Федеральное агентство по образованию

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
РАСТИТЕЛЬНЫХ ПОЛИМЕРОВ

Кафедра высшей математики

МАТЕМАТИКА

Методические указания
для студентов заочного факультета
ускоренной формы обучения
(контрольная работа № 1)

Санкт-Петербург

2005

УДК 51(07)

Математика: Методические указания для студентов заочного факультета ускоренной формы обучения (контрольная работа № 1) / Сост. Т.А. Забавникова, Е.Г. Иванова, Р.В. Пелюхов, П.П. Смышляев // ГОУ ВПО СПбГТУРП. СПб., 2005.14 с.

Настоящее издание содержит решение типового варианта контрольной работы № 1 для студентов заочного факультета ускоренной формы обучения.

Рецензент: зав.кафедрой прикладной и вычислительной математики ГОУВПО СПбГТУРП, д-р техн. наук, проф. О.К. Федоров.

Подготовлены и рекомендованы к печати кафедрой высшей математики ГОУВПО Санкт-Петербургского государственного технологического университета растительных полимеров (протокол № 7 от 16 марта 2005 г.).

Утверждены к изданию методической комиссией факультета промышленной энергетики ГОУВПО СПбГТУРП (протокол № 8 от 12 мая 2005 г.).

Редактор и корректор Н.П.Новикова
Техн. редактор Л.Я. Титова

Подп. к печати 3.07.05. Формат 60 x 84/16. Бумага тип. № 1.
Печать офсетная. Объем 0,75 печ. л.; 0,75 уч.-изд.л. Тираж 50 экз.
Изд. № 84. Цена «С». Заказ 1232.

Ризограф ГОУВПО Санкт – Петербургского государственного технологического университета растительных полимеров, 198095, Санкт-Петербург, ул. Ивана Черных,4.

Рассмотрим решение типового варианта контрольной работы для студентов-заочников I курса (I семестр) неэкономических специальностей:

Контрольная работа № 1

Задача № 1

Дано: Координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$;

A_1 (1; 2; -3); A_2 (2; -1; 3); A_3 (1; 4; 0); A_4 (-1; 5; 8).

Найти: 1. Длину ребра A_1A_2.

2. Угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4.

3. Угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$.

4. Площадь грани $A_1A_2A_3$.

5. Объем пирамиды.

6. Уравнение прямой A_1A_2.

7. Уравнение плоскости $A_1A_2A_3$.

Решение:

1. <u>Длина ребра A_1A_2.</u>

Длина находится по формуле

$$|A_1A_2| = \sqrt{(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) + (z_2 - z_1)},$$

где A_1 (x_1; y_1; z_1); A_2 (x_2; y_2; z_2) как расстояние между двумя точками.

Так как A_1 (1; 2; -3) и A_2 (2; -1; 3), то

$$|A_1A_2| = \sqrt{(2-1)^2 + (-1-2)^2 + (3-(-3)^2} =$$
$$= \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2 + 6^2} = \sqrt{1+9+36} = \sqrt{46}\ (ед).$$

2. <u>Угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4.</u>

Для того, чтобы найти угол между ребрами, найдем длины ребер A_1A_2 и A_1A_4, а затем вычислим скалярное произведение векторов $\overline{A_1A_2} \cdot \overline{A_1A_4}$

Зная, что скалярное произведение двух векторов вычисляется по формуле

$$\bar{a} \cdot \bar{в} = |\bar{a}| \cdot |\bar{в}| \cos\varphi,$$

где φ – угол между векторами $\bar{a}$ *и* $\bar{в}$, можно написать:

$$\overline{A_1A_2} \cdot \overline{A_1A_4} = \left|\overline{A_1A_2}\right| \cdot \left|\overline{A_1A_4}\right| \cos\varphi .$$

Отсюда $\cos\varphi = \dfrac{\overline{A_1A_2} \cdot \overline{A_1A_4}}{\left|\overline{A_1A_2}\right| \cdot \left|\overline{A_1A_4}\right|}$.

$\overline{A_1A_2} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1) = (1;-3;6)$,

$\overline{A_1A_4} = (x_4 - x_1; y_4 - y_1; z_4 - z_1) = (-2;3;11)$,

где $A_1\ (x_1;\ y_1;z_1);\ A_2\ (x_2;y_2;z_2);\ A_4\ (x_4;y_4;z_4)$.

Таким образом, скалярное произведение $\overline{A_1A_2} \cdot \overline{A_1A_4}$

$$\overline{A_1A_2} \cdot \overline{A_1A_4} = 1 \cdot (-2) + (-3) \cdot 3 + 6 \cdot 11 = -2 - 9 + 66 = 55 .$$

Длина ребра A_1A_2 вычислена в п.1 $|A_1A_2| = \sqrt{46} \approx 6{,}8$ (ед).

Вычислим длину ребра $|A_1A_4|$, аналогично вычислению $|A_1A_2|$.

Так как $A_1(1;\ 2;\ -3)$ и $A_4\ (-1;\ 5;8)$,

$|A_1A_4| = \sqrt{(-1-1)^2 + (5-2)^2 + (8+3)^2} = \sqrt{(-2)^2 + 3^2 + 11^2} = \sqrt{4+9+121} = \sqrt{134} \approx 11{,}6\ (ед)$.

Длина ребра $|A_1A_2|$ совпадает с длиной вектора $\overline{A_1A_2}$, а длина ребра $|A_1A_4|$ совпадает с длиной вектора $\overline{A_1A_4}$.

Подставим полученные данные в формулу

$$\cos\varphi = \frac{\overline{A_1A_2} \cdot \overline{A_1a_4}}{\left|\overline{A_1A_2}\right| \cdot \left|\overline{A_1A_4}\right|} = \frac{55}{\sqrt{46}\sqrt{134}} = \frac{55}{\sqrt{6164}} = \frac{55}{78{,}5} \approx 0{,}7 .$$

Окончательно получаем, что

$$\varphi = arccos\ (0{,}7) \approx 0{,}795399.$$

3. <u>Угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$</u>.

Запишем уравнение прямой A_1A_4. Общий вид уравнения

$$\frac{x - x_1}{l} = \frac{y - y_1}{m} = \frac{z - z_1}{n},$$

где $(x_1;\ y_1;\ z_1)$ – координаты точки A_1;

$(l;\ m;\ n)$ – координаты направляющего вектора.

Таким вектором может быть вектор, соединяющий две точки на прямой, например, $\overline{A_1A_4}$. Из п.2: $\overline{A_1A_4} = (-2; 3; 11)$.

Таким образом, $l = x_4 - x_1 = -1-1 = -2;$

$$m = y_4 - y_1 = 5 - 2 = 3;$$

$$n = z_4 - z_1 = (8 - (-3)) = 11.$$

Уравнение прямой A_1A_4

$$\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{11}.$$

Уравнение плоскости $A_1A_2A_3$.

Уравнение плоскости, проходящей через 3 заданные точки, имеет вид

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix} = 0,$$

где $(x_1; y_1; z_1)$ – координаты точки A_1;

$(x_2; y_2; z_2)$ – координаты точки A_2;

$(x_3; y_3; z_3)$ – координаты точки A_3.

В случае плоскости $A_1A_2A_3$ это уравнение будет выглядеть так:

$$\begin{vmatrix} x-1 & y-2 & z+3 \\ 2-1 & -1-2 & 3+3 \\ 1-1 & 4-2 & 0+3 \end{vmatrix} = 0 \approx \begin{vmatrix} x-1 & y-2 & z+3 \\ 1 & -3 & 6 \\ 0 & 2 & 3 \end{vmatrix} =$$

$$= (x-1)\begin{vmatrix} -3 & 6 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} - (y-2)\begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} + (z+3)\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= (x-1)(-9-8) - (y-2)(+3) + (z+3)\cdot 2 =$$

$$= -17x(x-1) - 3(y-2) + 2(z+3)$$

$$= -17x + 17 - 3y + 6 + 2z + 6 =$$

$$= -17x - 3y + 2z + 29 = 0.$$

Уравнение плоскости $A_1A_2A_3$

$$-17x - 3y + 2z + 29 = 0.$$

Угол между прямой $\frac{x-x_1}{l} = \frac{y-y_1}{m} = \frac{z-z_1}{n}$ и плоскостью $Ax + By + Cz + D = 0$

определяется по формуле

$$\sin\varphi = \frac{Al + Bm + Cn}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}\sqrt{l^2 + m^2 + n^2}}.$$

Подставляя наши данные, получаем

$$\sin\varphi = \frac{(-17)(-2) + (-3)(3) + 2\cdot 11}{\sqrt{(-17)^2 + (-3)^2 + 2^2}\sqrt{(-2)^2 + 3^2 + 11^2}} = \frac{34 - 9 + 22}{\sqrt{289 + 9 + 4}\sqrt{4 + 9 + 121}} =$$

$$= \frac{47}{\sqrt{302}\sqrt{134}} \approx \frac{47}{17{,}38 \cdot 11{,}58} \approx 0{,}23.$$

Таким образом,

$$\varphi = \arcsin(0{,}23) \approx 0.232.$$

4. Площадь грани $A_1A_2A_3$.

$S_{A_1A_2A_3}$ – это площадь треугольника, построенного на векторах $\overline{A_1A_2}$; $\overline{A_1A_3}$.

$$S_{\Delta A_1A_2A_3} = \frac{1}{2}\left|\overline{A_1A_2} \times \overline{A_1A_3}\right|$$

Для вычисления площади найдем

1) вектора $\overline{A_1A_2}$ *и* $\overline{A_1A_3}$;

2) векторное произведение $\overline{A_1A_2} \times \overline{A_1A_3}$;

3) длину $\left|\overline{A_1A_2} \times \overline{A_1A_3}\right|$.

1) $\overline{A_1A_2} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1) = (1;-3;6);$

$\overline{A_1A_3} = (x_3 - x_1; y_3 - y_1; z_3 - z_1) = (0;2;3).$

2) Найдем

$$\overline{A_1A_2} \times \overline{A_1A_3} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 1 & -3 & 6 \\ 0 & 2 & 3 \end{vmatrix} = \bar{i}\begin{vmatrix} -3 & 9 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} - \bar{j}\begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} + \bar{k}\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= \bar{i}(-9 - 8) - \bar{j}\cdot 3 + 2\bar{k} = -17\bar{i} - 3\bar{j} + 2\bar{k}.$$

3) $S_{\Delta A_1A_2A_3} = \frac{1}{2}\sqrt{(-17)^2 + (-3)^2 + 2^2} = \frac{1}{2}\sqrt{289 + 9 + 4} = \frac{1}{2}\sqrt{302} \approx \frac{17{,}4}{2} \approx 8{,}7$ *(кв.ед)*.

5. Объем пирамиды $A_1A_2A_3A_4$

Объем пирамиды равен 1/6 объема параллелепипеда, построенного на векторах $\overline{A_1A_2}; \overline{A_1A_3}; \overline{A_1A_4}$:

$$\overline{A_1A_2} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1) = (1;-3;6)$$
$$\overline{A_1A_3} = (x_3 - x_1; y_3 - y_1; z_3 - z_1) = (0;2;3)$$
$$\overline{A_1A_4} = (x_4 - x_1; y_4 - y_1; z_4 - z_1) = (-2;3;11).$$

Объем параллелепипеда, построенного на векторах, равен смешанному произведению этих векторов:

$$V_{пир} = \overline{A_1A_2}\ \overline{A_1A_3}\ \overline{A_1A_4} = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 6 \\ 0 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 11 \end{vmatrix}_{III+2I} = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 6 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & 23 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 23 \end{vmatrix} = 2 \cdot 23 + 9 = 46 + 9 = 55(куб.ед).$$

Объем пирамиды:

$$V_{пир} = \frac{1}{6} V_{пир} = \frac{55}{6} \approx 9{,}17\ (куб.ед).$$

6. Уравнение прямой A_1A_2.

Уравнение прямой в пространстве:

$$\frac{x - x_1}{l} = \frac{y - y_1}{m} = \frac{z - z_1}{n},$$

где $(x_1; y_1; z_1)$ – координаты точки через которую проходит прямая; в нашем примере A_1 (1; 2; -3);

$(l; m; n) = \overline{S}$ - координаты направляющего вектора прямой.

Если прямая проходит через 2 точки, то

$$l = x_2 - x_1;$$
$$m = y_2 - y_1;$$
$$n = z_2 - z_1.$$

Для данной прямой

$$l = 2 - 1 = 1;$$
$$m = -1 - 2 = -3;$$
$$n = 3 - (-3) = 6.$$

Уравнение прямой A_1A_2:

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{6}.$$

7. Уравнение плоскости $A_1A_2A_3$ было найдено в п.3:

$$17x - 3y + 2z + 29 = 0.$$

Задача № 2

Дано: Уравнение одной стороны квадрата

$$x + 2y - 7 = 0. \tag{1}$$

Задание: Составить уравнение остальных сторон, если M (-1; 2) - точка пересечения диагоналей.

Решение:

Запишем уравнение (1) в виде уравнения с угловым коэффициентом:

$$\text{(I)}\quad y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2};\quad k = -\frac{1}{2} \tag{2}$$

У квадрата две стороны перпендикулярны, а одна - параллельна стороне, выражаемой уравнением (2).

Условие перпендикулярности k: $k_1 = -1$, значит, $k_1 = 2$, и прямые (II) и (IV), перпендикулярные (I), будут иметь вид

(II) $y = 2x + b_2$;

(IV) $y = 2x + b_4$.

Условие параллельности двух прямых $k_2 = k$, значит, уравнение прямой (III), которая параллельна прямой (I), будет иметь вид:

(III) $y = -\frac{1}{2}x + b_3$.

Найдем теперь b_1, b_3, b_4.

Для этого найдем уравнения диагоналей квадрата.

Диагональ квадрата составляет со стороной квадрата угол 45°, следовательно,

$$tg\varphi = \frac{k_3 - k}{1 + k_3 k},$$

где k_3 – угловой коэффициент диагонали квадрата.

Найдем k_3.

$$tg45^o = 1.$$

$$1=\frac{k_3+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}k_3}=\frac{\frac{2k_3+1}{2}}{\frac{2-k_3}{2}}=\frac{2k_3+1}{2-k_3};$$

$$2k_3 + 1 = 2 - k_3;$$

$$3k_3 = 1;$$

$$k_3 = 1/3.$$

Уравнение одной диагонали:

$$y=\frac{1}{3}x+b_5.$$

Так как диагональ проходит через точку M (-1; 2), то найдем b_5, подставив координаты M в уравнение диагонали

$$2=\frac{1}{3}\cdot(-1)+b_5;$$

$$2=-\frac{1}{3}+b_5;$$

$$b_5=2+\frac{1}{3}=2\frac{1}{3}=\frac{7}{3}.$$

Итак, уравнение одной из диагоналей

$$y=\frac{1}{3}x+\frac{7}{3} \quad \text{или} \quad 3y=x+7, \quad x-3y+7=0. \qquad \text{(ДI)}$$

Уравнение второй диагонали найдем из условия перпендикулярности диагоналей

$$y = -3x + b_6.$$

Найдем b_6. Подставим координаты точки M в это уравнение:

$$2 = -3 \cdot (-1) + b_6;$$

$$2 = 3 + b_6;$$

$$b_6 = -1.$$

Уравнение диагонали примет вид

$$y = -3x - 1. \qquad \text{(ДII)}$$

Найдем точку пересечения прямой (I) и диагонали (ДI):

$$\begin{cases} x + 2y = 72 \\ 3y - x = 7 \end{cases}$$

$$5y = 14$$

$$y = \frac{14}{5} = 2{,}8$$

$$x = 2 \cdot 2{,}8 = 7$$

$$x + 5{,}6 = 7$$

$$x = 1{,}4.$$

Итак, A(1,4; 2,8) - вершина квадрата.

Найдем уравнение стороны (II), проходящей через точку A. Подставим координаты A в уравнение (II):

$$y = 2x + b_2$$

$$2{,}8 = 2\ .\ 1{,}4 + b_2$$

$$2{,}8 = 2{,}8 + b_2$$

$$b_2 = 0.$$

Уравнение (II) $y = 2x$.

Найдем вторую вершину квадрата B, которая получается при пересечении стороны (II) и диагонали (ДII):

$$\begin{cases} y = 2x \\ y = -3x - 1 \end{cases}$$

$$2x = -3x - 1$$

$$5x = -1$$

$$x = -\frac{1}{5} = -0{,}2$$

$$y = -0{,}4$$

B (-0,2; -0,4).

Найдем уравнение стороны (III), проходящей через точку B.

Подставим координаты точки B в уравнение $y = -\frac{1}{2}x + b_3$

$$-0{,}4 = -\frac{1}{2} \cdot (-0{,}2) + b_3$$

$$-0{,}4 = 0{,}1 + b_3$$

$$b_3 = -0{,}5 = -\frac{1}{2},$$

Уравнение (III):

$$y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

$$2y + x + 1 = 0$$

$$x + 2y + 1 = 0 \quad (III).$$

Найдем вершину C.

C – точка пересечения стороны (III) и диагонали (ДI):

$$\begin{cases} x + 2y + 1 = 0 \\ x - 3y + 7 = 0 \end{cases}$$

$$5y - 6 = 0$$

$$5y = 6$$

$$y = \frac{6}{5} = 1{,}2$$

$$x + 2 \cdot 1{,}2 + 1 = 0$$

$$x + 2{,}4 + 1 = 0$$

$$x = -3{,}4$$

C (-3,4; 1,2).

Найдем уравнение стороны (IV), проходящей через точку C. Подставим координаты точки C в уравнение (IV):

$$y = 2x + b_4$$

$$1{,}2 = 2 \cdot (-3{,}4) + b_4$$

$$1{,}2 = -6{,}8 + b_4$$

$$b_4 = 1{,}2 + 6{,}8 = 8.$$

Итак, уравнение (IV):

$$y = 2x + 8.$$

Ответ: уравнения сторон квадрата

$x + 2y - 7 = 0$ (I);

$2x - y = 0$ (II);

$x + 2y + 1 = 0$ (III);

$2x - y - 8 = 0$ (IV).

Задача № 3

Задание: Составить уравнение линии, расстояние каждой точки которой до начала координат и от точки A (5; 0) относится, как 2:1.

Решение: Возьмем произвольную точку на линии M (x; y).

Найдем расстояние OM и AM:

$$|OM| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\frac{|OM|}{|AM|} = \frac{2}{1}$$

$$|OM| = 2|AM|$$

$$\sqrt{x^2 = y^2} = 2\sqrt{(x-5)^2 + (y)^2}.$$

Возведем в квадрат левую и правую части уравнения:

$$x^2 + y^2 = 4(x-5)^2 + (y)^2$$

$$x^2 = y^2 - 4(x-5)^2 - 4y^2 = 0$$

$$x^2 - 4x^2 + 40x - 100 - 3y^2 = 0$$

$$-3x^2 + 40x - 3y^2 - 100 = 0$$

$$3x^2 - 40x + 3y^2 + 100 = 0$$

$$3(x - \frac{40}{3}x + \frac{400}{9}) - \frac{400}{3} + 3y^2 + 100 = 0$$

$$3(x - \frac{20}{3})^2 + 3y^2 = \frac{400}{3} - \frac{300}{3} = \frac{100}{3}$$

$$(x - \frac{20}{3})^2 + y^2 = \frac{100}{9}.$$

Ответ: Это уравнение окружности с центром в точке N (20/3; 0) и радиусом 10/3.

Задача № 4 (а, б, в)

а) Вычислить $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{1-2x}{3x-2}$.

Делим числитель и знаменатель на x:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{-2+\frac{1}{x}}{3-\frac{2}{x}}=-\frac{2}{3},$$

$$\left\langle \begin{array}{l} \frac{1}{x}\underset{x\to\infty}{\to}0 \\ \frac{2}{x}\underset{x\to\infty}{\to}0 \end{array}\right\rangle ;$$

б) Вычислить $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{3x}$.

Умножаем числитель и знаменатель на $\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}$:

$$\lim_{x\to 0}\frac{(\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x})(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})}{3x(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})}=\frac{1}{2}\lim_{x\to 0}\frac{1+x-(1-x)}{3x}=\frac{1}{2}\lim_{2x\to 0}\frac{2x}{3x}=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}=\frac{1}{3}.$$

в) Вычислить

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{5x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{2\sin^2\frac{x}{2}}{5x^2}=(1-\cos x=2\sin^2\frac{x}{2})=(\sin\frac{x}{2}\approx\frac{x}{2}\quad x\to 0);$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{5x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{2\cdot(\frac{x}{2})^2}{5x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{2\cdot\frac{x^2}{4}}{5x^2}=\frac{1}{10};$$

г) Вычислить $\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{x+3}{x-2})^x$.

Делим в скобке числитель и знаменатель на x:

$$\lim_{x\to\infty}(\frac{1+\frac{3}{x}}{1-\frac{2}{x}})^x=\frac{\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{3}{x})^x}{\lim\limits_{x\to\infty}(1-\frac{2}{x})^x}=\frac{\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{1}{\frac{x}{3}})^x}{\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{1}{\frac{x}{2}})^x}=$$

$$\left(\begin{array}{l} y=\frac{x}{3};x=3y\ \ y\to\infty \\ z=-\frac{x}{2};x=-2z\ \ z\to\infty \end{array}\right)$$

$$=\frac{\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{1}{y})^{3y}}{\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{1}{z})^{-2z}}=\frac{(\lim\limits_{y\to\infty}(1+\frac{1}{y})^y)^3}{(\lim\limits_{z\to\infty}(1+\frac{1}{z})^z)^{-2}}=\frac{e^3}{e^{-2}}=e^5 .$$

Используем второй замечательный предел: $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{1}{n})^n=e$.

Задача № 5

Задана функция $y = f(x)$.

Найти точки разрыва функции, если они существуют. Сделать чертеж.

$$f(x) = \begin{cases} x+5, \textit{если } x < -2; \\ x^2 - 1, \textit{если } -2 \le x < 2; \\ x, \quad \textit{если } x \ge 2. \end{cases}$$

$x = -2;$

$f(-2) = 3.$

Найдем пределы справа и слева:

$$\lim_{x\to -2-0}(x-5) = 3;$$

$$\lim_{x\to -2+0}(x^2-1) = 3;$$

$$\lim_{x\to -2-0} f(x) = \lim_{x\to -2+0} f(x) = f(-2).$$

В точке $x = -2$ нет разрыва.

$x = 2;$

$f(2) = 2.$

Найдем пределы справа и слева:

$$\lim_{x\to 2+0} x = 2;$$

$$\lim_{x\to 2-0}(x^2-1) = 3;$$

$$\lim_{x\to 2+0} f(x) \ne \lim_{x\to 2-0} f(x).$$

Таким образом, $x = 2$ – точка скачка. Разрыв I рода.