0166

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ РАСТИТЕЛЬНЫХ ПОЛИМЕРОВ

Кафедра физики

ФИЗИКА

ЧАСТЬ 1
ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕРМОДИНАМИКИ

ПРОГРАММА, МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Для студентов заочного факультета всех специальностей

Санкт-Петербург
2005

УДК 676.012.52

Физика. Часть 1. Физические основы механики. Физические основы молекулярной физики и термодинамики. Программа, методические указания и контрольные задания для студентов заочного факультета всех специальностей/ Сост. А.Л.Ашкалунин, В.О.Кабанов , В.К.Козырев, С.А.Поржецкий; ГОУВПО СПбГТУ РП. СПб., 2005, 48 с.

Часть 1 содержит материалы по первым двум разделам курса физики – физическим основам механики и молекулярной физике и термодинамике. Учебно-методическое пособие предназначено для студентов заочников всех специальностей высших учебных заведений.

Рецензент: кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики СПбГТУ РП А.А.Абрамович

Подготовлены и рекомендованы к печати кафедрой физики СПбГТУ РП (протокол № 5 от 22.12.2004 г.).

Утверждены к изданию методической комиссией факультета промышленной энергетики СПбГТУ РП (протокол № 5 от 20 января 2005 г.).

Редактор Т.А.Смирнова. Корректор М.А.Полторак.
Техн. редактор Л.Я.Титова

Подп. к печати 31.01.05. Бумага тип № 1. Печать офсетная. Объем 3,0 печ.л.
Уч.-изд.л. 3,0. Тираж 500 экз. Изд № 12. Цена «С» 12. Заказ 636

Ризограф ГОУВПО Санкт-Петербургского государственного технологического университета растительных полимеров,
198095, СПб., ул.Ивана Черных, 4.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Цель настоящего учебно-методического пособия - оказать помощь студентам-заочникам технологических и инженерно-экономических специальностей высших учебных заведений в изучении курса физики.

Основной учебный материал программы курса в пособии распределен на шесть разделов. В каждом из них даны основные формулы, примеры решения задач, контрольные задания. Кроме того, в пособии даны общие методические указания, некоторые справочные таблицы.

В пособии учтены особенности учебных планов разных специальностей. Для этого даны две таблицы вариантов контрольных работ: одна - для студентов-технологов, выполняющих шесть контрольных работ, и вторая - для студентов-экономистов, выполняющих три контрольные работы.

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Студенты технологически специальностей выполняют две контрольные работы по первым двум разделам курса и представляют их на рецензию в следующие сроки:

- Контрольная работа №1 - в течение I семестра.
- Контрольная работа №2 - в течение II семестра.

Каждая контрольная работа включает в себя семь задач. Определение варианта задания проводится по единой для всех шести контрольных работ таблице вариантов в соответствии с последней цифрой шифра. Если, например, последняя цифра шифра студента-технолога семь, то в каждой контрольной он решает задачи 7, 17, 27, 37, 47, 57, 67.

Таблица вариантов для технологов

Вариант	Номера задач в каждой контрольной работе						
1	1	11	21	31	41	51	61
2	2	12	22	32	42	52	62
3	3	13	23	33	43	53	63
4	4	14	24	34	44	54	64
5	5	15	25	35	45	55	65
6	6	16	26	36	46	56	66
7	7	17	27	37	47	57	67
8	8	18	28	38	48	58	68
9	9	19	29	39	49	59	69
10	10	20	30	40	50	60	70

Студенты-экономисты выполняют одну контрольную работу по первым двум разделам курса и представляют ее на рецензию в течение первого семестра.

Контрольная работа содержит по три задачи из двух разделов, всего шесть задач. Определение варианта задания в соответствии с последней цифрой шифра проводится по таблице вариантов.

Таблица вариантов для экономистов

№№ вариантов	Номера задач в каждой контрольной работе					
	из контрольной работы №1			из контрольной работы №2		
1	21	41	61	1	11	31
2	22	42	62	2	12	32
3	23	43	63	3	13	33
4	24	44	64	4	14	34
5	25	45	65	5	15	35
6	26	46	66	6	16	36
7	27	47	67	7	17	37
8	28	48	68	8	18	38
9	29	49	69	9	19	39
10	30	50	70	10	20	40

При выполнении контрольных работ необходимо выполнять следующие правила:

1) контрольную работу следует выполнять аккуратно, оставляя поля для замечаний рецензента;

2) задачу своего варианта переписывать полностью, а заданные физические величины выписывать отдельно, при этом все числовые величины должны быть переведены в одну систему единиц;

3) для пояснения решения задачи, где это нужно, аккуратно сделать чертеж;

4) решения задач и используемые формулы должны сопровождаться пояснениями;

5) на титульном листе нужно указать номер контрольной работы, наименование дисциплины, фамилию и инициалы студента, шифр и домашний адрес;

6) в пояснениях к задаче необходимо указывать те основные законы и формулы, на которых базируется решение данной задачи;

7) при получении расчетной формулы, которая нужна для решения конкретной задачи, приводить ее вывод;

8) рекомендуется решение задачи сначала сделать в общем виде, т. е. только в буквенных обозначениях, поясняя применяемые при написании формул буквенные обозначения;

9) вычисления следует проводить путем подстановки заданных числовых величин в расчетную формулу. Все числовые значения величин, необходимые для решения данной задачи должны быть выражены в СИ (см. справочные данные);

10) проверить единицы полученных величин по расчетной формуле и тем самым подтвердить правильность расчетной формулы;

11) в контрольной работе следует указывать учебники и учебные пособия, которые использовались при решении задач.

Контрольные работы, представленные без соблюдения указанных правил, а также работы, выполненные не по своему варианту, зачитываться не будут.

При повторном рецензировании обязательно представлять работу с первой рецензией.

Во время экзаменационно-лабораторных сессий проводятся лабораторные работы. Цель лабораторного практикума - не только изучить те или иные физические явления, убедиться в правильности теоретических выводов, приобрести соответствующие навыки в обращении с физическими приборами но и более глубоко овладеть теоретическим материалом.

На экзаменах и зачетах в первую очередь выясняется усвоение основных теоретических положений программы и умение творчески применять полученные знания к решению практических задач. Физическая сущность явлений, законов, процессов должна излагаться четко и достаточно подробно; решать задачи необходимо без ошибок и уверенно. Любая графическая работа должна быть выполнена аккуратно и четко. Только при выполнении этих условий знания по курсу физики могут быть признаны удовлетворительными.

ЛИТЕРАТУРА

Савельев И.В. Курс общей физики. - М.: Наука, 1982, т. 1.

Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики. - М.: Наука, 1977, т. 1.

Шубин А.С. Курс общей физики: Учебное пособие для инженерно-экономических специальных вузов. - М.: Высшая школа, 1975.

Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. - М.: Наука, 1978.

Фирганг Е.В. Руководство к решению задач по курсу общей физики. - М.: Высшая школа, 1978.

Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике / Под ред. А.Г. Чертова. - М.: Высшая школа, 1981.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

Механическое движение как простейшая форма движения материи. Представление о свойствах пространства и времени. Преобразования Галилея. Механический принцип относительности. Классический закон сложения скоростей. Постулаты специальной теории относительности. Преобразования Лоренца. Релятивистское изменение длин и промежутков времени. Релятивистский закон сложения скоростей.

Поступательное движение твердого тела. Закон инерции. Второй закон Ньютона. Центр инерции механической системы и закон его движения. Закон сохранения количества движения. Энергия как универсальная мера различных форм движения и взаимодействия. Работа силы и ее выражение через криволинейный интеграл. Закон сохранения энергии. Понятие о релятивистской динамике. Основной закон релятивистской динамики материальной точки. Релятивистское выражение для кинетической энергии. Закон взаимосвязи массы и энергии. Соотношение между полной энергией и импульсом частицы.

Поле как форма материи, осуществляющее силовое взаимодействие между частицами вещества. Потенциальное поле сил. Потенциальная энергия материальной точки во внешнем силовом поле и ее связь с силой. Понятие о градиенте скалярной функции. Напряженность, потенциал поля. Принцип суперпозиции. Детерминизм классической механики. Закон сохранения механической энергии и его связь с однородностью времени. Удар абсолютно упругих и неупругих тел. Связь закона сохранения и превращения энергии с законом сохранения массы.

Основы динамики вращательного движения. Момент силы. Момент инерции тела относительно неподвижной оси вращения. Основное уравнение динамики вращательного движения. Момент количества движения тела относительно неподвижной оси вращения. Кинетическая энергия вращающегося тела. Работа при вращательном движении. Закон сохранения количества движения и его связь с изотропностью и однородностью пространства.

Гармонические колебания (механические) и их характеристики. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний. Математический, физический маятники. Энергия гармонических колебаний. Сложение гармонический колебаний. Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты. Биения. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний.

Дифференциальное уравнение затухающих механических колебаний и его решение. Логарифмический декремент и коэффициент затухания. Добротность контура. Апериодический процесс. Дифференциальное уравнение вынужденных механических колебаний и его решение. Амплитуда и фаза вынужденных колебаний. Резонанс.

Механизм образования механических волн в упругой среде. Продольные и поперечные волны. Волновое уравнение. Фазовая скорость и дисперсия волн. Энергия волны. Принцип суперпозиции. Когерентность. Интерференция волн. Стоячие волны. Уравнение стоячей волны.

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Статистический метод исследования. Вывод основного уравнения молекулярно-кинетической теории газов. Средняя квадратичная скорость молекул. Молекулярно-кинетическое толкование термодинамической температуры. Число степеней свободы молекул. Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы молекул. Закон Максвелла. Распределение молекул идеального газа по скоростям. Среднее число столкновений и средняя длина свободного пробега молекул. Закон Больцмана для распределения частиц во внешнем потенциальном поле.

Явления переноса в термодинамически неравновесных системах. Опытные законы диффузии, теплопроводности и внутреннего трения. Молекулярно-кинетическая теория этих явлений. Термодинамический метод исследования. Термодинамическая система. Термодинамические параметры. Равновесные состояния и процессы, их изображение на термодинамических диаграммах. Внутренняя энергия идеального газа. Работа газа при его расширении. Количество теплоты. Теплоемкость. Первое начало термодинамики. Применение первого начала термодинамики к изопроцессам идеального тела.

Уравнение Майера. Адиабатный процесс. Классическая молекулярно-кинетическая теория теплоемкостей идеальных газов и ее ограниченность. Обратимые и необратимые процессы. Круговые процессы (цикл). Цикл Карно и его КПД для идеального газа. Энтропия. Энтропия идеального газа. Второе начало термодинамики. Статистическое толкование второго начала термодинамики.

Уравнение Ван-дер-Ваальса. Сравнение изотерм Ван-дер-Ваальса с экспериментальными. Критическое состояние вещества. Фазовые переходы I и II рода. Внутренняя энергия реального газа.

РАЗДЕЛ 1. ФИЗИЧЕСКИЕ ЗАКОНЫ МЕХАНИКИ

Основные законы и формулы

Величина или физический закон	Формула
Мгновенная скорость	$v=\frac{dx}{dt}$ или $v=\frac{ds}{dt}$
Средняя скорость	$\langle v\rangle=\frac{\Delta s}{\Delta t}$
Мгновенное ускорение	$a=\frac{dv}{dt}=\frac{d^2s}{d^2t}$
Среднее ускорение	$\langle a\rangle=\frac{\Delta v}{\Delta t}$
Тангенциальное и нормальное ускорение	$a_\tau=\frac{dv}{dt}=\frac{d^2s}{d^2t}$; $a_n=\frac{v^2}{r}$
Полное ускорение	$a=\sqrt{a_\tau^2+a_n^2}$
Угловая скорость	$\omega=\frac{d\varphi}{dt}$
То же, для равномерного вращательного движения	$\omega=\mathrm{const}$; $\omega=\varphi/t$; $2\pi/T=2\pi\nu$; $T=1/\nu$
Угловое ускорение	$\varepsilon=\frac{d\omega}{dt}=\frac{d^2\varphi}{d^2t}$
Уравнения равнопеременного вращательного движения	$\omega=\omega_o\pm\varepsilon t$; $\varphi=\omega_o t\pm\varepsilon t^2/2$
Связь между линейными и угловыми величинами	$s=\varphi r$; $v=wr$; $a=\varepsilon r$; $a_n=\omega^2 r$
Второй закон Ньютона для поступательного движения	$F=\frac{dp}{dt}=\frac{d(mv)}{dt}=ma$
То же, для m = const	$F=m\frac{dv}{dt}=ma$
То же, для F = const	$F\cdot dt=m\cdot dv=mv_1-mv_2$
Сила, действующая на тело, движущееся по кривой радиусом r (центростремительная сила)	$F_n=ma_n=mv^2/r=m\omega^2 r$

Величина или физический закон	Формула
Работа переменной силы на пути s	$A=\int_s F_s\cdot ds=\int_s F\cos\alpha\cdot ds$
Мощность	$N=\frac{dA}{dt}$; $N=\frac{d(F_s s)}{dt}=F\cos\alpha\frac{ds}{dt}=Fv\cos\alpha$
Скорость шаров массами m1 и m2 после абсолютно упругого центрального удара	$u_1=\frac{v_1(m_1-m_2)+2m_2v_2}{m_1+m_2}$ $u_2=\frac{v_2(m_2-m_1)+2m_1v_1}{m_1+m_2}$
Скорость шаров после абсолютно неупругого удара	$u=\frac{m_1v_1+m_2v_2}{m_1+m_2}$
Сила трения скольжения	$F_{тр}=kF_n$
Потенциальная энергия упруго-деформированного тела (работа упругой силы)	$U=A=k\Delta l^2/2$
Момент инерции материальной точки	$J=mr^2$
Моменты инерции полого и сплошного цилиндров (или диска) радиусом R относительно оси вращения, совпадающей с осью цилиндра	$J_{п.ц.}=mR^2$ $J_{спл.}=mR^2/2$
Момент инерции шара радиусом R относительно оси вращения, проходящей через центр масс шара	$J_o=\frac{2}{5}mR^2$
Моменты инерции тонкого стержня длиной *l*, если ось вращения перпендикулярна стержню и проходит:	
через центр масс стержня	$J=\frac{1}{12}ml^2$
через один из концов стержня	$J=\frac{1}{3}ml^2$
Момент инерции тела относительно произвольной оси. Теорема Штейнера	$J=J_o+md^2$
Момент силы относительно оси вращения	$M=Fr$

Окончание

Величина или физический закон	Формула
Основное уравнение динамики вращательного движения	$M = \frac{dL}{dt} = \frac{d(J\omega)}{dt}$
То же, при J = const	$M = J\frac{d\omega}{dt} = J\varepsilon$
Закон сохранения момента количества движения для изолированной системы	$\sum\limits_{i=1}^{n} J_i\omega_i = const$
Кинетическая энергия вращающегося тела	$T = J\omega^2/2$
Работа при вращательном движении	$A = M\varphi$
Напряженность гравитационного поля	$G = F/m$
Теорема сложения скоростей в теории относительности	$u = \frac{u' + v}{1 + u'v/c^2}$
Зависимость массы частицы от скорости v, сравнимой со скоростью света	$m = m_o/\sqrt{1 - v^2/c^2}$
Полная энергия частицы, движущейся со скоростью v, близкой к скорости света	$E = mc^2 = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$
Кинетическая энергия частицы	$T = E - E_o = mc^2 - m_o c^2$
Зависимость длины тела от скорости	$l = l_o/\sqrt{1 - v^2/c^2}$
Зависимость времени от скорости	$t = t_o/\sqrt{1 - v^2/c^2}$
Уравнение гармонического колебания	$s = A\sin(\omega t + \varphi_o)$; $\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu$
Полная энергия при гармоническом колебании	$E = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$
Уравнение волны	$s = A\sin 2\pi(t/T - l/\lambda)$
Период колебаний физического маятника	$T = 2\pi\sqrt{J/mgl}$
Логарифмический декремент затухания	$\delta = \ln(A_i/A_{i+1}) = (1/n)\ln(A_0/A_n)$

Примеры решения задач

Пример 1.

Движение материальной точки задано уравнением

$$s = 4t^3 + 2t + 1. \qquad (1)$$

Найти мгновенные скорости и ускорения в конце первой и второй секунд движения, среднюю скорость за 2 с.

Решение. Мгновенную скорость находим как производную от пути по времени:

$$v = \frac{ds}{dt}; \quad v = 12t^2 + 2. \qquad (2)$$

Для вычисления средней скорости движения надо найти отношение пути ко времени, в течение которого он пройден:

$$\langle v\rangle = s/\Delta t. \qquad (3)$$

По формуле (2) вычисляем скорость в начале и конце интервала времени $t_o = 1$ с, $t = 2$ с:

$$v_o = 12\cdot 1^2 + 2 = 14; \quad v = 12\cdot 2^2 + 2 = 50. \qquad (4)$$

Для определения средней скорости находим путь, проходимый за время от $t_o = 1$ с до $t = 2$ с, используя уравнение (1): $s = 4(t^3 - t_o^3) + 2(t - t_o)$; $s = 4(2^3 - 1^3) + 2(2 - 1) = 30$ м. По формуле (3) вычисляем

$$\langle v\rangle = s/(t - t_o) \quad \langle v\rangle = 30/1 = 30\,м/с.$$

Мгновенное ускорение определяется первой производной от скорости по времени или второй производной от пути по времени: $a = \frac{dv}{dt}$; $a = \frac{d^2s}{d^2t}$. Используя формулу (2), находим $a = 24t$. В начале и в конце заданного интервала времени ускорение равно:

$$a_o = 24\,м/с^2 \quad a = 48\,м/с^2.$$

Ответ. $v_o = 14$ м/с, $v = 50$ м/с, $a_o = 24$ м/с^2, $a = 48$м/с^2, $\langle v\rangle = 30$ м/с.

Пример 2.

Тело брошено вверх с высоты 12 м под углом 30° к горизонту с начальной скоростью 12 м/с. Определить продолжительность полета тела до точки А и В (рис. 1), максимальную высоту, на которую поднимается тело, и дальность полета тела. Сопротивление воздуха не учитывать.

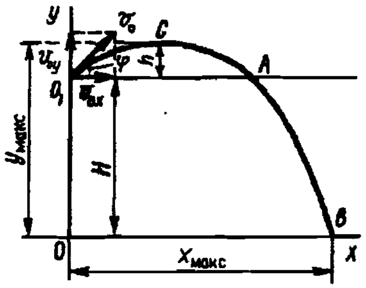

Рис. 1

Дано: H = 12 м, φ = 30°, v_o = 12 м/с.
Найти: t_A, t_B, H_{max}, x_{max}.
Решение. В обозначенной на рис. 1 системе координат проекции начальной скорости будут

$$v_{ox} = v_o \cos\varphi; \qquad (1)$$

$$v_{oy} = v_o \sin\varphi - gt. \qquad (2)$$

Координаты тела с течение времени изменяются в соответствии с уравнением равнопеременного движения:

$$y = H + v_o t \sin\varphi - gt^2/2; \qquad (3)$$

$$x = v_o t \sin\varphi. \qquad (4)$$

Время подъема тела найдем из условия, что в наивысшей точке подъема тела скорость $v_{oy} = 0$. Тогда [см. (2)]

$$t_{под} = v_o \sin\varphi / g. \qquad (5)$$

Время спуска тела от точки C до точки A равно времени подъема, поэтому продолжительность полета тела от точки 0 до точки A равна

$$t_A = 2t_{под} = 2\,v_o \sin\varphi/g. \qquad (6)$$

Максимальную высоту подъема найдем из уравнения (3), подставив в него время подъема из уравнения (5):

$$y_{max} = H + v_o^2 \sin^2\varphi/(2g). \qquad (7)$$

Время полета тела до точки B найдем из уравнения (3), приравняв координату y к нулю (y = 0):

$$t_B = v_o \sin\varphi/g + \sqrt{(v_o \sin\varphi/g)^2 + 2H/g}. \qquad (8)$$

Дальность полета найдем из уравнения (4), подставив в него время движения из уравнения (8);

$$x_{max} = v_o t_B \cos\varphi. \qquad (9)$$

Тогда, подставляя числовые значения в выражения (6)-(9), получим следующие значения искомых величин

$$t_A = \frac{2\cdot 12\,м/с\cdot 0.5}{9.81 м/с^2} = 1.22\ с;$$

$$t_B = \frac{12\,м/с\cdot 0.5}{9.81 м/с^2} + \sqrt{\left(\frac{12\,м/с\cdot 0.5}{9.81 м/с^2}\right)^2 + \frac{2\cdot 12 м}{9.81 м/с^2}} = 2.29\ с;$$

$$y_{max} = 12 м + \frac{12^2(м/с)^2\cdot 0.5^2}{9.81 м/с^2} = 13.84\ м;$$

$$x_{max} = 12\,м/с\cdot 2.29 с\cdot 0.867 = 23.8\ м.$$

Ответ: t_A = 1.22 с, t_B = 2.29 с, H_{max} = 13.84 м, x_{max} = 23.8 м.

Пример 3.

По условию задачи 2 найти в момент приземления тела следующие величины: скорость и угол падения тела, тангенциальное и нормальное ускорение тела, радиус кривизны траектории.

Дано: H = 12 м, φ = 30°, v_o = 12 м/с.
Найти: v_B, β, a_τ, a_n, R.
Решение. Результирующая, или мгновенная, скорость в точке B (рис. 1, 2) $v_B = \sqrt{v_o^2\cos^2\varphi + v_y^2}$. Проекцию v_y в точке B найдем из уравнения (2) задачи 2, подставив в него время движения t_B [см. (8)]:

$$v_{yB} = v_o \sin\varphi - gt_B = \sqrt{v_o^2 \sin^2\varphi + 2gH};$$

$$v_B = \sqrt{v_o^2\cos^2\varphi + v_o^2\sin^2\varphi + 2gH} = \sqrt{v_o^2 + 2gH};$$

$$v_B = \sqrt{(12^2 + 2\cdot 9.81\cdot 12)\,м^2/с^2} = 19.5\,м/с$$

Для определения угла β, составленного вектором скорости v_B с осью *Ox*, воспользуемся треугольником скоростей (см. рис. 2):

$$\sin\beta = \frac{v_{yB}}{v_B} = \frac{\sqrt{(v_o \sin^2\varphi)^2 + 2gH}}{\sqrt{v_o^2 + 2gH}};$$

$$\sin\beta = 0.845; \quad \beta = \arcsin 0.85 = 57°40';$$

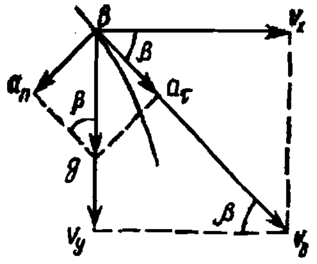

Рис. 2

Построим в точке B треугольник ускорений. Вектор тангенциального ускорения a_τ направлен вдоль вектора мгновенной скорости в данной точке, т. е. по касательной к траектории. Нормальное ускорение a_n направлено перпендикулярно вектору мгновенной скорости v_B. Из рис. 2 видно, что

$$a_\tau = g\sin\beta = gv_{yB}/v_B;$$

$$a_n = g\cos\beta = gv_{ox}/v_B = gv_o\cos\varphi\Big/\sqrt{v_o^2 + 2gH}\,;$$

$$a_\tau = 9.81\text{м/с}^2 \cdot 0.845 = 8.3\text{м/с}^2\,;$$

$$a_n = 9.81 \cdot 12\,\text{м/с} \cdot 0.867\Big/\sqrt{(12\,\text{м/с})^2 + 2 \cdot 9.81 \cdot 12\,\text{м}^2/\text{с}^2} = 5.25\text{м/с}^2\,.$$

Радиус кривизны траектории в точке приземления определяем из уравнения $a_n = v_B^2/R$, следовательно

$$R = v_B^2/a_n\,;$$

$$R = \frac{19.5^2\,\text{м}^2/\text{с}^2}{5.25\,\text{м/с}^2} = 72.5\text{м}\,.$$

Ответ: $v_B = 19.5$ м/с, $\beta = 57°40'$, $a_\tau = 8.3$ м/с^2, $a_n = 5.25$ м/с^2, R = 72.5 м.

Пример 4.

На двух шнурах одинаковой длины, равной 0.8 м, подвешены два свинцовых шара массами 0.5 и 1 кг (рис. 3). Шары соприкасаются между собой. Шар меньшей массы отвели в сторону ток, что шнур отклонился на угол $\alpha = 60°$, и отпустили. На какую высоту поднимутся оба шара после столкновения? Удар считать центральным и неупругим. Определить энергию, израсходованную на деформацию шаров при ударе.

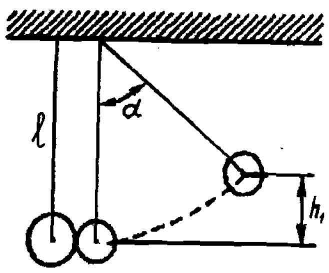

Рис. 3

Дано: $m_1 = 0.5$ кг, $m_2 = 1$ кг, $\alpha = 60°$, $l = 0.8$ м.
Найти: h, $\Delta W_д$.

Решение. Так как удар шаров неупругий, то после удара шары будут двигаться с общей скоростью v. Закон сохранения количества движения этого удара имеет вид:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v\,. \qquad (1)$$

Здесь v_1, v_2 - скорости шаров до удара. Скорость большого шара до удара равна нулю ($v_2 = 0$). Скорость меньшего шара найдем, используя закон сохранения энергии. При отклонении меньшего шара на угол α (см. рис. 3) мы сообщаем ему запас потенциальной энергии, которая затем переходит в кинетическую: $m_1 g h_1 = m_1 v_1^2/2$. Из рисунка видно, что при $h_1 = l(1-\cos\alpha) = 2l\sin^2(\alpha/2)$, поэтому

$$v_1 = \sqrt{2gh_1} = 2\sqrt{gl}\,\sin(\alpha/2). \qquad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) находим скорость шаров после удара:

$$v = m_1 v_1/(m_1 + m_2) = 2m_1\sqrt{gl}\,\sin(\alpha/2)/(m_1 + m_2)\,. \qquad (3)$$

Кинетическая энергия, которой обладают шары после удара, переходит в потенциальную: $(m_1+m_2)v^2/2 = (m_1+m_2)gh$. Отсюда определяем высоту поднятия шаров после столкновения:

$$h = v^2/(2g)\text{, или [см. (3)]} \quad h = 2m_1^2\sqrt{gl}\,\sin^2(\alpha/2)/(m_1 + m_2)^2\,;$$

$$h = 2 \cdot (0.5\text{кг})^2 \cdot 0.8\text{м} \cdot 0.25/(0.5\text{кг} + 1\text{кг})^2 = 0.044\text{м}\,.$$

При неупругом ударе шаров часть энергии расходуется на их деформацию. Энергия деформации определяется разностью кинетических энергий до и после удара:

$$\Delta W_д = \frac{m_1 v_1^2}{2} - \frac{m_1 + m_2}{2}v^2\,.$$

Используя уравнения (3) и (2), получаем

$$\Delta W_д = 2gl m_1\left(1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2}\right)\sin^2(\alpha/2)\,;$$

$$\Delta W_д = 2 \cdot 9.8\,\text{м/с} \cdot 0.8\text{м} \cdot 0.5\text{кг}\left(1 - \frac{0.5\text{кг}}{0.5\text{кг} + 1\text{кг}}\right)0.25 = 1.3\text{Дж}\,.$$

Ответ: h = 0.444 м, $\Delta W_д = 1.3$ Дж.

Пример 5.

Груз массой 700 кг падает с высоты 5 м для забивки сваи массой 300кг. Найти среднюю силу сопротивления грунта, если в результате одного удара свая входит в грунт на глубину 4 см. Удар между грузом и сваей считать абсолютно неупругим.

Дано: $m_1 = 700$ кг, h = 5 м, $m_2 = 300$ кг, s = 4 см = 0.04 м.
Найти: <F>.

Решение. По условию задачи удар неупругий и поэтому груз и свая после удара движутся вместе, их путь s = 4 см. На движущуюся систему действует сила тяжести и сопротивления <F> грунта, которую можно определить из формулы работы сил сопротивления. По закону сохранения энергии,

$$T + U = A, \qquad (1)$$

где T - кинетическая энергия; U - потенциальная энергия; A - работа сил сопротивления, которую можно определить по формуле A = <F>s.

При движении системы по пути s изменяются ее кинетическая и потенциальная энергии: $U = (m_1+m_2)gs$; $T = \frac{1}{2}(m_1+m_2)u^2$, u - общая скорость груза и сваи после удара (в начале их совместного движения). Используя это, запишем формулу (1) в виде

$$\frac{1}{2}(m_1+m_2)u^2+(m_1+m_2)gs=\langle F\rangle s. \qquad (2)$$

Для определения средней силы сопротивления найдем общую скорость груза и сваи, применяя закон сохранения количества движения:

$$\sum_{i=1}^{n} M_i v_i = \text{const}. \qquad (3)$$

Для системы груз - свая закон сохранения количества движения имеет вид

$$m_1 v=(m_1+m_2)u, \qquad (4)$$

где v - скорость груза в конце падения с высоты h; m_1v - количество движения груза в момент удара о сваю; $(m_1+m_2)u$ - количество движения груза и сваи после удара.

Скорость груза в конце падения с высоты h определяется без учета сопротивления воздуха и трения:

$$v=\sqrt{2gh}. \qquad (5)$$

Общая скорость груза и сваи после удара [см. (4) и (5)]

$$u=m_1\sqrt{2gh}/(m_1+m_2).$$

Определим среднюю силу сопротивления материала [см. (2) и (3)]

$$\langle F\rangle=\frac{(m_1+m_2)}{2}\frac{u^2}{s}+(m_1+m_2)g;$$

$$\langle F\rangle=\frac{m_1^2 g}{m_1+m_2}\frac{h}{s}+(m_1+m_2)g;$$

$$\langle F\rangle=\frac{(700\text{кг})^2\cdot 9.8\text{м/с}^2}{700\text{кг}+300\text{кг}}\frac{5\text{м}}{0.04\text{м}}+(700\text{кг}+300\text{кг})\cdot 9.8\text{м/с}^2=6.11\cdot 10^5\,\text{Н}.$$

Ответ: $\langle F\rangle = 6.11\cdot 10^5$ Н.

Пример 6.

Тонкий стержень массой 300 г и длиной 50 см вращается с угловой скоростью 10 $с^{-1}$ в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей через середину стержня. Продолжая вращаться в той же плоскости, стержень перемещается так, что ось вращения теперь проходит через конец стержня. Найти угловую скорость во втором случае.

Дано: m = 300 г = 0.3 кг, l = 50 см = 0.5 м, $\omega_1 = 10$ $с^{-1}$.

Найти: ω_2

Решение. Используем закон сохранения момента количества движения

$$\sum_{i=1}^{n} J_i\omega_i=\text{const}, \qquad (1)$$

где J_i - момент инерции стержня относительно оси вращения.

Для изолированной системы тел векторная сумма моментов количества движения остается постоянной. В данной задаче вследствие того, что распределение массы стержня относительно оси вращения изменяется, момент инерции стержня также изменяется. В соответствии с (1)

$$J_o\omega_1=J_2\omega_2. \qquad (2)$$

Известно, что момент инерции стержня относительно оси, проходящей через центр масс и перпендикулярной стержню (1-й случай), равен

$$J_o=\frac{1}{12}ml^2. \qquad (3)$$

По теореме Штейнера, $J = J_o+md^2$, J - момент инерции тела относительно произвольной оси вращения; J_o - момент инерции относительно параллельной оси, проходящей через центр масс; d - расстояние от центра масс до выбранной оси вращения.

Найдем момент инерции относительно оси, проходящей через его конец и перпендикулярной стержню (2-й случай):

$$J_2=J_o+md^2;\quad J_2=\frac{1}{12}ml^2+m\left(\frac{1}{2}l\right)^2=\frac{1}{3}ml^2. \qquad (4)$$

Подставим формулы (3) и (4) в (2): $\frac{1}{12}ml^2\omega_1=\frac{1}{3}ml^2\omega_2$, откуда

$$\omega_2=\frac{1}{4}\omega_1;\quad \omega_2=\frac{1}{4}\cdot 10\text{с}^{-1}=2.5\text{с}^{-1}.$$

Ответ: $\omega_2 = 2.5$ $с^{-1}$.

Пример 7.

Маховик массой 4 кг свободно вращается вокруг горизонтальной оси, проходящей через его центр, с частотой 720 $мин^{-1}$. Массу маховика можно считать распределенной по его ободу радиусом 40 см. Через 30 с под действием тормозящего момента маховик остановился. Найти тормозящий момент и число оборотов, которое делает маховик до полной остановки.

Дано: $\omega = 0$, m = 4 кг, n = 720 $мин^{-1}$ = 12 $с^{-1}$, Δt = 30 с, R = 40 см = 0.4 м.

Найти: M, N.

Решение. Для определения тормозящего момента M нужно применить основное уравнение динамки вращательного движения, т. е. второй закон Ньютона:

$$J\Delta\omega=M\Delta t, \qquad (1)$$

где J - момент инерции маховика относительно оси, проходящей через центр масс; $\Delta\omega$ - изменение угловой скорости за промежуток времени Δt; M - тормозящий момент сил, действующих на тело.

По условию задачи $\Delta\omega = -\omega_o$, где ω_o - начальная угловая скорость, так как конечная угловая скорость $\omega = 0$. Выразим начальную угловую скорость через частоту вращения маховика, тогда $\omega_o = 2\pi n$ и $\Delta\omega = 2\pi n$. Момент инерции маховика $J = mR^2$, где m - масса маховика; R - его радиус. Тогда формула (1) примет вид $mR^2 2\pi n = M\Delta t$, откуда

$$M = \frac{2\pi n m R^2}{\Delta t};$$

$$M = \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 12c^{-1} \cdot 4кг \cdot 0.16м^2}{30c} = 1{,}6Н \cdot м.$$

Угол поворота (угловой путь φ) за время вращения маховика до остановки может быть определен по формуле для равнозамедленного вращения

$$\varphi = \omega_o t - \varepsilon\Delta t^2/2, \qquad (2)$$

где ε - угловое ускорение. По условию задачи, $\omega = \omega_o - \varepsilon\Delta t$; $\omega = 0$; $\varepsilon\Delta t = \omega_o$. Тогда выражение (2) может быть записано так:

$$\varphi = \omega_o\Delta t - \omega_o\Delta t/2 = \omega_o\Delta t/2. \qquad (3)$$

Формула (3) может быть также получена по значению средней угловой скорости. Так как $\varphi = 2\pi N$; $\omega_o = 2\pi n$, то число полных оборотов

$$N = \frac{n\Delta t}{2}, \quad N = \frac{12c^{-1} \cdot 30c}{2} = 180.$$

Ответ: M = 1,61 Н·м, N = 180.

Пример 8.

Материальная точка массой 20 г совершает гармонические колебания с периодом 9 с. Начальная фаза колебания 10°. Через сколько времени от начала движения смещение мочки достигнет половины амплитуды? Найти амплитуду, максимальные скорость и ускорение точки,. Если полная энергия ее равна 10^{-2} Дж.

Дано: $m = 20$ г $= 2\cdot10^{-2}$ кг; $T = 9$ с; $\varphi_o = 10° = \pi/18$; $x = A/2$; $E = 10^{-2}$ Дж.

Найти: t, A, v_{max}, a_{max}.

Решение. Уравнение гармонического колебательного движения $x = A\sin(\omega t + \varphi_o)$ или

$$x = A\sin(2\pi t/T + \varphi_o), \qquad (1)$$

где x - смещение точки относительно положения равновесия; A - амплитуда колебания; $\omega = 2\pi/T$ - циклическая частота; T - период колебаний; t - время колебания; φ_o - начальная фаза колебания.

Из уравнения (1) можно определить время колебания:

$$t = \frac{\arcsin(x/A) - \varphi_o}{2\pi}T;$$

$$t = \frac{\arcsin(0.5) - \pi/18}{2\pi}9c = \frac{\pi/6 - \pi/18}{2\pi}9c = 0.5c.$$

Из формулы полной энергии колеблющейся точки $E = mA^2\omega^2/2$ определим амплитуду ее колебаний:

$$A = \frac{1}{\omega}\sqrt{\frac{2E}{m}} = \frac{T}{2\pi}\sqrt{\frac{2E}{m}};$$

$$A = \frac{9c}{2 \cdot 3.14}\sqrt{\frac{2\cdot10^{-2}}{2\cdot10^{-2}}} = 1.43м.$$

Зная амплитуду, можно вычислить максимальную скорость точки, которая определяется как первая производная от смещения по времени:

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega\cos(\omega t + \varphi_o).$$

Полагая $\cos(\omega t+\varphi_o) = 1$, получаем

$$v_{max} = A\omega = A2\pi/T;$$

$$v_{max} = 1.43м \cdot 2 \cdot 3.14/9c = 1м/c.$$

Ускорение точки определяется как первая производная скорости по времени:

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2\sin(\omega t + \varphi_o).$$

Полагая $\sin(\omega t+\varphi_o) = -1$, получаем

$$a_{max} = A\omega^2 = A(2\pi/T)^2;$$

$$a_{max} = 1.43м \cdot 4 \cdot 3.14^2/81c^2 = 0.696м/c^2.$$

Ответ: t = 0.5 с, A = 1.43 м, $v_{max} = 1$ м/с, $a_{max} = 0.696$ м/с^2.

Пример 9.

Колеблющиеся точки, находящиеся на одном луче, удаленные от источника колебания на 6 и 8.7 м, колеблются с разностью фаз 3/4π. Период колебаний источника 10^{-2} с. Чему равна длина волны и скорость распространения колебаний в данной среде? Составить уравнение волны для первой и второй точек, считая амплитуды колебаний точек равными 0.5 м.

Дано: $l_1 = 6$ м; $l_2 = 8.7$ м; $\Delta\varphi = 3/4\pi$; $A_1 = A_2 = 0.5$ м.

Найти: λ и v.

Решение. Из уравнения волны по разности фаз $\Delta\varphi$ и расстоянию l между источниками можно определить λ. Имеем

$$x = A\sin\omega(t - l/v) \qquad (1)$$

или

$$x = A\sin 2\pi(t/T - l/v), \qquad (2)$$

где x - смещение колеблющейся точки; t - время колебания; ω - циклическая частота; l - расстояние колеблющейся точки от вибратора.

В уравнении (2) выражение $2\pi(t/T-l/\lambda)$ является фазой колебаний. Запишем фазы для каждой из точек: $\varphi_1 = 2\pi(t/T-l_1/\lambda)$; $\varphi_2 = 2\pi(t/T-l_2/\lambda)$. Тогда разность фаз $\Delta\varphi = \varphi_1-\varphi_2 = 2\pi[(l_1-l_2)/\lambda]$, откуда

$$\lambda = \frac{2\pi(l_2 - l_1)}{\Delta\varphi}; \quad \lambda = \frac{2\cdot 3.14\cdot 8.7м - 6м}{3/4\cdot 3.14} = 7.2м.$$

Скорость распространения волны находим из формулы $v = \lambda/T$:

$$v = 7.2м/10^{-2}с = 720м/с.$$

Циклическая частота определяется из соотношения $\omega = 2\pi/T = 2\pi/10^{-2}$ с $= 200\pi$ с$^{-1}$.

Подставляя числовые значения в уравнение (1), получает уравнения волны, отображающие колебания первой и второй точек:

$$x_1 = 0.5\sin 200\pi(t - 6/720);\ x_2 = 0.5\sin 200\pi(t - 8.7/720).$$

Ответ: $\lambda = 7.2$ м; $v = 720$ м/с;
$x_1 = 0.5\sin 200\pi(t - 6/720)$; $x_2 = 0.5\sin 200\pi(t - 8.7/720)$.

Пример 10.

Какую скорость нужно сообщить ракете, чтобы она не вернулась на Землю? Сопротивление атмосферы не учитывать.

Дано: $R_o = 6370$ км; $g = 9.8$ м/с; $R\to\infty$.

Найти: v_o.

Решение. С удаление ракеты от Земли будет увеличиваться ее потенциальная энергия и уменьшаться кинетическая. По закону сохранения энергии,

$$\frac{mv_o^2}{2} - \frac{mv^2}{2} = m\left(\frac{GM}{R_o} - \frac{GM}{R}\right), \qquad (1)$$

где m - масса ракеты; M - масса Земли; G - гравитационная постоянная; v и v_o - скорости ракеты относительно Земли в начальный и рассматриваемый моменты; R и R_o - расстояния от центра Земли до ракеты в начальный и рассматриваемый моменты; GM/R - потенциал поля тяготения Земли на расстоянии R от центра Земли.

После преобразования уравнения (1) имеем $v_o^2 - v^2 = 2GM(1/R_o - 1/R)$. Ракета не вернется на Землю, если ее скорость v будет в бесконечности равна нулю, т. е. $v = 0$ при $R\to\infty$. В этом случае

$$v_o^2 = \frac{2GM}{R_o}. \qquad (2)$$

Из закона всемирного тяготения следует, что на поверхности Земли $GmM/R_o^2 = mg$, откуда

$$GM = gR_o^2, \qquad (3)$$

где g - ускорение свободного падения на поверхности Земли.

Подставляя формулу (2) в (3), находим

$$v_o^2 = \frac{2gR_o^2}{R_o},\ \text{или}\ v_o = \sqrt{2gR_o}.$$

Считая, что ракета набирает нужную скорость v_o уже вблизи поверхности Земли, находим

$$v_o = \sqrt{2\cdot 9.8м/с^2\cdot 6.37\cdot 10^6м} = 11.2\cdot 10^3 м/с = 11.2 км/с.$$

Скорость, необходимая для преодоления поля тяготения Земли, называется второй космической или параболической скоростью.

Ответ: $v_o = 11.2$ м/с.

Пример 11.

Протон движется со скоростью 0.7 скорости света *с*. Найти количество движения и кинетическую энергию протона.

Дано: $v = 0.7c$.

Найти: p, T

Решение. Количество движения протона определяется по формуле

$$p = mv. \qquad (1)$$

Так как скорость протона сравнима со скоростью света, То необходимо учесть зависимость массы от скорости, воспользовавшись релятивистским выражением для массы:

$$m = m_o\Big/\sqrt{1 - v^2/c^2} = m_o\Big/\sqrt{1 - \beta^2}, \qquad (2)$$

где m - масса движущегося протона; $m_o = 1.67\cdot 10^{-27}$ кг - масса покоя протона; v - скорость движения протона; $c = 3\cdot 10^8$ м/с - скорость света в вакууме; $v/c=\beta$ - скорость протона, выраженная в долях скорости света.

Подставляя уравнение (2) в (1) и учитывая, что $v=\beta c$, получаем

$$p = \frac{m_o c\beta}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = m_o c\frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}};$$

$$p = 1.67 \cdot 10^{-27}\,кг \cdot 3 \cdot 10^8\,м/с \cdot 0.7/\sqrt{1-0.7^2} = 4.91 \cdot 10^{-19}\,кг \cdot м/с.$$

В релятивистской механике кинетическая энергия частицы определяется как разность между полной энергией E и энергией покоя E_0 этой частицы:

$$T = E - E_0, \qquad (3)$$

где $E = m_0 c^2/\sqrt{1 - v^2/c^2}$; $E_0 = m_0 c^2$;

$$E_0 = 1.67 \cdot 10^{-27}\,кг \cdot \left(3 \cdot 10^8\,м/с\right)^2 = 1.5 \cdot 10^{-10}\,Дж.$$

Тогда [см. (3)]

$$T = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right),$$

$$T = 1.5 \cdot 10^{-10} \left(\frac{1}{\sqrt{1-0.7^2}} - 1 \right) = 0.6 \cdot 10^{-10}\,Дж.$$

Ответ: $p = 4.91 \cdot 10^{-19}$ кг·м/с; $T = 0.6 \cdot 10^{-10}$ Дж.

Контрольная работа №1

1. Точка движется согласно уравнению $x = 7+4t$, $y = 2+3t$. Какова скорость движения точки?

2. Движение точки описывается уравнением $S = 4t^4+2t^2+7$. Найти скорость и ускорение точек в момент времени $t = 2$ с и среднюю скорость за первые 2 с движения?

3. По заданному уравнению пройденного телом пути $S = 4+2t+5t^2$ построить график зависимости скорости от времени за первые 3 с. Определить расстояние, пройденное телом за это время?

4. Камень брошен с вышки в горизонтальном направлении со скоростью 20 м/с. Определить скорость, тангенциальное и нормальное ускорение камня в конце второй секунды после начала движения.

5. Наибольшая высота подъема тела, брошенного под углом к горизонту со скоростью 20 м/с, составляет 10 м. Под каким углом оно брошено?

6. С башни высотой 49 м в горизонтальном направлении брошено тяжелое тело со скоростью 5 м/с. Определить тангенциальное и нормальное ускорения тела в точке, соответствующей половине всего времени падения тела. Установить, на каком расстоянии от башни оно упало.

7. С отвесной скалы высотой 24.5 м бросают мяч в горизонтальном направлении с некоторой начальной скоростью. Мяч попадает в цель, находящуюся на земле, на расстоянии 30 м от основания скалы. С какой начальной скоростью он был брошен и какую конечную скорость он приобрел, попадая в цель?

8. Мяч, брошенный под углом 30° к горизонту с высоты 5 м, упал на землю. Определить конечную скорость мяча и дальность полета, если начальная его скорость 22 м/с.

9. Под каким углом к горизонту надо бросить тело со скоростью 20 м/с, чтобы дальность полета была в четыре раза больше наибольшей высоты подъема? Определить радиус кривизны траектории в верхней ее точке.

10. Мяч, летевший со скоростью 15 м/с, ударился о горизонтальную плоскость и отскочил от нее с такой же скоростью. Угол падения мяча 60°. Определить наибольшую высоту подъема, дальность полета, радиус кривизны траектории мяча в наивысшей точке.

11. Какой угол составляет вектор полного ускорения точки, лежащей на ободе маховика, с радиусом маховики через 1.5 с после начала движения? Угловое ускорение маховика 0.77 $с^{-2}$.

12. По дуге окружности радиусом 10 м движется точка. В некоторый момент времени нормальное ускорение точки равно 4.9 м/$с^2$, в этот момент векторы полного и нормального ускорения образуют угол 60°. Найти скорость и тангенциальное ускорение точки.

13. На одном валу насажены два колеса с диаметрами 16 и 4 см, вращающиеся с постоянным угловым ускорением 4 $с^{-2}$. Определить линейные скорости на ободах колес и угловую скорость вращения в конце второй секунды после начала движения.

14. К маховику, вращающемуся с частотой 360 $мин^{-1}$, прижали тормозную колодку. С этого момента он стал вращаться равнозамедленно с ускорением 20 $с^{-2}$. Сколько потребуется времени для его остановки? Через сколько оборотов он остановится?

15. Материальная точка движется по окружности диаметром 40 м. Зависимость пути от времени движения точки определяется уравнением $S = t^3 + 4t^2 - t + 8$. Определить пройденный путь, скорость, тангенциальное и полное ускорение движущейся точки через 4 с после начала движения.

16. Уравнение вращения твердого тела $\varphi = 3t^2 + t$. Определить число оборотов тела, угловую скорость, угловое ускорение через 10 с после начала вращения.

17. По окружности радиусом 20 см движется материальная точка. Уравнение ее движения $S = 2t^2 + t$. Чему равны тангенциальное, нормальное и полное ускорения точки в момент времени, равный 10 с?

18. Тело вращается равноускоренно с начальной угловой скоростью 5 $с^{-1}$ и угловым ускорением 1 $с^{-2}$. Сколько оборотов сделает тело за 10 с?

19. Точка движется по окружности радиусом 60 см с тангенциальным ускорением 10 м/$с^2$. Чему равны нормальное и полное ускорения в конце третьей секунды после начала движения? Чему равен угол между векторами полного и нормального ускорений в этот момент?

20. Уравнение вращения твердого тела $\varphi = 4t^3 + 3t$. Определить угловую скорость, угловое ускорение через 2 с после начала вращения.

21. Мяч массой 250 г, двигавшийся со скоростью 50 м/с, упруго ударяется о вертикальную стенку и отскакивает. Стенка получает количество движения 2.2 кг·м/с. Определить угол падения и силу удара мяча при продолжительности удара 0.02 с.

22. Молекула, подлетевшая к стенке под углом 60°, упруго ударяется о нее со скоростью 400 м/с и отлетает. Определить импульс силы, полученный стенкой. Масса молекулы $3\cdot10^{-23}$ г.

23. Снаряд массой 2 кг, летящий со скоростью 300 м/с, попадает в мишень с песком массой 100 кг и застревает в ней. С какой скоростью и в каком направлении будет двигаться мишень после попадания снаряда в случаях: 1) мишень неподвижна; 2) мишень двигалась в одном направлении со снарядом со скоростью 72 км/ч.

24. Используя условие задачи 23, вычислить, с какой скоростью и в каком направлении будет двигаться мишень после попадания снаряда, если мишень двигалась навстречу снаряду со скоростью 72 км/ч.

25. Снаряд, летевший с горизонтальной скоростью 600 м/с, разрывается на два осколка. Масса одного осколка в два раза больше другого. Осколок большей массы падает по вертикали, а меньший - под углом 30° к горизонту. Какова скорость этого второго осколка?

26. Снаряд массой 20 кг летит с начальной скоростью 200 м/с под углом 60° к горизонту. В наивысшей точке подъема он встретил цель и полностью погасил скорость в течении 0.02 с. Определить среднюю силу удара. Сопротивление воздуха не учитывать.

27. Стальной шарик массой 10 г упал с высоты 1 м на стальную плиту и подскочил после удара не 0.8 м. Определить изменение количества движения шарика.

28. Ракета массой 250 г содержит в себе 50 г взрывчатого вещества. На какую высоту она может подняться, если предположить, что взрывчатое вещество взрывается все сразу, а образовавшиеся пороховые газы имеют скорость 300 м/с. Определить потенциальную энергию ракеты в высшей точке подъема. Сопротивлением воздуха пренебречь.

29. Две гири массами 1.9 и 0.9 кг соединены нерастяжимой гибкой нитью, перекинутой через неподвижный блок, вращающийся без трения. С каким ускорением будут двигаться грузы? Чему равна сила натяжения нити?

30. Блок весом 2 Н подвешен к динамометру. Через блок перекинута нить с грузами массами 2 и 4 кг. Какую силу покажет динамометр во время движения грузов?

31. Со скалы высотой 19.6 м в горизонтальном направлении бросили камень со скоростью 36 км/ч. Определить кинетическую и потенциальную энергию камня через 1.25 с после начала движения. Масса камня 100 г. Сопротивлением воздуха пренебречь.

32. Под углом 40° к горизонту был брошен мяч массой 150 г со скоростью 72 км/ч. Найти его кинетическую и потенциальную энергии через 2 с после начала полета, а также в высшей точке траектории. Сопротивлением воздуха пренебречь.

33. Два шара массами 4 и 6 кг движутся вдоль одной прямой навстречу друг другу со скоростями 5 и 3 м/с. Какова скорость шаров после столкновения, если удар: 1) неупругий; 2) упругий? Определить кинетическую энергию первого шара после удара во втором случае.

34. Тело массой 2 кг, двигавшееся со скоростью 10 м/с, сталкивается с неподвижным телом массой 3 кг. Считая удар центральным и неупругим, найти количество теплоты, выделившейся при ударе.

35. Тело двигалось со скоростью 3 м/с. Затем в течение 5 с не него действовала сила в 4 Н. За это время кинетическая энергия увеличилась на 100 Дж. Найти скорость тела в конце действия силы и его массу.

36. Поезд поднимается в гору с постоянной скоростью 36 км/ч. Уклон горы 1 м на 1000 м пути. Коэффициент трения 0.002. Определить, с какой скоростью будет двигаться поезд по горизонтальному пути при той же мощности двигателя?

37. Молот массой 600 кг, падая с высоты 3 м, забивает стержень в деталь. Найти среднюю силу сопротивления, если при каждом ударе стержень входит в деталь на глубину 6 см. Удар считать абсолютно неупругим.

38. На горизонтальную плиту упал шарик массой 200 г и отскочил от нее вертикально вверх. Плита при этом получила количество движения 4 кг·м/с. Считая, что масса плиты много больше массы шарика и удар абсолютно упругий, найти, с какой высоты упал шарик.

39. Стальной шарик массой 20 г, упав с высоты 1 м на плиту передал ей импульс силы, равный 0.17 Н·с. Найти высоту, на которую после удара поднялся шарик, и количество теплоты, выделившееся при ударе.

40. Определить работу, которую необходимо затратить, чтобы вывести ракету за пределы поля тяготения Земли, если ракета стартует с космического корабля, движущегося по круговой орбите на уровне 500 км над поверхностью Земли. Масса ракеты 200 кг.

41. По наклонной плоскости вверх катится без скольжения полый обруч. Ему сообщена начальная скорость 3.14 м/с, параллельная наклонной плоскости. Установить, какой путь пройдет обруч, если угол наклона плоскости 30°.

42. Шар в одном случае соскальзывает без вращения, в другом - скатывается с наклонной плоскости с высоты 2 м. Определить скорости в конце спуска в двух случаях. Трением пренебречь.

43. Человек стоит в центре скамьи Жуковского и держит на вытянутых руках гири массой по 5 кг. Расстояние между гирями 1.3 м. При симметричном сжатии рук расстояние от гири до оси вращения уменьшилось до 15 см, скорость вращения скамьи изменилась. Момент инерции гирь и скамьи с человеком на ней при вытянутых руках 10 кг·м^2. Определить, как изменилась

скорость вращения скамьи, если известно, что при первом положении гирь скамья вращалась с частотой 120 $мин^{-1}$. Какую работу произведет человек при изменении положения гирь?

44. Цилиндр массой 5 кг катится без скольжения с постоянной скоростью 14 м/с. Определить: 1) кинетическую энергию цилиндра; 2) через сколько времени цилиндр остановился, если сила трения равна 50 Н.

45. Однородный стержень длиной 1.2 м и массой 0.3 кг вращается в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей через один из концов стержня. Чему равен вращающий момент, если стержень вращается с угловым ускорением $9.81 c^{-2}$? Как изменится вращающий момент, если ось вращения поместить в центр масс стержня?

46. Момент силы, действующей на тело, 9.8 Н·м. Через 10 с после начала вращения тело достигло угловой скорости 4 c^{-1}. Найти момент инерции тела.

47. Маховик, масса которого 6 кг равномерно распределена по ободу радиусом 18 см, вращается на валу с частотой 600 $мин^{-1}$. Под действием тормозящего момента 10 Н·м маховик останавливается. Найти, через сколько времени он остановится, какое число оборотов он совершил за это время и какова работа торможения?

48. Стержень длиной 1 м и массой 1 кг может вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через его верхний конец. В другой конец стержня попадает летящая горизонтально пуля массой 5 г и застревает в нем. Найти первоначальную кинетическую энергию пули, если стержень отклонился на 30°.

49. Стержень длиной 1 м и массой 7 кг может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через его верхний конец. В другой конец стержня попадает пуля массой 5 г, летящая со скоростью 500 м/с перпендикулярно оси и стержню, и застревает в нем. Определить угловую скорость стержня после попадания в него пули.

50. В горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси вращается тонкий стержень длиной 0.5 м и массой 1 кг. Симметрично оси вращения, проходящей через середину стержня, на расстоянии 10 см от нее, на стержне расположены для небольших груза массой по 0.2 кг. Угловая скорость вращения 2 c^{-1}. Чему будет равна угловая скорость, если грузы сдвинуться на концы стержня?

51. С какой скоростью движется Земля вокруг Солнца? Принять, что Земля движется по круговой орбите.

52. Во сколько раз скорость движения Венеры больше скорости движения Марса вокруг Солнца? Расстояние от Солнца до Венеры 108 млн. км, а до Марса 227.8 млн. км.

53. Период вращения искусственного спутника Земли равен 2 ч. Считая орбиту спутника круговой, найти, на какой высоте над поверхностью Земли движется спутник.

54. Найти линейную скорость и период вращения космического корабля, движущегося вокруг Луны по круговой орбите на высоте 500 км.

55. Искусственный спутник Земли движется по круговой орбите на высоте 300 км относительно поверхности Земли. Найти центростремительное ускорение, с которым спутник движется по орбите.

56. Прямоугольный брусок со сторонами 3.3 и 6.9 см движется параллельно большому ребру. При какой скорости движения прямоугольный брусок превратиться в куб? Как скажется быстрое движение на объеме тела?

57. Электрон летит со скоростью $v = 0.8$ с, где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с - скорость света в вакууме. Определить кинетическую энергию электрона. Во сколько раз его релятивистская масса больше массы покоя? Масса покоя электрона равна $9.1 \cdot 10^{-31}$ кг.

58. Определить погрешность, которая может возникнуть, если кинетическую энергию электрона, движущегося со скоростью 0.75 скорости света, подсчитать не по релятивистской формуле, а по классической.

59. Масса покоя первой частицы в два раза больше массы покоя второй частицы, а их скорости соответственно равны 0.85 и 0.95 скорости света. Найти отношение их кинетических энергий.

60. Найти импульс, полную и кинетическую энергии электрона, движущегося со скоростью, равной 0.7 скорости света. Масса покоя электрона равна $9.1 \cdot 10^{-31}$ кг.

61. Начальная фаза колебаний точки 15° Через сколько времени от начала движения смещение точки первый раз достигнет величины, равной половине амплитуды. Период колебаний 12 с.

62. Уравнение движения материальной точки массой 5 г имеет вид $s = 2\sin(\pi t/6 + \pi/8)$ см. Определить максимальную возвращающую силу и полную энергию колебаний.

63. Невесомый стержень длиной 60 см колеблется около горизонтальной оси, проходящей через его верхний конец. На стержне закреплены два груза одинаковой массы. Определить период колебаний стержня, если один груз закреплен на нижнем конце стержня, а другой - на 10 см выше. Как изменится период колебаний стержня, если один груз остановить на конце стержня, а другой расположить на 10 см ниже оси вращения. Масса груза 300 г.

64. Найти массу груза, который на пружине жесткостью 250 Н/м делает 20 колебаний за 16 с. Найти полную энергию колебаний груза и его наибольшую скорость, если амплитуда колебаний равна 2 см.

65. Однородный диск радиусом 0.4 м колеблется в вертикальной плоскости около горизонтальной оси. Ось перпендикулярна диску и проходит через его край. Как изменится период колебаний диска, если ось перенести к центру параллельно самой себе на расстояние $\frac{1}{4}$ радиуса от прежнего положения.

66. Период колебаний математического маятника 10 с. Длина этого маятника равна сумме длин двух других математических маятников, один из которых имеет частоту колебаний $\frac{1}{6}$ Гц. Чему равен период колебаний второго из этих маятников?

67. На каком расстоянии находится колеблющаяся точка от источника колебаний, если смещение точки от положения равновесия равно половине амплитуды для момента $t = T/3$? Длина волны равна 4 м.

68. Для какого первого момента времени смещение точки от положения равновесия равно $\sqrt{2}/2$ ее амплитуды? Расстояние колеблющейся точки от источника $\frac{3}{8}\lambda$, а период колебаний 2 с.

69. Чему равна разность фаз колебаний двух точек, если они удалены друг от друга на расстояние 3 м и лежат на прямой, перпендикулярной фронту волны, а период колебаний 0.02 с. Скорость распространения волны 600 м/с.

70. Сколько полных колебаний должен сделать маятник, логарифмический декремент затухания которого 0.054, для того чтобы амплитуда его колебаний уменьшилась в три раза?

РАЗДЕЛ 2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Основные законы и формулы

Величина или физический закон	Формула
Уравнение Клапейрона - Менделеева	$pV = mRT/\mu$
Основное уравнение молекулярно-кинетической теории	$p = \frac{1}{3} n_o m v_{кв}^2 = \frac{2}{3} n_o W = n_o kT$
Средняя кинетическая энергия молекулы	$\langle W_k \rangle = ikT/2$
Кинетическая энергия теплового движения молекул (внутренняя энергия идеального газа)	$W_k = imRT/2\mu$
Средняя квадратичная скорость молекулы	$\langle V_{кв} \rangle = \sqrt{3kT/m} = \sqrt{3RT/\mu}$
Средняя арифметическая скорость молекулы	$\langle v_{ap} \rangle = \sqrt{8kT/(\pi m)} = \sqrt{8RT/(\pi\mu)}$
Наиболее вероятная скорость молекулы	$v_в = \sqrt{2kT/m} = \sqrt{2RT/\mu}$
Средняя длина свободного пробега молекулы	$\langle \lambda \rangle = \dfrac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n_o}$
Среднее число соударений молекулы за 1 с	$\langle z \rangle = \sqrt{2}\pi d^2 n_o \langle v_{ap} \rangle$
Распределение молекул в поле силы тяжести (распределение Больцмана)	$n = n_o \exp(-W_n/(kT))$

Величина или физический закон	Формула
Барометрическая формула	$p = p_o \exp(-mg(h - h_o)/(kT))$
Уравнение диффузии (закон Фика)	$dm = -D\dfrac{dc}{dx}Sdt$
Сила внутреннего трения в жидкости и газе	$F = -\eta\dfrac{dv}{dx}S$
Уравнение теплопроводности	$dQ = -\lambda\dfrac{dT}{dx}Sdt$
Коэффициент диффузии	$D = \frac{1}{3}\langle v_{ap} \rangle \langle \lambda \rangle$
Коэффициент внутреннего трения (динамическая вязкость)	$\eta = \frac{1}{3}\rho\langle v_{ap} \rangle \langle \lambda \rangle = D\rho$
Теплопроводность	$\lambda = \frac{1}{3}c_v\rho\langle v_{ap} \rangle \langle \lambda \rangle = \eta c_v$
Уравнение первого закона термодинамики	$dQ = dU + dA$; $dU = mC_v dT/\mu$ $dA = pdV$
Внутренняя энергия идеального газа	$U = miRT/(2\mu)$
Работа при изобарном процессе	$A = p(V_2 - V_1) = mR(T_2 - T_1)/\mu$
Работа при изотермическом процессе	$A = \dfrac{m}{\mu}RT\ln\dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{m}{\mu}RT\ln\dfrac{p_1}{p_2}$
Работа при адиабатном процессе	$A = \dfrac{m}{\mu}\dfrac{RT_1}{(\gamma - 1)}\left[1 - \left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right] = \dfrac{m}{\mu}C_v(T_1 - T_2)$
Уравнения адиабатного процесса (уравнения Пуассона)	$pV^\gamma = const$; $TV^{\gamma-1} = const$
Коэффициент полезного действия цикла Карно	$\eta = \dfrac{Q - Q_o}{Q} = \dfrac{T - T_o}{T}$
Изменение энтропии	$\Delta S = \int_1^2 dQ/T$
Уравнение Майера	$C_p - C_v = R$
Изохорическая молярная теплоемкость	$C_v = iR/2$; $C_v = c_v\mu$

Окончание

Величина или физический закон	Формула
Изобарическая молярная теплоемкость	$C_p = \frac{i+2}{2}R$; $C_p = c_p\mu$
Уравнение Ван-дер-Ваальса	$\left(p + \frac{m^2}{\mu^2}\frac{a}{V^2}\right)\left(V - \frac{m}{\mu}b\right) = \frac{m}{\mu}RT$
Скорость распространения звука в газе	$v = \sqrt{\gamma p/\rho} = \sqrt{\gamma RT/\mu}$

Примеры решения задач

Пример 1.

В резервуаре объемом 1.2 $м^3$ находится смесь 10 кг азота и 4 кг водорода при температуре 300 К. определить давление и молярную массу смеси газов.

Дано: $V = 1.2$ $м^3$; $T = 300$ К; $m_1 = 10$ кг; $\mu_1 = 28\cdot10^{-3}$ кг/моль; $m_2 = 4$ кг; $\mu_2 = 2\cdot10^{-3}$ кг/моль.

Найти: p и μ.

Решение. Для решения задачи воспользуемся уравнением Клапейрона-Менделеева, применив его к азоту и водороду:

$$p_1V = m_1RT/\mu_1; \qquad (1)$$

$$p_2V = m_2RT/\mu_2, \qquad (2)$$

где p_1 - парциальное давление азота; m_1 - масса азота; μ_1 - молярная масса азота; V - объем резервуара; T - температура газа; $R = 8.31$ Дж/(моль·К) - молярная газовая постоянная; p_2 - парциальное давление водорода; m_2 - масса водорода; μ_2 - молярная масса водорода. Под парциальным давлением p_1 и p_2 понимается то давление, которое производил бы газ, если бы только он один находился в сосуде.

По закону Дальтона давление смеси равно сумме парциальных давлений газов, входящих в состав смеси:

$$p = p_1 + p_2. \qquad (3)$$

Из уравнений (1) и (2) выразим p_1 и p_2 и подставим в уравнение (3):

$$p = \frac{m_1RT}{\mu_1V} + \frac{m_2RT}{\mu_2V} = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right)\frac{RT}{V}. \qquad (4)$$

Найдем молярную массу смеси газов по формуле

$$\mu = (m_1 + m_2)/(n_1 + n_2), \qquad (5)$$

где m_1 - масса азота; n_1 - количество молей азота; m_2 - масса водорода; n_2 - количество молей водорода.

Количество молей азота и водорода n_1 и n_2 найдем по формулам:

$$n_1 = m_1/\mu_1; \qquad (6)$$

$$n_2 = m_2/\mu_2. \qquad (7)$$

Подставляя (6) и (7) в (5), найдем

$$\mu = \frac{m_1 + m_2}{m_1/\mu_1 + m_2/\mu_2}. \qquad (8)$$

Подставляя числовые значения в формулы (4) и (8), получаем:

$$p = \left(\frac{10кг}{28\cdot10^{-3}\ кг/моль} + \frac{4кг}{2\cdot10^{-3}\ кг/моль}\right)\frac{8.31\ Дж/(моль\cdot К)\cdot 300К}{1.2м^3} = 4.9\cdot10^6\ Па$$

$$\mu = \frac{10кг + 4кг}{\dfrac{10кг}{28\cdot10^{-3}\ кг/моль} + \dfrac{4кг}{2\cdot10^{-3}\ кг/моль}} = 6\cdot10^{-3}\ кг/моль$$

Ответ: $p = 4.9\cdot10^6$ Па; $\mu = 6\cdot10^{-3}$ кг/моль.

Пример 2.

Чему равна кинетическая энергия теплового и вращательного движения молекул, содержащихся в 2 кг кислорода при температуре 340 К?

Дано: $m = 2$ кг; $T = 340$ К; $\mu = 32\cdot10^{-3}$ кг/моль.

Найти: $W_к$, $\langle W_{вр}\rangle$.

Решение. Считаем кислород идеальным газом. Согласно классической статистической физике кинетическая энергия теплового движения молекул (внутренняя энергия) идеального газа определяется равенством

$$W_к = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}RT,$$

где i - число степеней свободы молекул газа ; $R = 8.31$ Дж/(моль·К) - молярная газовая постоянная; T - термодинамическая температура; m - масса газа; μ - молярная масса газа.

Молекула кислорода - двухатомная. Считаем связь между атомами жесткой, имеем $i = 5$. Тогда

$$W_к = \frac{5}{2}\frac{m}{\mu}RT. \qquad (1)$$

Вращательному движению молекулы кислорода приписывается две степени свободы. Тогда средняя энергия вращательного движения молекул кислорода выразится формулой

$$\langle W_{вр}\rangle = \frac{2}{2}\frac{m}{\mu}RT. \qquad (2)$$

Подставляя числовые значения в формулы (1) и (2), имеем

$$W_к = \frac{5}{2}\cdot\frac{2кг}{32\cdot10^{-3}\,кг/моль}8.31Дж/(моль\cdot К)\cdot 340К = 440кДж;$$

$$\langle W_{вр}\rangle = \frac{2}{2}\cdot\frac{2кг}{32\cdot10^{-3}\,кг/моль}8.31Дж/(моль\cdot К)\cdot 340К = 180кДж.$$

Ответ: $W_к = 440$ кДж, $\langle W_{вр}\rangle = 180$ кДж.

Пример 3.

Найти плотность азота, если молекула за 1 с испытывает $2.05\cdot10^8\,с^{-1}$ столкновений при температуре 280 К. Какова средняя длина свободного пробега молекул?

Дано: $\langle z\rangle = 2.05\cdot10^8\,с^{-1}$; $\mu = 28\cdot10^{-3}$ кг/моль; T = 280 К; $d = 3.1\cdot10^{-10}$ м; $N_A = 6.03\cdot10^{23}\,моль^{-1}$.

Найти: ρ, ⟨λ⟩.

Решение. Плотность азота определяется по формуле

$$\rho = m/V, \qquad (1)$$

где m - масса азота; V - объем.

Массу азота можно выразить через число молекул в данном объеме и массу одной молекулы:

$$m = m_1 N. \qquad (2)$$

Массу m_1 одной молекулы можно найти делением массы одного моля на постоянную Авогадро:

$$m_1 = \mu/N_A. \qquad (3)$$

Число молекул, содержащихся в газе некоторого объема V, равно

$$N = n_o V, \qquad (4)$$

где n_o - концентрация молекул. Подставляя (4) и (2) в (3), имеем

$$m = \mu n_o V/N_A. \qquad (5)$$

далее, подставляя (5) в (1), получаем

$$\rho = \mu n_o/N_A. \qquad (6)$$

Концентрацию молекул находим из формулы для числа столкновений: $\langle z\rangle = \sqrt{2}\pi d^2 n_o\langle v_{ар}\rangle$, откуда

$$n_o = \frac{\langle z\rangle}{\sqrt{2}\pi d^2\langle v_{ар}\rangle}, \qquad (7)$$

где $d = 3.1\cdot10^{-10}$ м - эффективный диаметр молекулы азота; $\langle v_{ар}\rangle$ - средняя арифметическая скорость молекул;

$$\langle v_{ар}\rangle = \sqrt{8RT/(\pi\mu)}, \qquad (8)$$

где где R = 8.31 Дж/(моль·К) - молярная газовая постоянная; Т - термодинамическая температура. Подставляя величину $\langle v_{ар}\rangle$ из (8) в (7), получим

$$n_o = \frac{\langle z\rangle}{4d^2\sqrt{\pi RT/\mu}}. \qquad (9)$$

Подставляя (9) в (6), имеем

$$\rho = \frac{\mu\langle z\rangle}{N_A 4d^2\sqrt{\pi RT/\mu}}. \qquad (10)$$

Среднюю длину свободного пробега молекул азота находим по формуле

$$\langle\lambda\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n_o}.$$

Используя соотношение (9), получаем

$$\langle\lambda\rangle = \sqrt{8RT/(\pi\mu)}/\langle z\rangle. \qquad (11)$$

Подставляя числовые значения в формулы (10) и (11), получаем

$$\rho = \frac{28\cdot10^{-3}\,кг/моль}{6.03\cdot10^{23}моль^{-1}\cdot4\cdot3.1^2\cdot10^{-20}м^2\sqrt{\dfrac{3.14\cdot8.31Дж\,(моль\cdot К)\cdot280К}{28\cdot10^{-3}\,кг\,моль}}} =$$

$$= 4.85\cdot10^{-2}\,кг/м^3$$

$$\langle\lambda\rangle = \frac{\sqrt{\dfrac{8\cdot8.31Дж/(моль\cdot К)\cdot280К}{3.14\cdot28\cdot10^{-3}\,кг/моль}}}{2.05\cdot10^8 с^{-1}} = 2.5мкм.$$

Ответ: $\rho = 4.85\cdot10^{-2}$ кг/м³, ⟨λ⟩ = 2.5 мкм.

Пример 4.

Вычислить коэффициенты внутреннего трения и диффузии кислорода, находящиеся при давлении 0.2 МПа и температуре 280 К.

Дано: $p = 2\cdot10^5$ Па; $d = 2.9\cdot10^{-10}$ м; $\mu = 32\cdot10^{-3}$ кг/моль; T = 280 К.

Найти: η, D.

Решение. На основании представлений молекулярно-кинетической теории газов коэффициент внутреннего трения идеального газа (динамическая вязкость) и коэффициент диффузии определяются по формулам:

$$\eta = \tfrac{1}{3}\rho\langle\lambda\rangle\langle v_{ap}\rangle, \qquad (1)$$

$$D = \tfrac{1}{3}\langle\lambda\rangle\langle v_{ap}\rangle, \qquad (2)$$

где ρ - плотность газа; $\langle\lambda\rangle$ - средняя длина свободного пробега молекул; $\langle v_{ap}\rangle$ - средняя арифметическая скорость молекул.

Из (1) и (2) следует

$$\eta = \rho D. \qquad (3)$$

Среднюю арифметическую скорость и среднюю длину свободного пробега находим по формулам

$$\langle v_{ap}\rangle = \sqrt{8RT/(\pi\mu)}, \qquad (4)$$

$$\langle\lambda\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n_o}, \qquad (5)$$

где R = 8.31 Дж/(моль·К) - молярная газовая постоянная; T - термодинамическая температура; $d = 2.9\cdot10^{-10}$ м - эффективный диаметр молекулы кислорода; n_o - число молекул в 1 $м^3$ (концентрация).

Из основного уравнения молекулярно-кинетической теории газов определяем n_o:

$$n_o = p/(kT), \qquad (6)$$

где p - давление; $k = 1.38\cdot10^{-23}$ Дж/К - постоянная Больцмана.

Подставляя (6) в уравнение (5), получаем

$$\langle\lambda\rangle = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}. \qquad (7)$$

Окончательный вид расчетной формулы для коэффициента диффузии найдем, подставляя значения (4) и (7) в (2):

$$D = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}\cdot\frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p} = \frac{2kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}\sqrt{\frac{RT}{\pi\mu}}. \qquad (8)$$

Плотность кислорода определяется по формуле (6), рассмотренной ранее в задаче 3: $\rho = \mu n_o/N_A$. С учетом (6) имеем

$$\rho = \mu p/(N_A kT). \qquad (9)$$

Подставляя (9) и (8) в (3), получаем расчетную формулу для коэффициента внутреннего трения:

$$\eta = \frac{2}{3\pi\sqrt{\pi}d^2 N_A}\sqrt{\mu RT}.$$

Вычисляем:

$$D = \frac{2}{3}\cdot\frac{1.38\cdot10^{-23}\,Дж/К\cdot280К}{3.14\cdot2.9^2\cdot10^{-20}м^2\cdot2\cdot10^5\,Н/м^2}\sqrt{\frac{8.31\,Дж/(моль\cdot К)\cdot280К}{3.14\cdot32\cdot10^{-3}\,кг/моль}} =$$
$$= 7.4\cdot10^{-6}\,м^2/с$$

$$\eta = \frac{2\sqrt{32\cdot10^{-3}\,кг/моль\cdot8.31\,Дж/(моль\cdot К)\cdot280К}}{3\cdot3.14\sqrt{3.14}\cdot6.03\cdot10^{23}моль^{-1}\cdot2.9^2\cdot10^{-20}м^2} = 2\cdot10^{-5}\,кг/(м\cdot с).$$

Ответ: $\eta = 2\cdot10^{-5}$ кг/(м·с), $D = 7.4\cdot10^{-6}$ $м^2$/с.

Пример 5.

2 кг азота охлаждают при постоянном давлении от 400 до 300 К. Определить изменение внутренней энергии, внешнюю работу и количество выделенной теплоты.

Дано: m = 2 кг; $\mu = 28\cdot10^{-3}$ кг/моль; $T_1 = 400$ К; $T_2 = 300$ К.

Найти: ΔU, A, Q.

Решение. Изменение внутренней энергии газа (считаем азот идеальным газом) найдем по формуле $\Delta U = mC_v(T_2-T_1)/\mu$, где m - масса газа; μ - молярная масса; C_v - молярная теплоемкость при постоянном объеме; T_1 - начальная температура газа; T_2 - конечная температура газа.

Для всех двухатомных газов $C_v = \tfrac{5}{2}R$, где R = 8.31 Дж/(моль·К) - молярная газовая постоянная. Тогда

$$\Delta U = \tfrac{5}{2}mR(T_2 - T_1)/\mu. \qquad (1)$$

Количество теплоты, выделяющееся при охлаждении газа при постоянном давлении:

$$Q = mC_p(T_2 - T_1)/\mu, \qquad (2)$$

где C_p - молярная теплоемкость при постоянном давлении, для всех двухатомных газов $C_p = \tfrac{7}{2}R$. Формулу (2) запишем в виде

$$Q = \tfrac{7}{2}mR(T_2 - T_1)/\mu. \qquad (3)$$

Работа сжатия газа при изобарном процессе $A = p\Delta V$, где $\Delta V = V_2 - V_1$ - изменение объема газа, которое найдем из уравнения Клапейрона-Менделеева. При изобарном процессе p = const:

$$pV_1 = mRT_1/\mu; \qquad (4)$$

$$pV_2 = mRT_2/\mu; \qquad (5)$$

Почленным вычитанием выражения (4) из выражения (5) находим, что $p(V_2-V_1) = mR(T_2-T_1)/\mu$. Следовательно,

$$A = mR(T_2 - T_1)/\mu . \qquad (6)$$

Подставляя числовые значения в формулы (1), (3) и (6), получим

$$\Delta U = \tfrac{5}{2}\, 2кг \cdot 8.31 Дж/(моль \cdot K) \cdot (300K - 400K) / (28 \cdot 10^{-3}\ кг/моль) = -148 кДж$$

$$Q = \tfrac{7}{2}\, 2кг \cdot 8.31 Дж/(моль \cdot K) \cdot (300K - 400K) / (28 \cdot 10^{-3}\ кг/моль) = -207 кДж$$

$$A = 2кг \cdot 8.31 Дж/(моль \cdot K) \cdot (300K - 400K) / (28 \cdot 10^{-3}\ кг/моль) = -59 кДж$$

Ответ: ΔU = -148 кДж, A = -59 кДж, Q = -207 кДж.

Пример 6.

Как изменится энтропия 2 г водорода, занимающего объем 40 л при температуре 270 К, если давление увеличить вдвое при постоянной температуре, и затем повысить температуру до 320 К?

Дано: $m = 2$ г $= 2 \cdot 10^{-3}$ кг; $V_1 = 40$ л $= 4 \cdot 10^{-2}$ м^3; $\mu = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль; $T_1 = 270$ К; $T_2 = 320$ К; $p_2 = 2p_1$.

Найти: ΔS.

Решение. Изменение энтропии определяется формулой

$$\Delta S = \int_1^2 dQ/T , \qquad (1)$$

где dQ - изменение количества теплоты; T - термодинамическая температура.

Изменение количества теплоты находим из первого закона термодинамики для идеального газа:

$$dQ = mC_v dT/\mu + pdV , \qquad (2)$$

здесь m - масса газа; μ - молярная масса; C_v - молярная изохорная теплоемкость; dT - изменение температуры газа; p - давление газа; dV - изменение объема; pdV - работа расширения газа.

Величину p найдем из уравнения Клапейрона-Менделеева:

$$p = mRT/(\mu V) . \qquad (3)$$

Для двухатомных газов

$$C_v = \tfrac{5}{2} R , \qquad (4)$$

где R = 8.31 Дж/(моль·К) - молярная газовая постоянная.

Подставляя (3) и (4) в (2), находим

$$dQ = \frac{5}{2}\frac{m}{\mu} R dT + \frac{m}{\mu} RT \frac{dV}{V} . \qquad (5)$$

Подставляя (5) в (1), получаем

$$\Delta S = \frac{5}{2}\frac{m}{\mu} R \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + \frac{m}{\mu}\frac{RT_1}{T_1} \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} R \left(\frac{5}{2} \ln\frac{T_2}{T_1} + \ln\frac{V_2}{V_1} \right) . \qquad (6)$$

Для изотермического процесса $p_1V_1 = p_2V_2$; $V_2/V_1 = p_1/p_2$. Тогда уравнение (6) примет вид

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} R \left(\frac{5}{2} \ln\frac{T_2}{T_1} - \ln\frac{p_2}{p_1} \right) .$$

Производим вычисления:

$$\Delta S = \frac{2 \cdot 10^{-3} кг}{2 \cdot 10^{-3}\ кг/моль} \cdot 8.31 Дж/(моль \cdot K) \left(\frac{5}{2} \ln\frac{320}{370} - \ln 2 \right) = -2.27 Дж/К .$$

Ответ: ΔS = -2.27 Дж/К.

Пример 7.

Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу $1.5 \cdot 10^5$ Дж. Температура нагревателя 400 К, температура холодильника 260 К. Найти КПД машины, количество теплоты, получаемое машиной за один цикл от нагревателя, и количество теплоты, отдаваемое за один цикл холодильнику.

Дано: $A = 1.5 \cdot 10^5$ Дж; $T_1 = 400$ К; $T_2 = 260$ К.

Найти: η, Q_1, Q_2.

Решение. КПД цикла Карно определяется формулой

$$\eta = (T_1 - T_2)/T_1 , \qquad (1)$$

где T_1 - температура нагревателя, T_2 - температура холодильника.

С другой стороны, термический КПД выражается формулой

$$\eta = A/Q_1 , \qquad (2)$$

где A - работа, совершенная рабочим телом тепловой машины, Q_1 - теплота, полученная от нагревателя.

Из (1) и (2) имеем

$$Q_1 = A/\eta = AT_1/(T_1 - T_2) . \qquad (3)$$

Работа, совершенная рабочим телом тепловой машины, определяется разностью полученной от нагревателя теплоты Q_1 и отданной холодильнику теплоты: $A = Q_1 - Q_2$. Отсюда $Q_2 = Q_1 - A$, или с учетом (3)

$$Q_2 = AT_1/(T_1 - T_2) - A = AT_2/(T_1 - T_2). \qquad (4)$$

Подставляя числовые значения в (1), (3) и (4), находим

$$\eta = (400К - 260К)/400К = 0.35 = 35\%;$$

$$Q_1 = 1.5 \cdot 10^5 Дж \cdot 400К/(400К - 260К) = 430К;$$

$$Q_2 = 1.5 \cdot 10^5 Дж \cdot 260К/(400К - 260К) = 280К.$$

Ответ: $\eta = 35\%$, $Q_1 = 430$кДж, $Q_2 = 280$кДж.

Пример 8.

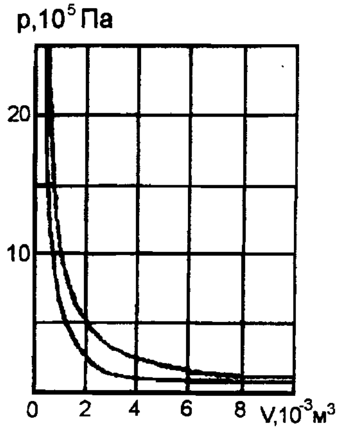

Рис. 4

При давлении 10^5 Па 0.2 моля двухатомного газа занимает объем 10 л. Газ изобарно сжимают до объема 4 л, затем сжимают адиабатно, после чего газ изотермически расширяется до начального объема и давления. Построить график процесса в координатах p, V. Найти: 1) работу, совершенную газом за один цикл; 2) температуру, давление и объем в характерных точках процесса; 3) количество теплоты, полученное газом от нагревателя и отданное газом холодильнику, а также термический КПД цикла.

Дано: $p_1 = 10^5$ Па; $\nu = 0.2$ моль; $V_1 = 10$ л $= 10^{-2}$ м^3; $V_2 = 4$ л $= 4 \cdot 10^{-3}$ м^3; $T_3 = T_1$; $p_1 = p_2$; $i = 5$.

Найти: A, T_1, T_2, p_3, Q_1, Q_2, η.

Решение. Из уравнения Клапейрона-Менделеева $p_1V_1 = \nu RT_1$, находим

$$T_1 = p_1V_1/(\nu R),\quad T_1 = 10^5 Па \cdot 10^{-2} м^3/[0.2моль \cdot 8.31 Дж/(моль \cdot К)] = 602К.$$

Из уравнения изобарного процесса $V_1/T_1 = V_2/T_2$, находим

$$T_2 = T_1V_2/V_1,\quad T_2 = 602К \cdot 4 \cdot 10^{-3} м^3/10^{-2} м^3 = 241К.$$

Найдем координаты пересечения адиабаты и изотермы. Из уравнения адиабатического процесса $T_2V_2^{\gamma-1} = T_1V_3^{\gamma-1}$ (при $\gamma = 1.4$ - для двухатомного газа) следует

$$V_3 = V_2(T_2/T_1)^{1/(\gamma-1)},\quad V_3 = 4 \cdot 10^{-3} м^3 (241К/602К)^{1/(1.4-1)} = 4.06 \cdot 10^{-4} м^3.$$

Из уравнения изотермического процесса $p_3V_3 = p_1V_1$ следует

$$p_3 = p_1V_1/V_3,\quad p_3 = 10^5 Па \cdot 10^{-2} м^3/(4.06 \cdot 10^{-4} м^3) = 2.46 \cdot 10^6 м^3.$$

Зная координаты точек пересечения изотермы и адиабаты между собой и координаты точек пересечения с изобарой, строим график процесса (рис. 4).

Количество теплоты, полученное газом от нагревателя, определим по первому закону термодинамики:

$$dQ = \nu C_v dT + pdV.$$

При изотермическом процессе $dT = 0$ и $dQ = pdV$ (где pdV - работа расширения); следовательно

$$Q_1 = \nu RT_1 \ln(V_1/V_3),$$

$$Q_1 = 0.2моль \cdot 8.31 Дж/(моль \cdot К) \cdot 602К \cdot 3.2 = 3.2кДж.$$

Количество теплоты, отданное газом холодильнику при изобарном процессе, равно

$$Q_2 = \nu C_p R(T_1 - T_2).$$

Для двухатомного газа $C_p = {}^7/_2R$. Тогда

$$Q_2 = 0.2моль \cdot \tfrac{7}{2} \cdot 8.31 Дж/(моль \cdot К) \cdot (602К - 241К) = 2.1кДж.$$

Работа, совершенная газом,

$$A = Q_1 - Q_2,\quad A = (3.2 - 2.1)кДж = 1.1кДж.$$

Находим КПД цикла:

$$\eta = (Q_1 - Q_2)/Q_1,\quad \eta = 1.1/3.2 = 0.344 = 34.4\%.$$

Ответ: $A = 1.1$ кДж, $T_1 = 602$ К, $T_2 = 241$ К, $p_3 = 2.46$ МПа, $Q_1 = 3.2$ кДж, $Q_2 = 2.1$ кДж, $\eta = 34.4\%$.

Пример 9.

Газовая смесь состоит из азота массой 2 кг и аргона массой 1 кг. Принимая эти газы за идеальные, определить удельные теплоемкости c_v и c_p газовой смеси.

Дано: $m_1 = 2$ кг; $m_2 = 1$ кг; $\mu_1 = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль; $\mu_2 = 40 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Найти: c_v, c_p.

Решение. Выразим теплоту, необходимую для нагревания смеси азота и аргона на ΔT двумя способами:

$$Q = c_v(m_1 + m_2)\Delta T, \qquad (1)$$

$$Q = (c_{v1}m_1 + c_{v2}m_2)\Delta T, \qquad (2)$$

где c_v - удельная теплоемкость смеси газов при постоянном объеме; c_{v1} - удельная теплоемкость азота; c_{v2} - удельная теплоёмкость аргона; m_1 - масса азота; m_2 - масса аргона.

Приравняв правые части уравнений (1) и (2) и произведя сокращения, получим $c_v(m_1+m_2) = c_{v1}m_1+c_{v2}m_2$, откуда

$$c_v = c_{v1}m_1/(m_1+m_2)+c_{v2}m_1/(m_1+m_2). \quad (3)$$

Аналогичным образом получим выражение и для c_p:

$$c_p = c_{p1}m_1/(m_1+m_2)+c_{p2}m_1/(m_1+m_2). \quad (4)$$

Удельные теплоемкости идеальных газов выражаются формулами:

$$c_v = iR/(2\mu), \quad (5)$$

$$c_p = (i+2)R/(2\mu). \quad (6)$$

Подставляя (5) и (6) в (3) и (4), получаем расчетные формулы:

$$c_v = \frac{i}{2}\frac{R}{\mu_1}\frac{m_1}{m_1+m_2}+\frac{i}{2}\frac{R}{\mu_2}\frac{m_2}{m_1+m_2}, \quad (7)$$

$$c_p = \frac{(i+2)}{2}\frac{R}{\mu_1}\frac{m_1}{m_1+m_2}+\frac{(i-2)}{2}\frac{R}{\mu_2}\frac{m_2}{m_1+m_2}. \quad (8)$$

Для азота (двухатомный газ) $i = 5$, для аргона (одноатомный газ) $i = 3$. Подставляя числовые значения в формулы (7) и (8), получим:

$$c_v = \frac{5}{2}\frac{8.31\,Дж/(моль\cdot К)}{28\cdot10^{-3}\,кг/моль}\frac{2кг}{2кг+1кг}+\frac{5}{2}\frac{8.31\,Дж/(моль\cdot К)}{40\cdot10^{-3}\,кг/моль}\frac{1кг}{2кг+1кг} =$$
$$= 596\,Дж/(кг\cdot К)$$

$$c_p = \frac{5+2}{2}\frac{8.31\,Дж/(моль\cdot К)}{28\cdot10^{-3}\,кг/моль}\frac{2кг}{2кг+1кг}+\frac{5+2}{2}\frac{8.31\,Дж/(моль\cdot К)}{40\cdot10^{-3}\,кг/моль}\frac{1кг}{2кг+1кг} =$$
$$= 866\,Дж/(кг\cdot К)$$

Ответ: c_v = 596 Дж/(кг·К), c_p = 866 Дж/(кг·К)

Контрольная работа №2

1. Смесь 40 г водорода и 80 г неона находится в сосуде емкостью 0.8 м^3 при давлении 0.5 МПа. Определить температуру газа.

2. В обеих частях закрытого горизонтального цилиндра, разделенного на две части теплонепроницаемым легко подвижным поршнем, находятся одинаковые массы газа при температурах 300 и 450 К соответственно. На какие части поршень делит цилиндр?

3. В смеси газов содержится 30% кислорода и 70% гелия. Определить плотность газа при температуре 300 К и давлении 0.01 МПа.

4. В воздухе содержится 23.6% кислорода и 76.4% азота (по массе) при давлении 100 кПа и температуре 13°С. Найти плотность воздуха и парциальное давление кислорода.

5. Открытый сосуд при атмосферном давлении медленно нагревают от 250 до 350 К. какая часть массы воздуха осталась в нем? Расширением сосуда пренебречь.

6. В вертикальном цилиндре под тяжелым поршнем находится воздух при температуре 250 К и давлении 1 МПа. Определить площадь сечения поршня, если его масса 100 кг, а объем сжатого воздуха 0.5 л.

7. В сосуде емкостью 50 л находится азот при температуре 17°С. Вследствие утечки газа давление уменьшилось на 80 кПа. Определить массу газа, вышедшего из баллона. Температуру считать неизменной.

8. Определить массу газа в баллоне емкостью 90 л при температуре 295 К и давлении $5\cdot10^5$ Па, если его плотность при нормальных условиях 1.3 кг/м^3.

9. Автомобильная камера машины емкостью 6 л содержит 26 г воздуха при температуре 27°С. После подкачки воздуха давление увеличилось на 20%, а температура повысилась на 5°С. Какую массу воздуха дополнительно ввели в камеру?

10. Сколько молекул кислорода находится в сосуде объемом 33.8 м^3 при температуре 27°С и давлении 1.2 МПа. Найти суммарную энергию теплового движения всех молекул газа.

11. Вычислить энергию теплового движения 40 г кислорода при 147°С. Какую часть этой энергии составляет энергия поступательного движения молекул?

12. Вычислить температуру кислорода, при которой энергия теплового движения молекул не будет достаточна для того, чтобы молекулы преодолели силу земного притяжения и навсегда покинули планету.

13. Определить среднюю квадратичную скорость молекул газа, заключенного в сосуд вместимостью 2 л под давлением 200 кПа. Масса газа 0.3 г. Вычислить кинетическую энергию поступательного движения молекул газа.

14. Каково давление азота, если средняя квадратичная скорость его молекул 500 м/с, а его плотность 1.35 кг/м^3? Найти энергию поступательного и вращательного движения одной молекулы газа.

15. Два одинаковых сосуда, содержащие одинаковое число атомов гелия, соединены краном. В первом сосуде средняя квадратичная скорость атомов газа равна 100 м/с, во втором - 2000 м/с. Какой будет скорость, если кран открыть и сделать сосуды сообщающимися?

16. Найти число молекул в 1 м^3 и среднюю кинетическую энергию поступательного движения одной молекулы газа, находящегося при давлении 0.2 МПа и температуре 127°С.

17. Если молекулы, содержащиеся в 1 г воды, равномерно распределить по поверхности Земли (земного шара), то сколько из придется на 1 см^2. Считать Землю идеальной сферой радиусом 6400 км.

18. В баллоне имеется 16 мг кислорода. Через отверстие в каждую секунду вытекает 1 млрд., молекул. За какое время газ вытечет из баллона?

19. Вертикально поставленный цилиндр заполнен воздухом при давлении 0.1 МПа и закрыт легкоподвижным поршнем, масса которого 50 кг и площадь поперечного сечения 49 см? При температуре 27°С поршень устанавливается на некоторой высоте от дна цилиндра. Как изменится положение поршня, если на него положить дополнительный груз массой 50 кг, а температуру повысить на 150 К?

20. Какова длина ребра куба, содержащего $2\cdot10^6$ молекул идеального газа при нормальных условиях?

21. Внутри сферы диаметром 20 см находится кислород при температуре 17°С. Определить давление газа и число молекул в 1 $см^3$, если длина свободного пробега молекул равна диаметру сосуда (молекулы не испытывают соударений между собой).

22. При какой температуре средняя квадратичная скорость молекул азота равна средней арифметической скорости молекул водорода, находящихся при температуре 400 К?

23. Взвешенные в воздухе пылинки можно рассматривать как крупные молекулы. Какова средняя арифметическая скорость пылинки, если ее масса 10^{-14} кг? Температура воздуха 300 К.

24. Вычислить среднюю длину и среднюю продолжительность свободного пробега молекул кислорода при и температуре 300 К и давлении 10.2 Па.

25. При каком давлении длина свободного пробега молекул водорода, находящегося при температуре 127°С, равна 0.1 мм, если при нормальных условиях она составляет $1.6\cdot10^{-7}$ м?

26. Пространство между двумя коаксиальными цилиндрами заполнено газом. Радиус внешнего цилиндра 20.5 см, внутреннего 20 см. Длина обоих цилиндров равна 30 см. Внешний цилиндр вращается вокруг неподвижного внутреннего цилиндра с частотой 25 $с^{-1}$. Какая сила будет действовать на 1 $м^2$ поверхности внутреннего цилиндра, если вязкость газа 18 мкПа? С достаточной степенью точности слой газа между цилиндрами можно рассматривать как плоский.

27. Какое количество теплоты теряется каждый час через кирпичную стену площадью 15 $м^2$ и толщиной 40 см из комнаты, если температура наружного пространства 260 К, а температура помещения 293 К? Теплопроводность кирпича 0.4 Вт/(м·К).

28. Определить коэффициент теплопроводности кислорода при давлении 0.11 МПа и температуре 320 К, если коэффициент диффузии в этих условиях равен 0.2 $см^2$/с.

29. Стальной цилиндрический стержень длиной 15 см и диаметром 1 см прогревается с одного конца до температуры 650 К, а другим концом все время касается льда при температуре 273 К. Предлагая, что теплопередача теплоты

идет исключительно вдоль стержня (без потерь через стенки), подсчитать массу льда, растаявшего за 1.5 мин. Теплопроводность стали 49 Вт/(м·К).

30. Алюминиевый кофейник нагревается на электроплите. Вода в нем доведена до кипения (100°С) и в каждую минуту выделяется 17.5 г пара. Толщина дна кофейника 0.2 см, а площадь дна 400 $см^2$. Определить температуру наружной поверхности дна, предполагая, что все дно нагревается равномерно и вся теплота идет исключительно на испарение воды. Теплопроводность алюминия 200 Вт/(м·К).

31. Одна и та же масса двухатомного идеального газа сжимается один раз изотермически, а второй раз адиабатно. Начальные параметры газа в обоих случаях одинаковы. Найти отношение работы сжатия при адиабатном процессе к работе при изотермическом процессе, если в обоих процессах объем уменьшился в три раза.

32. Найти увеличение внутренней энергии и работу расширения 30 г водорода при постоянном давлении, если его объем увеличится в пять раз. Начальная температура 270 К.

33. Газ занимает объем 12 л при давлении 0.2 МПа. Определить работу, совершенную газом, если он изобарно нагревается от 300 до 348 К.

34. Определить молярную массу газа, если при изохорном нагревании на 10°С 20 г газа требуется 630 Дж теплоты, а при изобарном - 1050 Дж.

35. Горючую смесь газов помещают в цилиндр с поршнем. При быстром сжатии она воспламеняется при температуре 1200 К. Во сколько раз уменьшился объем смеси, если начальная ее температура была 300 К. Процесс считать адиабатным и $\gamma = 1.5$.

36. В баллоне емкостью 5 л находится азот при 300 К под давление 16.8 МПа. Баллон нагревают и при давлении 26.8 МПа он разрывается, давление газа при этом уменьшается до 0.1 МПа. Предполагая, что процесс расширения газа после взрыва адиабатный, определить: 1) объем газ после взрыва; 2) его температуру; 3) изменение внутренней энергии.

37. Определить отношение теплоемкостей газа при постоянном давлении и при постоянном объеме, если при изобарном нагревании его на 100 К требуется 4200 Дж теплоты, а при изохорном охлаждении газ отдает 5040 Дж теплоты при уменьшении давления в два раза. Начальная температура газа при изохорном охлаждении 400 К.

38. Кислород занимает объем 5 л при давлении 0.2 МПа, а при давлении 1 МПа та же масса газа занимает объем 2 л. Определить количество теплоты, сообщенное газу в процессе перехода из первого состояния во второе, изменение внутренней энергии и совершенную газом работу, если процесс происходил: 1) сначала изохорно, затем изобарно; 2) сначала изобарно, затем изохорно. Объясните совпадение и различие ответов.

39. Сосуд с газом при температуре 283 К движется со скоростью 250 м/с. Определить температуру азота в сосуде, если он внезапно остановится. Передачей теплоты стенкам пренебречь.

40. Углекислый газ, находящийся при температуре 450 K и давлении 0.5 МПа, расширяется адиабатно да тройного объема. Найти температуру и давление газ после расширения.

41. В 50 г воды при 90°С влили 30 г воды при 5°С. Определить изменение энтропии воды.

42. Чему равно изменение энтропии 10 г воздуха при изобарном расширении от 3 до 8 л.

43. Чему равно изменение энтропии 10 г воздуха при изохорном нагревании от 250 до 300 K.

44. Чему равно изменение энтропии 10 г воздуха при изотермическом расширении от 3 до 8 л.

45. Чему равно изменение энтропии 10 г воздуха при изобарном охлаждении от 300 до 250 K.

46. Газ сначала был нагрет изобарно так, что его объем увеличился в 4 раза, затем изохорно охлажден так, что давление уменьшилось в 4 раза. Определить изменение энтропии для одного киломоля газа.

47. Смешивают два разнородных инертных газа объемами 3 и 8 л, имеющих одинаковую температуру 400 K и давлении 100 кПа. Найти происходящее при этом изменение энтропии.

48. В 300 г воды при 50°С опустили 50 г льда при 0°С. Вычислить изменение энтропии в момент установления теплового равновесия.

49. Вычислить изменение энтропии при превращении 150 г воды, взятой при 20°С, в пар при 100°С.

50. При изохорном нагревании 480 г кислорода давление увеличилось в 5 раз. Найти изменение энтропии в этом процессе.

51. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, используется для поддержания в резервуаре температуры 250 K при температуре окружающего воздуха 27°С. За один цикл от резервуара отводится 3.15 кДж теплоты. Какая механическая работа требуется для выполнения одного цикла машины.

52. Идеальная холодильная машина работает по обратимому циклу Карно с КПД 40% и за один цикл совершает работу 25 кДж. Какое количество теплоты машина берет от холодильника за один цикл?

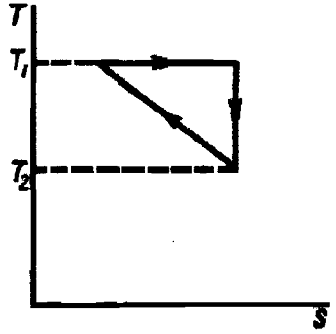

Рис. 5

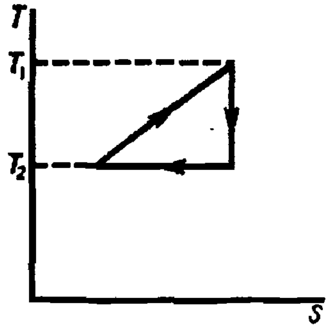

Рис. 6

53. Определить термический КПД тепловой машины, работающей по циклу Карно, если температура нагревателя 100°С, а холодильника 0°С. На сколько нужно повысить температуру нагревателя, чтобы увеличить КПД машины в 3 раза (при неизменной температуре холодильника)?

54. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, предает холодильнику 288 МДж теплоты в час. Температура нагревателя 377°С, а холодильника 27°С. Определить мощность установки.

55. Тепловая машина совершает термодинамический цикл, изображенный на рис. 5 в координатах T, S (температура, энтропия). Вычислить КПД цикла, если максимальная температура рабочего тела 500 K, а минимальная 300 K.

56. Тепловая машина совершает термодинамический цикл, изображенный на рис. 6 в координатах T, S (температура, энтропия). Вычислить КПД цикла, если максимальная температура рабочего тела 500 K, а минимальная 300 K.

57. Идеальная тепловая машина совершает обратимый цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар. В процессе цикла максимальное давление и объем газа в два раза больше минимального. Определить КПД цикла.

58. Тепловая машина с двумя молями двухатомного газа совершает цикл, состоящий из изохоры, изотермы и изобары. Максимальный объем газа в 3 раза больше минимального, изотермический процесс протекает при температуре 450 K. Найти КПД цикла и работу, совершаемую за один цикл.

59. Идеальный двухатомный газ совершает цикл, состоящий из двух изотерм и двух изохор, причем наибольшая температура газа 500 K, а наименьшая 300 K, наибольший объем 12 л, а наименьший 3 л. Найти КПД цикла.

60. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. Температура нагревателя 600 K, а холодильника 300 K. отношение наибольшего объема к наименьшему в одном процессе равно 8. Какую работу совершает машина за один цикл? Рабочим телом являются два моля одноатомного идеального газа.

61. Найти удельные теплоемкости c_p и c_v для молекул газов, если вероятная скорость движения их при нормальных условиях равна 484,5 м/с, а скорость распространения звука 388 м/с.

62. Скорость звука в газе при нормальных условиях равна 340 м/с, а постоянная адиабаты равна 1.4. Какова плотность газа?

63. Скорость звука в кислороде при некоторой температуре 640 м/с. Определить скорость звука в гелии при той же температуре газа.

64. Найти отношение удельной теплоемкости при постоянном давлении к удельной теплоемкости при постоянном объеме для газовой смеси, состоящей из 7 г гелия и 14 г водорода.

65. Вычислить удельные теплоемкости газа, зная, что его молярная масса $4\cdot10^{-3}$ кг/моль и отношение молярной теплоемкости при постоянном давлении к молярной теплоемкости при постоянном объеме равно 1.67.

66. Трехатомный газ под давлением 240 кПа и температуре 20°С занимает объем 5 л. Определить молярную теплоемкость этого газа при постоянном давлении.

67. Определить удельные теплоемкости при постоянном давлении и при постоянном объеме водорода, в котором половина молекул распалась на атомы.

68. Вычислить температуру воздуха, при которой давление равно 11.8 МПа и плотность воздуха 145 кг/м^3. Постоянная Ван-дер-Ваальса для воздуха $a = 13.8 \cdot 10^{-2}$ Н·м^4/моль^2, $b = 0.3 \cdot 10^{-4}$ м^3/моль. Сравнить результаты с вычислением в предположении, что газ идеальный.

69. Определить давление, которое создает 1 моль кислорода, если он занимает объем 0.5 л при температуре 300 К. Постоянная Ван-дер-Ваальса для кислорода $a = 13.6 \cdot 10^{-2}$ Н·м^4/моль^2, $b = 3.17 \cdot 10^{-5}$ м^3/моль. Сравнить результаты с давлением, вычисленным по уравнению Менделеева-Клапейрона.

70. В сосуде вместимостью 0.3 л находится углекислый газ в количестве одного моля при температуре 300 К. Определить давление газа: 1) по уравнению Менделеева-Клапейрона; 2) по уравнению Ван-дер-Ваальса. Постоянная Ван-дер-Ваальса для углекислого газа $a = 3.61 \cdot 10^{-2}$ Н·м^4/моль^2, $b = 4.28 \cdot 10^{-5}$ м^3/моль. Определить относительную погрешность, которая будет допущена, если газ считать идеальным.

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

1. Основные физические постоянные (округленные значения)

Физические постоянные	Обозначение	Числовые значения
Нормальное ускорение свободно падающих тел	g	9.8 м/с^2
Гравитационная постоянная	G	$6.67 \cdot 10^{-11}$ м^3/(кг·с^2)
Постоянная Авогадро	N_A	$6.02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Молярная (универсальная) газовая постоянная	R	8.31 Дж/(моль·К)
Постоянная Больцмана	k	$1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Мольный объем идеального газа (объем одного киломоля идеального газа при нормальных условиях)	V_o	$22.4 \cdot 10^{-3}$ м^3/моль

2. Астрономические величины

Средний радиус Земли .... $6.37 \cdot 10^6$ м
Средняя плотность Земли .... 5500 кг/м^3
Масса Земли .... $5.96 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Солнца .... $6.95 \cdot 10^8$ кг
Средняя плотность Солнца .... 1400 кг/м^3
Масса Солнца .... $1.97 \cdot 10^{30}$ кг

Радиус Луны .... $1.74 \cdot 10^6$ м
Масса Луны .... $7.3 \cdot 10^{22}$ кг
Среднее расстояние между центрами Земли и Луны .... $3.84 \cdot 10^8$ м
Среднее расстояние между центрами Солнца и Земли .... $1.5 \cdot 10^{11}$ м
Период обращения Луны вокруг Земли .... 27 сут 7 ч 43 мин

3. Плотности жидкостей $\rho \cdot 10^{-3}$, кг/м^3
воды (при 4°С) - 1; глицерина - 1.26; керосина - 0.8;
масла - 0.9; ртути - 13.6; спирта - 0.8

4. Плотности газов при нормальных условиях, кг/м^3
азота - 1.25; аргона - 1.78; водорода - 0.09;
воздуха - 1.29; гелия - 0.18; кислорода - 1.43

5. Поверхностное натяжение жидкостей при 20°С, Н/м
воды - 0.072; глицерина - 0.066; спирта - 0.022

6. Плотность ρ, модуль упругости (модуль Юнга) Е, коэффициент линейного расширения (среднее значение) α

Наименование	$\rho \cdot 10^{-3}$, кг/м^3	$E \cdot 10^{-10}$ н/м^2	$\alpha \cdot 10^6$ К$^{-1}$
Алюминий	2.7	7.00	24
Вольфрам	19.75	41.1	4.3
Железо (сталь)	7.85	22.0	11.9
Константан	8.9	21.0	17.0
Лед	0.92	0.28	
Медь	8.8	12.98	16.7
Никель	8.8	20.4	13.4
Нихром	8.4		
Фарфор	2.3		3

7. Эффективный диаметр молекул газов, $\sigma \cdot 10^{10}$ м
азота - 3.1; аргона - 3.6; водорода - 2.3;
воздуха - 3.0; гелия - 1.9; кислорода - 2.9

8. Удельная теплота плавления, $\lambda \cdot 10^{-4}$ Дж/кг
льда - 33.5; свинца - 2.3

9. Удельная теплота парообразования, $r \cdot 10^{-5}$ Дж/кг
воды - 22.5; эфира - 6.68

10. Удельная теплоемкость, $c \cdot 10^{-2}$ Дж/(кг·К)
воды - 41.9; льда - 21.0; свинца - 1.26; нихрома - 22.0

СОДЕРЖАНИЕ