

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

**Санкт-Петербургский государственный технологический
университет растительных полимеров**

МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Методические указания
к лабораторным работам № 1-31, 1-32, 1-33, 1-41, 1-42

Санкт-Петербург
2007

24-31

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ РАСТИТЕЛЬНЫХ
ПОЛИМЕРОВ**

Кафедра физики

МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

**Методические указания
к лабораторным работам №1-31, 1-32, 1-33, 1-41, 1-42**

Санкт-Петербург

2007

**СПбГУП
НАУЧНО-ИНФОРМАЦИОННЫЙ
ЦЕНТР
С-Петербург, ул.Ивана Черных, 4**

НАУЧНО-ИНФОРМАЦИОННЫЙ ЦЕНТР САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА РАСТИТЕЛЬНЫХ ПОЛИМЕРОВ

Механика и молекулярная физика: методические указания к лабораторным работам № 1-31, 1-32, 1-33, 1-41, 1-42 /сост. А.А.Абрамович, В.О.Кабанов, В.М.Максимов, С.А.Поржешкин; ГОУВПО СПб ГТУРП. СПб., 2007. – 39 с.

Методические указания содержат описание пяти лабораторных работ по механике. Предназначаются для студентов всех специальностей дневной и заочной форм обучения.

Рецензент: канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры физики СПб ГТУРП Полянский М.Н.

Подготовлены и рекомендованы к печати кафедрой физики ГОУВПО СПб ГТУРП (протокол № 8 от 14.11.06 г.).

Утверждены к изданию методической комиссией факультета промышленной энергетики ГОУВПО СПб ГТУРП (протокол №6 от 20.02.07 г.).

СГОУВПО Санкт-Петербургский
государственный технологический
университет растительных поли-
меров, 2007

ТЕМА 1-3. ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Введение

Колебания – это процессы или движения, в той или иной степени повторяющиеся во времени. Группа тел (или одно тело), совершающих колебания, образует колебательную систему. Колебания системы могут быть свободными (возникают после выведения системы из состояния равновесия и предоставления её самой себе) и вынужденными (происходят под воздействием переменной внешней силы). Колебания являются периодическими, если значения величин, характеризующих колебательную систему, повторяются через равные промежутки времени. Периодом колебания T называют время, за которое система совершает одно полное колебание. Частота колебаний ν – это величина, равная числу полных колебаний, совершаемых за единицу времени (за 1 с в СИ). Частота связана с периодом соотношением: $\nu = 1/T$. Величина ω , равная числу полных колебаний, совершаемых за 2π секунд, называется циклической частотой:

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$$

Рассмотрим периодические колебания материальной точки массой m , происходящие вдоль координатной оси Ox около положения равновесия, принятого за начало координат. В этом случае величина x – смещение колеблющейся точки от положения равновесия – является функцией времени t , прошедшего от начала колебания. Периодическое колебание называется гармоническим, если смещение x зависит от времени по закону:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (1)$$

где A – амплитуда колебаний – наибольшее смещение от положения равновесия.

Величина $(\omega t + \varphi_0)$, стоящая под знаком косинуса, называется фазой колебания, при заданной амплитуде фаза определяет смещение x в любой момент времени. Величина φ_0 называется начальной фазой колебания, она совпадает со значением фазы при $t = 0$. Изменение начальной фазы колебания соответствует сдвигу колебаний во времени. Уравнение (1) можно записать:

$$x = A \cos \omega(t - \tau) = A \cos \frac{2\pi}{T}(t - \tau),$$

следовательно $\varphi_0 = -\frac{2\pi}{T}\tau$. Таким образом, увеличение фазы, например, на π , соответствует запаздыванию по времени на половину периода. На рис.1 приведены графики колебаний с одинаковой частотой и периодом, но отличающихся начальной фазой и амплитудой.

Скорость v колеблющейся точки является производной от смещения во

времени:

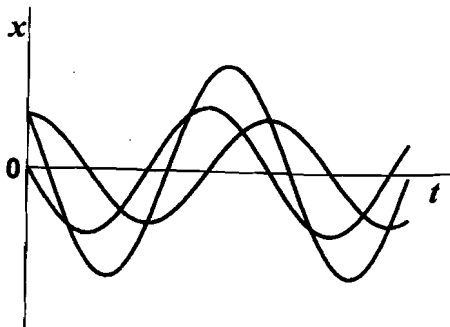


Рис. 1

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0) = A\omega \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2} + \varphi_0\right). \quad (2)$$

Ускорение a находится как производная от скорости:

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x = A\omega^2 \cos(\omega t + \pi + \varphi_0). \quad (3)$$

Из выражений (2), (3) видно, что при гармонических колебаниях скорость и ускорение точки изменяются с течением времени гармонически, причем колебания скорости опережают по фазе колебания координаты x на $\pi/2$, а колебания ускорения опережают координату по фазе на π (см. рис.2).

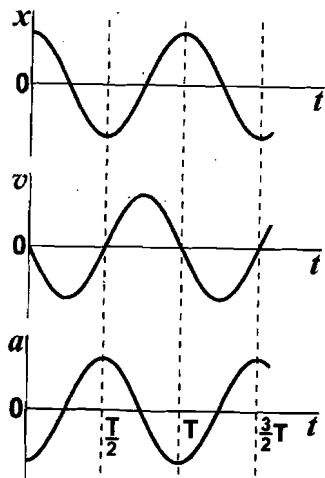


Рис. 2

Из соотношения (3) видно, что величина x удовлетворяет дифференциальному уравнению:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0. \quad (4)$$

Это значит, что подстановка функции x вида (1) в уравнение (4) обращает его в тождество. Уравнение (4) называют дифференциальным уравнением свободных гармонических колебаний. Любая величина, удовлетворяющая уравнению (4), изменяется со временем по гармоническому закону.

По второму закону Ньютона сила F , действующая на материальную точку при гармонических колебаниях и возвращающая её к положению равновесия, равна (с учётом (3)):

$$F = ma = -m\omega^2 x. \quad (5)$$

Из (5) следует, что для того, чтобы колебание было гармоническим, возвращающая сила должна быть пропорциональна смещению. Это выполняется для упругих сил, для которых справедлив закон Гука:

$$F = -kx, \quad (6)$$

где k — жёсткость.

Если для некоторой системы тел при выводе её из положения равновесия действует возвращающая сила, подчиняющаяся закону (6) и не являющаяся упругой, то такие силы называются квазиупругими.

В этом случае тело совершает гармонические колебания и $m\omega^2 = k$,

т.е. частота колебаний $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ определяется жесткостью системы и массой тела.

Кинетическая энергия материальной точки, совершающей гармонические колебания, равна:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2} \sin^2 \omega t$$

или

$$E_k = \frac{mA^2\omega^2}{4} [1 - \cos 2\omega t]. \quad (7)$$

Потенциальная энергия материальной точки, совершающей гармонические колебания под действием упругой силы F , равна:

$$E_n = -\int_0^x F dx = -m\omega^2 \int_0^x x dx = \frac{m\omega^2 x^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2} \cos^2 \omega t$$

или

$$E_n = \frac{mA^2\omega^2}{4} [1 + \cos 2\omega t]. \quad (8)$$

Сложив (7) и (8), получим формулу для полной энергии:

$$E = E_k + E_n = \frac{mA^2\omega^2}{2} \quad (9)$$

Следовательно, полная энергия колеблющейся точки пропорциональна квадрату амплитуды и не меняется в течение колебательного процесса. В крайних положениях колеблющейся точки её скорость $v=0$, поэтому полная энергия равна потенциальной. При гармонических колебаниях кинетическая энергия точки превращается в потенциальную и наоборот.

Из (7) и (8) следует, что E_k и E_n изменяются с частотой 2ω , т.е. с частотой, которая в два раза превышает частоту гармонического колебания. На рис.3 представлены графики зависимости x , E_k и E_n от времени. Так как средние значения $\langle \sin^2 \alpha \rangle = \langle \cos^2 \alpha \rangle = 1/2$, то из формул (6), (7), (8) следует, что $\langle E_k \rangle = \langle E_n \rangle = 1/2 E$.

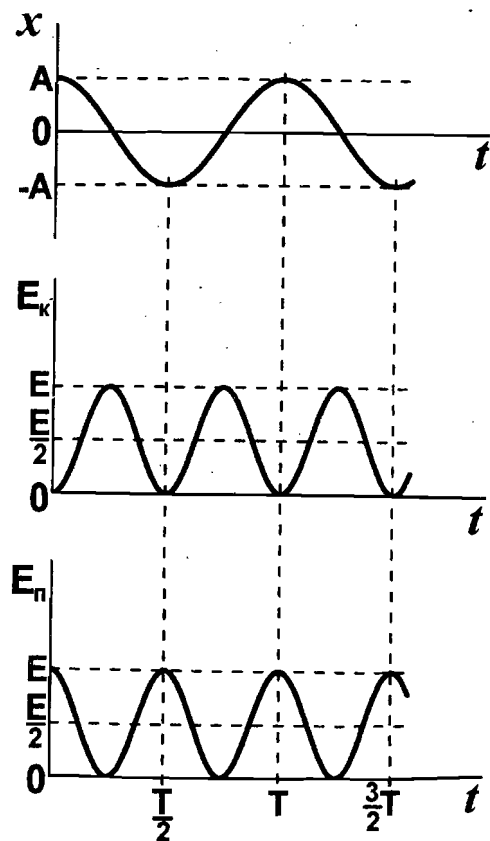


Рис. 3

Рассмотрим примеры колебательных систем, совершающих свободные гармонические колебания. Во всех случаях полагаем, что тормозящие силы типа трения и сопротивления среды отсутствуют, поэтому колебания являются незагасающими.

1. Пружинный маятник

Пружинный маятник – система, состоящая из тела массой m , подвешенного на упругой пружине с жесткостью k . Масса пружины мала по сравнению с m , и ею можно пренебречь. Рассмотрим вертикальное движение тела под действием силы упругости и силы тяжести после выведения системы из равновесия. Смещение тела описывается координатой x , ось Ox направим вертикально вниз, начало координат совместим с положением равновесия тела (рис.4). В состоянии равновесия пружина растянута на величину x_0 , сила тяжести уравновешена силой упругости:

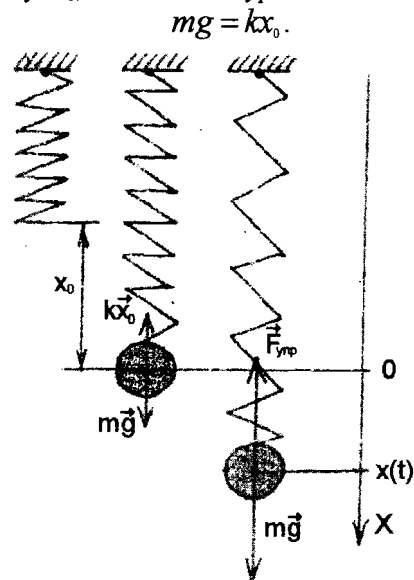


Рис.4

При смещении тела на x от положения равновесия, на него действует сила упругости, равная по закону Гука: $F_{упр} = k(x_0 + x)$. Второй закон Ньютона для движения тела имеет вид $m\vec{a} = \vec{F}_{упр} + m\vec{g}$. Переходя к проекциям на ось Ox и учитывая, что $a = d^2x/dt^2$, получим:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -k(x + x_0) + mg.$$

Так как $mg = kx_0$, окончательно имеем:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx$$

или

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0. \quad (10)$$

Уравнение (10) совпадает с уравнением (4), поэтому можно утверждать, что пружинный маятник совершает гармонические колебания с циклической частотой, определяемой равенствами:

$$\omega^2 = \frac{k}{m}; \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Период колебаний пружинного маятника равен:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (11)$$

2. Математический маятник

Математическим маятником называют материальную точку массой m , подвешенную на невесомой нерастяжимой нити длиной l и совершающую колебания в вертикальной плоскости.

Хорошим приближением к такой системе служит небольшой тяжелый шарик, подвешенный на длинной тонкой нити. При колебаниях положение шарика определяется углом φ отклонения нити от вертикали или величиной x , измеряемой длиной дуги от положения равновесия (рис.5). Будем считать $\varphi > 0$, если маятник отклонён направо от положения равновесия, и $\varphi < 0$ – при отклонении налево. При отклонении маятника от положения равновесия силу тяжести можно разложить на две составляющие: $F_1 = mg \sin \varphi$ и $F_2 = mg \cos \varphi$, направленные, соответственно, перпендикулярно нити и вдоль неё. Сила упругости нити $F_{уп}$ и составляющая F_2 перпендикулярны скорости груза и сообщают ему центростремительное ускорение. Касательная (тангенциальная) составляющая F_1 сообщает грузу тангенциальное ускорение a_T , характеризующее изменение модуля скорости.

Согласно второму закону Ньютона:

$$ma_T = F_1$$

или

$$ma_T = -mg \sin \varphi.$$

Знак минус в уравнении стоит потому, что F_1 и φ имеют противоположные знаки. При отклонении маятника вправо ($\varphi > 0$) составляющая силы тяжести

F_1 направлена влево, и её проекция на касательную к траектории, сонаправленную с ускорением a_T , отрицательна. При отклонении маятника влево ($\varphi < 0$) эта проекция положительна. При малых углах отклонения, если измерять угол φ в радианах, $\sin \varphi \approx \varphi$.

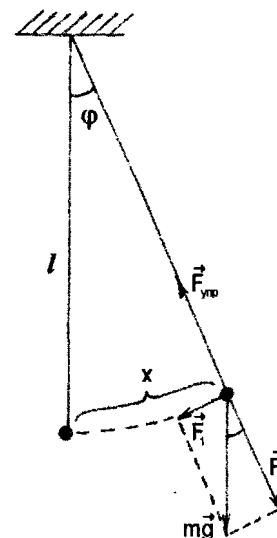


Рис. 5

Учитывая, что длина дуги $x = \varphi l$, запишем второй закон Ньютона в виде:

$$ma_T = -mg \varphi \quad \text{или} \quad ma_T = -\frac{mg}{l} x.$$

Отсюда
$$a_T = -\frac{g}{l} x.$$

Подставляя, получим дифференциальное уравнение гармонических колебаний:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{g}{l} x = 0. \quad (12)$$

Сравнивая уравнения (12) и (4), имеем: $\omega^2 = g/l$; $\omega = \sqrt{g/l}$.

Период колебаний математического маятника равен:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (13)$$

Из формулы (13) видно, что период колебания математического маятника при малых углах отклонения зависит лишь от длины маятника и ускорения силы тяжести g ; период колебаний не зависит от массы груза и не связан с

амплитудой колебаний. Малыми углами отклонения можно считать углы до 10° .

3. Физический маятник

Физическим маятником называется твёрдое тело произвольной формы, способное совершать колебания вокруг закреплённой оси, не проходящей через его центр тяжести. В положении равновесия центр тяжести маятника С (рис.6) находится под точкой подвеса О на одной с ней вертикали.

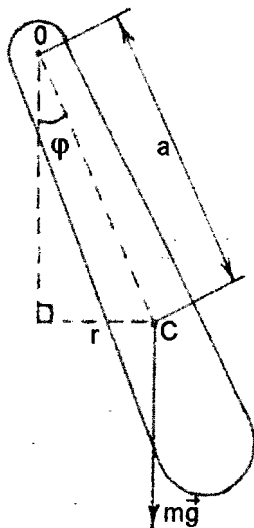


Рис. 6

При отклонении маятника массой m от положения равновесия на угол φ сила тяжести имеет плечо, равное $r = a \sin \varphi$, где a - расстояние между точкой подвеса и центром тяжести маятника. Вращающий момент силы тяжести M направлен всегда так, что стремится вернуть маятник в положение равновесия, поэтому моменту M и угловому смещению φ следует приписать противоположные знаки, т.е.:

$$M = -mga \sin \varphi. \quad (14)$$

Применим к маятнику основное уравнение динамики вращательного движения (см. тему 1.2):

$$M = I \varepsilon, \quad (15)$$

где I - момент инерции маятника относительно выбранной оси вращения;

$$\varepsilon = d^2 \varphi / dt^2 - \text{угловое ускорение маятника.}$$

Если углы отклонения маятника малы, то $\sin \varphi \approx \varphi$ (φ измеряется в радианах), уравнение (15) можно записать в виде:

$$I \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -mga \varphi; \quad \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \frac{mga}{I} \varphi = 0. \quad (16)$$

Уравнение (16) является дифференциальным уравнением гармонических колебаний. Таким образом, при малых углах отклонения физический маятник совершает гармонические колебания с угловой частотой, равной:

$$\omega^2 = \frac{mga}{I}; \quad \omega = \sqrt{\frac{mga}{I}}$$

и с периодом, равным:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mga}}. \quad (17)$$

Период колебания физического маятника зависит от его массы, момента инерции относительно рассматриваемой оси вращения и расстояния между осью вращения и центром тяжести маятника. Из сравнения формулы (17) с формулой (13) видно, что математический маятник с длиной, равной:

$$l_{np} = \frac{I}{ma}, \quad (18)$$

будет иметь такой же период колебаний, как и данный физический маятник. Величина l_{np} называется приведённой длиной физического маятника.

Используя (18), можно формулу (17) для периода колебаний физического маятника записать в виде:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l_{np}}{g}}.$$

Момент инерции маятника I относительно оси, идущей через точку О, можно найти по теореме Штейнера, если задан момент инерции I_c относительно оси, проходящей через центр тяжести С маятника: момент инерции I относительно любой оси, параллельной оси, идущей через центр тяжести, можно получить прибавлением к I_c произведения массы тела на квадрат расстояния a между осями, т.е.: $I = I_c + ma^2$. (19)

Вопросы и задачи

1. Амплитуда гармонического колебания точки 1мм, частота 1 кГц. Какой путь пройдёт точка за 0,2 с?
2. Точка совершает колебания по закону $x = 0,05 \cos 2t$ (м). Определить ускорение точки в момент времени, когда её скорость равна 0,08 м/с.
3. Точка совершает гармонические колебания. Наибольшее смещение точки равно 10 см, наибольшая скорость 20 см/с. Найти циклическую частоту колебаний и максимальное ускорение точки.

4. Амплитуда гармонических колебаний точки 1 мм, частота колебаний 500 Гц. Написать уравнения $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$. Каковы наибольшие значения скорости и ускорения? В каких положениях достигаются эти значения?
5. Точка совершает колебания по закону $x = A \sin \omega t$. В некоторый момент времени смещение точки оказалось равным 5 см. Когда фаза колебаний увеличилась вдвое, смещение стало равным 8 см. Найти амплитуду колебаний.
6. Сравнить время прохождения колеблющейся точкой первой и второй половины амплитуды.
7. Должен ли измениться период колебания маятника, если поместить его в воду? В какую сторону?
8. Колебания точки массой 0,1 г происходят согласно уравнению $x = 0,05 \cos 20t$. Определить максимальное значение возвращающей силы и кинетической энергии.
9. К пружине подвесили груз, в результате чего пружина растянулась на 9 см. Каков будет период колебаний груза, если его немного оттянуть вниз и затем отпустить?
10. Под влиянием силы в 1 Н пружина растягивается на 2 см. Определить период колебаний груза массой 200 г, подвешенного к этой пружине.
11. За одно и то же время один математический маятник делает 50 колебаний, а второй 30. Найти их длины, если один из них на 32 см короче другого.
12. Уравнение колебаний математического маятника $x = 0,1 \cos 2t$ (м). Найти длину маятника, его максимальную кинетическую энергию. Масса груза 100 г.
13. Математический маятник отклоняют в положение 1 и отпускают (см.рис.7). Найти его скорость при прохождении точек 2 и 3. Сколько полных колебаний совершит маятник за 10 с? $h_1 = 10$ см, $h_2 = 6$ см, $l = 2,5$ м.

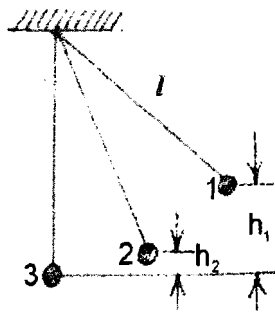


Рис.7

14. Математическому маятнику толчком в положении равновесия сообщают скорость v_0 . Найти высоту, на которой маятник окажется в момент, когда скорость его уменьшится в два раза. Какова амплитуда колебаний маятника, если его длина равна l ?
15. Полная энергия гармонически колеблющейся точки равна 30 мкДж, а максимальная сила, действующая на точку, равна 1,5 мН. Написать уравнение движения этой точки, если период колебаний равен 2 с, а начальная фаза $\pi/3$.
16. На стержне длиной 30 см укреплены два одинаковых грузика: один – в середине стержня, другой на одном из его концов. Стержень с грузами колеблется около горизонтальной оси, проходящей через свободный конец стержня. Определить приведённую длину и период гармонических колебаний стержня с грузами. Массой стержня пренебречь.
17. Физический маятник представляет собой тонкий однородный стержень длиной l . Определить, на каком расстоянии от центра масс должна быть точка подвеса, чтобы частота колебаний была максимальной.
18. Однородный стержень длиной 50 см совершает малые колебания в вертикальной плоскости вокруг оси, проходящей через один из его концов. Определить период его колебаний. Момент инерции стержня $I = (1/3)ml^2$, где m – масса стержня, l – его длина.
19. Диск радиусом 24 см колеблется около горизонтальной оси, проходящей через середину одного из радиусов перпендикулярно плоскости диска. Определить приведённую длину и период колебаний такого маятника.
20. Однородный стержень длиной 90 см и массой 2 кг совершает колебания вокруг оси, проходящей на расстоянии 10 см от его конца. Определить вращающий момент силы тяжести, если стержень отклонили на 30° от положения равновесия. Какое угловое ускорение сообщает стержню этот вращающий момент? Как меняется угловое ускорение при колебаниях? Найти период и частоту малых колебаний стержня.
21. Найти период малых колебаний стержня из задачи №20, если к его нижнему концу прикрепили точечный груз массой 0,5 кг.
22. Определить период малых колебаний ареометра массой 200 г, погруженного в воду. Площадь сечения трубки ареометра 1 см^2 .
23. Определите частоту, амплитуду и начальную фазу колебания, приведённого на рис.8:

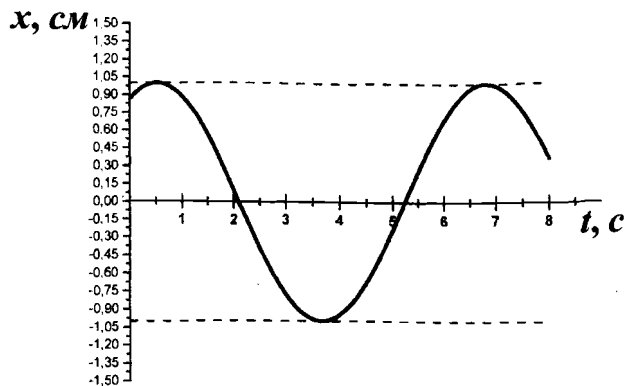


Рис. 8

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1-31

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ПРУЖИННОГО МАЯТНИКА

Цель работы:

1. Ознакомится с характером собственных колебаний пружинного маятника, считая их незатухающими.
2. Определить с помощью закона Гука $F=kx$ жесткость используемой в работе пружины.
3. Определить зависимость периода колебаний от массы колеблющейся системы и проверить формулу (11).

Описание установки

Установка (рис.9) состоит из штатива со шкалой, к которому прикреплена пружина. К пружине можно подвешивать грузы различной массы.

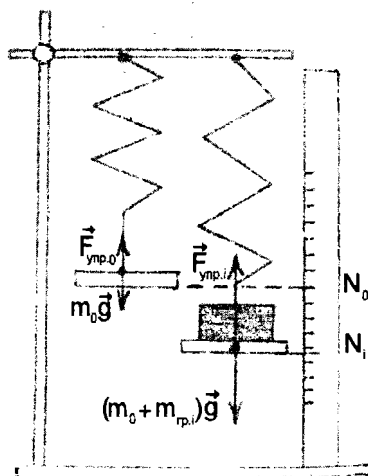


Рис. 9

Порядок выполнения работы

1. Выводят пружину из положения равновесия, дают колебаниям прекратиться, отмечают начальное положение указателя N_0 (рис.9). Измерение N_0 выполняется дважды, результат их заносится в табл.1. Осторожно нагружают пружину 4-5 последовательно увеличивающимися грузами с весами P_i ($i=1, \dots, 5$), отмечая каждый раз положение указателя N_1, N_2, \dots, N_5 после прекращения колебаний.

Измерения с каждым значением P_i проводятся дважды, при последовательном увеличении и уменьшении нагрузки пружины. Значения N_i заносятся в табл.1, находят средние арифметические для всех отсчетов N_{0cp}, N_{1cp} . Для каждого груза P_i находят величину смещения по формуле:

$$x_i = N_{1cp} - N_{0cp}$$

Вес каждого груза P_i численно равен упругой силе $F_{упр,i}$, так как измерение проводится в момент равновесия, когда эти силы равны и противоположны по направлению. Разделив вес грузов P_i на соответствующие смещения x_i , находят значения жесткости по формуле:

$$k_i = \frac{P_i}{x_i}$$

Исходя из условий опыта, удобно значения P_i при заполнении табл.1 выражать в Н, x_i - в мм, а жесткость вычислить в Н/м.

Таблица 1

№ измерения		$P_1 = \dots$ Н	$P_2 = \dots$ Н	$P_3 = \dots$ Н	$P_4 = \dots$ Н	$P_5 = \dots$ Н
	N_0 , мм	N_1 , мм	N_2 , мм	N_3 , мм	N_4 , мм	N_5 , мм
1						
2						
среднее						
$x_i = N_{1cp} - N_{0cp}$, мм						
$k_i = P_i / x_i$, Н/м						

Полученный ряд k_1, k_2, \dots, k_5 значений заносят в табл.2 и находят абсолютную погрешность жесткости, поступая с величинами k_i как с результатами прямых измерений при наличии только случайной ошибки ($\Delta k_{сист} = 0$).

Таблица 2

№ п/п	$k, \frac{H}{M}$	$\Delta k, \frac{H}{M}$	$(\Delta k)^2 \frac{H^2}{M^2}$	Погрешность и окончательный результат
1				$S_k = \dots$
.				$\Delta k_{\text{сист}} = 0$
.				$\Delta k = \dots$
5				
Среднее	$\bar{k} = \dots$	$S^2_{\bar{k}} = \dots$		$k = \bar{k} \pm \Delta k$

По данным табл.1 строится график, где по оси абсцисс откладывается значение P_i , а по оси ординат - x_i . В соответствии с законом Гука получится прямая линия.

2. Для определения периода колебаний T и проверки формулы (11) закрепляют на пружине груз P_i с массой m_i , выводят его из положения равновесия и, отпуская, заставляют совершать колебательное движение. С помощью секундомера измеряют время t , потраченное на совершение N полных колебаний ($N=10-20$), и находят период колебаний $T = t/N$. Период определяется для всех грузов, применявшихся в первой части работы. Полученные данные заносятся в табл. 3. Опытные значения $T_{\text{опыт}}$ периода сравниваются с вычисленными по формуле (11). Следует обратить внимание, что в формуле (11) m – масса груза P , а не его вес.

Таблица 3

№ груза	$m_0 = \dots, \text{ кг}$		N	t, с	$T_{\text{опыт}}, \text{ с}$	$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}, \text{ с}$	$(T_{\text{опыт}})^2, \text{ с}^2$
	$m_{\text{гр1}}$ кг	$m_i = m_{\text{гр1}} + m_0, \text{ кг}$					
1							
.							
5							

3. При расчёте периода по формуле (7) необходимо учесть, что m складывается из массы груза $m_{\text{гр}}$, подвешиваемого на пружине, и постоянной массы m_0 , укрепленной на пружине (включающей и массу самой пружины). Таким образом $m = m_{\text{гр}} + m_0$. Значение m_0 указано на приборе.

Полученные результаты используются для построения графика, дающего зависимость квадрата периода от массы: по оси абсцисс откладывают значения m_i , по оси ординат – квадраты опытных значений периода $(T_{\text{опыт}})^2$.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1-32 ПРОВЕРКА ЗАКОНОВ КОЛЕБАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Цель работы:

1. Проверить законы колебания математического маятника при малых углах отклонения; для этого найти зависимость периода колебаний от длины нити, убедиться в независимости периода от амплитуды колебания и массы груза.
2. Определить ускорение свободного падения, используя формулу (13):

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

Измерив g длину маятника l и период его полного колебания T , можно вычислить значение g .

Описание установки

В качестве математического маятника используется шарик, подвешенный на длинной нити. Масса шарика значительно больше массы нити, так что массой нити можно пренебречь. Длину маятника можно изменять, подтягивая или опуская нить. Вертикально расположенная линейка позволяет измерять длину маятника (рис.10), установка имеет шкалу для измерения углов отклонения.

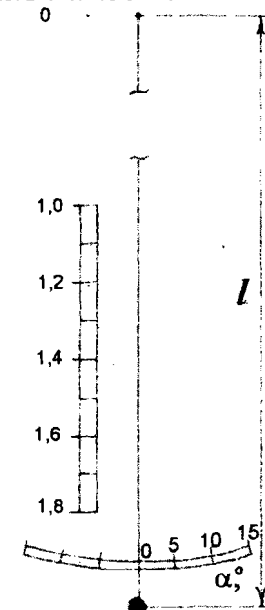


Рис. 10

Порядок выполнения работы

1. В первой части работы исследуется зависимость периода колебаний от длины маятника и определяется ускорение свободного падения.

Отсчёт длины производится от точки подвеса до центра тяжести маятника, совпадающего с геометрическим центром шара. Измерение длины производится при помощи угольника следующим образом: угольник прикладывается одним катетом к стене, на которой укреплен масштаб, и подводится к маятнику так, чтобы другой катет касался прорези, сделанной по диаметру шарика. Прорезь необходима для определения положения центра тяжести математического маятника.

После измерения длины нити маятник отклоняют на небольшой угол ($\sim 5^\circ$), пропускают 2-3 полных колебания, включают секундомер измеряют время 20 полных колебаний. Период колебания определяется по формуле: $T = t/20$.

Измерения проводят для пяти различных длин, выбираемых в пределах от 1 до 2 м через 0,2 м. Результаты измерений заносятся в табл.1

Таблица 1

№ п/п	l, м	t, с	T, с	T ² , с ²	g, м/с ²	Δg, м/с ²	(Δg) ²	Погрешность и окончат. результат
1								S \bar{g} =...
.								Δg=
.								Δ \bar{g} =...
5								
Среднее	-	-	-	-	\bar{g} ...	S ² \bar{g} ...		$g = \bar{g} \pm \Delta\bar{g}$

По данным табл.1 строятся графики зависимостей $T = f(l)$ и $T^2 = f(l)$, вычисляется \bar{g} и его среднеквадратичная погрешность. При этом считают, что $\Delta g_{сист} = 0$.

2. Далее проверяют, что период колебаний маятника не зависит от амплитуды. Для этого отклоняют маятник при постоянной длине и массе на углы 5° , 10° , 15° и каждый раз определяют период колебания. Измерения производятся для длины, возле которой установлена шкала углов. Результаты измерений заносятся в табл.2.
3. Затем убеждаются в независимости периода колебаний от массы маятника. Для этого при той же длине, которая была выбрана в предыдущей части работы, изменяют массу маятника, подвешивая разные шары. Каждый из маятников отклоняют на один и тот же угол (5°) и определяют период колебания. Результаты заносят в табл.3.
4. При выполнении пунктов 2 и 3 погрешности не определяются.

5. Полученное значение \bar{g} надо использовать для вычисления массы

Земли M . Из формулы $g = \gamma \frac{M}{R^2}$ следует, что $M = \frac{gR^2}{\gamma}$, где

радиус Земли R и гравитационная постоянная γ заданы. Все данные заносятся в табл.4.

Таблица 2

№ измерения	α	t, с	T=t/20, с
1	5°		
2	10°		
3	15°		

Таблица 3

Измерения	m, кг	t, с	T=t/20, с
1			
2			
3			

Таблица 4

Обозначение величины	\bar{g} , м/с ²	R, м	γ , м ³ /кг·с ²	M, кг
Значение величины		$6,37 \cdot 10^6$	$6,67 \cdot 10^{-11}$	
Погрешность				

Определить относительную погрешность δM и абсолютную погрешность ΔM результата.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1-33 ФИЗИЧЕСКИЙ МАЯТНИК

Цель работы:

1. Ознакомиться с физическим маятником как примером колебательной системы.
2. Научиться определять период колебаний и приведённую длину физического маятника.
3. Определить ускорение свободного падения с помощью физического маятника.

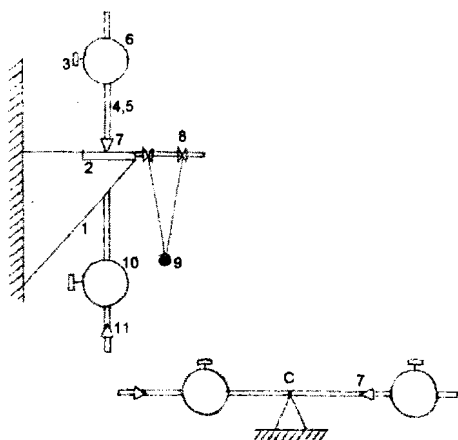


Рис. 11

Описание установки

В работе используется универсальный маятник (рис.11), сочетающий в себе физический и математический маятники. На настенном кронштейне 1 смонтированы подушка опорных призм 2 и крепление нитей 8 бифилярного (т.е. состоящего из двух нитей) подвеса математического маятника. На опорной призме 7 подвешен физический маятник, выполненный в виде металлического стержня, между опорными призмами 7,11 которого жёстко закреплена чечевица 10. Чечевица 6, закреплённая на конце стержня, может перемещаться по шкале 5 с нониусом 4 и закрепляться в нужном положении винтом 3. Расстояние между призмами постоянное и равно 730 мм. При изменении положения чечевицы 6 изменяется момент инерции маятника. *Внимание! При выполнении работы запрещается перемещать обе чечевицы!*

Для определения $I_{пр}$ используется математический маятник, выполненный в виде свинцового шарика 9 диаметром 26 мм, подвешенного бифилярно на капроновой нити. Для изменения длины бифилярного подвеса служит барабанчик 8, на который наматывается капроновая нить.

Для определения положения центра тяжести маятника С и расстояния a между точкой подвеса и центром тяжести маятника имеется специальная подставка с призмой. Если маятник находится в равновесии на подставке (рис. 11), то точка С совпадает с центром инерции, величина a отсчитывается от точки С до той опорной призмы, около которой происходит качание маятника.

Порядок выполнения работы

1. Маятник (см. рис.11) укрепляют на опорной призме 7, причём

подвижная чечевица 6 устанавливается так, чтобы на шкале 5 был нуль. Отклоняя маятник на небольшой угол ($4-7^\circ$), пять раз определяют время t двадцати полных колебаний и вычисляют период колебаний по формуле $T = t/20$. Результаты заносят в табл. 1.

Таблица 1

№ п/п	T, c	$\Delta T, c$	$(\Delta T)^2, c^2$	Погрешности и окончательный результат
1				$S_T = \dots$ $\Delta T_{сист.} = \dots$ $\Delta \bar{T} = \dots$
.				
.				
.				
5				
	$\bar{T} = \dots$	$S_T^2 = \dots$		$T = \bar{T} \pm \Delta \bar{T}$

2. Снимают маятник с кронштейна, кладут его на подставку с призмой, добиваясь равновесия. Измеряют однократно линейкой расстояние от точки С до опорной призмы 7, определяя тем самым расстояние a от оси вращения до центра тяжести маятника (см. рис. 11). Результаты заносят в табл. 2.

Таблица 2

Обозначение величины	a, m	L, m	m, kg	$I_c, kg \cdot m^2$	$I, kg \cdot m^2$
Результат измерения			10,65		
Погрешность			0,01		

3. По теореме Штейнера находят момент инерции маятника: $I = I_c + ma^2$. Масса маятника m и момент инерции маятника I_c относительно оси, проходящей через центр тяжести маятника, известны, их значения указаны на макете. Полученное значение I заносят в табл.2.
4. Определяют ускорение свободного падения по формуле: $g = \frac{4\pi^2 I}{m a T^2}$, которая получается из (17).
5. Математический маятник используют для определения приведенной длины $l_{пр}$. Для этого при помощи бифилярного подвеса изменяют длину математического маятника, подбирая её так, чтобы период колебания математического маятника совпал с периодом колебания физического маятника T , найденным в п.1.

Добившись совпадения периодов, измеряют линейкой расстояние L от точки подвеса математического маятника до точки крепления нити на поверхности шарика. Получают $l_{пр} = L + d/2$, где диаметр шарика d известен: $d = (26,00 \pm 0,05)$ мм.

6. Вычисляют $l_{пр}$ по формуле (18) и сравнивают ее значение с полученным в п.5.

Отчёт должен содержать расчёт абсолютной и относительной ошибок для величины g , определяемой в п.4.

ТЕМА 1-4. ВОЛНЫ

Введение

Волна – это процесс распространения колебаний в среде. Если участок среды привести в колебательное движение, то в среде возникают деформации, и возникающие при этом упругие силы приводят в колебательное движение соседние участки среды и т.д. Таким образом, происходит распространение колебаний по всей среде.

В упругих средах могут распространяться волны двух типов: продольные и поперечные. Продольная волна – это волна, в которой направление колебаний частиц совпадает с направлением распространения волны, при этом в среде возникают деформации растяжения и сжатия. Продольные волны распространяются в газообразных, жидких и твёрдых средах.

Поперечная волна – это волна, в которой частицы колеблются в направлении, перпендикулярном направлению распространения волны, при этом возникают деформации сдвига. Поперечные упругие волны распространяются только в твердых телах, так как в газах и жидкостях не возникают упругие силы при деформации сдвига.

Пусть некоторая точка (участок) среды совершает гармоническое колебание:

$$x = A_0 \cos \omega t. \quad (1)$$

Тогда все точки среды будут совершать гармонические колебания с той же самой частотой, но с другой фазой и амплитудой. Уравнение, описывающее колебания точек среды, называется уравнением волны. Его общий вид:

$$x(t, l) = A \cos(\omega t + \varphi_0(l)), \quad (2)$$

где l – расстояние от источника колебаний до данной точки среды, A и $\varphi_0(l)$ – амплитуда и начальная фаза колебаний этой точки.

Волновая поверхность – геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе. Лучи – линии, перпендикулярные волновым поверхностям. Лучи указывают направление распространения волны.

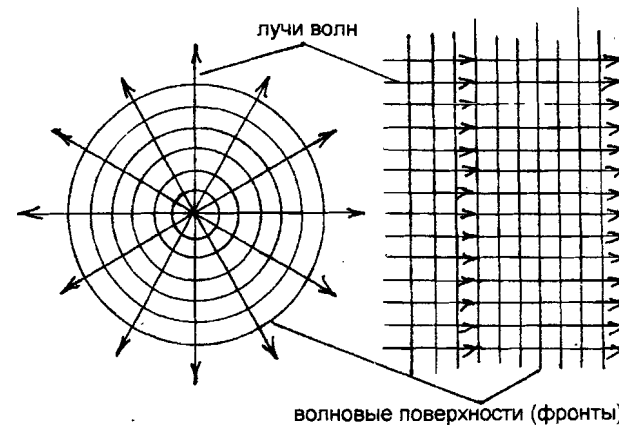


Рис. 12

На рис.12 показаны лучи и волновые поверхности плоской и сферической волны. Сферические волны распространяются от малых источников колебаний. На больших расстояниях от источника малый участок сферы можно принять за плоскость и рассматривать волну как плоскую.

Амплитуда колебаний в (2) определяется характером волны и потерями энергии в среде. Энергия, переносимая волной через единицу площади, пропорциональна A^2 . При отсутствии потерь энергии, полная энергия, переносимая волной, остаётся постоянной, поэтому в среде без потерь амплитуда плоской волны постоянна, а при наличии потерь A уменьшается при увеличении l . Такую волну называют затухающей.

Изменение фазы вдоль луча легко найти из того факта, что в однородной среде колебания распространяются с постоянной скоростью U вдоль луча. Поэтому колебания на расстоянии l от источника запаздывают на время $\tau = l/U$ и описываются уравнением:

$$x = A \cos \omega(t - \tau) = A \cos \frac{2\pi}{T}(t - \tau) = A \cos \left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi l}{vT} \right).$$

Таким образом, начальная фаза колебаний в точке, отстоящей на l от источника:

$$\varphi_0(l) = -2\pi \frac{l}{vT}, \quad (3)$$

т.е. запаздывание по фазе пропорционально пройденному волной пути l . Длиной волны называется $\lambda = vT$ – расстояние между ближайшими точками на луче, колеблющимися в одинаковой фазе ($\Delta\varphi = 2\pi$).

Таким образом, $\varphi_0 = -2\pi \frac{l}{\lambda}$ и уравнение волны принимает вид

$$x = A \cos\left(\omega t - 2\pi \frac{l}{\lambda}\right). \quad (4)$$

Для плоской незатухающей волны амплитуда волны A постоянна.

Графическое изображение волн

Волны можно изображать с помощью двух семейств кривых:

1. Графики колебаний разных точек среды (рис. 13).
2. Графики зависимости смещений точек среды от l для разных моментов времени t (рис. 14).

На рис. 13 изображены колебания двух точек среды на расстояниях l_1 и $l_2 > l_1$ от источника. Второе колебание запаздывает на время Δt относительно первого. Этому запаздыванию по времени соответствует сдвиг по фазе

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta t}{T}, \quad (5)$$

где $T = 2\pi/\omega$ – период колебания.

На рис. 14 приведены мгновенные смещения точек среды для моментов времени t_1 и $t_2 > t_1$. Из рис. 14 видно, что с увеличением времени происходит перемещение «горба» и «впадины» волны, а также любой точки с заданной фазой («горб» соответствует фазе $0, 2\pi$ и т.д.; «впадина» – $\pi, 3\pi, 5\pi$ и т.д.).

Скорость распространения волны – это скорость перемещения «горба» или «впадины» волны, т.е.:

$$v = \frac{\Delta l}{\Delta t}. \quad (6)$$

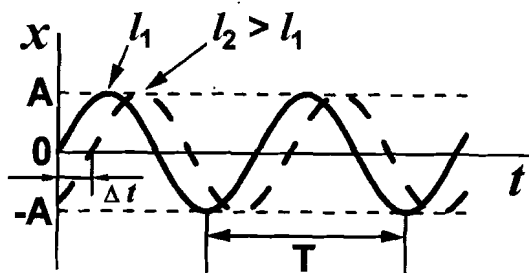


Рис. 13

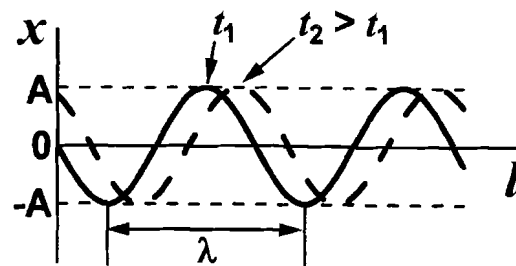


Рис. 14

Скорость распространения волны можно выразить через длину волны и период колебаний. При распространении волны точки среды никуда не перемещаются, они колеблются около положения равновесия. Распространение волны происходит только за счёт изменения фазы колебаний точек. Через $\Delta t = T$ (период колебаний) все точки вернуться в исходное положение, и, следовательно, пунктирная кривая на рис. 14 должна совпасть с исходной кривой. Это возможно только, если $\Delta l = \lambda$. Таким образом, за время, равное периоду колебаний, волна перемещается на расстояние, равное длине волны. Следовательно,

$$v = \frac{\lambda}{T} \quad (7)$$

или

$$\lambda = vT. \quad (8)$$

Скорость распространения упругих волн определяется плотностью и упругими свойствами среды. Она различна для продольных и поперечных волн.

Звук

Упругие волны в среде называются звуковыми, или акустическими волнами, если частоты их колебаний находятся в диапазоне 20-20000 Гц (условный диапазон слышимости человеческого уха). Колебания и волны с частотами меньше 20 Гц называются инфразвуком, а колебания с частотами больше 20000 Гц называются ультразвуком. Скорость распространения звуковых волн в воздухе не зависит от частоты звука, а зависит от атмосферного давления, температуры и влажности воздуха. При нормальном атмосферном давлении и 20°C $v = 343$ м/с. При падении звука на границу двух сред происходит отражение звука. Частота гармонических звуковых колебаний воспринимается слухом как высота звука. Громкость звука определяется амплитудой колебаний. Звуковые волны находят большое применение в технике: системы звуковоспроизведения и звукоусиления, борьба с шумом на производстве. Ультразвук используется в эхолокации, дефектоскопии, в ультразвуковой обработке материалов.

Стоячие волны

Стоячие волны образуются при наложении падающей и отражённой волн. При этом в одних точках среды волны усиливают, а в других - гасят друг друга. Стоячие волны образуются при распространении звука в любых помещениях. Явление усиления или гашения волн при их наложении называется интерференцией волн. Волны усиливают друг друга, если они приходят в данную точку в одинаковых фазах, т.е., если

$$\Delta\varphi = 2k\pi, \quad (9)$$

где $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Волны гасят друг друга, если они приходят в противофазе, т.е. если

$$\Delta\varphi = (2k+1)\pi. \quad (10)$$

На рис. 15 показаны графики колебаний, которые усиливают и гасят друг друга.

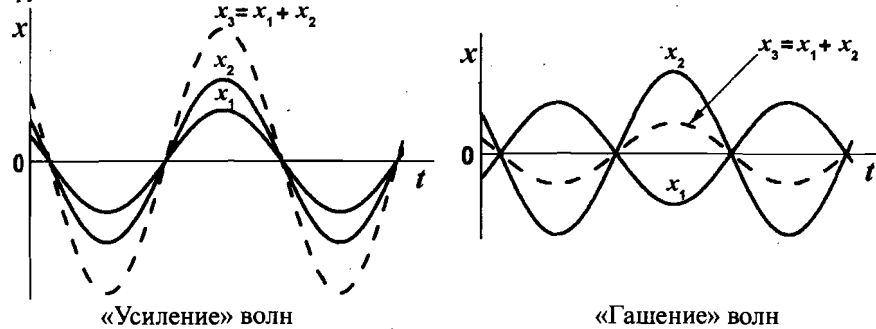


Рис. 15

Рассмотрим образование стоячей волны при падении плоской волны на стенку. На рис. 16: S – источник волны, находящийся на расстоянии L от стенки, K – точка наблюдения.

В точку K, находящуюся на расстоянии y от стенки, приходят падающая и отражённая волны:

$$x_{над} = A \cos\left(\omega t - 2\pi \frac{L-y}{\lambda}\right), \quad (11)$$

$$x_{отр} = -A \cos\left(\omega t - 2\pi \frac{L+y}{\lambda}\right). \quad (12)$$

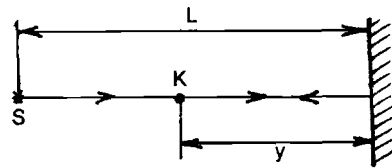


Рис. 16

Уравнения (11) и (12) получены из (4) с учётом того, что падающая волна проходит расстояние $L-y$, а отражённая $L+y$ от источника. Знак минус в уравнении отражённой волны объясняется изменением фазы волны на противоположную при отражении волны от жёсткой стенки. Это обеспечивает равенство нулю амплитуды колебаний частиц вблизи стенки ($y=0$), так как стенка не позволяет частицам воздуха совершать колебания. Суммарное колебание в точке K находится следующим образом:

$$x_K = x_{над} + x_{отр} = A \left[\cos\left(\omega t - 2\pi \frac{L-y}{\lambda}\right) - \cos\left(\omega t - 2\pi \frac{L+y}{\lambda}\right) \right] = -2A \sin 2\pi \frac{y}{\lambda} \sin\left(\omega t - 2\pi \frac{L}{\lambda}\right). \quad (13)$$

Здесь использована формула:

$$\cos\varphi - \cos\psi = 2 \sin \frac{\varphi+\psi}{2} \sin \frac{\psi-\varphi}{2}.$$

Из (13) видно, что в стоячей волне все точки колеблются в одинаковой фазе (с точностью до π), но с разными амплитудами, причём амплитуда стоячей волны A_{cm} зависит от y :

$$A_{cm} = 2A \left| \sin 2\pi \frac{y}{\lambda} \right|. \quad (14)$$

Точки, в которых амплитуда стоячей волны максимальна ($A_{cm} = 2A$), называются пучностями, точки, в которых амплитуда равна 0, называются узлами. При отражении от жесткой стенки узлы расположены на расстояниях

$y_{min} = k\lambda/2$ от стенки, а пучности - на $y_{max} = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$, $k=0,1,2,3,\dots$

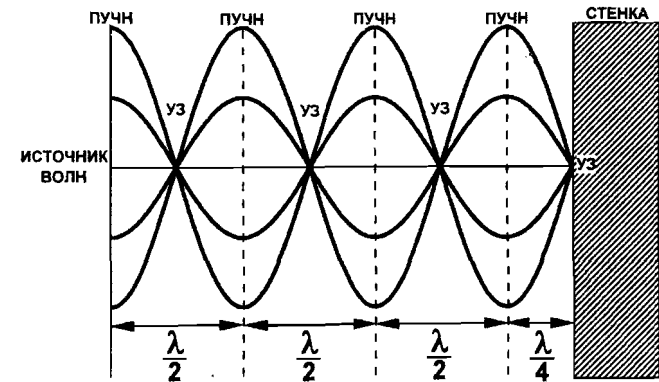


Рис. 17

Графики смещений в стоячей волне для разных моментов времени изображены на рис.17. Узлы и пучности стоячей волны неподвижны в отличие от горбов и впадин бегущей волны.

Положение узлов и пучностей можно найти, используя условия усиления и гашения волн при интерференции. Между падающей и отражённой волной в точке К существует разность хода $\Delta = 2y$, что создаёт

разность фаз $\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} = 4\pi \frac{y}{\lambda}$. С учётом изменения фазы волны при

отражении на π , получаем, что полная разность фаз между отражённой и падающей волной равна:

$$\Delta\varphi = 4\pi \frac{y}{\lambda} + \pi. \quad (15)$$

Условие усиления волн $\Delta\varphi = 2k\pi$ даёт положение пучностей:

$$y_{\max} = (2k-1) \frac{\lambda}{4}, \quad k=1,2,3... \quad (16)$$

Условие гашения $\Delta\varphi = (2k+1)\pi$ даёт положение узлов:

$$y_{\min} = 2k \frac{\lambda}{4}. \quad (17)$$

Фигуры Лиссажу

Разность фаз колебаний двух точек на луче можно измерить с помощью фигур Лиссажу. Фигуры Лиссажу получаются при сложении взаимно перпендикулярных колебаний $x = A\cos(\omega_1 t + \varphi_{10})$ и $y = B\cos(\omega_2 t + \varphi_{20})$. При этом точка описывает некоторую криволинейную траекторию, в общем случае незамкнутую. Если частоты колебаний относятся как целые числа ($\omega_1/\omega_2 = n_1/n_2$), то получаются замкнутые кривые, которые называются фигурами Лиссажу. Их форма зависит не только от отношения частот, но и от разности фаз колебаний. Для измерения разности фаз используют фигуры Лиссажу, получающиеся при одинаковых частотах колебаний $\omega_1 = \omega_2 = \omega$. Рассмотрим несколько частных случаев таких фигур Лиссажу:

$$1. \quad \varphi_{10} = \varphi_{20} = 0;$$

Так как вид фигур зависит только от разности фаз колебаний, то начальную фазу первого колебания можно положить равной нулю.

$$x = A\cos\omega t; \quad y = B\cos\omega t.$$

Отсюда получаем $y = \frac{B}{A}x$. Учитывая, что: $-A \leq x \leq A$, $-B \leq y \leq B$,

видим, что траекторией является диагональ прямоугольника, лежащая в 1-м и 3-м квадрантах (рис.18).

$$2. \quad \varphi_{10} = 0; \varphi_{20} = \pi$$

$$x = A\cos\omega t; \quad y = B\cos(\omega t + \pi) = -B\cos\omega t; \quad y = -\frac{B}{A}x.$$

Траекторией является вторая диагональ прямоугольника (2-й и 4-й квадрант, рис.18).

$$3. \quad \varphi_{10} = 0; \varphi_{20} = \pm\pi/2$$

$$x = A\cos\omega t; \quad y = B\cos\left(\omega t \pm \frac{\pi}{2}\right) = \pm B\sin\omega t.$$

Тогда $\left(\frac{x}{A}\right)^2 = \cos^2\omega t$; $\left(\frac{y}{B}\right)^2 = \sin^2\omega t$ и

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1.$$

Следовательно, в этом случае фигурой Лиссажу является эллипс с полуосями A и B , параллельными осям x и y . Если амплитуды колебаний равны, то

при $\Delta\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$ получается окружность.

4. При произвольной разности фаз получается эллипс, оси которого наклонены относительно осей координат. Ширина эллипса максимальна при $\Delta\varphi = \pm\pi/2$.

При приближении разности фаз к 0 и π эллипс становится всё тоньше и при $\Delta\varphi = 0, \pi$ вырождается в отрезок прямой (рис.19).

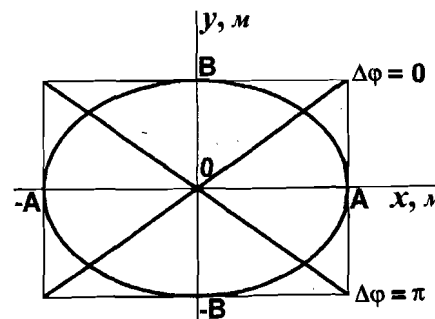


Рис. 18

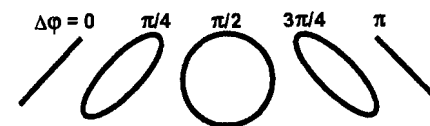


Рис. 19

Вопросы и задачи

1. Могут ли две волны, распространяющиеся по одной прямой, полностью погасить друг друга? При каких условиях это произойдет?
2. Дан график зависимости $x = x(y)$ (рис.20) для некоторого фиксированного момента времени. Чему равна разность фаз колебаний точек 1 и 2, 1 и 3, если график описывает: а) бегущую волну; б) стоячую волну?

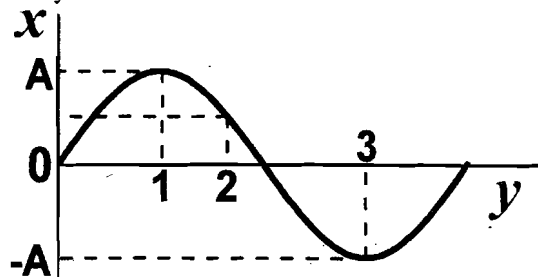


Рис. 20

3. Точка находится на расстоянии 2 м от источника колебаний. Частота колебаний 10 Гц, скорость распространения волны 45 м/с. Найти смещение точки от положения равновесия при $t=0,25$ с, если начальная фаза колебания источника $\varphi_0 = 0$.
4. Две точки на луче, отстоящие друг от друга на расстоянии 0,3 м, колеблются с разностью фаз $\pi/3$. Найти длину волны.
5. За две секунды горб волны переместился на 5 м. Частота колебаний 10 Гц. Найти длину волны.
6. Плоская волна распространяется в положительном направлении оси со скоростью 12 м/с. Две точки, находящиеся на расстоянии $y_1 = 6$ м и $y_2 = 12$ м от источника колебаний, колеблются с разностью фаз $5/6 \pi$. Амплитуда волны 6 см. Определить: 1) длину волны; 2) уравнение волны; 3) смещение второй точки в момент времени 3 с.
7. Плоская волна имеет скорость распространения 15 м/с, период 1,2 с, амплитуду 2 м. Определить смещение, скорость и ускорение точки, отстоящей от источника волн на расстоянии 45 м в момент времени 4 с.
8. Определить длину бегущей волны, если в стоячей волне расстояние между: 1) первой и седьмой пучностями равно 15 см; 2) первым и четвертым узлом равно 15 см.
9. Найдите скорость звука в среде, если в образовавшейся стоячей волне расстояние между соседними узлом и пучностью 0,2 м. Частота звука 400 Гц.
10. Стоячая волна образовалась в результате отражения падающей волны от некоторой среды. Расстояние от отражающей поверхности до ближайшего узла стоячей волны равно 24 см. Найти длину волны, если

отражение происходит: а) от менее плотной среды; б) от более плотной среды.

11. Стоячая волна образовалась при отражении бегущей волны от границы раздела двух сред. Найти расстояние от границы раздела двух сред до третьей пучности и до второго узла стоячей волны, если отражение происходит: а) от среды более плотной; б) от среды менее плотной. Скорость волны 340 м/с, частота 3,4 кГц.
12. Имеются колебания с частотами: 25, 27, 41, 54, 75, 87 Гц. При сложении каких колебаний получатся замкнутые кривые?
13. На рис.21 приводится кривая, получающаяся при сложении двух гармонических колебаний. Первое колебание описывается уравнением $x = A \cos 20t$. Найти амплитуду первого и второго колебаний, написать уравнение второго колебания.

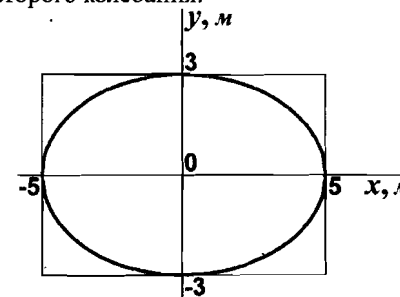


Рис. 21

14. В некоторую точку приходят падающая и отражённая от твёрдой стенки звуковая волна, при этом отражённая волна проходит дополнительно 0,93 м. Частота звука 500 Гц, скорость звука 320 м/с. Что наблюдается в этой точке: узел или пучность?
15. На рис.13 приведены графики колебаний двух точек на луче. Расстояние между точками $\Delta l = 20$ см. Определите скорость распространения волн и длину волны.
16. На рис.14 приведена мгновенная картина смещений для двух близких моментов времени $t_1 = 7$ с, $t_2 = 11$ с. Определите длину волны, скорость распространения волны и период колебаний.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1-41

ИЗМЕРЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВУКА С ПОМОЩЬЮ ФИГУР ЛИССАЖУ

Скорость звука можно определить, если знать частоту и длину волны звука. Тогда $v = \lambda \nu$.

В работе звук излучается громкоговорителем внутри трубы (рис.22), к которому подводится переменное напряжение от генератора звуковой частоты. Частота при этом определяется по шкале генератора. Для измерения длины волны нужно найти на луче две ближайшие точки, колеблющиеся в

одинаковой фазе ($\Delta\varphi=2\pi$). Это можно сделать с помощью микрофона. Микрофон, расположенный в другом конце трубы, преобразует механические колебания среды в электрическое напряжение той же частоты. Это напряжение подаётся на вход «Y» осциллографа. На вход «X» осциллографа подается напряжение непосредственно от звукового генератора. На экране осциллографа получается фигура Лиссажу. Если теперь перемещать микрофон вдоль луча, то будет изменяться начальная фаза колебания по оси «Y» и форма фигуры Лиссажу будет изменяться. При перемещении микрофона на расстояние, равное длине волны, форма фигуры Лиссажу совпадет с первоначальной, пройдя через все промежуточные стадии, т.е. фигура Лиссажу сделает полный оборот.

Основным элементом осциллографа является электронно-лучевая трубка, в которой узкий пучок электронов проходит между горизонтально и вертикально отклоняющими пластинами и попадает на экран трубки. При этом в месте падения луча экран светится. Напряжение, подаваемое на горизонтально отклоняющие пластины, отклоняет луч по горизонтали, т.е. по оси «X». Напряжение, подаваемое на вертикально отклоняющие пластины, отклоняет луч по оси «Y». Смещения лучей пропорциональны приложенным напряжениям.

Вертикально отклоняющие пластины подсоединены ко входу «Y» осциллографа, а горизонтально отклоняющие - ко входу «X». Осциллограф снабжён ручками управления: выключатель; «фокус» - с её помощью добиваются чётких линий изображения на экране; «яркость»; «смещение по X» и «смещение по Y» - с их помощью можно перемещать изображение на экране «вверх-вниз» и «вправо-влево»; «усиление X» и «усиление Y» - с помощью этих ручек можно растягивать или сжимать изображение по горизонтали и вертикали. «Развёртка» осциллографа в данной работе должна быть выключена.

Генератор звуковой частоты вырабатывает переменное напряжение звуковых частот. Он имеет выключатель, переключатель диапазонов, который позволяет увеличивать частоту в 10 и 100 раз, ручку и шкалу плавной настройки генератора, которая позволяет плавно изменять частоту. Регуляторы выходного напряжения генератора позволяют изменять величину выходного напряжения.

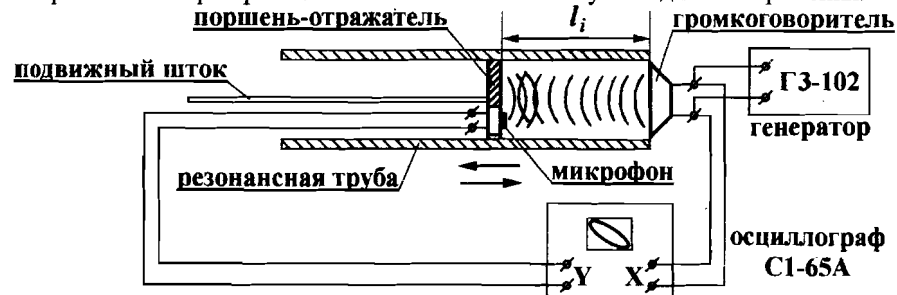


Рис. 22

Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с ручками управления генератора звуковой частоты. Включить генератор, установить на шкале генератора рекомендуемую частоту, предварительно включив требуемый диапазон частот. Регуляторами выходного напряжения добиться небольшой громкости звучания громкоговорителя. Частоты, при которых производятся измерения, выбираются в диапазоне 1000-5000 Гц по указанию преподавателя.
2. Ознакомиться с ручками управления осциллографа и включить его. Ручкой «яркость» добиться хорошо видимого, но не слишком яркого изображения. Ручкой «фокус» добиться чётких линий изображения. Проверить, выключена ли развёртка осциллографа. Если она выключена, то на экране должна быть видна одна из фигур Лиссажу. Ручками усиления по «X» и «Y» и ручками смещения по «X» и «Y» установить изображение фигуры Лиссажу в центр экрана и добиться размеров фигуры, одинаковых по вертикали и горизонтали и достаточных для её наблюдения. Чувствительность микрофона зависит от частоты, поэтому следует, изменяя частоту генератора вблизи указанной $\pm 10\%$, подобрать такую частоту, при которой вертикальный размер фигуры Лиссажу будет наибольшим. Если он слишком велик, то следует уменьшить выходное напряжение генератора.
3. Измерение длины волны удобнее всего производить начиная от фигуры Лиссажу, представляющей отрезок прямой линии (рис.19), т.е. соответствующей разности фаз 0 или π . Для увеличения точности на высоких частотах следует измерять расстояние, соответствующее нескольким длинам волн.

Измерение проводится следующим образом. Устанавливают микрофон вблизи громкоговорителя так, чтобы на экране осциллографа была видна фигура Лиссажу в виде отрезка прямой, и записывают положение микрофона l_1 . Отодвигают микрофон, пока фигура Лиссажу не сделает k полных оборотов, и записывают положение микрофона l_2 , когда на экране будет опять отрезок прямой в тех же квадрантах. Данные заносятся в таблицу.

Длина волны рассчитывается по формуле: $\lambda = \frac{l_2 - l_1}{k}$.

$$v \pm \Delta v = \dots \pm \dots \text{ Гц}$$

№ измерения	k	l_1 , мм	l_2 , мм	λ , мм	$\Delta\lambda$, мм	$(\Delta\lambda)^2$, мм ²	Погрешн. и рез-т
1							$\Delta\lambda = S_{\bar{\lambda}} = \dots$
.							
.							
5							
Среднее	-	-	-	$\bar{\lambda} =$	$S_{\bar{\lambda}}^2 = \dots$		$\lambda = \bar{\lambda} \pm \Delta\lambda$

- Повторяют измерения λ не менее 5 раз, при той же самой частоте. При этом следует выбирать разные начальные положения микрофона и разные k . Можно выбирать k полупелым, т.е. фигура Лиссажу делает несколько целых оборотов и ещё пол-оборота. В этом случае, если начальная фигура Лиссажу соответствует начальной разности фаз, конечная будет соответствовать разности фаз π .
- По измеренным длине волны, частоте и их погрешностям рассчитывают скорость звука и её погрешность.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1-42
ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВУКА ПРИ ПОМОЩИ СТОЯЧИХ ВОЛН

Резонансом звуковых волн называется явление заметного увеличения амплитуды волны, распространяющейся в ограниченном объёме среды, при совпадении её частоты (или длины) с одной из возможных частот (или длин) стоячих волн, определяемых геометрическими размерами этого объёма. Это явление давно используется при изготовлении акустических музыкальных инструментов для увеличения их громкости звучания. Длины органных труб, размеры корпусов гитар, роялей и других источников звуков рассчитывают, исходя из условия резонанса в них звуковых волн.

Определим условия наблюдения резонансов звука в трубе, на одном конце которой расположен источник (громкоговоритель), а другой закрыт подвижным поршнем (рис.23). Предположим, что λ и ν звуковой волны постоянны, а расстояние l можно изменять. Исходя из формулы (15) для

образования стоячих волн l должна быть равной: $l_1 = \frac{\lambda}{4}$ (1-й резонанс),

$l_2 = 3\frac{\lambda}{4}$ (2-й резонанс), $l_3 = 5\frac{\lambda}{4}$ (3-й резонанс), и т.д. В общем виде, для k -

го резонанса: $l_k = (2k-1)\frac{\lambda}{4}$, где $k = 1, 2, 3, \dots$ (18)

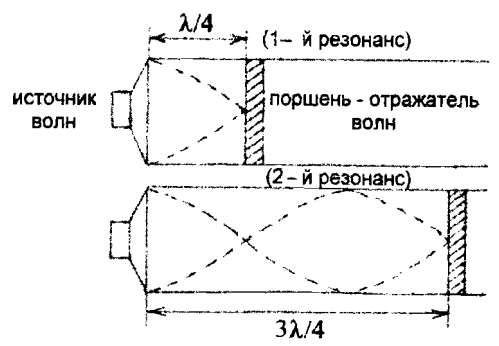


Рис. 23

Таким образом, плавно увеличивая l , можно последовательно наблюдать ряд резонансов в соответствии с (18).

Эти же резонансы могут быть получены и другим способом. Для этого l не изменяют (поршень неподвижен), а плавно изменяют частоту звуковой волны: при совпадении с частотами, соответствующим частотам возможных стоячих волн, возникают резонансы. Действительно, используя (18), и

выражая в ней $\lambda = \frac{v}{\nu}$, получим набор частот для резонансов в виде:

$$\nu_k = \frac{(2k-1)v}{4l} \quad (19)$$

Установка (рис.24) содержит генератор переменного напряжения звуковых частот (ГЗ-33), к которому подключен громкоговоритель, расположенный вблизи конца трубы. Внутри трубы находится поршень, который может перемещаться, при этом меняется длина части трубы, в которой происходят звуковые колебания. К поршню прикреплена линейка, часть которой выступает за пределы трубы. Линейка позволяет измерять перемещение поршня.

Звуковой генератор имеет: выключатель; переключатель диапазона частот $\times 1, \times 10, \times 100$, который позволяет изменять частоту колебаний в 10 и 100 раз; ручку и шкалу плавной настройки генератора, цена деления этой шкалы зависит от переключателя диапазонов; регуляторы величины выходного напряжения.

Измерение скорости звука можно производить, добиваясь резонанса, либо изменением длины трубы при постоянной частоте, либо меняя частоту при фиксированной длине трубы.

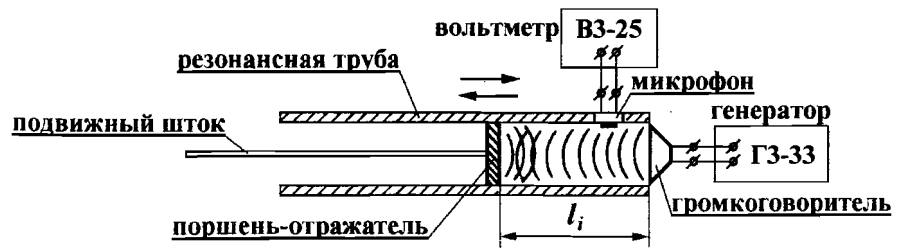


Рис. 24

Порядок выполнения работы

Дается два варианта выполнения работы:

А – изменяется длина трубы.

- Включается ГЗ, переключателем диапазонов и ручкой плавной настройки устанавливается рекомендуемая частота звука в области

НАУЧНО-ИНФОРМАЦИОННЫЙ ЦЕНТР САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА РАСТИТЕЛЬНЫХ ПОЛИМЕРОВ

1300-2000 Гц. Регуляторами выходного напряжения следует установить минимально слышимую громкость звука.

- Установить минимальную длину трубы, придвинув поршень вплотную к громкоговорителю, затем, медленно увеличивая длину трубы, следить за изменением громкости звука и записывать положения поршня, при которых громкость звука максимальна. После того, как получено не менее 5-6 максимумов, вдвигая поршень в трубу, надо уточнить положение максимумов и занести полученные данные в табл. 1.

Примечание: громкость звука можно контролировать не только слухом, но и с помощью микрофона внутри трубы, напряжение с которого измеряется вольтметром ВЗ-25 (см. рис.24).

Таблица 1

$v \pm \Delta v = \dots \pm \dots$ Гц

№ измерения	l_i , мм	λ_i , мм	$\Delta \lambda_i$, мм	$(\Delta \lambda_i)^2$, мм ²	Погрешность и результат
1					$\Delta \lambda = S_{\lambda}$
2					
...					
5					
Среднее	-	$\bar{\lambda} = \dots$	$S_{\lambda}^2 = \dots$		

Длина волны рассчитывается по формуле: $\lambda_i = 2(l_{i+1} - l_i)$, число полученных λ_i на единицу меньше числа максимумов. Скорость звука рассчитывается по формуле $v = \lambda \bar{\nu}$. По погрешностям $\Delta \lambda$ и Δv рассчитывают погрешность Δv по общим правилам определения погрешностей косвенных измерений.

В – изменяется частота звука

- К ГЗ подключается громкоговоритель, излучающий звук в трубу с постоянной длиной l . Включается ГЗ, переключатель диапазонов устанавливается в положение $\times 10$. Плавно увеличивают частоту от минимальной до появления первого максимума, затем громкость уменьшают до минимальной. Записывают частоту первого максимума.
- Увеличивая частоту генератора, записывают частоту следующих пяти максимумов в табл.2.

Таблица 2

$l \pm \Delta l = \dots \pm \dots$ м

№ измерения	ν_k , Гц	$\nu_{k+1} - \nu_k$	ν_k , м/с	$\Delta \nu_k$, м/с	$(\Delta \nu_k)^2$, м ² /с ²	Погрешность и результат
1						$\Delta v = S_v$
2						
...						
5						
Среднее	-	-	$\bar{\nu} =$	$S_{\nu}^2 = \dots$		

Резонансные частоты определяются из соотношения:

$$l = (2k-1) \frac{\lambda}{4} = \frac{(2k-1)v}{4\nu_k}, \text{ т.е. } \nu_k = \frac{(2k-1)v}{4l} \quad (20)$$

Следовательно, разности частот соседних резонансов

$$\nu_{k+1} - \nu_k = \frac{v}{2l}$$

постоянны, и скорость звука определяется так:

$$v = 2l(\nu_{k+1} - \nu_k).$$

По найденному значению скорости звука и её погрешности надо рассчитать длину волны и её погрешность.

Примечание: В этой части работы для надёжного определения частот резонансов следует предварительно оценить их значения для данной l , согласно (20), подставив $v \approx 340$ м/с, а затем устанавливать эти частоты на генераторе и изменять их в небольших пределах, добиваясь резонансов звука.

СОДЕРЖАНИЕ

Тема 1-3. Гармонические колебания.....	3
Лабораторная работа №1-31. Исследование колебаний пружинного маятника.....	14
Лабораторная работа №1-32. Проверка законов колебания математического маятника.....	17
Лабораторная работа №1-33. Физический маятник.....	19
Тема 1-4. Волны.....	22
Лабораторная работа №1-41. Измерение скорости звука с помощью фигур Лиссажу.....	31
Лабораторная работа №1-42. Определение скорости звука при помощи стоячих волн.....	34

Андрей Андреевич Абрамович
Владимир Олегович Кабанов
Владимир Михайлович Максимов
Сергей Александрович Поржецкий

МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Методические указания к лабораторным работам № 1-31, 1-32, 1-33,
1-41, 1-42

Редактор и корректор Н.П.Новикова

Техн. редактор Л.Я.Титова

Подп. к печати 5.03.2007. Формат 60х84/16. Бумага тип №1.

Печать офсетная. Объем 2,5 печ. л., 2,5 уч.-изд.л.

Тираж 500 экз. Изд. №10. Цена «С». Заказ 1519.

Ризограф ГОУВПО Санкт-Петербургского государственного технологического университета растительных полимеров, 198095, Санкт-Петербург, ул. Ивана Черных, 4.