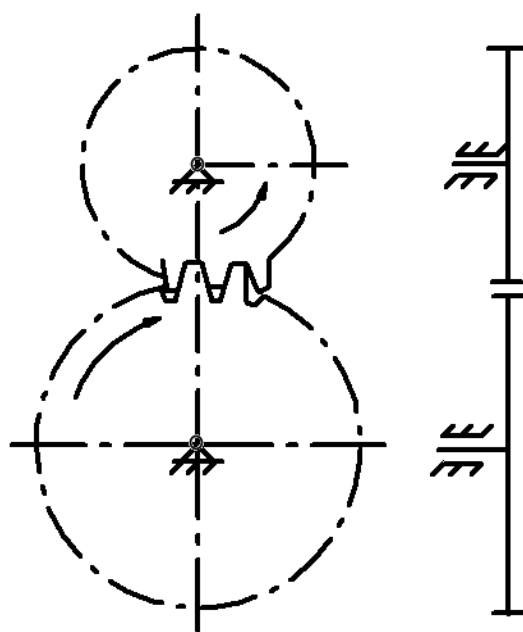


**С.Г. ПЕТРОВ, И.В. КЛЮШКИН, П.В. КАУРОВ**

# **ТЕОРИЯ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ**

**Часть 3  
Учебное пособие**



**Санкт-Петербург  
2019**

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПРОМЫШЛЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ДИЗАЙНА»**

---

**ВЫСШАЯ ШКОЛА ТЕХНОЛОГИИ И ЭНЕРГЕТИКИ**

**С.Г. ПЕТРОВ, И.В. КЛЮШКИН, П.В. КАУРОВ**

# **Теория машин и механизмов**

**Часть 3**

**Учебное пособие**

**Санкт – Петербург  
2019**

УДК 531(075)

ББК 34.41я7

Т 338

Теория машин и механизмов: учебное пособие / сост. С.Г. Петров, И.В. Ключкин, П.В. Кауров; ВШТЭ СПбГУПТД. – СПб., 2019. Ч.3. – 83 с.

Учебное пособие «Теория машин и механизмов» читается бакалаврам в Высшей школе технологии и энергетики Санкт-Петербургского государственного университета промышленных технологий и дизайна. В настоящем пособии представлены основные виды зубчатых механизмов и методы их изготовления и расчета, даны понятия о планетарных зубчатых механизмах, их особенностях и порядке синтеза различных типов планетарных механизмов. Перечень тем соответствует рабочей программе дисциплины.

Рецензенты:

зав. кафедрой «Машины автоматизированных систем» Высшей школы технологии и энергетики Санкт-Петербургского государственного университета промышленных технологий и дизайна, доктор технических наук, профессор А.В. Александров;

профессор кафедры «Автоматы» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, кандидат технических наук, старший научный сотрудник В.В. Ваганов.

Подготовлено и рекомендовано к печати в качестве учебного пособия кафедрой «Основы конструирования машин» ВШТЭ СПбГУПТД (протокол № 8 от 07.03.2019 г.).

Утверждено к изданию методической комиссией института технологии ВШТЭ СПбГУПТД (протокол № 3 от 03.04.2019 г.).

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом ВШТЭ в качестве учебного пособия.

© Высшая школа технологии и энергетики СПбГУПТД, 2019  
© Петров С.Г., Ключкин И.В., Кауров П.В., 2019

Редактор и корректор Т.А. Смирнова  
Техн. редактор Л.Я. Титова

Темплан 2019 г., поз. 57

Подп. к печати 10.06.19

Формат 60x84/16.

Бумага тип. №1.

Печать офсетная.

Печ. л. 5,5.

Уч.-изд. л. 5,5.

Тираж 50 экз.

Изд. № 58.

Цена «С».

Заказ

Ризограф Высшей школы технологии и энергетики СПбГУПТД,  
198095. Санкт-Петербург, ул. Ивана Черных. 4

# 1. ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ.

## ОСНОВНЫЕ ВИДЫ ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ

Если на рабочих поверхностях катков фрикционной передачи расположить ряд выступов, т.е. зубьев и впадин так, чтобы зубья одного тела качения смогли входить во впадины другого, то движение с 1-го вала на другой будет передаваться посредством давления в точках касания боковых поверхностей зубьев. Если соответствующим образом выбрать кривые, ограничивающие боковые поверхности зубьев, то можно обеспечить передачу движения с постоянным передаточным числом.

Катки, на рабочих поверхностях которых расположены зубья и впадины, называются зубчатыми колесами. Два сцепленных зубчатых колеса образуют зубчатую пару.

Зубчатые механизмы служат для преобразования вращательного движения.

Эти механизмы могут быть как с внешним зацеплением (рис.1.1, а), так и с внутренним (рис.1.1, б).

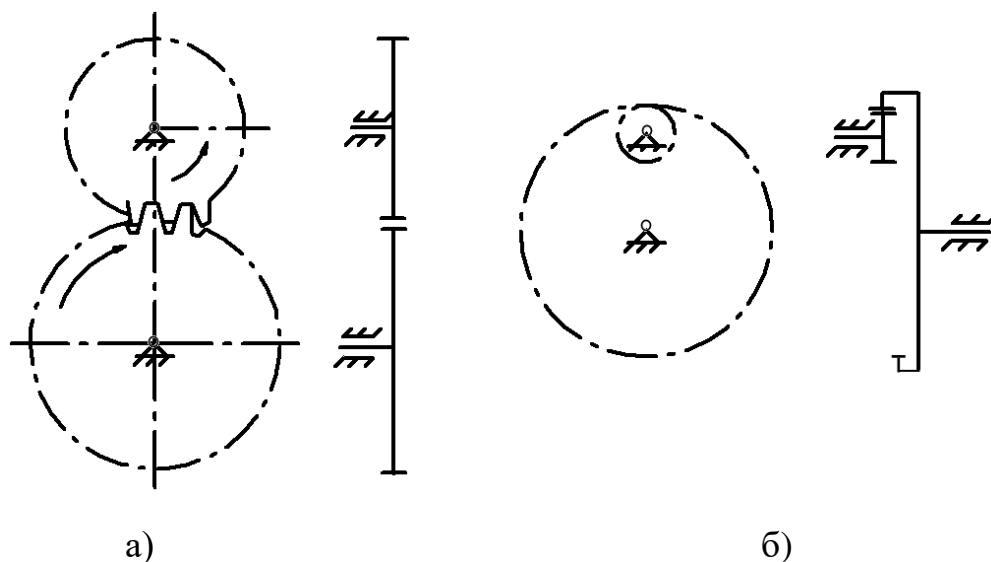


Рис.1.1

К зубчатым механизмам относится и механизм реечного зацепления (рис. 1.2). Рейка обычно имеет возвратно–поступательное движение.

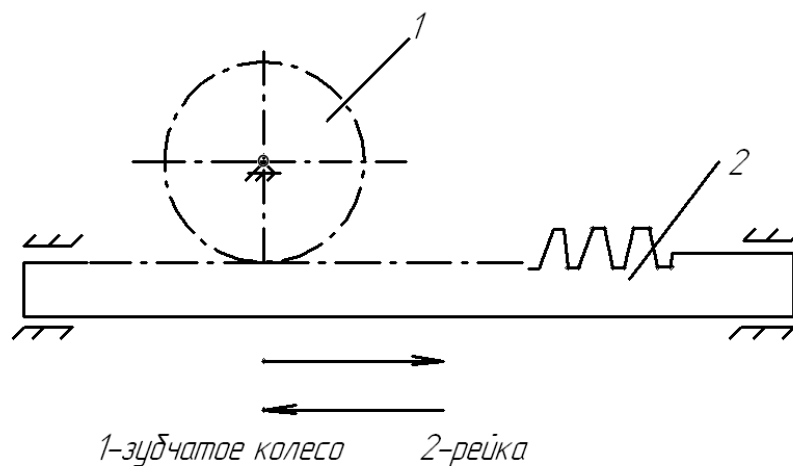


Рис.1.2

Зубчатые механизмы могут быть с неподвижными осями (рис.1.3, а), а также с подвижными осями, к которым относится планетарный зубчатый механизм (рис.1.3, б).

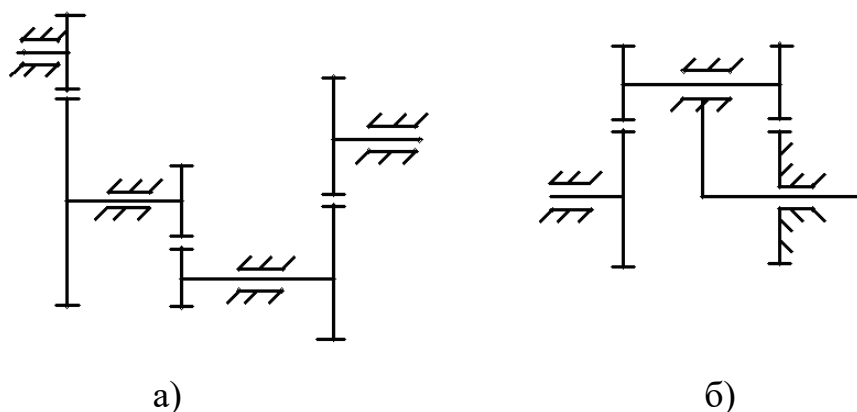


Рис.1.3

### 1.1. Исходное положение теории зацеплений зубчатых механизмов.

#### Передаточное отношение зубчатого механизма

Рассмотрим схему машинного агрегата, приведённую на рис.1.4:

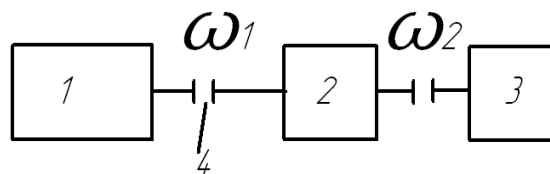


Рис.1.4

1 – двигатель; 2 – передаточный механизм; 3 – рабочий агрегат; 4 - муфта

Передаточный механизм – обычно редуктор или мультипликатор.

Пусть вал двигателя вращается с угловой скоростью  $\omega_1$ , а вал рабочего органа -  $\omega_2$ .

Тогда передаточное отношение  $U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}$ .

Передаточное число – это отношение угловой скорости ведущего вала к угловой скорости ведомого вала.

Можно сразу определить коэффициент полезного действия зубчатого механизма –  $\eta$ .

$$\eta = \frac{N_{ведом}}{N_{ведущ}} = \frac{M_2}{M_1} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{M_2}{M_1} \frac{\omega_1}{\omega_2},$$

где  $N_{ведом}$  – мощность на ведомом валу;

$N_{ведущ}$  – мощность на ведущем валу;

$M_2, M_1$  – вращающие моменты.

Но так как  $\frac{\omega_1}{\omega_2} = U_{12}$ , то  $\eta = \frac{M_2}{M_1 \cdot U_{12}}$ .

Отсюда передаточное число  $U_{12} = \frac{M_2}{M_1 \cdot \eta}$ .

Если передаточное число больше 1, то зубчатый механизм будет редуктором ( $U > 1$ ).

Если передаточное число меньше 1, то зубчатый механизм будет мультипликатором ( $U < 1$ ).

Передаточные числа могут быть положительными и отрицательными.

Угловые скорости колес зубчатой передачи внешнего зацепления (рис. 1.5) имеют разное направление, и её передаточное отношение принято считать отрицательным, т.е.  $U < 0$ ;

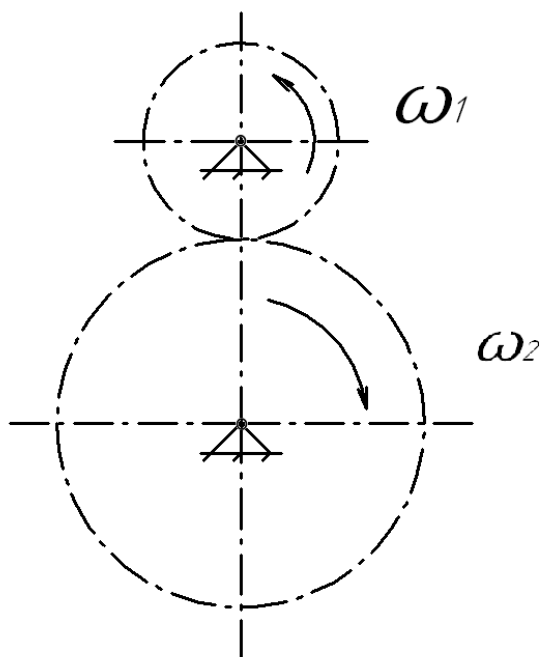


Рис.1.5

$$U_{12} = - \frac{\omega_1}{\omega_2} \quad (\text{знаки } \omega_1 \text{ и } \omega_2 \text{ противоположны}).$$

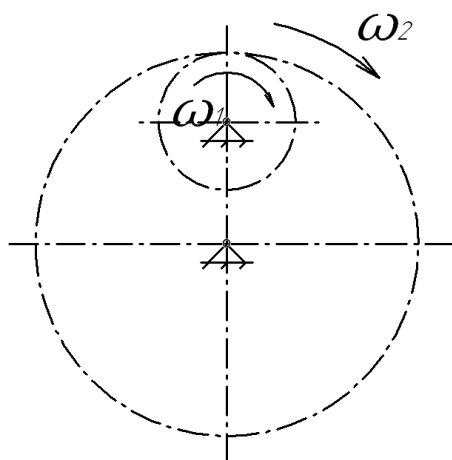


Рис. 1.6

В передачах с внутренним зацеплением (рис. 1.6), где угловые скорости имеют одинаковое направление, передаточное отношение принято считать положительным, так как  $U > 0$ ;

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \quad (\text{знаки } \omega_1 \text{ и } \omega_2 \text{ совпадают}).$$

Передаточное число может быть любым.

## 1.2. Основная теорема зацепления

Предположим, что надо передать вращательное движение с вала  $O_1$  на вал  $O_2$  с заданным передаточным отношением  $U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$ .

Рассмотрим по одному зубу с каждого вала, когда они находятся в зацеплении (рис. 1.7).

Принимаем следующие условия:

1. Профили достаточно гладкие.
2. Звено 1 – ведущее.
3. Звено 2 – ведомое.

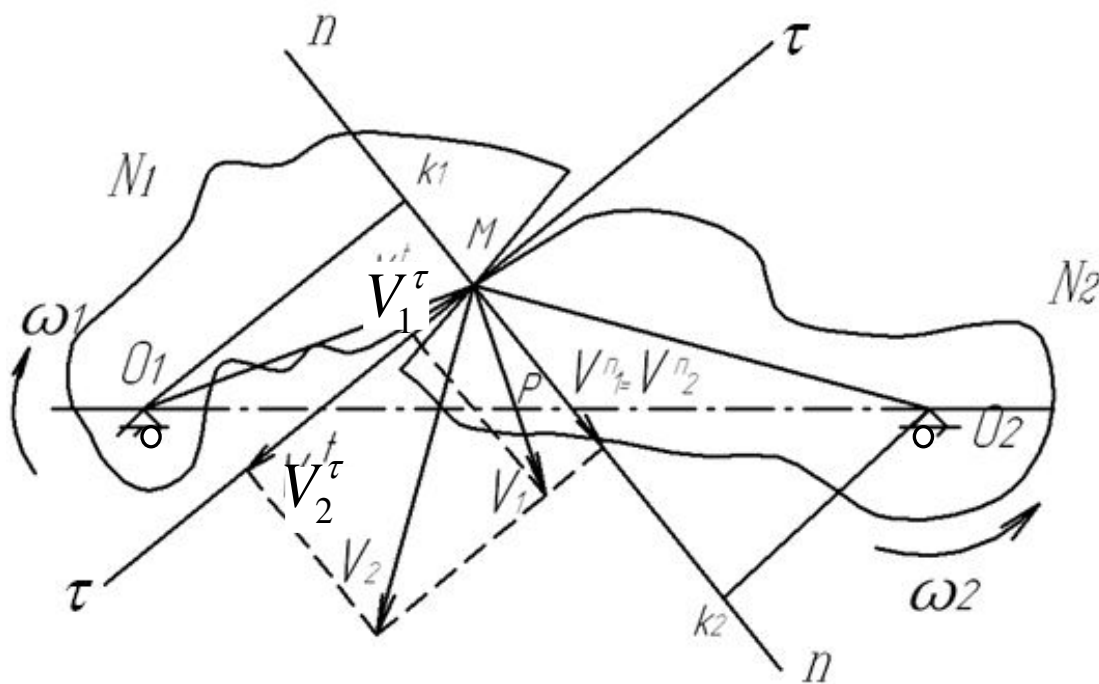


Рис.1.7

В точке  $M$  профили касаются друг друга. Через точку  $M$  проведем нормаль и касательную:  $\tau - \tau$  – общая касательная;  $n - n$  – общая нормаль.

Скорости в точке  $M$  будут равны:

$$V_1 = \omega_1 \cdot O_1M ;$$

$$V_2 = \omega_2 \cdot O_2M .$$



Но в то же время

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_1^n + \bar{V}_1^\tau.$$

Давление между двумя твердыми телами передается по общей нормали. Непрерывная передача движения возможна лишь в том случае, если проекции скоростей точек контакта обоих одинаковы по величине и направлению, т.е.

$$\bar{V}_1^n = \bar{V}_2^n.$$

Предположим, что  $\bar{V}_1^n > \bar{V}_2^n$ , но невозможно, чтобы первый профиль врезался во второй, так как профили твёрдые.

$\bar{V}_1^n < \bar{V}_2^n$  – тоже невозможно, иначе второй профиль оторвался бы от первого.

Следовательно  $\bar{V}_1^n = \bar{V}_2^n$ .

Опустим из центров вращения перпендикуляры на нормаль.

Тогда

$$\bar{V}_1^n = \omega_1 \cdot O_1K_1,$$

$$\bar{V}_2^n = \omega_2 \cdot O_2K_2.$$

Приравнивая кривые части, получаем:

$$\omega_1 \cdot O_1K_1 = \omega_2 \cdot O_2K_2$$

или

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2K_2}{O_1K_1}. \quad (1)$$

Точку пересечения нормали  $n - n$  с линией  $O_1O_2$  обозначаем через  $P$ .

Из рассмотрения треугольников  $O_1K_1P$  и  $O_2K_2P$  утверждаем, что они подобны:

$$\Delta O_1K_1P \sim \Delta O_2K_2P.$$

Тогда

$$\frac{O_2K_2}{O_1K_1} = \frac{O_2P}{O_1P}.$$

Или из формулы (1) получаем

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2P}{O_1P}.$$

Формулировка теоремы зацепления: **общая нормаль к двум соприкасающимся профилям делит межцентровое расстояние на отрезки, обратно пропорциональные угловым скоростям.**

Точка пересечения общей нормали с линией центров носит название полюса зацепления  $P$ .

Основная теорема зацепления отражает связь между кинематическими величинами и геометрическими размерами.

### 1.3. Следствие из основной теоремы зацепления

1. В процессе зацепления между профилями имеет место скольжение.

$$\bar{V}_1 \neq \bar{V}_2 ;$$

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_1^n + \bar{V}_1^\tau ;$$

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_2^n + \bar{V}_2^\tau ;$$

$$\bar{V}_1^n + \bar{V}_1^\tau \neq \bar{V}_2^n + \bar{V}_2^\tau .$$

$$\text{Но } \bar{V}_1^n = \bar{V}_2^n, \text{ следовательно: } \bar{V}_1^\tau \neq \bar{V}_2^\tau ; \bar{V}_1 = \bar{V}_2 + \bar{V}_{12} ,$$

где  $\bar{V}_1$  – абсолютная скорость;

$\bar{V}_2$  – переносная скорость;

$\bar{V}_{12}$  – относительная скорость.

$$\bar{V}_{12} = \bar{V}_{\text{скольжения}}; \bar{V}_{\text{скольжения}} = \bar{V}_{12} = \bar{V}_1 - \bar{V}_2 = \bar{V}_1^{\tau} - \bar{V}_2^{\tau},$$

$$\bar{V}_2 - \bar{V}_1 = \bar{V}_{\text{ск}} = \bar{V}_2^{\tau} - \bar{V}_1^{\tau} = \bar{V}_{21}.$$

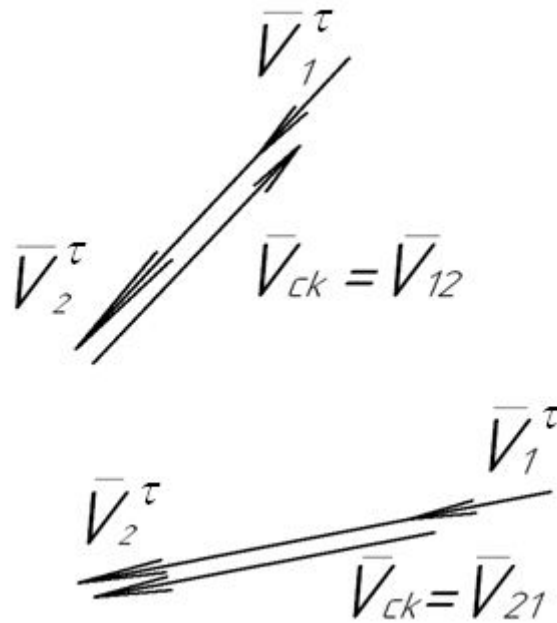


Рис.1.8

В полюсе зацепления скольжение отсутствует (рис.1.9).

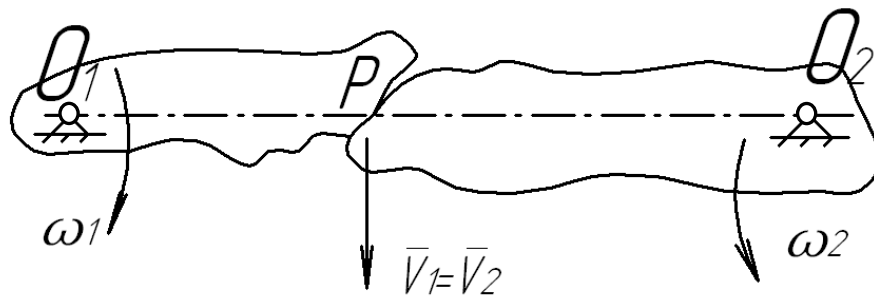


Рис.1.9

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2P}{O_1P}; \quad \omega_1 \cdot O_1P = \omega_2 \cdot O_2P, \text{ т.е. } \bar{V}_1 = \bar{V}_2.$$

$$\bar{V}_1^t = \bar{V}_2^t; \bar{V}_{\text{ск}} = 0.$$

## 1.4. Эвольвента и её свойства

В настоящее время для образования профилей зубьев используют кривые, называемые эвольвентами; профили, образованные этими кривыми, называют эвольвентными профилями.

Эвольвента представляет собой развертку окружности эволюты.

Эволюта - это основная окружность.

Эвольвента – это кривая, которую описывает любая точка прямой, касательной к окружности, если эту прямую катить по окружности без скольжения.

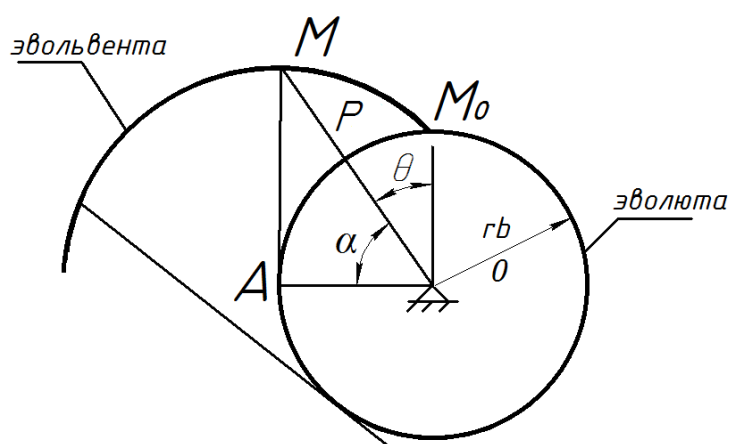


Рис.1.10

Свойства эвольвенты:

1. Нормаль к эвольвенте является одновременно касательной к эволюте.
2. Точка  $A$  является центром кривизны эвольвенты в данной точке  $M$  ( $AM$  – радиус кривизны).
3. Дуга  $AM_0 = AM$ .

## 2. УРАВНЕНИЕ ЭВОЛЬВЕНТЫ

Из предыдущего раздела известно, что отрезок  $AM = \cup AM_o$ , так как отрезок  $AM$  катится по окружности без скольжения.

$$\text{Но } \cup AM_o = r_b(\alpha + \theta).$$

$$\text{Отрезок } AM = r_a \operatorname{tg} \alpha.$$

Так как прямая  $AM$  и  $\cup AM_o$  равны, то  $r_a \operatorname{tg} \alpha = r_b(\alpha + \theta)$ .

$$\text{Отсюда } \theta = \operatorname{tg} \alpha - \alpha.$$

Из прямоугольного треугольника  $OAM$  следует, что радиус-вектор эвольвенты

$$\rho = \frac{r_b}{\cos \alpha}.$$

$$\text{Выражения } \theta = \operatorname{tg} \alpha - \alpha, \quad \rho = \frac{r_b}{\cos \alpha}$$

называются уравнениями эвольвенты в полярных координатах.

Если увеличивать угол  $\alpha$ , будут меняться радиус-вектор  $\rho$  эвольвенты и угол  $\theta$ .

Радиус-вектор эвольвенты зависит от  $\theta$ , т.е.  $\rho = f(\theta)$ .

Функцию  $\theta$ , широко используемую в теории зацепления, называют инволютой.

$$\theta = \operatorname{tg} \alpha - \alpha = \operatorname{inv} \alpha.$$

Таблицы для определения  $\operatorname{inv} \alpha$  приводятся в справочниках по зубчатым зацеплениям.

Например:  $\alpha = 20^\circ$ , а  $\theta = 0,014904$ .

Основная окружность имеется на любом зубчатом колесе, при этом  $r_b > r_f$ , если  $z < 42$  и  $r_b < r_f$ , если  $z > 42$ , где  $r_b$  – радиус основной окружности,  $r_f$  – радиус окружности впадин,  $z$  – число зубьев (рис. 2.1).

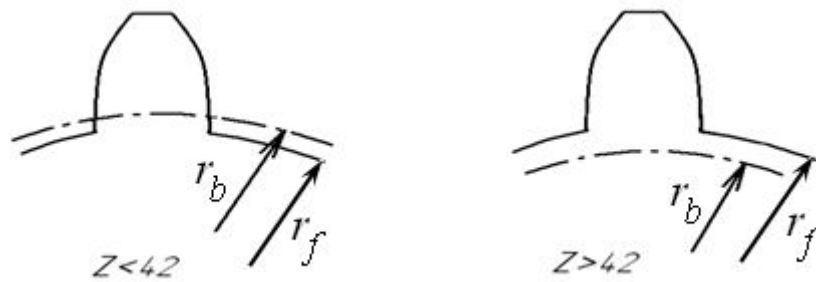


Рис.2.1

## 2.1. Применение эвольвенты в качестве профиля зуба

1. Эвольвентный профиль обеспечивает постоянство передаточного отношения в процессе зацепления.

$A_1A_2$  – нормаль к эвольвенте и касательная к основной окружности.

Общая нормаль пересекает линию центров  $O_1O_2$  всегда в одной и той же точке  $P$ .

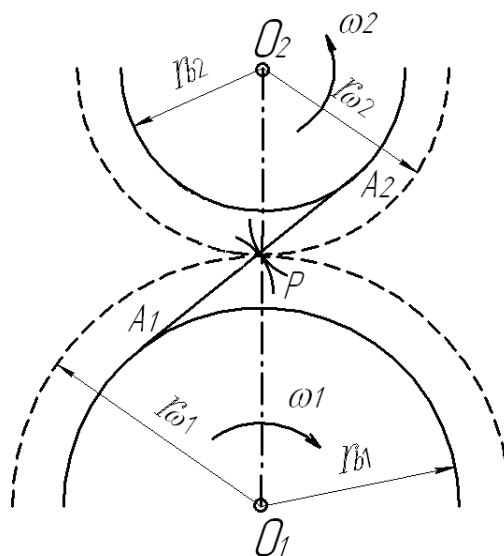


Рис.2.2

Передаточное число

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2}.$$

Из основной теории зацепления известно:

$$U_{12} = \frac{O_2P}{O_1P},$$

где  $O_1P = r_{w1}$ ;  $O_2P = r_{w2}$ .

Центроиды представляют собой правильные окружности – начальные окружности зубчатых колес (обозначаются  $r_w$ ).

2. Эвольвента обеспечивает постоянство передаточного отношения при изменении межцентрового расстояния.

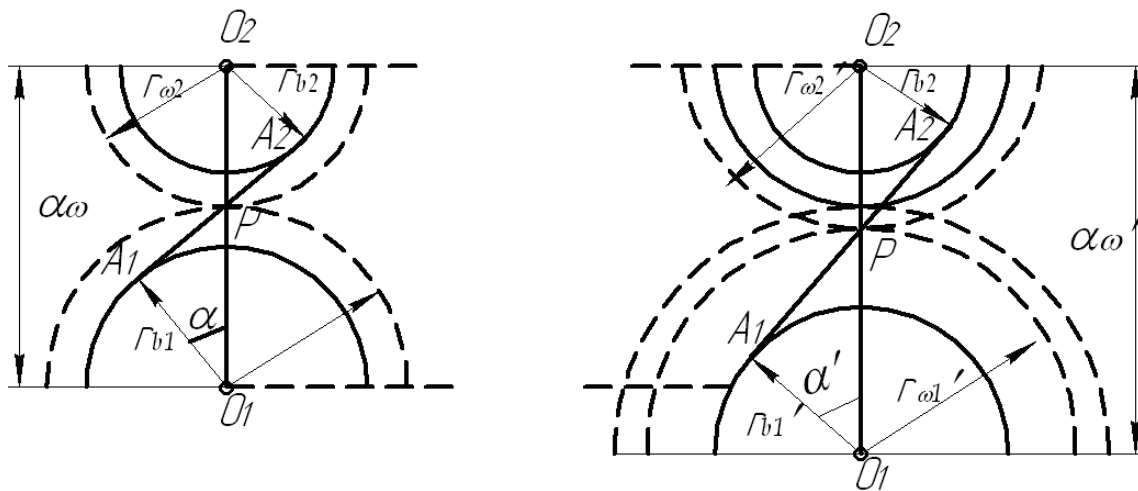


Рис.2.3

Передаточное отношение в первом случае:

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{w2}}{r_{w1}} = \frac{r_{w2} \cdot \cos \alpha}{r_{w1} \cdot \cos \alpha} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}}.$$

Передаточное отношение во втором случае, когда межцентровое расстояние стало больше:

$$U_{12}' = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r'_{w2}}{r'_{w1}} = \frac{r'_{w2} \cdot \cos \alpha'}{r'_{w1} \cdot \cos \alpha'} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}}; U_{12} = U_{12}'.$$

Следовательно, при изменении межцентрового расстояния передаточное отношение эвольвентной зубчатой передачи остается неизменным. Благодаря этому крайне важному свойству эвольвентные

зубчатые передачи применяют и в тех случаях, когда межцентровые расстояния могут в известных пределах меняться.

Межцентровое расстояние есть сумма радиусов начальных окружностей:

$$a_w = r_{w1} + r_{w2}; a_w = \frac{r_{b1} + r_{b2}}{\cos \alpha};$$

$$a_w \cdot \cos \alpha = a'_w \cdot \cos \alpha' = r_{b1} + r_{b2};$$

$$a'_w = r'_{w1} + r'_{w2} = \frac{r_{b1}}{\cos \alpha'} + \frac{r_{b2}}{\cos \alpha'};$$

$$r_w = r_b \cdot \frac{1}{\cos \alpha}; r_b = r_w \cdot \cos \alpha; \frac{r_b}{r_w} = \cos \alpha,$$

где  $r_w$  – радиус начальной окружности;  $r_a$  – радиус основной окружности.

## 2.2. Основные геометрические соотношения нормального (без коррекции) зубчатого колеса

Расстояние  $P_t$  (рис.2.4) между двумя одноименными профилями соседних зубьев, измеренное по дуге окружности, называют шагом зубчатого колеса. По делительной окружности шаг точно делится пополам.

Делительная окружность – главная расчетная окружность зубчатого колеса. Обозначим  $r$  – радиус делительной окружности.

Пусть зубчатое колесо имеет  $z$  зубьев. Тогда длина делительной окружности колеса равна:  $P_t \cdot z = 2\pi \cdot r$ . Отсюда:  $r = \frac{P_t}{\pi} \cdot \frac{z}{2}$ .

Отношение  $\frac{P_t}{\pi} = m$  называется модулем зубчатого колеса.

$$r = \frac{m \cdot z}{2}; P_t = \pi \cdot m.$$



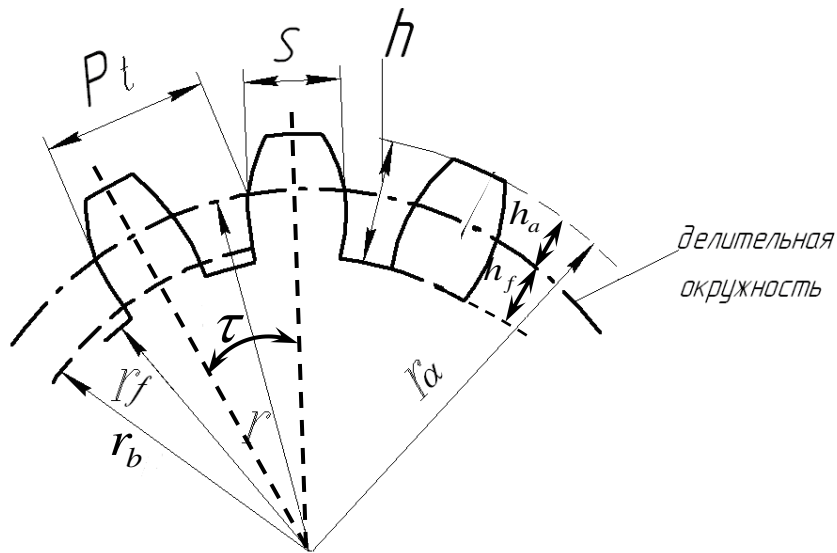


Рис.2.4

Модуль измеряется в миллиметрах. Модуль выбирается из стандартного ряда модулей:

$$m = 0,05; 0,06; \dots$$

$$0,1; 0,2; 0,3; \dots$$

$$1; 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; 8; \dots$$

$$10; 15; 20; 30; 40; 50; 100.$$

Делительная окружность делит зуб на две части: головку  $h_a$  и ножку  $h_f$ .

$$h_a = m; h_f = 1,25 m; h = h_a + h_f; h = 2,25 m,$$

где  $h$  – высота зуба.

Различают радиус окружности выступов  $r_a$  и радиус окружности впадин  $r_f$ .

Радиус окружности выступов  $r_a = r + h_a$ ; радиус окружности впадин  $r_f = r - h_f$ .

Радиус основной окружности:

$$r = r \cdot \cos \alpha, \alpha = 20^\circ, \cos 20^\circ = 0,9397.$$

$S$  – толщина зуба по делительной окружности.

$$S = \frac{\pi \cdot m}{2} = \frac{P_t}{2}.$$

### 2.3. Основные параметры эвольвентного зацепления (без коррекции)

Линия зацепления  $A_1A_2$  – это геометрическое место точек касания профилей на неподвижной плоскости (рис.2.5). Линия зацепления является общей нормалью и касательной к основным окружностям. Зацепление происходит не по всей линии зацепления. Поэтому различают теоретический и рабочий участки линий зацепления.

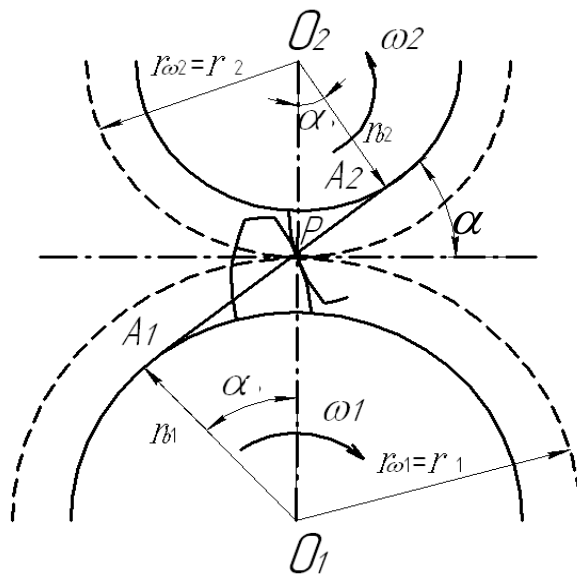


Рис.2.5

Для того чтобы построить рабочий участок линии зацепления, поступают следующим образом:

радиусом окружности выступов соответствующего зубчатого колеса делают засечки на теоретической линии зацепления и получают точки  $M_1$  и  $M_2$ .

При зацеплении зубчатых колес касание зубьев происходит не по всей поверхности зубьев, а только по части её.

На рис.2.6 заштрихованная область – это область касания зубчатых поверхностей.

Угол зацепления  $\alpha$  – угол между линией зацепления и перпендикуляром к межцентровому расстоянию.

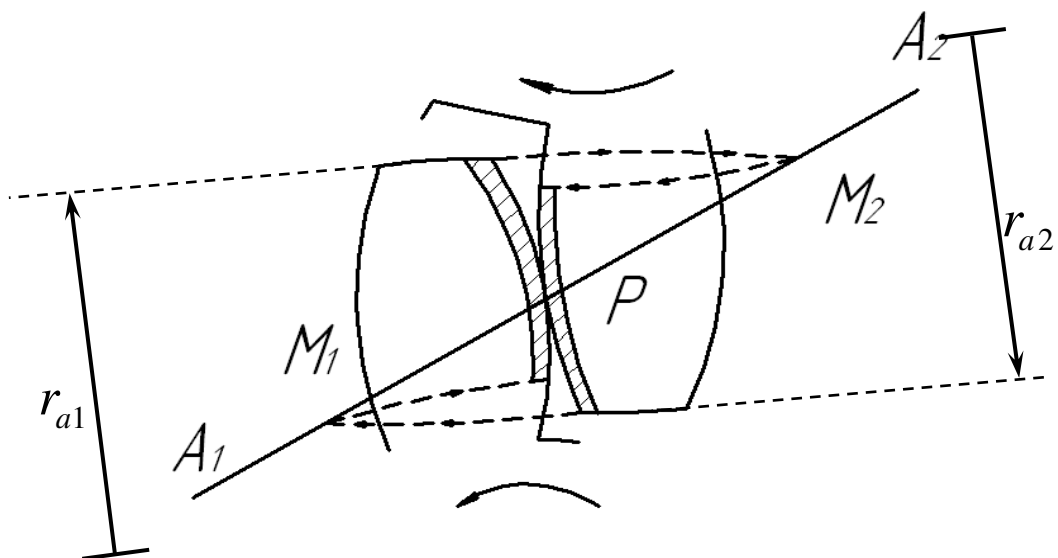


Рис.2.6

Примечание: если начальные окружности  $r_w$  совпадают с делительными  $r$ , то угол  $\alpha = 20^\circ$ .

При наличии коррекции угол зацепления больше  $20^\circ$ .

Дуга зацепления  $\sigma$  – это дуга по начальной окружности, которую проходит любая точка колеса в период зацепления одной пары зубьев (рис. 2.7).

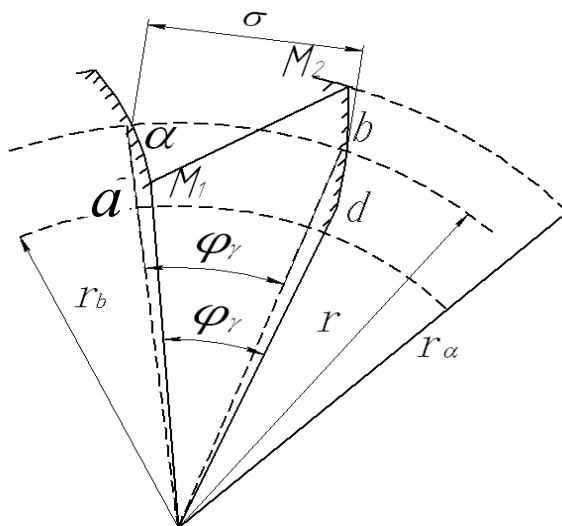


Рис.2.7

$\varphi_\gamma$  – угол поворота зубчатого колеса от начала до конца зацепления;

$\varphi_\gamma$  - угол перекрытия.

$$\sigma = \cup ab;$$

$$\sigma = r \cdot \varphi_\gamma;$$

$$\cup cd = r_{\hat{a}} \cdot \varphi_\gamma;$$

$$\cup cd = M_1 M_2 \text{ – по свойству эвольвенты.}$$

Отсюда

$$\varphi_\gamma = \frac{M_1 M_2}{r_{\hat{a}}};$$

$$\sigma = \hat{e} \cdot \varphi_\gamma = r \cdot \frac{M_1 M_2}{r_{\hat{a}}} = \frac{M_1 M_2}{r_{\hat{a}} / r} = \frac{M_1 M_2}{\cos \alpha};$$

$$\sigma = \frac{M_1 M_2}{\cos \alpha}.$$

Если шаг будет больше дуги зацепления, то касание одной пары зубьев закончится, а следующая пара зубьев ещё не войдет в соприкосновение: произойдет перерыв в зацеплении, скорости зубьев изменятся, и следующая пара зубьев войдет в соприкосновение с ударом. Для того чтобы этого не было, шаг должен быть меньше дуги зацепления; следующая пара зубьев должна войти в зацепление раньше, чем предыдущая выйдет из зацепления.

Отношение дуги зацепления к шагу называют коэффициентом перекрытия.

Коэффициент перекрытия  $\mathcal{E}$  показывает, сколько пар зубьев одновременно находятся в зацеплении:  $\mathcal{E} = \frac{\sigma}{P_t} = \frac{M_1 M_2}{P_t \cdot \cos \alpha};$

$\mathcal{E}$  должен быть больше 1,1, для того чтобы не было ударной нагрузки.

Пусть  $\mathcal{E} = 1,2$ , тогда 80 % угла поворота соответствуют одной паре, т.е. в зацеплении находится одна пара зубьев; 20 % угла поворота соответствуют двум парам.

### 3. АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ РАБОЧЕГО УЧАСТКА ЛИНИИ ЗАЦЕПЛЕНИЯ

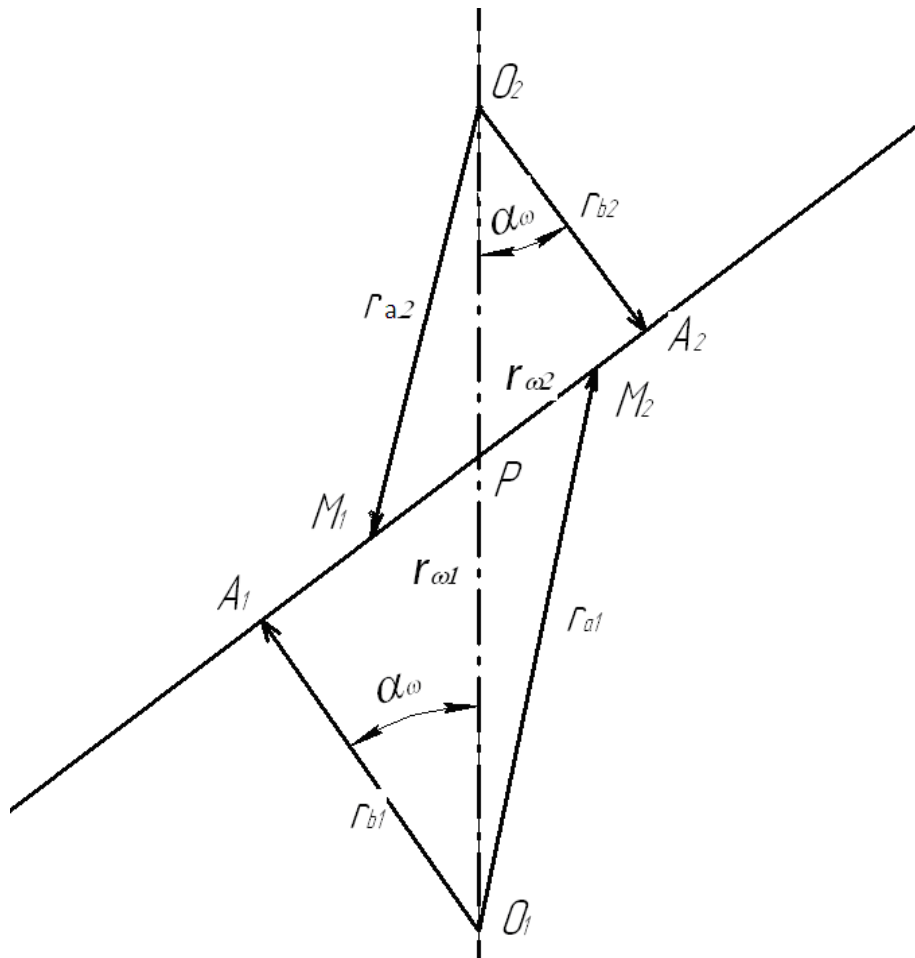


Рис.3.1

$$\text{Дуга зацепления } \sigma = \frac{M_1 M_2}{\cos \alpha}.$$

$$\text{Коэффициент перекрытия } \varepsilon = \frac{M_1 M_2}{P_t \cdot \cos \alpha},$$

$\partial_a = M_1 M_2$  – длина рабочего участка.

$$M_1 M_2 = M_1 P + M_2 P;$$

$$M_1 P = M_1 A_2 - P A_2 = \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - r_{\omega 2} \cdot \sin \alpha_{\omega}.$$

Аналогично

$$M_2P = \sqrt{r_{a_1}^2 - r_{b_1}^2} - r_{\omega_1} \cdot \sin \alpha_{\omega}.$$

Тогда длина рабочего участка

$$\begin{aligned} \partial_a &= M_1M_2 = M_1P + M_2P = \\ &= \sqrt{r_{a_2}^2 - r_{b_2}^2} + \sqrt{r_{a_1}^2 - r_{b_1}^2} - r_{\omega_2} \cdot \sin \alpha_{\omega} - r_{\omega_1} \cdot \sin \alpha_{\omega} = \\ &= \sqrt{r_{a_2}^2 - r_{b_2}^2} + \sqrt{r_{a_1}^2 - r_{b_1}^2} - \sin \alpha (r_{\omega_2} + r_{\omega_1}) = \\ &= \sqrt{r_{a_2}^2 - r_{b_2}^2} + \sqrt{r_{a_1}^2 - r_{b_1}^2} - a_{\omega} \cdot \sin \alpha_{\omega}; \end{aligned}$$

$a_{\omega} = r_{\omega_1} + r_{\omega_2}$ ,  $a_{\omega}$  – межцентровое расстояние.

Коэффициент перекрытия

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{r_{a_2}^2 - r_{b_2}^2} + \sqrt{r_{a_1}^2 - r_{b_1}^2} - a_{\omega} \cdot \sin \alpha_{\omega}}{P_t \cdot \cos \alpha_{\omega}}.$$

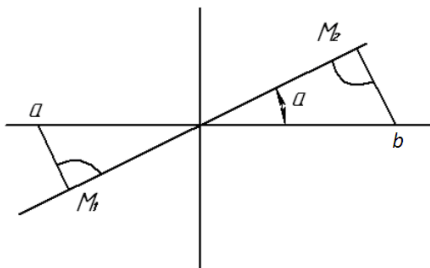


Рис.3.2

Из рис. 3.2 видно, что дугу зацепления можно получить следующим образом:

$$\delta = ab = \frac{M_1M_2}{\cos \alpha}$$

### 3.1. Уравнение профиля зуба

Пусть даны:

$r$  – радиус делительной окружности;

$S$  – толщина зуба по делительной окружности.

Требуется определить толщину зуба по любой окружности.

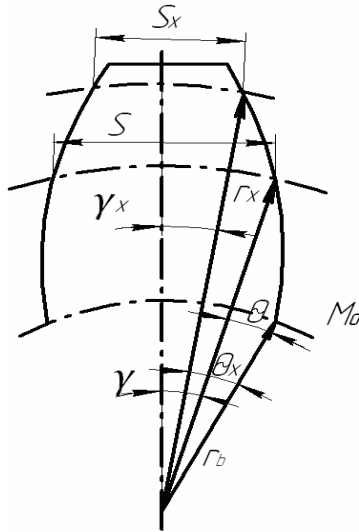


Рис.3.3

Из рис.3.3 видно:

$$\theta + \gamma = \theta_x + \gamma_x. \quad (3.1)$$

С другой стороны

$$\gamma = S / 2r ; \quad \gamma_x = S_x / 2r_x ,$$

где  $S$  – толщина зуба делительной окружности;

$S_x$  – толщина зуба по окружности.

$$\theta = \text{inv} \alpha ;$$

$$\cos \alpha = \frac{r_b}{r} ;$$

$$\theta_x = \text{inv} \alpha_x ;$$

$$\cos \alpha_x = \frac{r_b}{r_x} .$$

Перепишем уравнение (3.1) в следующем виде:

$$\frac{S_x}{2r_x} + \text{inv} \alpha_x = \frac{S}{2r} + \text{inv} ;$$

$$S_x = 2r_x \left( \frac{S}{2r} + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_x \right) ;$$

$$r = \frac{mz}{2}.$$

Толщина зуба по делительной окружности  $S = \frac{\pi m}{2} = \frac{P_t}{2}$ ;

$$\alpha = \alpha_o = 20^\circ; \text{inv}\alpha_o = 0,014904.$$

Толщина зуба по любой окружности

$$S_x = 2r_x \left\{ \frac{S}{2r} + \text{inv}\alpha_o - \text{inv}\alpha_x \right\}.$$

Зная основные параметры зубчатого колеса, задаваясь любым радиусом  $r_x$ , можно определить толщину зуба на окружности радиуса  $r_x$ . Для этого сначала определяется  $\cos \alpha_x$ , затем  $\text{inv}\alpha_x$ , а потом  $S_x$ ;

$$r_x \rightarrow \cos \alpha_x \rightarrow \text{inv}\alpha_x \rightarrow S_x;$$

$$\cos \alpha_x = \frac{r_b}{r_x}; r_b = r \cdot \cos \alpha.$$

### 3.2. Понятие о нарезании зубчатых колес

Рассмотрим следующие способы изготовления зубчатых колес:

1. Метод обкатки.
2. Метод копирования.
3. Другие методы.

Геометрические формы инструмента, используемого при нарезании зубьев методом копирования, повторяют (копируют) колесо или его части, например, впадину между зубьями.

Профиль инструмента, нарезающего зубья по методу обкатки, может отличаться от профиля зуба.

Метод обкатки обеспечивает более высокую точность обработки по сравнению с методом копирования. Метод обкатки значительно



производительней метода копирования, поэтому он является основным при массовом и крупносерийном производстве зубчатых колес.

Зубчатые колеса с эвольвентным профилем изготавливаются двумя методами: методом копирования и методом обработки.

Метод копирования состоит в следующем: дисковая фреза, режущие кромки которой имеют очертания впадин между зубьями, совершает вращательное движение, а заготовка перемещается поступательно вдоль своей оси, при этом фреза прорезает впадину между двумя соседними зубьями (рис.3.4), после чего заготовка возвращается в исходное положение и поворачивается на угол  $\frac{360^\circ}{Z}$  с помощью делительной головки. Этот процесс повторяется до нарезания всех зубьев.

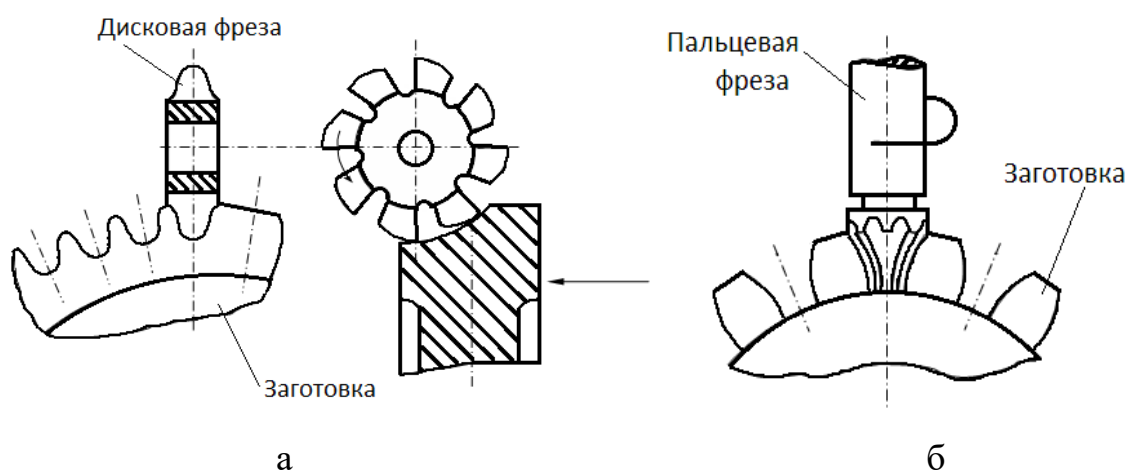


Рис.3.4

Метод копирования имеет существенные недостатки: он малопроизводителен, а главное - для точного изготовления зубьев требуется очень много режущего инструмента. Теоретически для каждого зубчатого колеса с определенным количеством зубьев требуется своя фреза.

На практике для каждого модуля применяется комплект, состоящий из некоторого количества фрез, каждая из которых служит для изготовления зубчатых колес с количеством зубьев в определенном диапазоне. Например, одной фрезой нарезают колеса, имеющие от 21 до 25 зубьев. Обычно типовой набор состоит из восьми фрез каждого модуля, которыми нарезают колеса от 12 до 163 зубьев.

Форма зубьев каждой фрезы точно соответствует форме впадин только для колес с меньшим количеством зубьев, а для остальных колес профили зуба будут приближительными.

Кроме дисковых фрез при нарезании методом копирования применяются также пальцевые фрезы (рис.3.4, б).

Модульными фрезами можно нарезать лишь колеса с нулевым зацеплением.

Указанные недостатки не позволяют применять метод копирования в массовом производстве. Он используется при изготовлении небольшого количества зубчатых колес при ремонтных работах, для изготовления неотчетственных колес, работающих при небольших окружных скоростях. Однако этот метод позволяет использовать обычный фрезерный станок, снабженный делительной головкой.

Более совершенным является метод обкатки, в котором используется долбяк или инструментальная рейка (рис.3.5 и рис. 3.6).

В процессе изготовления зубчатого колеса долбяк и заготовка на зуборезном станке имеют такое относительное расположение и получают такое относительное движение, как два зубчатых колеса, находящихся в зацеплении. Начальные окружности долбяка и заготовки касаются и обкатывают одна другую без скольжения. Отсюда этот метод и получил свое название.

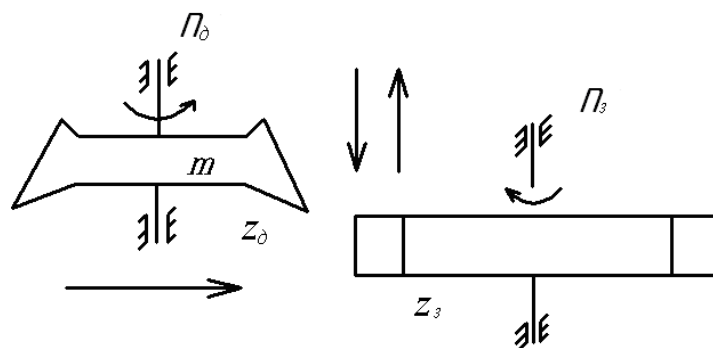


Рис.3.5

Кроме этих движений инструмент получает возвратно-поступательное движение. Во время движения инструмента вниз происходит рабочий ход -

срезание стружки. Движение инструмента вверх-холостой ход. Условия перемещения заготовки и инструмента связано соотношением:

$$\frac{n_{\partial}}{n_3} = \frac{Z_3}{Z_{\partial}}$$

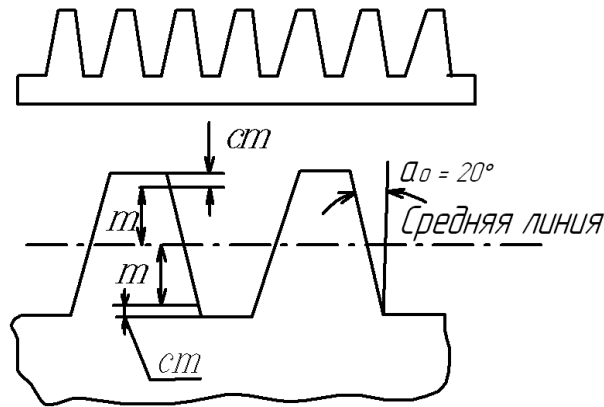


Рис.3.6

К методу обкатки относится способ нарезания зубьев при помощи инструментальной рейки или гребенки.

Средняя линия рейки делит высоту прямолинейного зуба рейки на две равные части, высота каждой равна  $m$ .

Закругленная часть рейки равна  $m \cdot c$ . Обычно  $c = 0,25; 0,2$ .

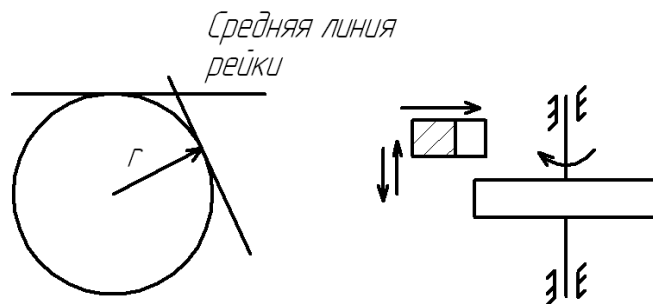


Рис.3.7

Гребенка перемещается вдоль оси заготовки и снимает стружку; затем заготовка отводится от гребенки и последняя возвращается в исходное положение. За это время заготовка получает поворот вокруг оси и процесс снова повторяется.

### 3.3. Понятие явления подреза

При нарезании зубчатых колес с малым числом зубьев наблюдается явление подреза ножки. Как правило, подрез зубьев недопустим.

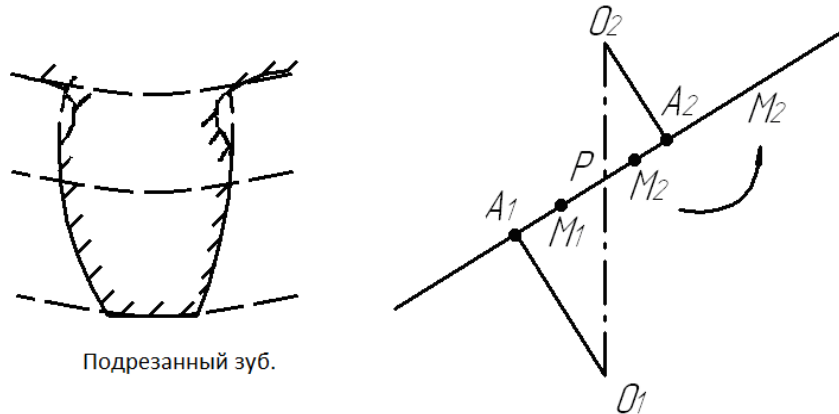


Рис.3.8

Подрез зубьев происходит при нарезании методом обкатки, когда рабочий участок линии зацепления выходит за пределы линии зацепления.

### 3.4. Определение минимального числа зубьев, при котором отсутствует подрез

Для того чтобы не было подреза, необходимо, чтобы точка  $M_2$  находилась ближе к точке  $P$ , чем точка  $A_2$ , или совпадала по координатам с точкой  $A_2$ .

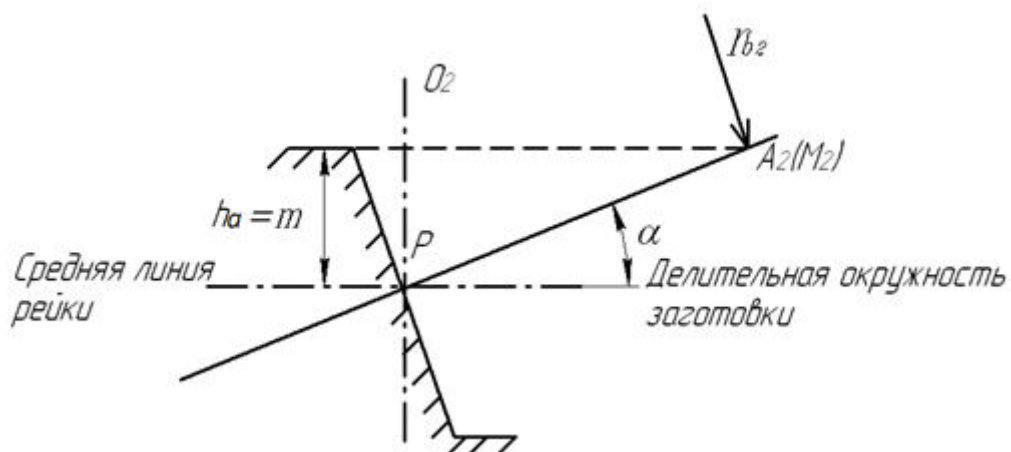


Рис.3.9

Высота головки рейки:

$$h_a = PM_2 \cdot \sin \alpha_o,$$

но

$$PM_2 = PO_2 \cdot \sin \alpha_o; PO_2 = r; r = \frac{m \cdot z_{\min}}{2},$$

$r$  – радиус делительной окружности, тогда получаем:

$$PM_2 = \frac{m \cdot z_{\min}}{2} \cdot \sin \alpha_o;$$

но в то же время

$$h_a = m;$$

$$h_a = PM_2 \cdot \sin \alpha_o = \frac{m \cdot z_{\min}}{2} \cdot \sin^2 \alpha_o.$$

Приравнивая правые части, получаем:

$$1 = \frac{z_{\min}}{2} \cdot \sin^2 \alpha_o;$$

отсюда  $z_{\min} = \frac{2}{\sin^2 \alpha_o}$ ;  $\alpha_o = 20^\circ$ ,  $\sin 20^\circ = 0,342$ .

Вычисляем по этой формуле  $z_{\min} = 17$ .

### 3.5. Определение сдвига рейки из условия отсутствия подреза

Явления подреза можно избежать, если отодвинуть рейку от центра заготовки на расстояние, равное  $xm$ , где  $x$ – коэффициент смещения (рис 3.10).

Высота головки зуба рейки:  $h_a = m$ .

Если сдвинем рейку, то  $h_a - x \cdot m = \frac{m \cdot z}{2} \cdot \sin^2 \alpha_o$ .

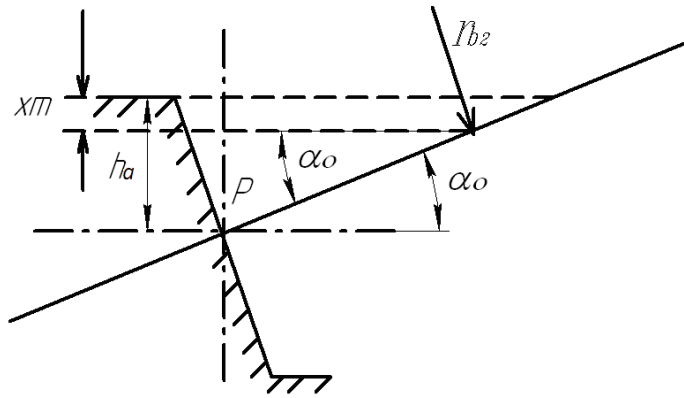


Рис.3.10

Отсюда  $x \cdot m = h_a - \frac{m \cdot z}{2} \cdot \sin^2 \alpha = -\frac{m \cdot z}{2} \cdot \sin^2 \alpha + m$ .

Сокращая на модуль, получаем:  $x = -\frac{z}{2} \cdot \sin^2 \alpha_o + 1 = 1 - \frac{z}{2} \cdot \sin^2 \alpha_o$ .

Умножим и разделим всю правую часть на  $\frac{2}{\sin^2 \alpha}$ :

$$x = \frac{\frac{2}{\sin^2 \alpha} - z}{\frac{2}{\sin^2 \alpha}}$$

Так как  $\frac{2}{\sin^2 \alpha_o} = 17$ , получаем коэффициент смещения

$$x = \frac{17 - z}{17}$$

### 3.6. Понятие коррекции зубчатых колес

Коррекция достигается за счет сдвига инструмента в процессе нарезания зубчатых колес.

Коррекция – это исправление профиля зуба (устранение, например, подреза).

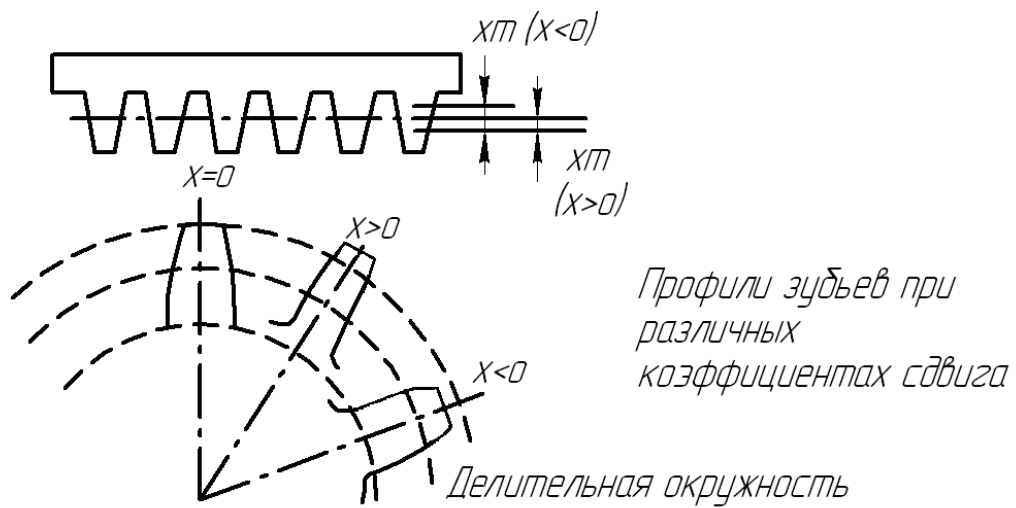


Рис.3.11

Коэффициент смещения  $X$  устанавливается теоретическим и опытным путем. Коррекция профиля зуба применяется для повышения прочности, для устранения подреза, повышения контактной прочности, отсутствия заострений.

## 4. ОСНОВНЫЕ ВИДЫ ЗАЦЕПЛЕНИЙ

1. Нулевое зацепление ( $x = 0$ ).
2. Равносмещенное зацепление (высотная коррекция).
3. Неравносмещенное зацепление (угловая коррекция).

### 4.1. Нулевое зацепление

При нулевом зацеплении

$$x_1 = x_2 = 0.$$

Нулевое зацепление применяется при  $z_1 \geq 17$  ( $z_2 > z_1$ ), если не требуется точно выдержать межцентровое расстояние  $a$ .

Делительные окружности совпадают с начальными; угол зацепления  $\alpha = 20^\circ$ .

**Основные параметры нулевого зацепления:**

- Шаг зацепления

$$P_t = \pi \cdot m.$$

- Радиус делительных окружностей:

$$r = \frac{m \cdot z_1}{2}; r = \frac{m \cdot z_2}{2}.$$

- Радиус начальных окружностей:

$$r_{\omega_1} = r_1; r_{\omega_2} = r_2.$$

Радиус основных окружностей:

$$r_{b_1} = r_1 \cdot \cos \alpha; r_{b_2} = r_2 \cdot \cos \alpha.$$

- Толщина зуба по делительной окружности:

$$S = \frac{P_t}{2}.$$



- Межцентровое расстояние:

$$a = r_1 + r_2 = \frac{m \cdot (z_1 + z_2)}{2}.$$

- Глубина захода:

$$h_3 = 2m.$$

- Высота зуба:

$$h = h_3 + c \cdot m = 2m + c \cdot m.$$

- Радиус окружности впадин:

$$r_{f1} = r_1 - (m + c \cdot m),$$

$$r_{f2} = r_2 - (m + c \cdot m).$$

- Радиус окружности выступов:

$$r_{a1} = r_{f1} + h; r_{a2} = r_{f2} + h.$$

## 4.2. Равносмещенное зацепление

Равносмещенное зацепление применяется, когда  $z_1 < z_2$ .

Коэффициент смещения  $x_1 > 0$ , причем число зубьев  $z_1 < 17$ , а  $z_2 > 22$ .

При равносмещенном зацеплении делительные окружности совпадают с начальными окружностями, угол зацепления  $\alpha = \alpha_0 = 20^\circ$ .

### **Основные параметры:**

- Шаг:

$$P_t = \pi m.$$

- Радиус делительной окружности:

$$r_1 = \frac{mz_1}{2}; r_2 = \frac{mz_2}{2}.$$

- Радиус основной окружности:

$$r_{b1} = r_1 \cdot \cos \alpha_0; r_{b2} = r_2 \cdot \cos \alpha_0.$$

– Радиус начальной окружности:

$$r_{\omega_1} = r_1; r_{\omega_2} = r_2.$$

– Межцентровое расстояние:

$$a_{\omega} = r_1 + r_2 = \frac{m(z_1 + z_2)}{2}.$$

– Толщина зуба по делительной окружности:

$$S_1 = \frac{P_t}{2} + 2X_1 \cdot m \cdot \operatorname{tg} \alpha_0; S_2 = \frac{P_t}{2} + 2X_2 \cdot m \cdot \operatorname{tg} \alpha_0,$$

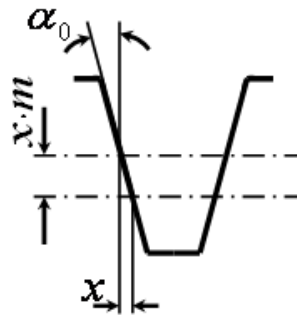


Рис.4.1

$$2x = 2X \cdot m \cdot \operatorname{tg} \alpha_0.$$

Глубина захода:  $h_{\zeta} = 2m$ .

Высота зуба:  $h = h_{\zeta} + cm$ .

Радиус окружности впадин

$$r_{f_1} = r_1 - (m + cm) + X_1 m; r_{f_2} = r_2 - (m + cm) + X_2 m.$$

Радиус окружности выступов:

$$r_{a_1} = z_{f_1} + h; r_{a_2} = z_{f_2} + h.$$

Коэффициенты  $x_1$  и  $x_2$  определяются по таблицам Кудрявцева в зависимости от числа зубьев.

Эти таблицы приведены в “Курсовом проектировании по теории механизмов и машин” под ред. А.С. Кореняко, 2012г.

### 4.3. Неравносместенное зацепление (угловая коррекция)

При таком зацеплении коэффициенты сдвига  $X_1 > 0$  и  $X_2 > 0$ .

Неравносместенное зацепление применяется, когда  $z_1 < 17$ , а  $z_2 < 22$ .

Неравносместенное зацепление применяется и при  $z_1 > 17$ , когда нужна более надежная передача, когда требуется выдержать точное межцентровое расстояние  $A$ .

Характерно для этого зацепления:

- 1) делительные окружности не совпадают с начальными окружностями;
- 2) угол зацепления  $\alpha_\omega > 20^\circ$ .

**Основные параметры:**

- Шаг:

$$P_t = \pi m .$$

- Радиус делительной окружности:

$$r_1 = \frac{mz_1}{2}; r_2 = \frac{mz_2}{2} .$$

- Радиус основной окружности:

$$r_{b1} = r_1 \cdot \cos \alpha_0; r_{b2} = r_2 \cdot \cos \alpha_0 .$$

- Толщина зуба по делительной окружности:

$$S_1 = \frac{P_t}{2} + 2X_1 \cdot m \cdot \operatorname{tg} \alpha_0; S_2 = \frac{P_t}{2} + 2X_2 \cdot m \cdot \operatorname{tg} \alpha_0 .$$

- Межцентровое расстояние:

$$a_\omega = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} + ym ,$$

где  $y$  - коэффициент воспринимаемого смещения;

$y \cdot m$  - показывает уменьшение высоты зуба по сравнению с высотой зуба в равносместенном зацеплении.

$$\Delta y = (X_1 + X_2) - y ,$$

где  $\Delta y$  - коэффициент уравнительного смещения.

– Радиус окружности впадин:

$$r_{f_1} = r_1 - (m + cm) + X_1 m; r_{f_2} = r_2 - (m + cm) + X_2 m.$$

– Глубина захода зубьев:

$$h_3 = 2m - ym.$$

– Высота зуба:

$$h = h_3 + cm.$$

– Радиус окружности выступов:

$$r_{a_1} = z_{f_1} + h; r_{a_2} = z_{f_2} + h.$$

#### 4.4. Передаточное отношение зубчатой передачи

По определению передаточного отношения

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2}.$$

Но в то же время по основной теории зацепления

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_{\omega_2}}{z_{\omega_1}}.$$

Но так как

$$r_b = r_{\omega} \cdot \cos \alpha, \text{ то}$$

$$U_{12} = \frac{r_{\omega_2}}{r_{\omega_1}} = \frac{R_{b_2}}{R_{b_1}}.$$

А по свойству эвольвентного зацепления

$$U_{12} = \frac{r_{\omega_2}}{r_{\omega_1}} = \frac{R_{b_2}}{R_{b_1}} = \frac{R_2}{R_1}.$$

Но заменяя  $r = \frac{mz}{2}$ , получаем:

$$U_{12} = \frac{R_2}{R_1} = \pm \frac{z_2}{z_1}.$$

На основании коэффициента полезного действия получаем:

$$U_{12} = \pm \frac{z_2}{z_1} = \frac{M_2}{M_1 \cdot \eta}.$$

У передаточного отношения нужно увеличить знак:

(+) – когда зацепление внутреннее;

(-) – когда зацепление наружное, т.е. внешнее.

#### 4.5. Многозвенные зубчатые механизмы с неподвижными осями

Общее передаточное число  $U_{i\dot{a}i} = \frac{\omega_1}{\omega_n},$

где  $\omega_1$  - угловая скорость первого зубчатого колеса или вала;

$\omega_n$  - угловая скорость “n” вала, т.е. последнего или ведомого.

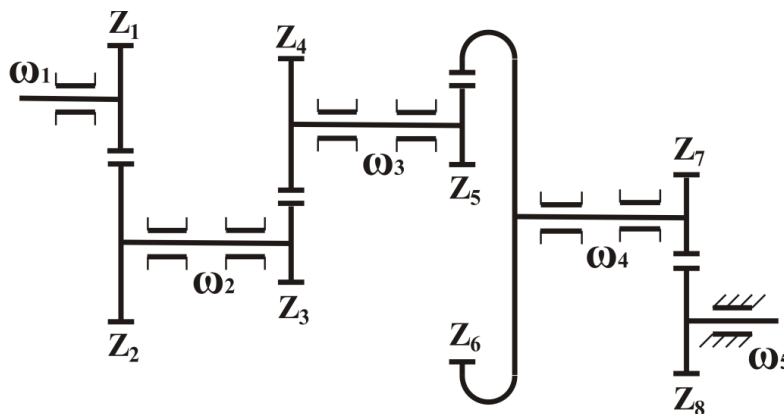


Рис 4.2

Передаточное отношение первой зубчатой пары колес

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2}.$$

Передаточное отношение второй зубчатой пары

$$U_{23} = \frac{\omega_2}{\omega_3}.$$

Передаточное отношение последней пары колес

$$U_{n-1;n} = \frac{\omega_{n-1}}{\omega_n}.$$

Передаточное отношение отдельных передач

$$U_{12} \cdot U_{23} \cdot \dots \cdot U_{n-1;n} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_3} \cdot \dots \cdot \frac{\omega_{n-1}}{\omega_n} = U_{1n} = U_{\text{общ}}.$$

Следовательно

$$U_{\text{общ}} = \frac{\omega_1}{\omega_n} = U_{12} \cdot U_{23} \cdot \dots \cdot U_{n-1;n}.$$

Общее передаточное отношение  $U_{\text{общ}}$  равно произведению частных передаточных отношений отдельных передач, входящих в состав механизма.

Передаточное отношение первой зубчатой пары колес через число зубьев

$$U_{12} = -\frac{z_2}{z_1}.$$

Второй зубчатой пары колес

$$U_{23} = -\frac{z_4}{z_3}; U_{34} = -\frac{z_4}{z_5}.$$

Последней пары зубчатых колес

$$U_{n-1;n} = \pm \frac{z_{2n-2}}{z_{2n-3}}.$$

Перемножая передаточные отношения отдельных передач, получаем

$$U_{\text{общ}} = \pm \frac{z_2 \cdot z_4 \cdot z_6 \cdot \dots \cdot z_{2n-2}}{z_1 \cdot z_3 \cdot z_5 \cdot \dots \cdot z_{2n-3}}.$$

Знак (+) – когда число внешних наружных зацеплений четное.

Знак (-) – когда число внешних наружных зацеплений нечетное.

#### 4.6. Случай «паразитных» зубчатых колес

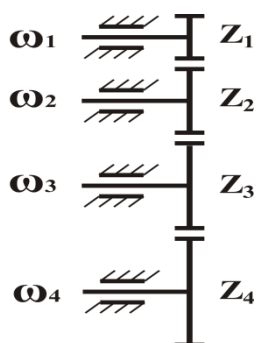


Рис. 4.3

Общее передаточное отношение:

$$U_{\text{общ}} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2} \cdot \frac{z_4}{z_3} = \frac{z_4}{z_1};$$

$$U_{\text{общ}} = \pm \frac{z_4}{z_1}.$$

Колеса  $z_2$  и  $z_3$  называются паразитными, так как они не изменяют передаточного отношения. Паразитные зубчатые колёса изменяют направление вращения выходного вала и позволяют увеличить межцентровые расстояния, а также уменьшить габариты зубчатой передачи.

#### 4.7. Планетарные зубчатые механизмы

*Основные понятия:*

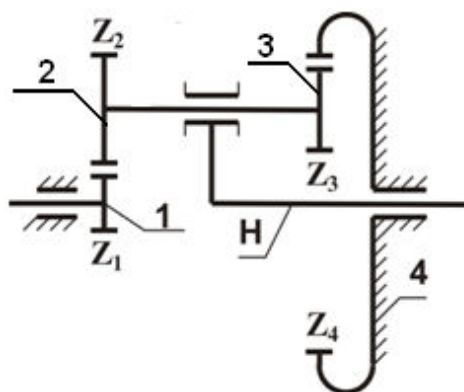


Рис.4.4.

- 1,4 – центральные колеса;
- 2,3 – сателлиты; Н – водило.

Планетарным механизмом называется такой зубчатый механизм, у которого хотя бы 1 зубчатое колесо имеет подвижную ось, вращающуюся вокруг оси всего механизма.

Это колесо (сателлит) имеет относительную скорость, т.е. относительное движение по отношению к водилу, переносное движение вместе с водилом, а

абсолютное движение – по отношению к неподвижной стойке.

## 5. ПЕРЕДАТОЧНОЕ ОТНОШЕНИЕ ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА В ОТНОСИТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ

### 5.1. Кинематический анализ планетарного механизма

Рассмотрим планетарный механизм, изображённый на рис. 5.1.

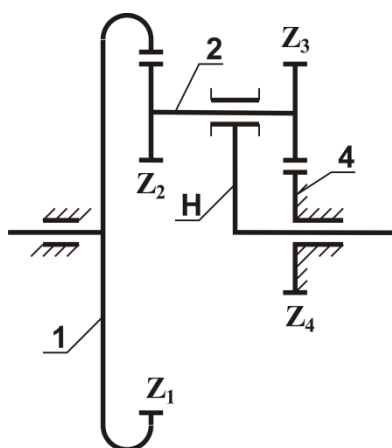


Рис.5.1

Водило Н обеспечивает переносное движение, а движение по отношению к водилу Н – относительное.

Т.е. сателлит совершает сложное движение:

*абсолютное* – по отношению к стойке;

*относительное* – по отношению к водилу;

*переносное* – вместе с водилом.

Рассмотрим две системы отсчета:

1-я - неподвижная, связанная со стойкой;

2-я - подвижная, связанная с водилом.

Абсолютная скорость звена складывается из относительной и переносной скоростей:

$$\overline{\omega}_a = \overline{\omega}_r + \overline{\omega}_e,$$

где  $\omega_a$  - абсолютная угловая скорость;  $\omega_r$  - относительная угловая скорость;

$\omega_e$  - переносная скорость.

Абсолютная скорость сателлита

$$\overline{\omega}_a = \overline{\omega}_r + \overline{\omega}_e,$$

но  $\omega_e = \omega_H$ , где  $\omega_H$  - угловая скорость водила.

Тогда  $\overline{\omega}_a = \overline{\omega}_r + \overline{\omega}_H$ .

Эти векторы угловых скоростей лежат в одной плоскости и параллельны, следовательно, векторное отношение можно заменить алгебраическим.



$\omega_a = \omega_r + \omega_n$  - алгебраическое выражение.

Переходя к нашему рисунку, будем иметь:

$\omega_2$  - абсолютная угловая скорость сателлита.

$$\omega_2 = \omega_{2r} + \omega_n,$$

где  $\omega_{2r}$  - относительное движение второго полюса или относительное движение сателлита по отношению к подвижной системе отсчета, т.е. к водилу;

$$\omega_1 = \omega_{1r} + \omega_n,$$

где  $\omega_1$  - абсолютная угловая скорость 4-го колеса;

$\omega_{1r}$  - скорость 1-го колеса по отношению к водилу.

$$\omega_4 = \omega_{4r} + \omega_n,$$

где  $\omega_{4r}$  - относительная скорость 4-го колеса.

Для любого звена  $p$  или  $q$ ,

где  $p$  и  $q$  - номера звеньев:

$$\omega_p = \omega_{p2} + \omega_n;$$

$$\omega_q = \omega_{q2} + \omega_n.$$

$U_{pq}^n$  - передаточное отношение звеньев  $p$  и  $q$  в относительном движении, т.е. при неподвижном водиле Н.

По определению

$$U_{pq}^n = \frac{\omega_{p2}}{\omega_{q2}},$$

но так как

$$\omega_p = \omega_{p2} + \omega_n; \quad \omega_q = \omega_{q2} + \omega_n,$$

то

$$\omega_{p2} = \omega_p - \omega_n; \quad \omega_{q2} = \omega_q - \omega_n.$$

Заменяя  $\omega_{p2}$  и  $\omega_{q2}$  соответствующим выражением, получаем формулу

Виллиса:

$$U_{pq}^H = \frac{\omega_p - \omega_H}{\omega_q - \omega_H}. \quad (5.1)$$

В числителе формулы стоит угловая скорость звена  $p$  по отношению к водилу, а в знаменателе – угловая скорость звена  $q$  по отношению к водилу.

$\omega_p$  - угловая скорость звена  $p$  в относительном движении.

В относительном движении любой планетарный механизм превращается в механизм с неподвижными осями, т.е. в простой механизм.

На рис. 5.2 изображён механизм планетарного редуктора,

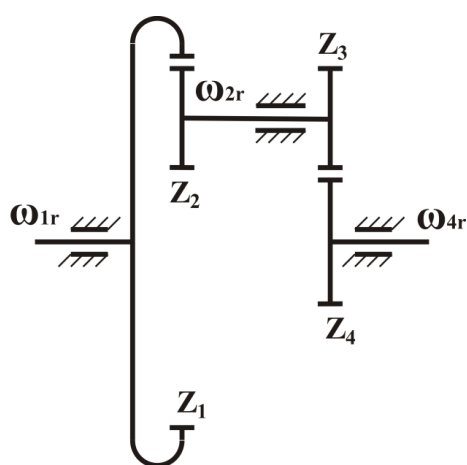


Рис.5.2

рассмотренный выше, в относительном движении.

Определим угловую скорость  $\omega_{4r}$

$$\omega_{4r} = \omega_4 - \omega_H.$$

$\omega_4 = 0$ , так как 4-е зубчатое колесо неподвижно.

И относительная скорость 4-го звена

$$\omega_{4r} = -\omega_H.$$

Передаточное отношение

$$U_{pq}^H = \frac{z_2}{z_1} \cdot \left( -\frac{z_4}{z_3} \right) = -\frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3}. \quad (5.2)$$

В относительном движении передаточное отношение можно определить как функцию числа зубьев, т.е.  $f(z)$  или:

$$U_{pq}^H = \pm f(z_i); \quad U_{pq}^H = \frac{\omega_p - \omega_H}{\omega_q - \omega_H}.$$

Эти две формулы лежат в основе аналитического метода кинематического анализа любого планетарного механизма.

## 5.2. Последовательность кинематического анализа планетарного механизма с неподжным центральным колесом

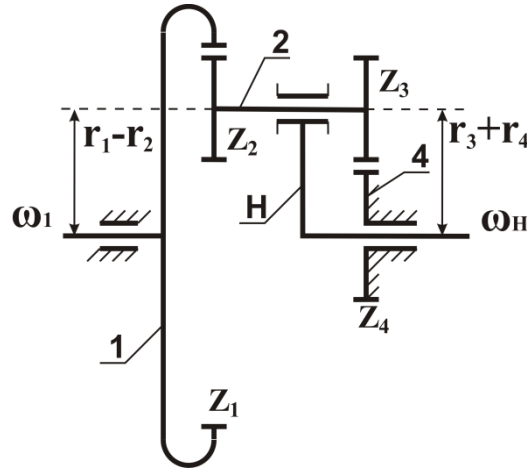


Рис.5.3

Дано:

$\omega_1$  - угловая скорость первого зубчатого колеса;

$m$  - модуль;

$z_1; z_2; z_3$  - числа зубьев.

Требуется определить:

$\omega_H; \omega_2; \omega_{2r}; \omega_{4r}; z_4; U_{1H}$ .

Анализ производится в следующей последовательности:

1. Определение неизвестного числа зубьев  $z_4$  из условия соосности, так как входной и выходной валы лежат на одной прямой.

$$r_1 - r_2 = r_3 + r_4.$$

$$r_\omega = r = \frac{mz}{2},$$

где  $r$  - радиус делительной окружности;  $m$  - модуль;  $z$  - число зубьев.

Переходя к нашему механизму, получаем:

$$\frac{mz_1}{2} - \frac{mz_2}{2} = \frac{mz_3}{2} + \frac{mz_4}{2}.$$

Модуль  $m$  – известен.

$$z_1 - z_2 = z_3 + z_4,$$

отсюда

$$z_4 = z_1 - z_2 - z_3.$$

## 2. Определение угловой скорости водила $\omega_H$ .

Используя формулы (5.1) и (5.2), определим передаточное отношение в механизме:

$$U_{14}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H};$$

$$U_{14}^H = -\frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}.$$

Здесь неизвестны:  $\omega_H$  и  $U_{14}$ .

$\omega_4 = 0$ , так как колесо 4 – неподвижно.

Приравняем правые части уравнений, получим:

$$\frac{\omega_1 - \omega_H}{-\omega_H} = -\frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3};$$

$$-\frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3} = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_H}.$$

Тогда

$$\frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 + \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}.$$

В результате получаем

$$\omega_H = \frac{\omega_1}{1 + \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}}.$$

## 3. Определение абсолютной угловой скорости сателлита – $\omega_2$ .

$$U_{12}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_2 - \omega_H} \text{ (из формулы (5.1) ),}$$

где  $\omega_1$  - задано,  $\omega_H$  - вычислено.

$$U_{12}^H = \frac{z_2}{z_1} \text{ (из формулы (5.2) ;}$$

приравнивая правые части, получим:

$$\frac{z_2}{z_1} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_2 - \omega_H};$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\frac{z_2}{z_1}} + \omega_H.$$

4. Определение угловой скорости в относительном движении сателлита –  $\omega_{2r}$ .

$$\omega_{2r} = \omega_2 - \omega_H.$$

5. Определение угловой скорости в относительном движении зубчатого колеса 4 –  $\omega_{4r}$ .

$$\omega_{4r} = \omega_4 - \omega_H.$$

Так как колесо неподвижно, то  $\omega_{4r} = 0$ , поэтому

$$\omega_{4r} = -\omega_H.$$

6. Определение передаточного числа в абсолютном движении от ведущего вала к ведомому:

$$U_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H};$$

$$U_{14}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H} = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_H} \text{ (передаточное отношение в относительном}$$

движении).

Так как  $\omega_4 = 0$ , колесо неподвижное.

$$\frac{\omega_1}{\omega_H} = U_{1H}; \quad U_{14}^H = 1 - U_{1H}.$$

Отсюда

$$U_{H1} = 1 - U_{14}^H, \text{ то } U_{H1} = \frac{1}{1 - U_{14}^H}; \quad U_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H}; \quad U_{H1} = \frac{\omega_H}{\omega_1};$$

$U_{1H}$  - передаточное отношение от ведущего колеса к водилу;

$U_{H1}$  - передаточное отношение от водила к первому зубчатому колесу.

### 5.3. Последовательность кинематического анализа дифференциального планетарного механизма

Дифференциальные механизмы – это планетарные механизмы, у которых все колеса вращаются.

Определим подвижность механизма на рис.5.4:

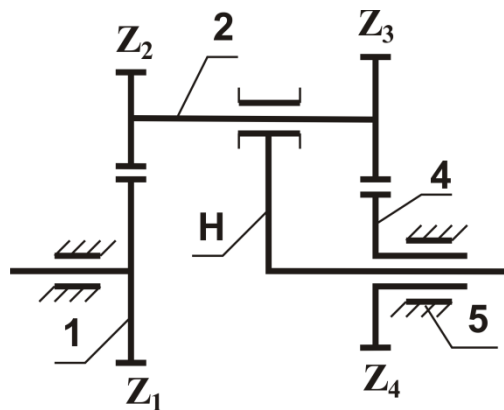


Рис.5.4

$$W = 3(n - 1) - 2P_5 - P_4,$$

где  $n$  - число звеньев;

$P_5$  - число кинематических пар 5-го класса;

$P_4$  - число кинематических пар 4-го класса.

$$W = 3 \cdot (5 - 1) - 2 \cdot 4 - 2 = 3 \cdot 4 - 8 - 2 = 2.$$

В дифференциальном механизме две степени свободы.

Дано:  $\omega_1$ ;  $\omega_H$ ;  $z_1$ ;  $z_2$ ;  $z_4$ .

Требуется определить:  $z_3$ ;  $\omega_4$ ;  $\omega_{4r}$ ;  $\omega_2$ ;  $\omega_{2r}$ .

Анализ проводится в следующей последовательности:

1. Определение недостающего числа зубьев.

$$r_1 + r_2 = r_3 + r_4 \quad (\text{условие соосности});$$

$$z_1 + z_2 = z_3 + z_4.$$

Отсюда

$$z_3 = z_1 + z_2 - z_4.$$

Если модули различны, то

$$\frac{m_{12} \cdot z_1}{2} + \frac{m_2 \cdot z_2}{2} = \frac{m_{34} \cdot z_3}{2} + \frac{m_{34} \cdot z_4}{2};$$

или

$$m_{12} / m_{34} = a;$$

тогда

$$z_3 = a(z_1 + z_2 - z_4).$$

2. Определение – угловой скорости 4-го зубчатого колеса.

$$U_{14}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H}; \quad U_{14}^H = \frac{z_1 - z_H}{z_4 - z_H}.$$

Приравнивая правые части, получаем:

$$\frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H} = \frac{z_2 - z_4}{z_1 - z_3}; \quad \omega_4 = \frac{z_1 z_3 (\omega_1 - \omega_H)}{z_2 z_4} + \omega_H.$$

3. Определение  $\omega_2$  – угловой скорости сателлита.

$$U_{12}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_2 - \omega_H}; \quad U_{12}^H = -\frac{z_2}{z_1};$$

отсюда

$$\frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_2 - \omega_H} = -\frac{z_2}{z_1}; \quad \omega_2 = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\frac{z_2}{z_1}} + \omega_H.$$

4. Определение угловой скорости в относительном движении колеса 4 –  $\omega_{4r}$ .

$$\omega_{4r} = \omega_4 - \omega_H.$$

5. Определение угловой скорости в относительном движении сателлита –  $\omega_{2r}$ .

$$\omega_{2r} = \omega_2 - \omega_H.$$

## 5.4. Кинематический анализ замкнутого планетарного дифференциального механизма

На рис. 5.5 представлена схема замкнутого планетарного дифференциального редуктора

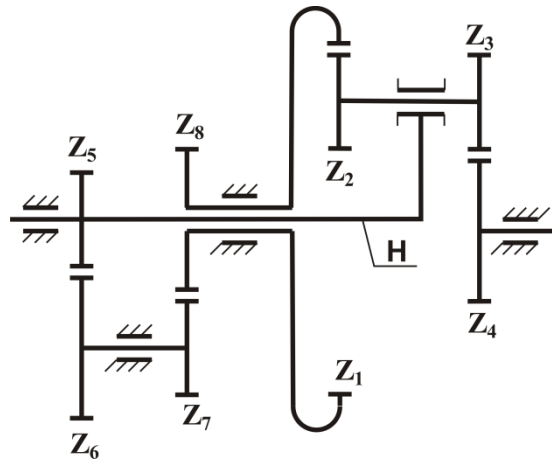


Рис.5.5

Определение степеней свободы этого механизма:

$$W = 3(n-1) - 2P_5 - P_4.$$

$$n = 6; P_5 = 5; P_4 = 4.$$

$$W = 3 \cdot (6 - 1) - 2 \cdot 5 - 4 = 15 - 10 - 4 = 1.$$

У этого механизма одна степень свободы.

Дано  $\omega_n$ .

Требуется определить:  $\omega_4$ ;  $\omega_{1r}$ ;  $\omega_2$ ;  $\omega_{2r}$ ;  $\omega_1$ ;  $\omega_7$ ;  $U_{n4}$ .

Кинематический анализ проводится в следующей последовательности:

1. Анализ замыкающей группы

$$U_{n7} = \frac{z_6 \cdot z_8}{z_5 \cdot z_7}; \quad U_{n7} = \frac{\omega_n}{\omega_1};$$

отсюда

$$\omega_1 = \frac{\omega_n}{\frac{z_5 \cdot z_7}{z_6 \cdot z_8}}.$$



2. Определение неизвестной  $\omega_4$  – угловой скорости 4-го зубчатого колеса.

$$U_{14}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H}; \quad U_{14}^H = \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}.$$

Приравнявая правые части, получаем:

$$\frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H} = \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3};$$

отсюда

$$\omega_4 = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}} + \omega_H.$$

3. Определение скорости 4-го колеса в относительном движении.

$$\omega_{4r} = \omega_4 - \omega_H.$$

4. Определение угловой скорости сателлита: -  $\omega_2$ .

$$U_{12}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_2 - \omega_H}; \quad U_{14}^H = \frac{z_2}{z_1}; \quad \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_2 - \omega_H} = \frac{z_2}{z_1}; \quad \omega_2 = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\frac{z_2}{z_1}} + \omega_H.$$

5. Определение угловой скорости сателлита в относительном движении –  $\omega_{2r}$ .

$$\omega_{2r} = \omega_2 - \omega_H.$$

6. Определение угловой скорости 7-го зубчатого колеса –  $\omega_7$ .

$$U_{i7} = \frac{\omega_i}{\omega_7}; \quad U_{i7} = -\frac{z_6}{z_7}; \quad \frac{\omega_i}{\omega_7} = -\frac{z_6}{z_7}; \quad \omega_7 = \frac{\omega_i}{\frac{z_6}{z_7}}.$$

7. Определение передаточного числа.

$$U_{H4} = \frac{\omega_H}{\omega_4}.$$

## 6. АНАЛИЗ БОЛЬШОГО КИНЕМАТИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА, ПОЛУЧАЕМОГО С ПОМОЩЬЮ ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА С НЕПОДВИЖНЫМ ЦЕНТРАЛЬНЫМ КОЛЕСОМ

Большой кинематический эффект – это свойство механизма иметь либо очень малое, либо очень большое значение передаточного отношения в абсолютном движении при малых габаритах и небольшом числе зубчатых колес.

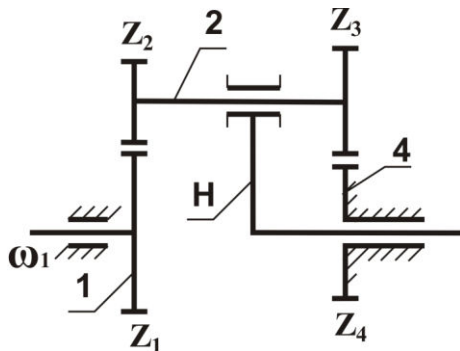


Рис.6.1

Передаточное отношение от 1-го зубчатого колеса к 4-му колесу:

$$U_{14}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H}.$$

Но так как 4-е зубчатое колесо неподвижное, то  $\omega_4 = 0$ , тогда

$$U_{14}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{-\omega_H} = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - U_{1H};$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_H} = U_{1H}; U_{1H} = \frac{\omega_H}{\omega_1}.$$

Тогда

$$U_{1H} = 1 - U_{14}^H, \quad (6.1)$$

$$U_{H1} = \frac{1}{1 - U_{14}^H}. \quad (6.2)$$

Если  $U_{14}^H$  стремится к +1 (передаточное отношение в относительном движении стремится к 1), то

$$U_{1H} = 1 - U_{14}^H \rightarrow 0;$$

$$\text{и } U_{H1} = \frac{1}{1 - U_{14}^H} \rightarrow \infty.$$

Условие большого кинематического эффекта:

$$U_{14}^H > 0; U_{14}^H \rightarrow 1.$$

Пусть  $U_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H} \rightarrow 0$ , тогда  $\omega_1 \rightarrow \infty$ .

Это будет большой кинематический эффект редуктора.

Большой кинематический эффект можно получить, если оба зацепления внешние или внутренние.

Если в механизме одно зацепление внутреннее, а другое наружное, то большого кинематического эффекта не будет, так как

$$U_{14}^H < 0.$$

Условия большого кинематического эффекта:

1. Оба зацепления – внешние или внутренние.
2.  $U_{14}^H = 1$  (передаточное отношение от 1-го зубчатого колеса к 4-му

колесу при неподвижном водиле).

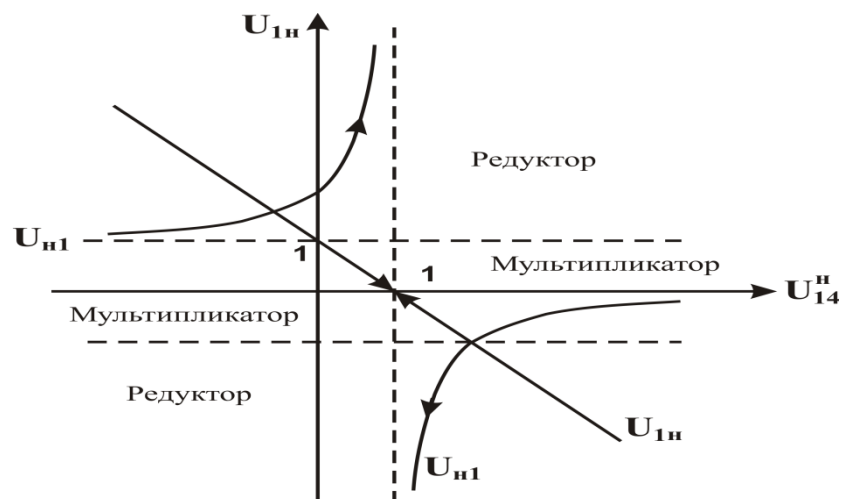


Рис.6.2

## 6.1. Графический метод кинематического анализа

Для расчета зубчатых механизмов можно применять графические методы кинематического анализа.

Графический метод основан:

- 1) на линейности планов;
- 2) на равенстве линейных скоростей в полюсе зацепления  $P$ .

Рассмотрим планетарный механизм, представленный на рис.6.3.

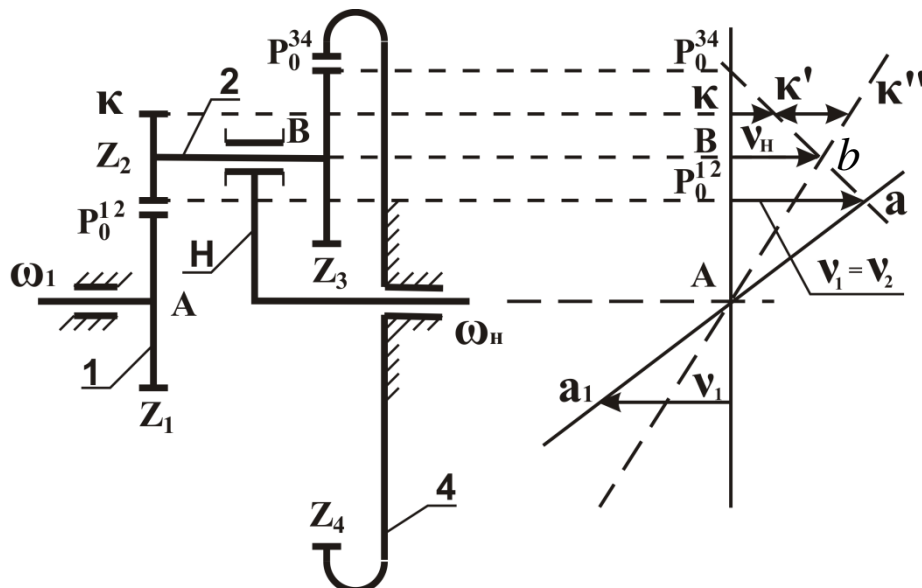


Рис.6.3

Построим план скоростей данного планетарного механизма.

Пусть известно:

$\omega_1$  – угловая скорость первого зубчатого колеса;

$z_i$  - число зубьев всех колес.

Определяем линейную скорость зубчатого колеса 1:

$$V_1 = \omega_1 \cdot r_1;$$

$$r_1 = m \cdot \frac{z_1}{2}.$$

Справа от рисунка механизма проводим вертикальную линию. И переносим на неё точку  $P_o^{12}$  – полюс зацепления 1-го и 2-го колес. Теперь от этой точки проводим отрезок  $P_o^{12}a$ , изображающий скорость  $V_1$ . Скорости первого и второго зубчатых колес в полюсе зацепления будут равны:

$$V_1 = V_2,$$

где  $V_2$  – линейная скорость 2-го зубчатого колеса.

Точка  $A$  лежит на оси вращения, следовательно она линейной скорости не имеет.

Поэтому через точку  $a$  проводим прямую  $aAa_1$ . В полюсе зацепления  $P_o^{34}$  зубчатое колесо 4 не имеет линейной скорости, так как оно закреплено. Т.е. полюс  $P_o^{34}$  является мгновенным центром скоростей колеса 3 в его абсолютном движении. Через точку  $a$  и  $P_o^{34}$  проведем прямую. Ось сателлита спроектируем на вертикальную линию и проведем прямую  $Vb$  до пересечения с прямой  $aP_o^{34}$ .

Точку  $b$  соединяем с точкой  $A$ .

Тогда

прямая  $aAa_1$  – отражает закон изменения скоростей колеса 1;

прямая  $aP_o^{34}$  – закон изменения скоростей сателлита, т.е. колес 2 и 3;

прямая  $Ab$  – закон изменения скоростей водила  $H$ .

В нашем случае

отрезок  $Vb$  – скорость водила;

отрезок  $P_o^{12}a$  – скорость первого колеса в зацеплении.

Рассмотрим скорость точки  $K$  зубчатого колеса  $Z_2$ .

Отрезок  $KK'$  – соответствует абсолютной линейной скорости колеса 2, т.е. точки  $K$ ;

отрезок  $KK''$  – соответствует переносной скорости;

отрезок  $K'K''$  – относительной скорости.

Для того чтобы построить план угловых скоростей механизма, нужно сделать следующее:

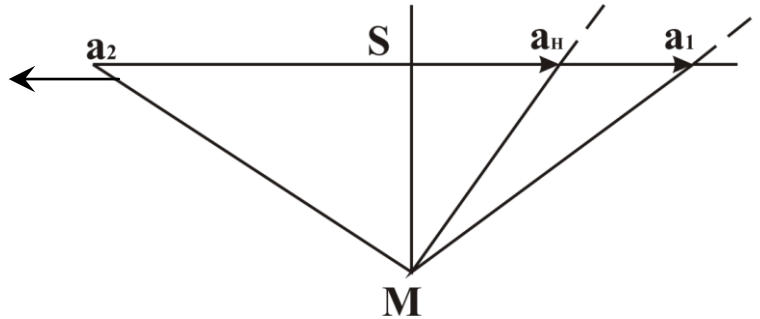


Рис.6.4

Выбираем точку  $M$  и через нее проводим линии, параллельные  $Aa$ ;  $Ab$ ;  $aP_o^{34}$  (см. рис.6.3).

$Ma_1$  – провести параллельно  $Aa$ ;

$Ma_H$  – провести параллельно  $Ab$ ;

$Ma_2$  – провести параллельно  $aP_o^{34}$ .

Тогда

$$Sa_1 \cdot K^\omega = \omega_1,$$

где  $K^\omega$  – масштабный коэффициент;

$$K^\omega = \frac{\omega_1}{Sa_1}.$$

Затем, измеряя отрезки и умножая на масштабный коэффициент, получаем  $\omega_H$  и  $\omega_2$ .

$$Sa_2 \cdot K^\omega = \omega_2;$$

$$Sa_H \cdot K^\omega = \omega_H.$$

## 6.2. Синтез планетарных механизмов. Постановка задачи

Синтез планетарных механизмов или проектирование этих механизмов предполагает определенные числа зубьев всех зубчатых колес механизма, чтобы они удовлетворяли условиям синтеза.

Условия синтеза:

1. Обеспечение заданного передаточного отношения  $U_{1H}$ .
2. Условие соосности.
3. Условие соседства сателлитов.
4. Условие сборки.

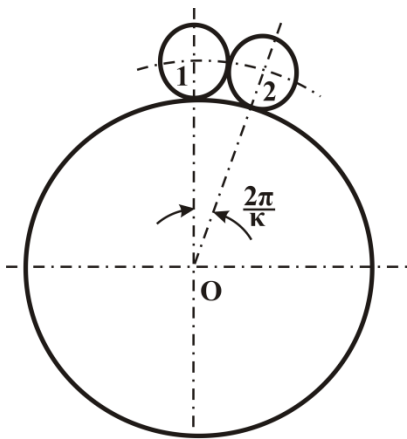


Рис. 6.5

Сателлиты 1 и 2 не должны зацепляться.

Обычно угол между сателлитами бывает равен:

$$\frac{2\pi}{K},$$

где  $K$  – количество сателлитов.

Условие сборки – необходимо, чтобы все колеса вошли в зацепление.

Методика синтеза разработана для следующих видов механизмов (рис.6.6 – 6.8):

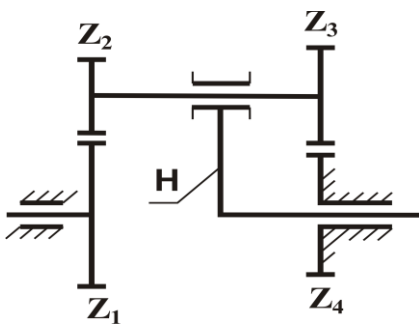


Рис.6.6

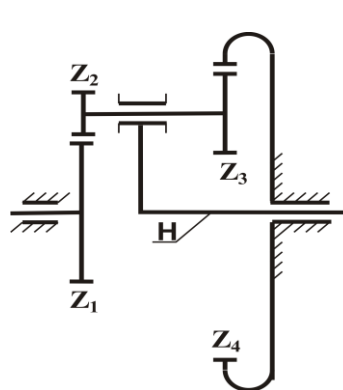


Рис.6.7

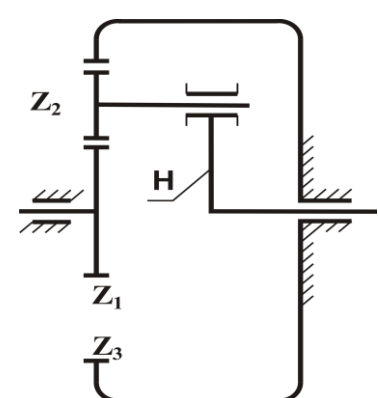


Рис.6.8

### 6.3. Основные условия синтеза для механизмов I типа

1. Обеспечение заданного значения передаточного отношения  $U_{1H}$ .

$U_{1H}$  – задано.

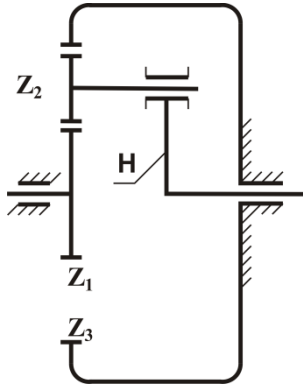


Рис.6.9

$$U_{1H} = 1 - U_{13}^H;$$

$$U_{13}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{-\omega_H} = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - U_{1H};$$

$\omega_3 = 0$ , так как колесо 3 – неподвижно.

$$U_{13}^H = \frac{z_2 \cdot z_3}{z_1 \cdot z_2} = -\frac{z_3}{z_1}.$$

Заменяя  $U_{13}^H = -\frac{z_3}{z_1}$ , получаем:

$$U_{1H} = 1 + \frac{z_3}{z_1}. \quad (6.3)$$

2. Условие соосности. Ось ведущего и ось ведомого колес должны быть на одной линии.

$$r_1 + r_2 = r_3 - r_2.$$

Но радиусы равны:

$$r = \frac{m \cdot z}{2}.$$

Получаем:

$$z_1 + z_2 = z_3 - z_2;$$

$$2z_2 = z_3 - z_1. \quad (6.4)$$

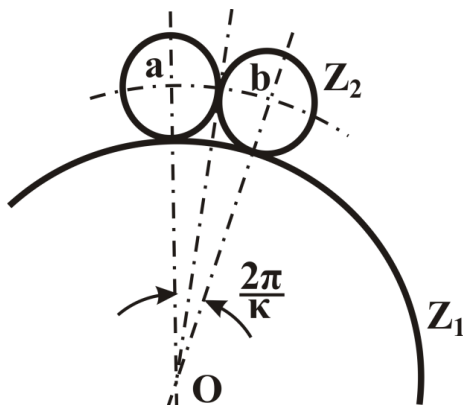


Рис.6.10



### 3. Условие соседства.

Это условие заключается в том, чтобы сателлиты не входили в зацепление друг с другом.

$K$  – число сателлитов.

Для выполнения условия соседства необходимо, чтобы

$$ab > 2r_{a_2},$$

где  $r_{a_2}$  – радиус окружности выступов сателлита.

Найдем расстояние  $ab$  из рис.6.10:

$$ab = \left[ (r_1 + r_2) \cdot \sin \frac{2\pi}{K} \right] = \left[ (r_1 + r_2) \cdot \sin \frac{\pi}{K} \right] \cdot 2,$$

где  $r_1$  – радиус делительной окружности колеса;

$r_2$  – радиус делительной окружности сателлита.

Но в то же время радиус делительной окружности:

$$r_1 = \frac{m \cdot z_1}{2}; r_2 = \frac{m \cdot z_2}{2},$$

где  $z_1$  и  $z_2$  – количество зубьев колеса и сателлита соответственно;

$m$  – модуль;

Заменяя, получим:

$$ab = \left[ \left( \frac{m \cdot z_1}{2} + \frac{m \cdot z_2}{2} \right) \cdot \sin \frac{\pi}{\hat{e}} \right] \cdot 2.$$

Радиус окружности выступов у сателлита:

$$r_{a_2} = \frac{m \cdot z_2}{2} + h_a^* = \frac{m \cdot z_2}{2} + m,$$

где  $\frac{m \cdot z_2}{2} = r_2$ , где  $r_2$  – радиус делительной окружности сателлита;

$h_a^*$  – высота головки зуба.

Приравнивая полученные выражения, получаем:

$$2 \left[ \left( \frac{m \cdot z_1}{2} + \frac{m \cdot z_2}{2} \right) \cdot \sin \frac{\pi}{\kappa} \right] > 2 \left( \frac{m \cdot z_2}{2} + m \right).$$

Раскрываем скобки и произведя необходимые сокращения, получаем окончательную формулу:

$$(z_1 + z_2) \cdot \sin \frac{\pi}{\kappa} > z_2 + 2. \quad (6.5)$$

#### 4. Условие сборки.

Чтобы избежать ситуации, когда первый сателлит вошел в зацепление с колесами 1 и 3, а второй – только с первым колесом, так как его зубья не попадают во впадины колеса 3, необходимо выполнить определенные соотношения между числами зубьев  $z_1$  и  $z_3$  центральных колес 1-го и 3-го.

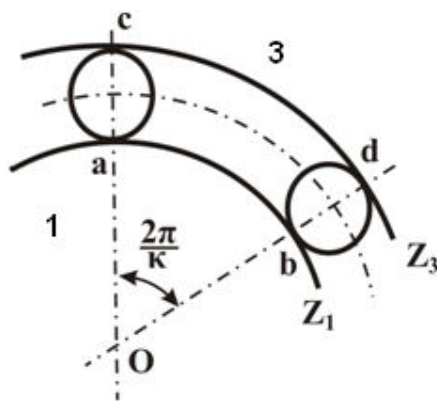


Рис.6.11

Обозначим общий шаг зацепления всех сопряженных колес редуктора  $P_t$ .

Тогда:

$$\cup ab = \frac{z_1 \cdot P_t}{\kappa} = n_1 \cdot P_t + m_1,$$

где  $z_1$  – число зубьев 1-го колеса;

$n_1$  – целое число;  $m_1$  – отрезок, ( $m_1 < P_t$ ).

$$\cup cd = \frac{z_3 \cdot P_t}{\kappa} = n_2 P_t + m_2.$$

Теперь сложим эти выражения для дуг почленно:

$$\frac{z_1 \cdot P_t}{\kappa} + \frac{z_3 \cdot P_t}{\kappa} = n_1 \cdot P_t + m_1 + n_2 \cdot P_t + m_2.$$

Сокращаем на шаг  $P_t$ :

$$z_1 + z_3 = (n_1 + n_2) \cdot \kappa + \left( \frac{m_1 + m_2}{P_t} \right) \cdot \kappa.$$

Так как левая часть - целое число, то и правая часть должна представлять собой целое число при любом значении величины  $K$ .

Это возможно, если сумма

$$m_1 + m_2 = P_t,$$

тогда при этом условии:

$$z_1 + z_3 = (n_1 + n_2 + 1) \cdot K.$$

Обозначим сумму  $(n_1 + n_2 + 1)$  через  $\gamma$ ,

$$n_1 + n_2 + 1 = \gamma,$$

где  $\gamma$  – целое число, так как  $n_1$  и  $n_2$  – целые числа.

Тогда условие сборки будет выглядеть следующим образом:

$$z_1 + z_3 = \gamma \cdot K. \tag{6.6}$$

Используя уравнения (6.3) – (6.6), получаем уравнение синтеза механизма первого рода

$$z_1 : z_2 : z_3 : \gamma = 1 : \frac{U_{1i} - 2}{2} : (U_{1i} - 1) : \frac{U_{1i}}{\hat{e}}.$$

## 7. СИНТЕЗ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ I, II, III типа

### 7.1. Порядок выполнения синтеза механизма I типа

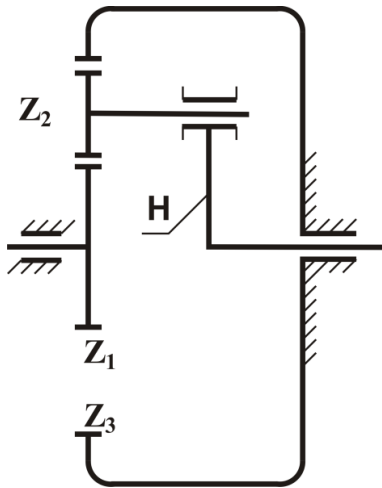


Рис.7.1

Дано:

$U_{1H}$  – передаточное число;

$K$  – число сателлитов;

Требуется определить условия синтеза:

1. Обеспечение заданного передаточного отношения:

$$U_{1H} = 1 + \frac{z_3}{z_1}. \quad (7.1)$$

2. Условие соосности:

$$2z_2 = z_3 - z_1. \quad (7.2)$$

3. Условие соседства:

$$2 + z_2 < (z_1 + z_2) \cdot \sin \frac{\pi}{K}. \quad (7.3)$$

4. Условие сборки:

$$z_1 + z_3 = \gamma \cdot K. \quad (7.4)$$

Синтез проводится в следующей последовательности:

1. Зная передаточное отношение и число сателлитов, нужно найти правую часть.

2. Выбрать множитель  $A \geq 17$  ( $A \geq 17$  без коррекции) или  $A \geq 12$ , чтобы в правой части были все целые числа.

3. Из уравнения синтеза определить числа зубьев  $z_1; z_2; z_3$  и  $\gamma$ :

$$z_1 : z_2 : z_3 : \gamma = 1A : \frac{U_{1H} - 2}{2} \cdot A : (U_{1H} - 1) \cdot A : \frac{U_{1H}}{K} \cdot A.$$

Тогда

$$z_1 = 1A;$$

$$z_2 = \frac{U_{1H} - 2}{2} \cdot A; \quad z_3 = (U_{1H} - 1) \cdot A; \quad \gamma = \frac{U_{1H}}{K} \cdot A.$$

4. Необходимо проверить условия 1; 2; 3.

Рассмотрим пример (рис.7.2).

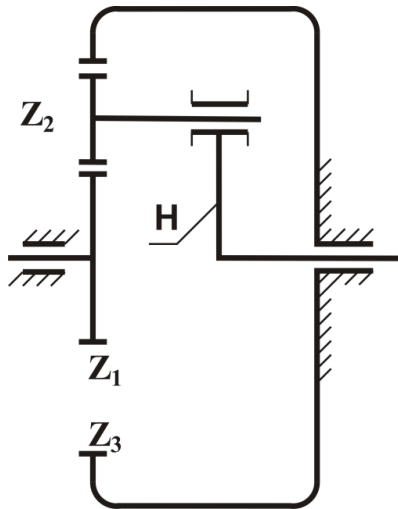


Рис.7.2

Дано:  $U_{1H} = 5, K = 3.$

Требуется определить:  $z_1; z_2; z_3.$

1. Найдем правую часть уравнения синтеза:

$$z_1 : z_2 : z_3 : \gamma = 1 : \frac{U_{1H} - 2}{2} : (U_{1H} - 1) : \frac{U_{1H}}{K};$$

$$\frac{U_{1H} - 2}{2} = \frac{5 - 2}{2} = \frac{3}{2};$$

$$U_{1H} - 1 = 5 - 1 = 4;$$

$$\frac{U_{1H}}{K} = \frac{5}{3}.$$

Правая часть уравнения примет вид:

$$z_1 : z_2 : z_3 : \gamma = 1 : \frac{3}{2} : 4 : \frac{5}{3}.$$

2. Выбираем множитель  $A.$

Принимаем  $A = 18,$  тогда в правой части будут целые части, т.е.

$$z_1 : z_2 : z_3 : \gamma = 18 : \frac{3}{2} \cdot 18 : 4 \cdot 18 : \frac{5}{3} \cdot 18;$$

$$z_1 : z_2 : z_3 : \gamma = 18 : 27 : 72 : 30.$$

3. Определим числа зубьев из уравнения синтеза:

$$z_1 = 18; \quad z_2 = 27; \quad z_3 = 72.$$

4. Проверим выполнения условий синтеза:

а) обеспечение заданного передаточного отношения:

$$U_{1H} = 1 + \frac{z_3}{z_1}; U_{1H} = 1 + \frac{72}{18} = 1 + 4 = 5 - \text{первое условие выполняется};$$

б) условие соосности

$$2z_2 = z_3 - z_1;$$

$$2 \cdot 27 = 72 - 18 = 54 - \text{это условие также выполняется};$$

в) условие соседства

$$(z_1 + z_2) \cdot \sin \frac{\pi}{\kappa} > z_2 + 2;$$

$$(18 + 27) \cdot \sin \frac{180^\circ}{3} > 27 + 2;$$

$$(18 + 27) \cdot 0,866 > 29;$$

$$45 \cdot 0.866 > 29 - \text{и это условие выполняется.}$$

Значит, все расчеты выполнены правильно.

Пусть  $A=12$ , т.е. зубчатое зацепление с коррекцией:

$$A = 12.$$

Тогда уравнение синтеза примет вид:

$$z_1 : z_2 : z_3 : \gamma = 12 : 18 : 48 : 20.$$

3. Числа зубьев в этом случае будут

$$z_1 = 12; z_2 = 18; z_3 = 48.$$

4. Проверка выполнения условий синтеза:

а) обеспечение заданного передаточного числа:

$$U_{1H} = 1 + \frac{z_3}{z_1} = 1 + \frac{48}{12} = 1 + 4 = 5;$$

б) условие соосности:

$$2z_2 = z_3 - z_1;$$

$$2 \cdot 18 = 48 - 12 = 36;$$

в) условие соседства:

$$(z_1 + z_2) \cdot \sin \frac{\pi}{K} > z_2 + 2;$$

$$(12 + 18) \cdot \sin 60 > 18 + 2;$$

$$40 \cdot 0,866 > 20.$$

Все три условия выполняются, значит, и эти расчеты выполнены правильно.

Во втором случае габариты планетарного механизма будут меньше.

## 7.2. Синтез механизма II типа - механизма Давида

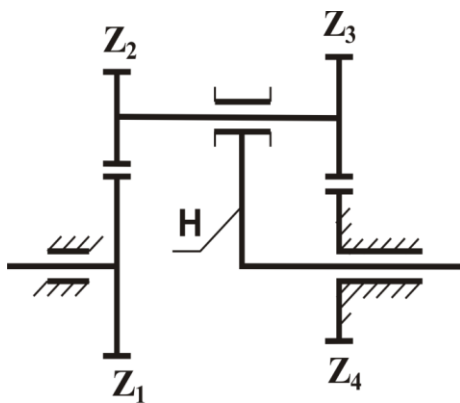


Рис.7.3

Планетарный механизм II типа имеет следующую схему:

Для таких механизмов обычно задаются следующие данные:

$U_{1H}$  – передаточное отношение;

$q = \frac{m_{12}}{m_{34}}$  – отношение модулей

первой зубчатой пары ко второй.

$K$  – число сателлитов.

Требуется определить:

Число зубьев всех зубчатых колес:

$$z_1 : z_2 : z_3 : z_4.$$

При синтезе планетарного механизма второго типа вводятся вспомогательные параметры.

1. Отношение числа зубьев колес 1 и 2 обозначается через  $x$ .

$$x = \frac{Z_1}{Z_2}.$$

2. Отношение числа зубьев колес 4 и 3 обозначается через  $y$ :

$$y = \frac{z_4}{z_3},$$

тогда передаточное отношение от зубчатого колеса 1 к колесу 4 при неподвижном водиле

$$U_{14}^H = \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3} = \frac{y}{x},$$

т.е. отношение:  $\frac{z_2}{z_1} = \frac{1}{x}; \frac{z_4}{z_3} = y$  подставляем в эту формулу.

Из формулы можно найти:

$$y = U_{14}^H \cdot x.$$

Но в то же время передаточное отношение  $U_{14}^H = 1 - U_{1H}$ ,

$U_{1H}$  – передаточное отношение от зубчатого колеса 1 к водилу.

Вводится ещё величина:

$$U = \frac{x+1}{y+1}.$$

Уравнение синтеза механизма II типа:

$$z_1 : z_2 : z_3 : \gamma = x : 1 : q \cdot U : q \cdot U \cdot y : \frac{q \cdot (y - x)U}{k}.$$

### 7.3. Последовательность синтеза механизма II типа

1. Задается значение величины  $X$  из условия соседства:

Условие соседства для 1-го зубчатого зацепления:

$$(z_1 + z_2) \cdot \sin \frac{\pi}{k} \geq z_2 + 2.$$

Разделим это уравнение на  $z_2$ , получим:



$$\left( \frac{z_1}{z_2} + 1 \right) \cdot \sin \frac{\pi}{K} \geq 1 + \frac{2}{z_2};$$

или

$$(x + 1) \cdot \sin \frac{\pi}{K} \geq 1 + \frac{2}{z_2}.$$

Из этой формулы, заменяя  $z_2 = z_{min}$ , будем иметь:

$$x > \frac{1 + \frac{2}{z_{min}}}{\sin \frac{\pi}{K}} - 1,$$

где  $K$  – количество сателлитов;

Величина  $x$  вычисляется по формуле

$$x > \frac{1 + \frac{2}{z_{min}}}{\sin \frac{\pi}{K}} - 1, \text{ если } U_{41}^H < 1,$$

и по формуле

$$x > \left[ \frac{1 + \frac{2}{z_{min}}}{\sin \frac{\pi}{K}} - 1 \right] \cdot U_{41}^H, \text{ если } U_{41}^H > 1,$$

где  $U_{41}^H$  – передаточное отношение от зубчатого колеса 4 к колесу 1 при неподвижном водиле:

$$U_{41}^H = \frac{1}{U_{14}^H};$$

принимают

$$z_{min} = 16.$$

Величину  $x$  выбирают в пределах

$$2,5 \geq x \geq 0,5.$$

2. Вычисляются все коэффициенты в правой части уравнения синтеза, т.е. величины:

$$y = U_{14}^H \cdot x;$$

$$U = \frac{x+1}{y+1}.$$

3. Выбирают число А. А может быть только целым числом. Число А принимается больше 12 при коррегированных колесах.

4. Определение числа зубьев из уравнения синтеза.

Проверка трех условий синтеза:

а) обеспечение заданного передаточного отношения:

$$U_{1H} = 1 - U_{14}^H;$$

$$U_{14}^H = \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}.$$

Заменяя  $U_{14}^H$  через соответствующее выражение, получим:

$$U_{1H} = 1 - \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}; \quad (7.5)$$

б) условие соосности:

$$m_{12}(z_1 + z_2) = m_{34}(z_3 + z_4).$$

Разделим обе части уравнения на  $m_{34}$ :

$$\frac{m_{12}}{m_{34}} \cdot (z_1 + z_2) = (z_3 + z_4);$$

$$\frac{m_{12}}{m_{34}} = q.$$

Тогда

$$q \cdot (z_1 + z_2) = (z_3 + z_4); \quad (7.6)$$

в) условие соседства:

$$x > \frac{1 + \frac{2}{z_{\min}}}{\sin \frac{\pi}{k}} - 1, \text{ если } U_{41}^H < 1;$$

$$x > \left[ \frac{1 + \frac{2}{z_{\min}}}{\sin \frac{\pi}{k}} - 1 \right] \cdot U_{41}^H, \text{ если } U_{41}^H > 1.$$

Если условие не выполняется, то нужно брать новый множитель  $A$ .

#### 7.4. Особенности синтеза механизмов III типа

Механизм III типа имеет схему (рис.7.4):

Задаются те же параметры, что и при синтезе механизма II типа, т.е.:

$$m_{12}; m_{34}; U_{1H}; k.$$

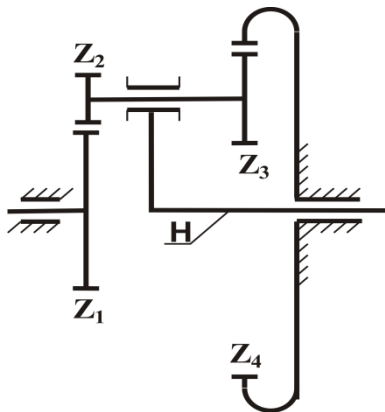


Рис.7.4

Требуется определить:

Число зубьев всех колес:  $z_1; z_2; z_3; z_4$ .

При синтезе планетарного механизма III рода, как и при синтезе механизма II рода, вводятся вспомогательные параметры.

1. Соотношение числа зубьев 1-го и 2-го колес:

$$x = \frac{z_2}{z_1}.$$

2. Соотношение числа зубьев 3-го и 4-го колес:

$$y = \frac{z_4}{z_3}.$$

3. Величина

$$U = \frac{x+1}{y-1}.$$

Передаточное отношение от 1-го колеса к 4-му:

$$U_{14}^H = -\frac{y}{x}.$$

Знак «минус» появляется потому, что одно зацепление у нас внешнее, а другое – внутреннее.

$$y = -U_{14}^H \cdot x.$$

Уравнение синтеза

$$z_1 : z_2 : z_3 : z_4 : \gamma = x : 1 : qU : qUy : \frac{qU(y-x)}{k}.$$

Последовательность выполнения синтеза такая же, как и при механизме II типа.

Сначала производится выбор величины  $x$ .

$$x > \frac{1 + \frac{2}{\sin \frac{\pi}{k}} \frac{z_{\min}}{k} - 1}{\sin \frac{\pi}{k}}, \text{ если } |U_{41}^H| < 1;$$

$$x > \left[ \frac{1 + \frac{2}{\sin \frac{\pi}{k}} \frac{z_{\min}}{k} - 1}{\sin \frac{\pi}{k}} \right] \cdot |U_{41}^H|, \text{ если } |U_{41}^H| > 1.$$

Затем вычисляются все значения в правой части уравнения синтеза, выбирается число  $A$ , производится проверка трех условий; после определяется число зубьев.

## 7.5. Особенности проверки синтеза редуктора III типа

### 1. Передаточное отношение

$$U_{1H} = 1 - U_{14}^H,$$

но так как

$$U_{14}^H = -\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3},$$

то

$$U_{1H} = 1 - U_{14}^H = 1 + \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}.$$

### 2. Условие соосности:

$$r_1 + r_2 = r_4 - r_3,$$

или

$$m_{12}(r_1 + r_2) = m_{34}(r_4 - r_3).$$

Разделив обе части уравнения на  $m_{34}$ , получим:

$$q \cdot (z_1 + z_2) = z_4 - z_3.$$

### 3. Проверка условия соседства.

Проверка производится для значений “ $x$ ”, причем выбирается наименьшее из полученных при расчетах значение  $z_{min}$ .

## 7.6. Предварительные расчеты перед выполнением синтеза планетарного механизма

Как правило, планетарный механизм передает движение на другую зубчатую пару. И схема имеет обычно такой вид:

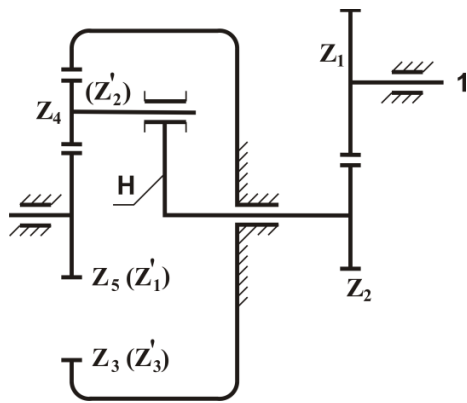


Рис.7.5

Ведущим является вал 1 с зубчатым колесом

$z_1$ .

Известно  $U_{15}$  – передаточное отношение от колеса  $z_1$  к колесу  $z_5$ .

$$U_{15} = U_{12} \cdot U_{\text{план}},$$

где  $U_{12}$  – передаточное отношение первой

зубчатой пары, т.е. колес  $z_1$  и  $z_2$ .

Отсюда

$$U_{\text{план}} = \frac{U_{15}}{U_{12}};$$

$U_{\text{план}}$  – передаточное отношение планетарного механизма.

$$U_{12} = \frac{z_2}{z_1}.$$

Обозначим зубчатые колеса планетарного механизма -  $z'$ .

Но передаточное отношение планетарного механизма:

$$U_{\text{план}} = U_{H1'},$$

так как в планетарном механизме ведущим является водило.

Но, с другой стороны, передаточное отношение от 1-го зубчатого колеса к водилу в механизме:

$$U_{1'H} = \frac{1}{U_{H1'}} = \frac{1}{U_{\text{план}}}.$$

Зная передаточное отношение  $U_{1'H}$ , можно проводить синтез планетарного механизма.

## 7.7. Зубчатые механизмы с коническими зубчатыми колесами

Зубчатые механизмы с коническими зубчатыми колесами относятся к роду пространственных механизмов зубчатых передач. Применяются тогда, когда нужно передать движение между пересекающимися валами.

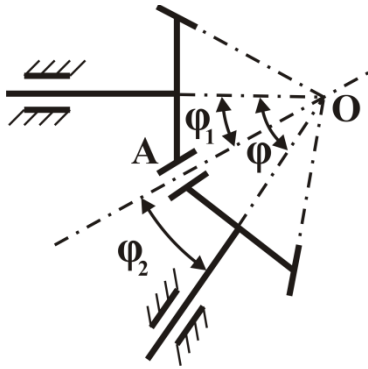


Рис.7.6

$\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – углы начальных конусов, соответственно 1-го и 2-го конических колес;

$$\varphi_1 = \varphi_{q1};$$

$$\varphi_2 = \varphi_{q2}.$$

Мгновенная ось вращения в относительном движении, делит межосевой угол  $\varphi$  на два угла, синусы которых обратно пропорциональны угловым скоростям.

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\sin \varphi_2}{\sin \varphi_1}.$$

В прямозубых цилиндрических зубчатых передачах мы имеем из основной теоремы о зацеплении следующую формулу:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2P}{O_1P}.$$

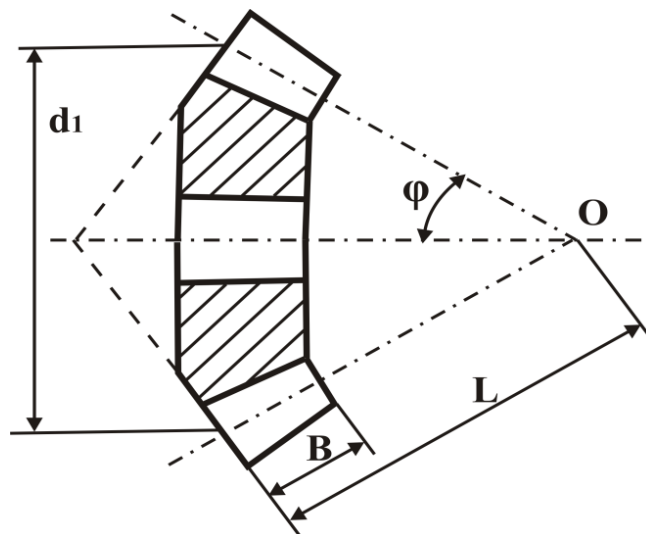


Рис.7.7

Рассмотрим отдельно коническое зубчатое колесо и основные его параметры.

$d$  – делительная окружность;

$L$  – длина образующей начального или делительного конуса.

Длина образующей начального конуса:

$$L = \frac{d}{2 \sin \varphi},$$

$B$  – ширина конического зубчатого колеса по образующей начального конуса:

$$B \leq 0.35L.$$

Передаточное отношение в конической зубчатой передаче:

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\sin \varphi_{\partial 2}}{\sin \varphi_{\partial 1}} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{M_2}{M_1 \eta}.$$



## 8. ПЛАНЕТАРНЫЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ МЕХАНИЗМ С КОНИЧЕСКИМИ КОЛЕСАМИ

Планетарный дифференциальный механизм с коническими колесами нашел широкое применение в автомобилях для привода ведущих колес.

### 8.1. Анализ автомобильного дифференциала

Автомобильный дифференциал имеет следующую схему.

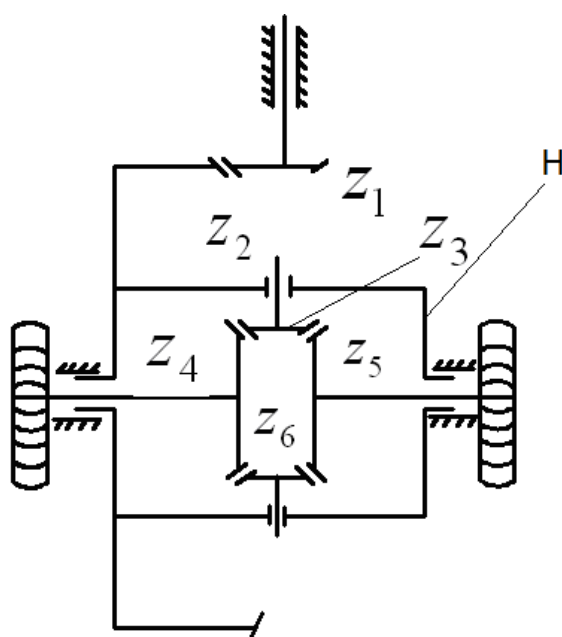


Рис. 8.1

Водило  $H$  выполнено в виде коробки, вращающейся вокруг осей колес. Оси двух сателлитов  $z_3$  и  $z_6$  закреплены в коробке  $H$ , с которой жестко соединено коническое колесо  $z_2$ .

При вращении ведущего вала колеса  $z_1$  и  $z_2$  приводят во вращение водило  $H$ ; сателлиты  $z_3$  и  $z_6$ , вращаясь вместе с водилом, приводят в движение ведомые колеса  $z_4$  и  $z_5$ .

Конический дифференциал применяют в приводе как задних, так и передних колес автомобиля. Если автомобиль идет по прямой и ровной

дороге и силы сцепления колес с дорогой одинаковы, то передача вращения идет от двигателя к зубчатой паре  $Z_1Z_2$ , затем водило, сателлиты и далее на колеса автомобиля (при этом сателлиты не вращаются вокруг своей оси).

При этом угловые скорости колес одинаковы, так как колеса проходят одинаковый путь:

$$\omega_4 = \omega_5.$$

При повороте автомобиля одно из колес проходит больший путь, чем другое, значит, они имеют разные угловые скорости.

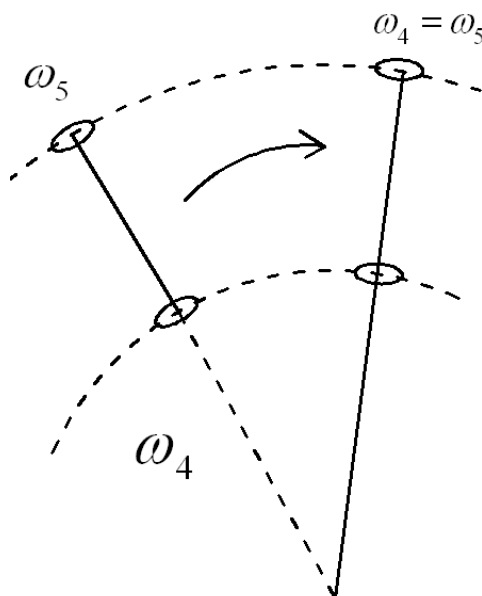


Рис. 8.2

В то же время можно записать:

$$\omega_4 = k \cdot \omega_5,$$

где  $k$  – коэффициент.

$$0 \leq k \leq 1.$$

Определим передаточное отношение в относительном движении, т.е. при неподвижном водиле:

$$U_{45}^H = \frac{\omega_4 - \omega_H}{\omega_5 - \omega_H};$$

но

$$U_{45}^H = \frac{z_3 \cdot z_5}{z_4 \cdot z_6} = \frac{z_3 \cdot z_4}{z_4 \cdot z_6} = -1,$$

так как

$$z_3 = z_6, z_4 = z_5.$$

Или

$$-1 = \frac{\omega_4 - \omega_H}{\omega_5 - \omega_H};$$

отсюда

$$\omega_4 - \omega_H = -(\omega_5 - \omega_H);$$

$$\omega_4 + \omega_5 = 2\omega_H.$$

Но так как  $\omega_4 = k\omega_5$ , то

$$k\omega_5 + \omega_5 = 2\omega_H;$$

$$\omega_5(1+k) = 2\omega_H.$$

Отсюда

$$\omega_5 = \frac{2}{1+k} \omega_H.$$

*Частный случай:*

1. Прямолинейное движение:  $\omega_4 = \omega_5$ .

В этом случае коэффициент  $k=1$ .

$$\omega_5 = \omega_4 = \omega_H;$$

$$U_{43}^H = \frac{\omega_4 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H}.$$

В относительном движении  $\omega_3 = 0$ .

2. Коэффициент  $k=0$ .

В этом случае

$$\omega_5 = \frac{2}{1+0} \cdot \omega_n = 2\omega_n.$$

3. Коэффициент  $k = 0,5$ .

В этом случае

$$\omega_5 = \frac{2}{1+0,5} \cdot \omega_n = \frac{2}{1,5} \cdot \omega_n,$$

т.е. коэффициент  $k$  зависит от соотношения скоростей на повороте.

Если степень подвижности дифференциального механизма  $W = 1$ , то будет замкнутый дифференциальный планетарный механизм, для которого справедливо соотношение

$$\omega_4 = k \cdot \omega.$$

## 8.2. Червячные передачи

Начальными поверхностями передачи являются цилиндры. Радиус одного из цилиндров значительно меньше радиуса другого.

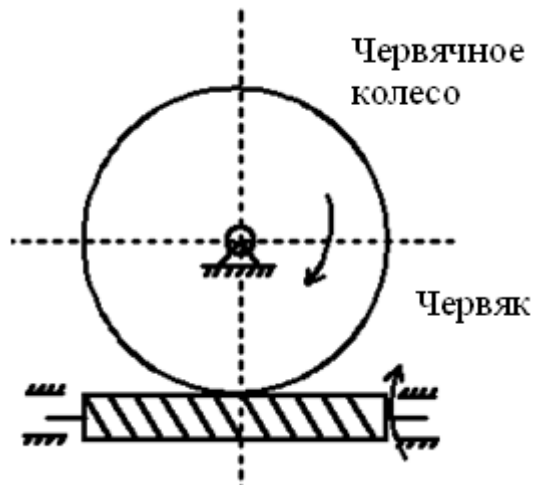


Рис. 8.3

Червячные механизмы служат для преобразования вращательного движения между осями валов. У этих валов большое передаточное отношение, обычно 60 – 70, но малый коэффициент полезного действия –  $\eta$ .

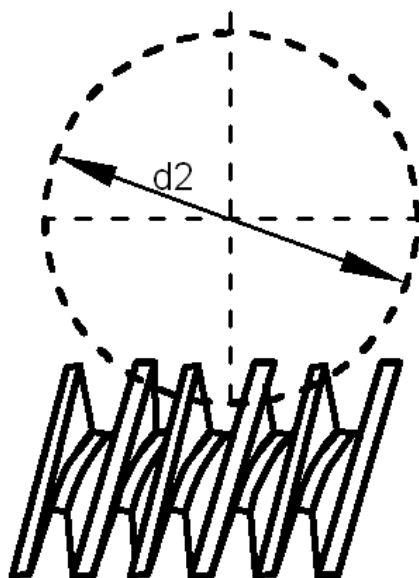


Рис. 8.4

Обозначим через  $z_1$  число заходов червяка, т.е. число винтовых выступов, если смотреть с торца. Число заходов червяка обычно:

$$z_1 = (1 - 4),$$

где  $z_2$  – число зубьев червячного колеса;

$P_t$  – шаг для червячного колеса.

Тогда

$$P_t = m\pi,$$

$m$  – модуль червячного колеса;

$d_2$  – диаметр делительной окружности колеса.

$$d_2 = m \cdot z_2.$$

Рассмотрим двухзаходный червяк, т.е.  $z_1 = 2$ .

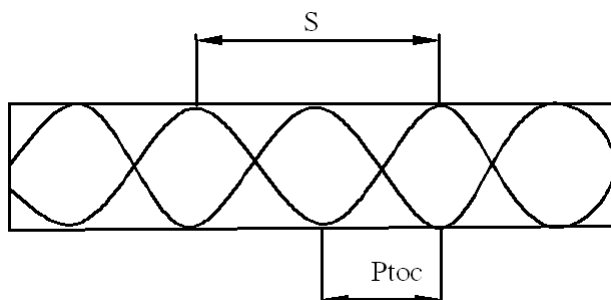


Рис. 8.5

Червяк характеризуется следующими величинами:

1) осевым шагом  $t_{oc}$  – это расстояние между двумя соседними витками червяка.

$$P_{t_{oc}} = P_{t_{ч.к.}}$$

Осевой шаг червяка должен быть равен шагу червячного колеса  $S$ ;

2) ходом червяка  $S$ .

Ход червяка – это расстояние вдоль оси червяка между двумя соседними выступами одной винтовой линии.

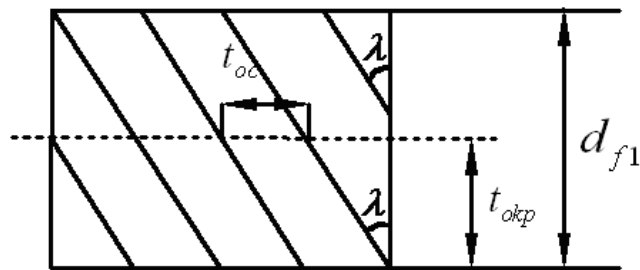


Рис 8.6

$$S = t_{oc} \cdot z_1,$$

где  $t_{окр}$  – окружной шаг;  $\lambda$  – угол подъема винтовой линии.

Осевой шаг червяка можно выразить через окружной шаг –  $t_{окр}$  :

$$t_{oc} = t_{окр} \cdot tg\lambda.$$

Угол подъема винтовой линии червяка  $\lambda$  обычно колеблется в пределах  $4 - 6^\circ$ .

Когда число заходов червяка

$$z_1 = 1, \text{ то } \lambda = 4 - 6^\circ; \quad z_1 = 4, \text{ то } \lambda = 17 - 26^\circ.$$

Осевой шаг червяка равен

$$t_{oc} = t_{окр} \cdot tg\lambda.$$

Диаметр делительной окружности червяка

$$d_1 = \frac{t_{\text{окр}} \cdot z_1}{\pi},$$

НО

$$t_{\text{окр}} = \frac{t_{\text{ос}}}{\text{tg}\lambda};$$

ПОЭТОМУ

$$d_1 = \frac{t_{\text{ос}}}{\text{tg}\lambda} \cdot \frac{z_1}{\pi} = \frac{t_{\text{ос}}}{\pi} \cdot \frac{z_1}{\text{tg}\lambda}.$$

Модуль

$$m = \frac{t_{\text{ос}}}{\pi}.$$

Заменяя  $\frac{t_{\text{ос}}}{\pi}$  через  $m$ , получаем:

$$d_1 = \frac{m z_1}{\text{tg}\lambda}.$$

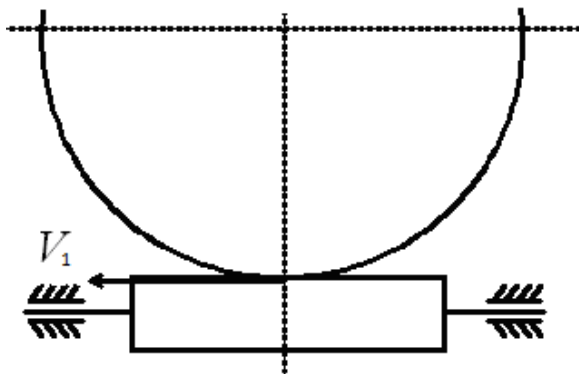


Рис.8.7

Рассмотрим линейные скорости червячного колеса и червяка.

В точке касания скорости будут равны, т.е.

$$V_1 = V_2.$$

Скорость червяка

$$V_1 = \frac{S \cdot n_1}{60},$$

где  $S$  – ход червяка;  $n_1$  – обороты червяка.

Но в то же время ход червяка:

$$S = t_{oc} \cdot z_1,$$

тогда

$$V_1 = \frac{t_{oc} \cdot z_1 \cdot n_1}{60}.$$

Окружная скорость червячного колеса:

$$V_2 = \omega_2 \cdot r_{o2} = \frac{\pi \cdot n_2}{30} \cdot \frac{m \cdot z_2}{2},$$

где  $n_2$  – число оборотов червячного колеса;

$z_2$  – число зубьев червячного колеса;

$\omega_2$  – угловая скорость червячного колеса.

Приравнивая правые части двух последних уравнений, получаем

$$\frac{t_{oc} \cdot z_1 \cdot n_1}{60} = \frac{\pi \cdot n_2}{30} \cdot \frac{m \cdot z_2}{2};$$

$$\frac{t_{oc}}{\pi} \cdot z_1 n_1 = n_2 \cdot z_2 \cdot m;$$

$$\text{так как } \frac{t_{oc}}{\pi} = m,$$

то

$$z_1 \cdot n_1 \cdot m = z_2 \cdot n_2 \cdot m.$$

Окончательно получаем

$$z_1 \cdot n_1 = z_2 \cdot n_2.$$

Передаточное отношение червячной передачи:

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{d_2}{d_1 \cdot \operatorname{tg} \lambda} = \frac{M_2}{M_1 \eta};$$

$$d_1 = \frac{m \cdot z_1}{\operatorname{tg} \lambda}; \quad d_2 = m \cdot z_2.$$



### 8.3. Об обратимости червячной передачи

В червячных передачах, как правило, ведущим является червяк.

Коэффициент полезного действия червячной передачи при ведущем червяке

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} \lambda}{\operatorname{tg}(\lambda + \varphi)}.$$

Но в то же время ведущим может быть и червячное колесо, коэффициент полезного действия при этом будет

$$\eta = \frac{\operatorname{tg}(\lambda + \varphi)}{\operatorname{tg} \lambda}; (\lambda > \varphi).$$

В этом случае угол  $\lambda$  должен быть больше  $\varphi$ . Если  $\lambda < \varphi$ , то будет самоторможение, т.е. в этом случае червячное колесо не может быть ведущим звеном.

$\varphi$  – угол трения;

$\lambda$  – угол подъема резьбы червяка.

При передаче от червяка к червячному колесу при  $\lambda < \varphi \rightarrow \eta \leq 0,5$ .

## Библиографический список

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин [Текст]: учебник. – М.: Наука, 2008.- 675 с.
2. Фролов К.В., Попов С.А., Мусатов А.К. и др. – Теория механизмов и механика машин. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004.
3. Кузнецов Н.К. Теория механизмов и машин[Электронный ресурс]: учеб. пособие. – Электрон. текстовые данные. – Иркутск: Иркутский государственный технический университет, 2014. – 104 с.
4. Попов С.А., Тимофеев Г.А. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин. - М.: Высшая школа, 2004.
5. Смелягин А.И. Теория механизмов и машин [Текст]: учеб. пособие. -М.:ИНФРА-М; Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2004. – 263 с.
6. Кокорева О.Г. Теория механизмов и машин [Электронный ресурс]: курс лекций.- Электрон. текстовые данные.- М.: Московская государственная академия водного транспорта, 2015.— 83 с.
7. Петров С.Г. и др. Теория машин и механизмов. [Текст]: учеб. пособие/ СПбГТУРП. – СПб., 2010. Ч.1- 70 с.
8. Петров С.Г. и др. Теория машин и механизмов. [Текст]: учеб. пособие/ СПбГТУРП. – СПб., 2012. Ч.2 -57 с.
9. Петров С.Г. и др. Теория машин и механизмов. [Текст]: учеб. пособие/ СПбГТУРП. – СПб., 2011. Ч.3-79 с.
10. Петров С.Г. и др. Теория машин и механизмов. [Текст]: учеб. пособие/ СПбГТУРП. – СПб.,2012. Ч.4 -64 с.
11. Петров С.Г. и др. Теория машин и механизмов. [Текст]: метод. указания и задания для выполнения курсового проекта/ СПбГТУРП. – СПб., 2008. 57 с.
12. Петров С.Г. и др. Теория машин и механизмов. [Текст]: учебно-лабораторный практикум/ СПбГТУРП. – СПб.,2006. 66 с.

## Оглавление

<b>1. ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ. ОСНОВНЫЕ ВИДЫ ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ</b> ...	3
<b>1.1. Исходное положение теории зацеплений зубчатых механизмов.</b> Передаточное отношение зубчатого механизма .....	4
<b>1.2. Основная теорема зацепления</b> .....	7
<b>1.3. Следствие из основной теоремы зацепления</b> .....	9
<b>1.4. Эвольвента и её свойства</b> .....	11
<b>2. УРАВНЕНИЕ ЭВОЛЬВЕНТЫ</b> .....	12
<b>2.1. Применение эвольвенты в качестве профиля зуба</b> .....	13
<b>2.2. Основные геометрические соотношения нормального (без коррекции)</b> <b>зубчатого колеса</b> .....	15
<b>2.3. Основные параметры эвольвентного зацепления (без коррекции)</b> .....	17
<b>3. АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ РАБОЧЕГО УЧАСТКА</b> <b>ЛИНИИ ЗАЦЕПЛЕНИЯ</b> .....	20
<b>3.1. Уравнение профиля зуба</b> .....	21
<b>3.2. Понятие о нарезании зубчатых колес</b> .....	23
<b>3.3. Понятие явления подреза</b> .....	27
<b>3.4. Определение минимального числа зубьев, при котором отсутствует подрез</b>	27
<b>3.5. Определение сдвига рейки из условия отсутствия подреза</b> .....	28
<b>3.6. Понятие коррекции зубчатых колес</b> .....	29
<b>4. ОСНОВНЫЕ ВИДЫ ЗАЦЕПЛЕНИЙ</b> .....	31
<b>4.1. Нулевое зацепление</b> .....	31
<b>4.2. Равносмещенное зацепление</b> .....	32
<b>4.3. Неравносмещенное зацепление (угловая коррекция)</b> .....	34
<b>4.4. Передаточное отношение зубчатой передачи</b> .....	35
<b>4.5. Многозвенные зубчатые механизмы с неподвижными осями</b> .....	36
<b>4.6. Случай «паразитных» зубчатых колес</b> .....	38
<b>4.7. Планетарные зубчатые механизмы</b> .....	38
<b>5. ПЕРЕДАТОЧНОЕ ОТНОШЕНИЕ ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА В</b> <b>ОТНОСИТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ</b> .....	39
<b>5.1. Кинематический анализ планетарного механизма</b> .....	39
<b>5.2. Последовательность кинематического анализа планетарного механизма с</b> <b>неподвижным центральным колесом</b> .....	42
<b>5.3. Последовательность кинематического анализа дифференциального</b> <b>планетарного механизма</b> .....	45
<b>5.4. Кинематический анализ замкнутого планетарного дифференциального</b> <b>механизма</b> .....	47
<b>6. АНАЛИЗ БОЛЬШОГО КИНЕМАТИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА, ПОЛУЧАЕМОГО</b> <b>С ПОМОЩЬЮ ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА С НЕПОДВИЖНЫМ</b> <b>ЦЕНТРАЛЬНЫМ КОЛЕСОМ</b> .....	49
<b>6.1. Графический метод кинематического анализа</b> .....	51

6.2.	Синтез планетарных механизмов. Постановка задачи.....	54
6.3.	Основные условия синтеза для механизмов I типа .....	55
7.	<b>СИНТЕЗ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ I, II, III типа .....</b>	<b>59</b>
7.1.	Порядок выполнения синтеза механизма I типа .....	59
7.2.	Синтез механизма II типа - механизма Давида .....	62
7.3.	Последовательность синтеза механизма II типа .....	63
7.4.	Особенности синтеза механизмов III типа .....	66
7.5.	Особенности проверки синтеза редуктора III типа .....	68
7.6.	Предварительные расчеты перед выполнением синтеза планетарного механизма .....	68
7.7.	Зубчатые механизмы с коническими зубчатыми колесами .....	70
8.	<b>ПЛАНЕТАРНЫЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ МЕХАНИЗМ С КОНИЧЕСКИМИ КОЛЕСАМИ.....</b>	<b>72</b>
8.1.	Анализ автомобильного дифференциала .....	72
8.2.	Червячные передачи .....	75
8.3.	Об обратимости червячной передачи .....	80
	Библиографический список.....	81

Учебное издание

Сергей Гаррикович Петров  
Иван Владимирович Ключкин  
Павел Викторович Кауров

# Теория машин и механизмов

Часть 3

Учебное пособие

Редактор и корректор Т.А. Смирнова  
Техн. редактор Л.Я. Титова

Темплан 2019 г., поз. 57

---

Подп. к печати 10.06.19

Формат 60x84/16.

Бумага тип. №1.

Печать офсетная.

Печ. л. 5,5.

Уч.-изд. л. 5,5.

Тираж 50 экз.

Изд. № 58.

Цена «С». Заказ

---

Ризограф Высшей школы технологии и энергетики СПбГУПТД,  
198095. Санкт-Петербург, ул. Ивана Черных. 4