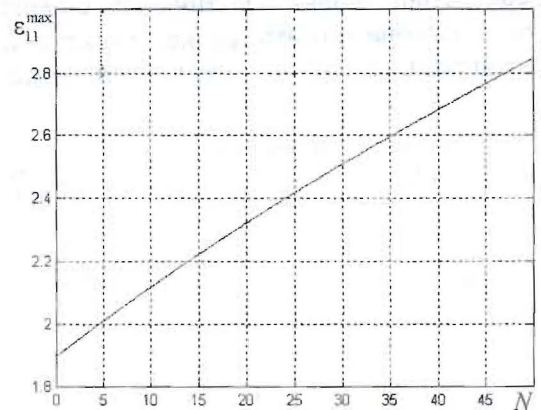
1. *Кадашев Ю. И., Помыткин С. П.* Анализ сложного нагружения при конечных деформациях по эндохронной теории неупругости // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения. М.: КМК ЛТД, 1998. Вып. 59. С. 72–76.
2. *Кадашев Ю. И., Помыткин С. П.* Новый взгляд на построение эндохронной теории пластичности при учете конечных деформаций // Научно-технические ведомости СПбГТУ, 2003. Т. 33. № 3. С. 96–103.
3. *Москвитин В. В.* Пластичность при переменных нагружениях. М.: Изд-во МГУ, 1965. 262 с.
4. *Гусенков А. П.* Свойства диаграмм циклического деформирования при нормальных температурах // Сопротивление деформированию и разрушению при малом числе циклов нагружения: Сб. статей / Отв. ред. С. В. Серенсен. М.: Наука, 1967. С.34–36.

Приведем еще одну иллюстрацию возможностей теории. В работе [10] было обнаружено, что при циклическом сдвиге возникают осевые деформации, которые непрерывно возрастают в зависимости от роста числа циклов деформирования. Простейший вариант предложенной выше эндохронной теории (1) обеспечивает возникновение осевых деформаций при циклическом нагружении, причем, что интересно, осевые деформации сохраняют знак, однако предельные значения деформации остаются постоянными. В связи с этим предложим небольшое уточнение меры деформации, которое описывает указанные в [10] эффекты и количественно.

Пусть

$$\dot{\varepsilon} = k(\lambda, |D|) D. \quad (2)$$

В частности, можно (для простоты) предложить



Р и с. 4. Кинетика максимальных осевых деформаций при циклическом нагружении

5. *Васин Р. А.* Определяющие соотношения теории пластичности. Итоги науки и техн. Сер. Механика деформируемого твердого тела. М.: ВИНТИ, 1990. Т. 21. С. 3–75.
6. *Семенов А. С., Мельников Б. Е., Горохов М. Ю.* Циклическая нестабильность при расчетах больших упругопластических деформациях // Научно-технические ведомости СПбГТУ, 2003. Т. 33. № 3. С. 129–138.
7. *Asaro R.* Elastic-plastic memory and kinematic type hardening // *Acta metallurgica*, 1975. Vol. 23. No. 10. P. 1255–1265.
8. *Арутюнян Р. А.* Проблемы деформационного старения и длительного разрушения в механике материалов. СПб: Изд-во С.-Пб. ун-та, 2004. 252 с.
9. *Кадашевич И. Ю.* Описание сложных эффектов кинематического упрочнения на основе теории микронапряжений с перекрестными связями // *Машины и аппараты целлюлозно-бумажного производства*, 1997. С. 117–119.
10. *Ronay M.* On second-order strain accumulation in aluminum in reversed cyclic torsion at elevated temperatures // *International journal of solids and structures*, 1967. Vol. 3. P. 167–176.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (грант 05-01-00169).

Поступила 14.09.2006 г.