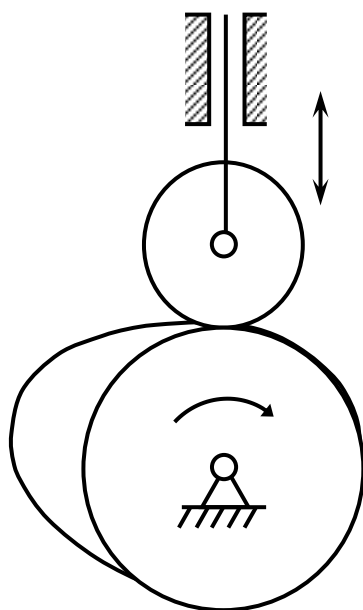


С.Г. ПЕТРОВ, И.В. КЛЮШКИН, П.В. КАУРОВ

ТЕОРИЯ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ

**Часть 2
Учебное пособие**



**Санкт-Петербург
2019**

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПРОМЫШЛЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ДИЗАЙНА»**

ВЫСШАЯ ШКОЛА ТЕХНОЛОГИИ И ЭНЕРГЕТИКИ

С.Г. ПЕТРОВ, И.В. КЛЮШКИН, П.В. КАУРОВ

Теория машин и механизмов

Часть 2

Учебное пособие

**Санкт – Петербург
2019**

УДК 531(075)

ББК 34.41я7

Т 338

Теория машин и механизмов: учебное пособие / сост. С.Г. Петров, И.В. Ключкин, П.В. Кауров; ВШТЭ СПбГУПТД. – СПб., 2019. Ч.2. – 55с.

Учебное пособие «Теория машин и механизмов» читается бакалаврам в Высшей школе технологии и энергетики Санкт-Петербургского государственного университета промышленных технологий и дизайна. В настоящем пособии представлены общие сведения об основных кулачковых механизмах, дается методика кинематического анализа и синтеза данного вида механизмов, приводятся примеры геометрического синтеза наиболее распространенных типов кулачковых механизмов. Перечень тем соответствует рабочей программе дисциплины.

Рецензенты:

зав. кафедрой «Машины автоматизированных систем» Высшей школы технологии и энергетики Санкт-Петербургского государственного университета промышленных технологий и дизайна, доктор технических наук, профессор А.В. Александров;
профессор кафедры «Автоматы» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, кандидат технических наук, старший научный сотрудник В.В. Ваганов.

Подготовлено и рекомендовано к печати в качестве учебного пособия кафедрой «Основы конструирования машин» ВШТЭ СПбГУПТД (протокол № 8 от 07.03.2019 г.).

Утверждено к изданию методической комиссией института технологии ВШТЭ СПбГУПТД (протокол № 3 от 03.04.2019 г.).

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом ВШТЭ в качестве учебного пособия.

© Высшая школа технологии
и энергетики СПбГУПТД, 2019
© Петров С.Г., Ключкин И.В.,
Кауров П.В., 2019

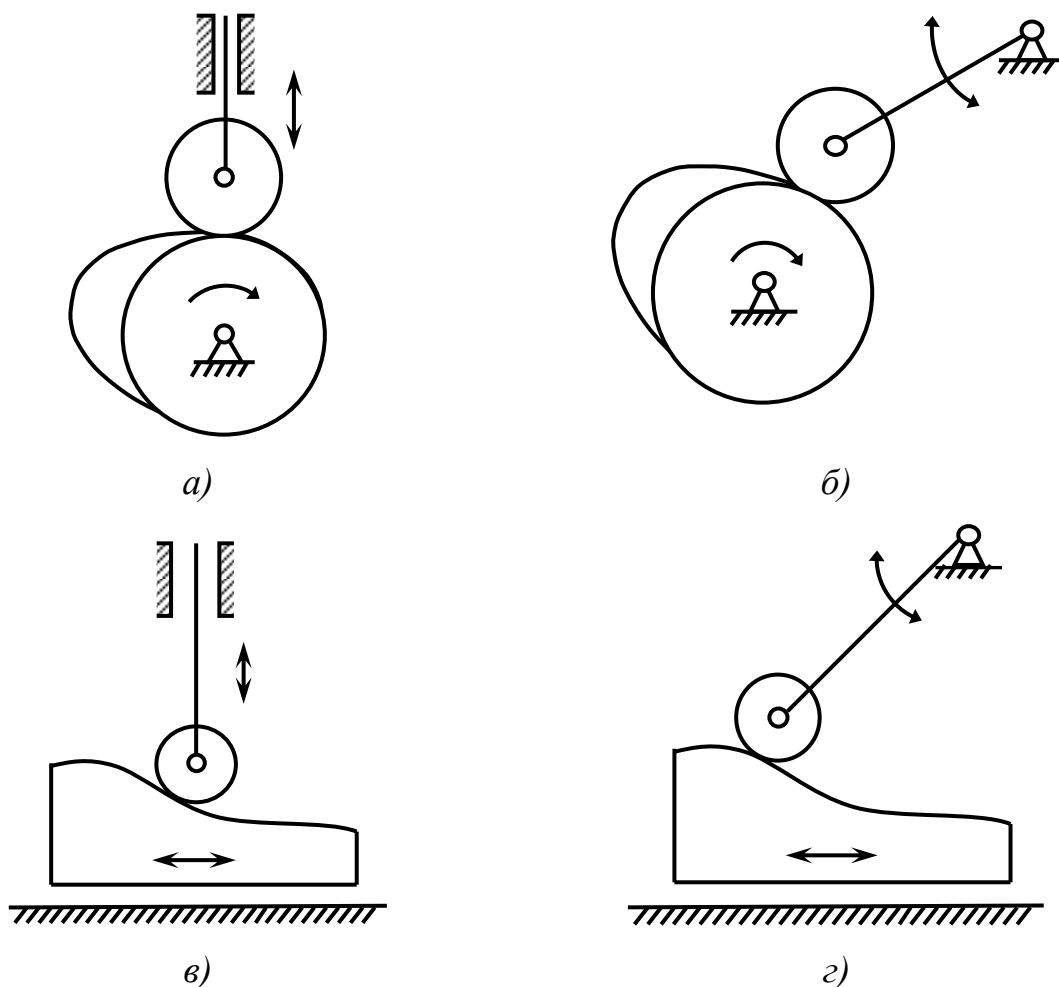
1. КУЛАЧКОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ.

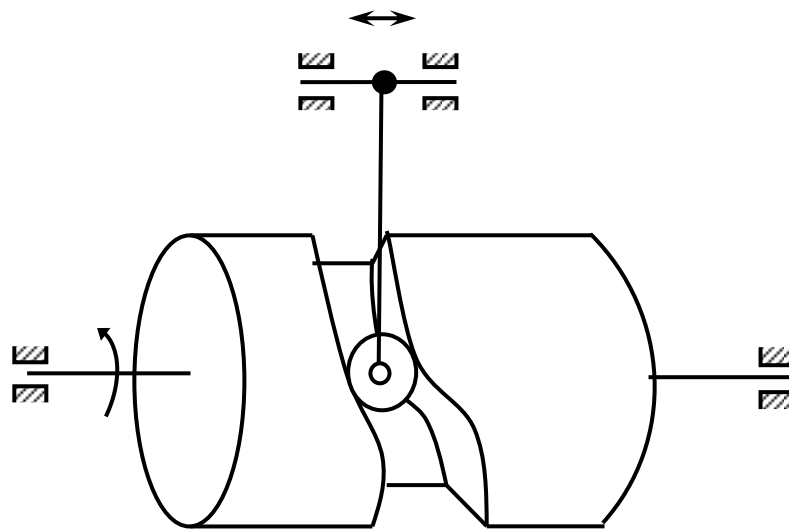
КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

1.1. Виды кулачковых механизмов

Кулачковые механизмы нашли широкое применение в современной технике из-за их основного достоинства - при значительной простоте и компактности – возможность реализации весьма сложного по форме кинематических характеристик движения ведомого звена и, в частности, движения с остановками по заданной необходимой программе. Главные области применения - станки-автоматы, разнообразные механические вспомогательные автоматы, механизмы газораспределения двигателей, управляющие и счётно-решающие устройства и прочее.

На рис. 1.1 изображены кинематические схемы наиболее часто встречающихся кулачковых механизмов.





д)

Рис. 1.1

Кулачок всегда является ведущим звеном. Ведомое звено-толкатель (при возвратно-поступательном движении) или коромысло (при возвратно-вращательном движении) часто снабжается роликом для уменьшения потерь на трение в самой кулачковой паре. Последняя, как известно, относится к парам 4-го класса, а ролик, не имеющий характера относительного движения в кулачковой паре, следует считать звеном пассивным.

Применяются также плоские или тарельчатые толкатели с грибовидным окончанием или заострением (рис.1.2)

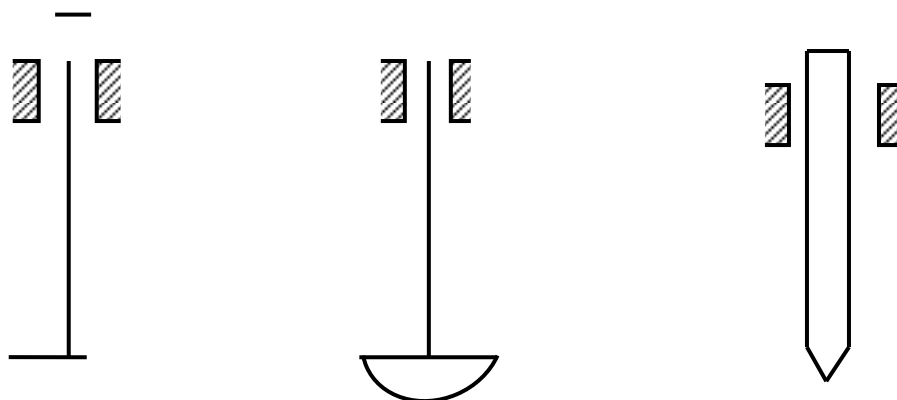


Рис.1.2

Как видно из схем, кулачковые механизмы могут быть плоскими (см. рис. 1.1 а, б, в, г) и пространственными (рис. 1.1 д) с вращательным (рис.1 а, б) и с поступательным движением кулачка (рис.1.1 в).

1.2. Основные параметры кулачкового механизма

При рассмотрении задач анализа и синтеза кулачковых механизмов удобно пользоваться такими понятиями, как теоретический профиль кулачка, окружность начальной шайбы, профильные углы кулачка.

Теоретическим профилем называется кривая, эквивалентная действительному профилю и отстоящая от него на расстоянии, равном радиусу ролика (рис. 1.3).

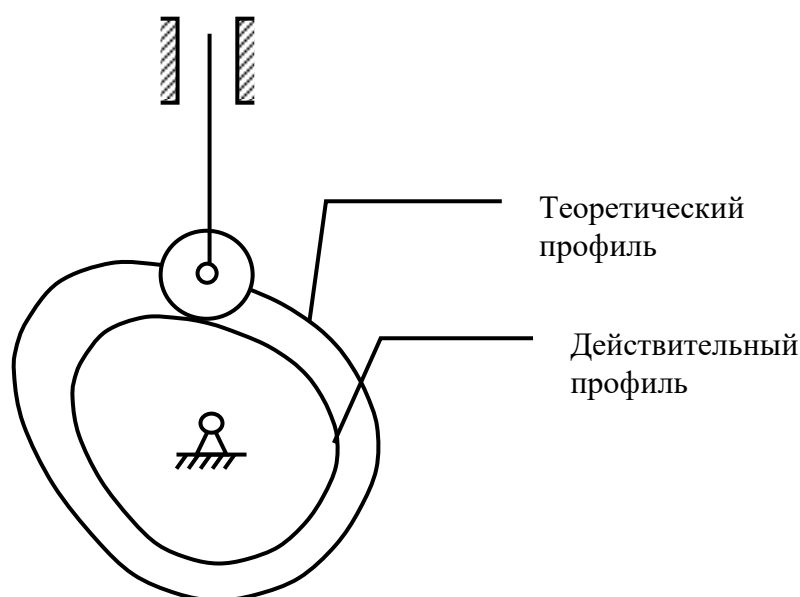


Рис.1.3

Теоретический профиль можно также определить как траекторию центра ролика (т.е. конца ведомого звена) в относительном движении по отношению к кулачку. Именно поэтому при исследовании закона движения ведомого звена основную роль должен играть не столько действительный профиль, сколько теоретический.

Отметим также, что при изготовлении кулачков пользуются их теоретическим профилем, поскольку с ним должна совпадать траектория центра фрезы (либо шлифовального круга) в относительном движении (по отношению к заготовке кулачка). Очевидно, что для всякого действительного профиля можно получить соответствующий теоретический. Обратное утверждение уже несправедливо, так как при достаточно большом радиусе

ролика действительный профиль может оказаться кривым с самопересечением и поэтому нереализуемым.

Радиус ролика обычно выбирают из условия $r_p < 0,7\rho_{\min}$, где ρ_{\min} – минимальный радиус кривизны теоретического профиля.

Начальной шайбой называют окружность наименьшего радиуса, касающегося изнутри теоретического профиля, центр которой совпадает с центром вращения кулачка. По существу, любой кулачок можно рассматривать как некоторую круглую цилиндрическую шайбу, к которой как бы присоединён рабочий выступ кулачка (или несколько выступов – в более сложном случае).

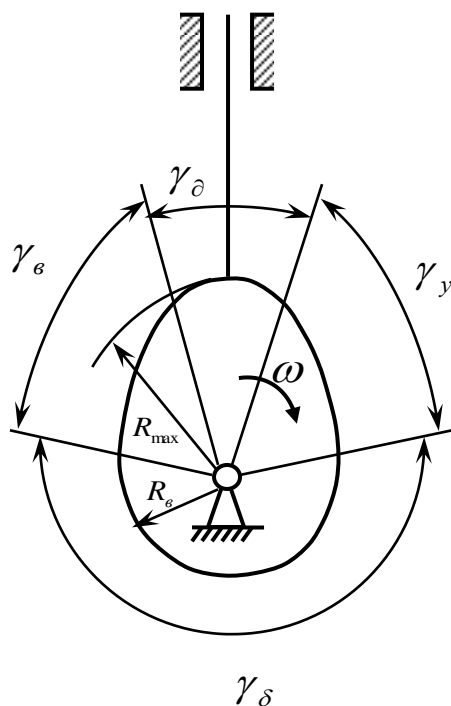


Рис.1.4

Окружность начальной шайбы имеет радиус R_0 и на некоторой части дуги совпадает с участком теоретического профиля. Если бы профиль кулачка состоял только из начальной шайбы, то, очевидно, перемещение ведомого звена было бы равно нулю. Таким образом, перемещение центра ролика (т.е. ведомого звена) нужно отсчитать от окружности начальной шайбы.

Профильные углы кулачка - углы, соответствующие различным фазам ведомого звена. На рис.1.4 при выбранном направлении вращения кулачка

угол γ_y носит название угла удаления, так как центр ролика удаляется от центра вращения кулачка при скольжении центра ролика по дуге теоретического профиля на всём протяжении γ_{δ} .

Аналогично этому $\gamma_{\hat{a}}$ - угол возвращения; $\gamma_{\hat{a}}$ - угол дальнего стояния, поскольку соответствующий участок теоретического профиля выполнен по дуге окружности радиуса R_{\max} . Наконец, $\gamma_{\hat{a}}$ - угол ближнего стояния – отвечает определённой дуге окружности начальной шайбы.

В более сложных случаях профиль кулачка может иметь несколько выступов, т.е. участков с различными углами γ_{δ} и, соответственно, $\gamma_{\hat{a}}$. Встречаются и более простые профили, чем изображённый на рис.1.4, когда, например, $\gamma_{\hat{a}} = 0$, либо $\gamma_{\delta} = 0$, или равны нулю оба эти профильных угла одновременно.

Теоретический профиль кулачка может быть описан аналитической зависимостью в форме уравнения в полярной системе координат:

$$r=f(\varphi), \quad (1.1)$$

где r - текущий радиус – вектор профиля, проведённый из центра вращения кулачка;

φ - полярный угол, отсчитываемый от начала участка в сторону, противоположную вращению кулачка.

Функция (1.1) может быть представлена аналитически или таблично. При исследовании готового кулачка эту зависимость получают замерами с помощью специальных оптических приборов.

1.3. Задача кинематического анализа кулачковых механизмов

Постановка этой кинематической задачи заключается в следующем.

Дана кинематическая схема механизма, задан закон вращения кулачка (часто $\omega = const$), известна функция профиля $r=f(\phi)$ требуется найти кинематические характеристики ведомого звена –

$$S(t); V(t) \text{ и } W(t) . \quad (1.2)$$

В том случае, когда $\omega = const$, находят

$$S(\varphi); V(\varphi) \text{ и } W(\varphi) , \quad (1.3)$$

где φ - текущий угол поворота кулачка. Очевидно, что функции (1.3) по форме совпадают с кинематическими характеристиками (1.2), значения углов φ пропорциональны времени t . Скорость $V(t)$ простым образом связана с $V(\varphi)$:

$$V(t) = \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \omega \cdot \frac{ds}{d\varphi} = \omega \cdot V(\varphi) . \quad (1.4)$$

Аналогична связь и ускорения ведомого звена $W(t)$ с $W(\varphi)$:

$$W(t) = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{d\varphi} \cdot \omega = \omega \cdot W(\varphi) . \quad (1.5)$$

Значение задачи кинематического анализа, несомненно, очень велико, поскольку при её решении выявляются все кинематические свойства заданного (или вновь спроецированного) механизма и оценивает пригодность последнего в конкретных условиях практического применения. Отметим также, что принципы кинематического анализа лежат в основе и методов синтеза, т.е. проецирование новых механизмов.

Характерные примеры кинематических диаграмм (1.3) приведены на рис. 1.4.

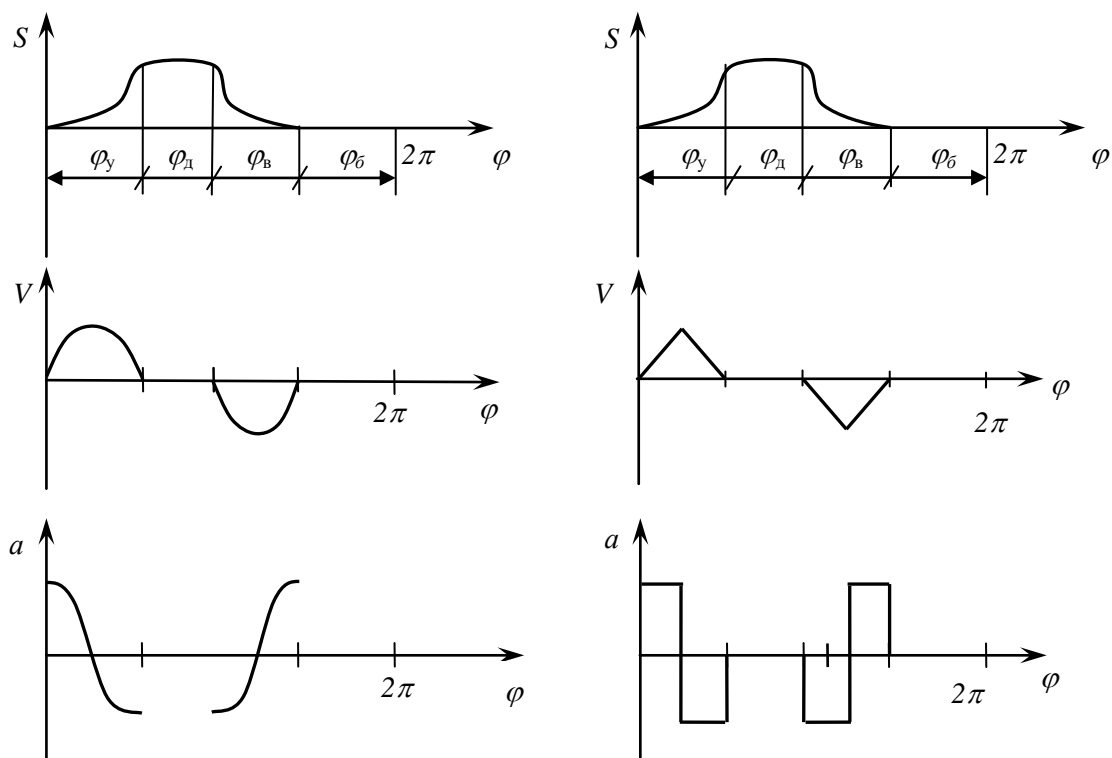


Рис.1.5

График перемещения ведомого звена представляет собой на первом участке возрастающую кривую от S_0 до S_{\max} при изменении угла поворота кулачка от φ_0 до $\varphi = \varphi_\delta$. Это - участок удаления ведомого звена (точнее – центра ролика) от окружности начальной шайбы кулачка. Заметим, что профильный угол удаления γ_δ чаще всего не совпадает с углом поворота кулачка φ_y на участке удаления, т.е. $\gamma_\delta \neq \varphi_\delta$. Далее это будет подробно показано.

После участка φ_y следует угол поворота кулачка $\varphi_{\ddot{a}}$, при котором центр ролика имеет наибольшее и постоянное расстояние от окружности начальной шайбы – участок дальнего стояния $\varphi_{\ddot{a}} = \gamma_{\ddot{a}}$. Затем значение S уменьшается до нуля на участке возвращения $\varphi_{\acute{a}}$ ($\varphi_{\acute{a}} \neq \gamma_{\acute{a}}$) и остаётся равным нулю, когда центр ролика движется по дуге окружности начальной шайбы на участке угла ближнего стояния $\varphi_{\grave{a}}$ ($\varphi_{\grave{a}} = \gamma_{\grave{a}}$). Скорость центра ролика V при $\varphi = 0$ начинается с нулевого значения, затем где-то в средней

части интервала φ_0 она достигает наибольшей величины и к концу φ_y убывает вновь до нуля. На рис.1.4 график скорости отражает линейный закон равноускоренного и равнозамедленного движения (т.е. с постоянным значением ускорения на двух участках интервала φ_0). Если рассматривать совместно кривые $a(\varphi)$ и $V(\varphi)$ на рис.1.5, то нетрудно будет заключить, на каких участках угла поворота движение центра ролика будет ускоренным (V и a совпадают по знаку), а на каких замедленным (V и a противоположны).

Не следует также забывать о том, что между кривыми S , V и a существует очевидная математическая связь: V и a суть дифференциальные кривые для S и V - соответственно. Поэтому, например, \max и \min кривой $V(\varphi)$ должна по углам совпадать с нулевыми значениями $a(\varphi)$.

1.4. Кинематический анализ механизма с роликовым толкателем

Дана кинематическая схема механизма со смещённым роликовым толкателем (рис.1.6), затем закон движения кулачка ($\omega = const$) и функция профиля $r = f(\gamma)$.

Требуется определить кинематические свойства толкателя:

$$a(\varphi), S(\varphi), V(\varphi).$$

Воспользуемся методом обращения движения: кулачок считаем неподвижным, а толкатель и стойку приведём во вращение (в противоположном направлении) со скоростью $-\omega$. Очевидно, при этом относительное движение толкателя по отношению к кулачку никак не изменится.

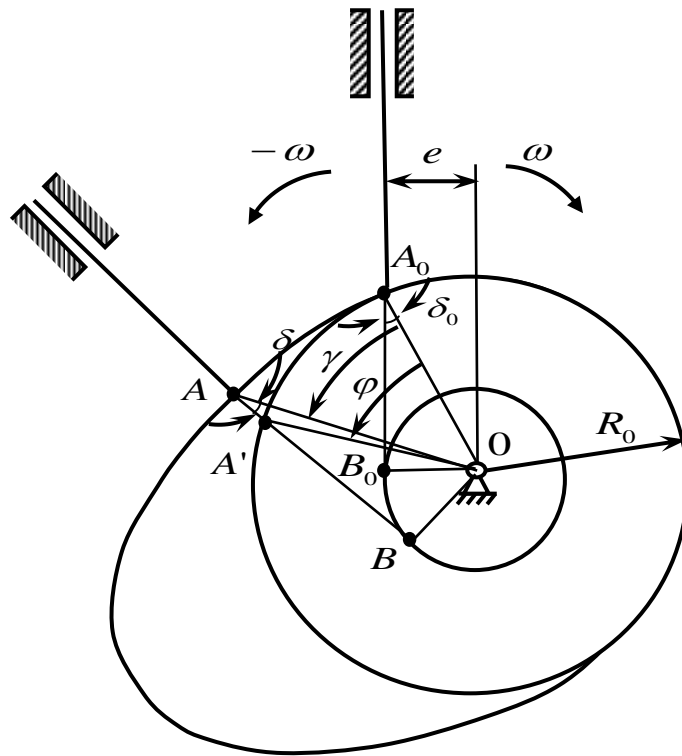


Рис.1.6

На рис. 1.6 показаны два положения толкателя, соответствующие повороту на некоторый угол φ . Если бы рабочего выступа не было (т.е. кулачѐк совпадал бы с начальной шайбой), то центр ролика A_0 переместился бы в точку A' , а треугольник A_0B_0O повернулся бы на угол φ и занял бы положение $A'OB$. В действительности центр ролика отойдѐт в точку A , что соответствует текущему перемещению толкателя $S = AA'$. Полярный угол для точки профиля A есть γ , а радиус-вектор точки $r = OA$. Из рисунка чѐтко видно, что $\gamma \neq \varphi$.

Перемещение можно определить как

$$S = AA' = AB - A'B = AB - A_0B_0,$$

но из треугольника A_0B_0O

$$A_0B_0 = R_0 \cos \delta_0,$$

$$AB = r \cos \delta.$$

Поэтому

$$S = r \cos \delta - R_0 \cos \delta_0 \quad (1.6)$$

Углы δ_0 и δ можно найти из тех же треугольников A_0B_0O и ABO :

$$\sin \delta_0 = \frac{e}{R_0}; \sin \delta = \frac{e}{r} \quad (1.7)$$

На рис. 1.7 часть предыдущей схемы показана крупнее, нетрудно видеть, что

$$\varphi = \gamma + \Delta\varphi \quad (1.8)$$

иначе этот угол можно найти как внешний угол в $\triangle AOA'$, для которого $\delta_0 = \delta + \Delta\varphi$, тогда угол-поправка $\Delta\varphi$ будет определяться по формуле:

$$\Delta\varphi = \delta_0 - \delta \quad (1.9)$$

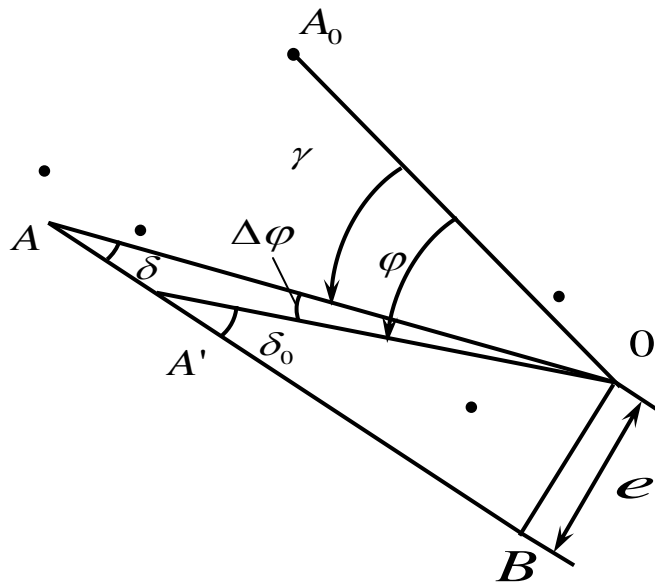


Рис.1.7

Полученные расчётные формулы (1.6)÷(1.9) приводят к следующему алгоритму расчёта функции $S(\varphi)$:

$$\gamma \rightarrow r \rightarrow \delta \rightarrow \Delta\varphi \rightarrow \varphi \rightarrow S \quad (1.10)$$

Из вышеприведенных формул по заданному полярному углу γ определяется радиус-вектор r (поскольку известна функция $r = f(\gamma)$), затем по формуле (1.7) находится угол δ и постоянный угол δ_0 , что даёт возможность рассчитать угол-поправку $\Delta\varphi$ по уравнению (1.9). Далее определяется текущее значение угла поворота - по уравнению (1.8) и, наконец, значение S по формуле (1.6). В результате этого расчета для ряда значений γ (например,

через $2^0 \div 3^0$) получим зависимость перемещения толкателя S как функцию угла поворота кулачка φ . Указанный расчёт можно представить в форме таблицы:

γ	r	δ	$\Delta\varphi$	φ	S
3^0					
6^0					

Функции $V(\varphi)$ и $a(\varphi)$ находятся методом графического (либо численного) дифференцирования.

Следует обратить внимание на то, что знак угла $\Delta\varphi$ изменяется на противоположный, если изменить направление движения кулачка (рис. 1.8).

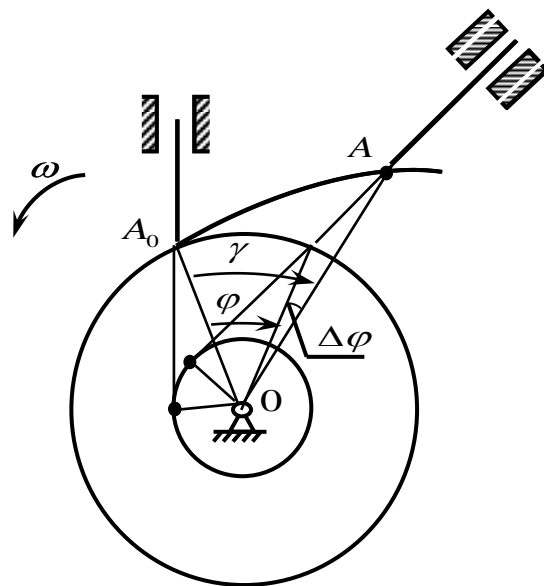


Рис.1.8

Тогда уравнение (1.8) запишется в виде:

$$\varphi = \gamma - \Delta\varphi \quad (1.11)$$

Аккуратно изображённая кинематическая схема всегда позволяет просто определить, какое из уравнений (1.8), (1.11) необходимо в конкретном случае использовать.

Если задан кулачковый механизм центральной схемы (без смещения), т.е. при $e = 0$, то расчётные соотношения упрощаются:

$$S = r - R_0$$

Алгоритм расчёта вместо (1.10) примет вид:

$$\gamma = \varphi \rightarrow r \rightarrow S$$

Изложенный метод получения зависимости $S(\varphi)$ расчётным путём весьма удобен при необходимости соблюдения заданной высокой степени точности и использования вычислительных машин.

Вместе с тем представляет практический интерес и простой графический способ построения кривой $S(\varphi)$ по заданному профилю кулачка.

Графический приём сводится к следующим построениям. Если в достаточно крупном масштабе вычерчен профиль кулачка (рис.6.6), то от начального луча OA_0 в сторону, противоположную вращению, откладываются текущие значения угла поворота φ . Для каждого угла φ находится точка A' на окружности начальной шайбы, и затем из этой точки следует провести касательную к малой окружности радиуса e . По этой прямой от окружности начальной шайбы до точки на профиле измеряется текущее перемещение толкателя $S = AA'$, соответствующее данному углу φ .

Ещё проще проводится построение в случае механизма центральной системы (при $e = 0$). Текущее перемещение толкателя тогда замеряется прямо по центральным лучам (проходящим из центра вращения O) - от окружности начальной точки до шайбы на профиле кулачка.

1.5. Кинематический анализ механизма с роликовым коромыслом

Дана кинематическая схема кулачкового механизма с коромыслом, задан закон движения кулачка ($\omega = const$), и известна функция профиля кулачка $r = f(\gamma)$.

Требуется определить кинематические характеристики коромысла $\psi(\varphi)$, $\Omega(\varphi)$ и $\varepsilon(\varphi)$, т.е. изменение угла отклонения коромысла, его угловой скорости и углового ускорения как функции угла поворота кулачка.

Как в предыдущем случае, для вывода всех соотношений удобен метод обращения движения.

На кинематической схеме (рис.1.9) показаны расстояние d между центрами вращения кулачка и коромысла и длина коромысла ℓ . Начальное положение центра ролика, как и ранее, обозначено через A_0 . После поворота кулачка на текущий угол φ центр ролика отойдет от начальной шайбы (от точки A') к точке A на профиле кулачка. При этом коромысло повернется на угол ψ :

$$\psi = \delta - \delta_0 \quad (1.12)$$

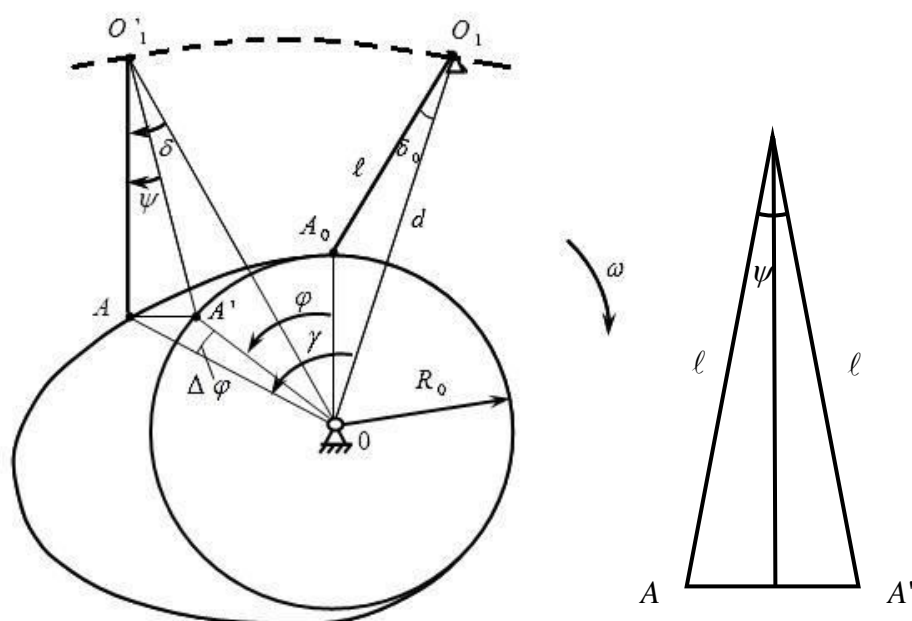


Рис.1.9

Постоянный угол δ_0 и переменный угол δ могут быть найдены из косоугольных треугольников OA_0O_1 и $OA O'_1$:

$$\left. \begin{aligned} \cos \delta_0 &= \frac{\ell^2 + d^2 - R_0^2}{2\ell d} \\ \cos \delta &= \frac{\ell^2 + d^2 - r^2}{2\ell d} \end{aligned} \right\} \quad (1.13)$$

Заметим, что формулы (1.13) получены из выражений квадратов сторон, лежащих против острых углов δ_0 и δ , а расстояние $OA = r$ – текущий радиус-вектор данной точки профиля.

Угол поворота кулачка φ и полярный угол γ в этом случае также не совпадают по величине:

$$\varphi = \gamma - \Delta\varphi,$$

причём знак $\Delta\varphi$ при изменении вращения изменяется на противоположный.

Таким образом:

$$\varphi = \gamma \pm \Delta\varphi \quad (1.14)$$

Величина угла-поправки $\Delta\varphi$ определяется из косоугольного треугольника OAA' :

$$\cos \Delta\varphi = \frac{r^2 + R_0^2 - 4\ell^2 \sin \frac{\psi}{2}}{2rR_0} \quad (1.15)$$

В этом выражении предварительно определена сторона треугольника

$$AA' = 2\ell \cdot \sin \frac{\psi}{2} \quad (\text{рис.1.8}).$$

Формулы (1.12) ÷ (1.15) приводят к следующему алгоритму расчёта функции $\psi(\varphi)$:

$$\gamma \rightarrow r \rightarrow \delta \rightarrow \psi \rightarrow \Delta\varphi \rightarrow \varphi \quad (1.16)$$

По заданному значению γ находят r (т.к. дана $r = f(\gamma)$), затем по формуле (1.13) подсчитывают δ (и δ_0), что даёт возможность определить текущее ψ (по (1.13)).

Далее, по формуле (1.15) находят $\Delta\varphi$ и по значению угла φ .

Расчёт удобно свести в таблицу:

γ	r	δ	ψ	$\Delta\varphi$	φ
3^0					
6^0					

Полученную функцию $\psi(\varphi)$ дифференцируют дважды и находят

$$\Omega(\varphi) = \frac{d\psi}{d\varphi} \text{ и } \varepsilon(\varphi) = \frac{d\Omega}{d\varphi}$$

Конфигурация прямых $\psi(\varphi)$, $\varepsilon(\varphi)$ и $\Omega(\varphi)$ часто вполне аналогична рассмотренным уже на рис.1.5а и рис.1.5б.

Графический способ построения функции $\psi(\varphi)$, очевидно, из рис.1.8. От начального положения радиус-вектора OA_0 отталкивают текущее значение угла поворота φ и получают точку A' . Затем выстраивается треугольник $OA'O'_1$ (равный OA_0O_1) и определяют текущее положение центра вращения коромысла O'_1 . Текущее положение центра ролика A легко найти засечкой из O'_1 радиусом, равным длине коромысла l .

Тогда значение угла поворота коромысла ψ берётся как угол, равный углу $A'O'A$. Прделав эти операции для ряда значений φ , получим график $\psi(\varphi)$.

2. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ. КАЧЕСТВЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МЕХАНИЗМА

2.1. Постановка задачи кинематического синтеза кулачковых механизмов

Задаётся закон движения ведомого звена в форме характеристики $S(\varphi)$, дан также закон движения ведущего звена: $\omega = const$. Известны и все существенные для кинематики размеры кинематической схемы.

Требуется определить профиль кулачка $r = f(\gamma)$, обеспечивающий реализацию заданного закона движения ведомого звена. Заметим, что закон движения ведомого звена может быть задан и в форме графика ускорения (либо скорости). Тогда потребуются ещё операции интегрирования, для того чтобы перейти к функции $S(\varphi)$. Методика синтеза, которая ниже будет изложена, остаётся справедливой и для случаев $\omega \neq const$, однако равномерное вращение кулачка встречается достаточно часто, и далее для простоты изложения именно этот закон будет рассматриваться при изложении методики.

Значение методов синтеза особенно велико, так как они приводят к созданию новых механизмов, удовлетворяющих определённым заданным требованиям.

2.2. Синтез кулачкового механизма с роликовым толкателем

Дана кинематическая схема смещённого кулачкового механизма, известны размеры R_0 и e . Заданы функция перемещения $S = S(\varphi)$ и закон движения кулачка.

Требуется определить функцию профиля кулачка, обеспечивающую заданный закон движения. Используем соотношения уже полученные для

кинематического анализа данного типа механизма. Перепишем уравнения (1.6) и (1.7) из предыдущей лекции в виде

$$r \cos \delta = S + R_0 \cos \delta_0$$

$$r \sin \delta = e$$

После возведения в квадрат и сложения избавимся от тригонометрической функций угла δ :

$$\begin{aligned} r^2 &= (S + R_0 \cos \delta_0)^2 + e^2 \\ r &= \sqrt{(S + R_0 \cos \delta_0)^2 + e^2} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Уравнение (1.8), дающее связь углов φ и γ , решим относительно γ :

$$\gamma = \varphi \pm \Delta\varphi, \quad (2.2)$$

где знак поправки $\Delta\varphi$ определяется непосредственно по схеме. По-прежнему

$$\Delta\varphi = \delta_0 - \delta. \quad (2.3)$$

Углы δ_0 и δ подсчитываются по формуле:

$$\begin{cases} \sin \delta_0 = \frac{e}{R_0} \\ \sin \delta = \frac{e}{r} \end{cases} \quad (2.4)$$

Алгоритм решения задачи синтеза может быть представлен в виде:

$$\varphi \rightarrow S \rightarrow r \rightarrow \delta \rightarrow \Delta\varphi \rightarrow \gamma \quad (2.5)$$

Из вышеприведенных формул находим:

По заданному значению φ определяется S (так как известна функция), затем по уравнению (2.1) определяют радиус-вектор r , что даёт возможность по формулам (2.4) найти δ , а затем – по формуле (1.3) – и $\Delta\varphi$. Наконец, по соотношению (2.2) определяют γ .

В результате будет полностью произведён расчёт функции профиля.

Алгоритм существенно упрощается в случае синтеза механизма центральной схемы ($e = 0$). Вместо уравнения (2.1) будет использовано более простое уравнение:

$$r = S + R_0,$$

далее, поскольку $\delta_0 = \delta = 0$, то и $\Delta\varphi = 0$. Связь углов φ и γ очевидна:

$$\gamma = \varphi.$$

И алгоритм сводится к операциям:

$$\varphi \rightarrow S \rightarrow r.$$

Графический метод синтеза, т.е. построения профиля кулачка по заданной кривой $S(\varphi)$ очевиден из рис.1.6. От начального положения радиус-вектора (т.е. от начала угла удаления) откладывается текущее значение угла φ в сторону, противоположную направлению вращения кулачка. Затем из соответствующих точек A' на окружности начальной шайбы проводятся касательные к малой окружности радиуса e . Наконец, по этим касательным следует отложить перемещение $S = A'A$, взятые с графика $S(\varphi)$ для каждого взятого угла φ .

В случае центральной схемы механизма ($e = 0$) перемещения S откладывается от окружности начальной шайбы на лучах, выходящих из центра вращения кулачка O .

2.3. Синтез кулачкового механизма с роликовым коромыслом

Задана кинематическая схема с необходимыми размерами межцентрового расстояния d , длины коромысла ℓ и радиуса начальной шайбы R_0 . Дан закон движения кулачка $\omega = const$ и закон движения коромысла.

Требуется получить профиль кулачка, т.е. функцию. Исходным здесь является уравнение (1.12), полученное при решении задачи анализа на предыдущей лекции. Решим его относительно переменного угла δ :

$$\delta = \psi + \delta_0 \quad (2.6)$$

Постоянный угол δ_0 , как и ранее, находится из уравнения (1.13), т.е.

$$\cos \delta_0 = \frac{\ell^2 + d^2 - R_0^2}{2\ell d}$$

Из второго уравнения (1.13) получим выражение для расчёта радиус-вектора:

$$r = \sqrt{\ell^2 + d^2 - 2\ell d \cos \delta} \quad (2.7)$$

Связь углов и φ в уравнении (1.14) даёт

$$\gamma = \varphi \pm \Delta\varphi \quad (2.8)$$

А угол-поправка $\Delta\varphi$ снова рассчитывается по уравнению (1.15), которое мы перепишем без изменения

$$\cos \Delta\varphi = \frac{r^2 + R_0^2 - 4e^2 \sin \frac{\psi}{2}}{2rR_0} \quad (2.9)$$

Уравнения (2.6) – (2.9) приводят к следующему алгоритму расчёта функции профиля:

$$\varphi \rightarrow \psi \rightarrow \delta \rightarrow r \rightarrow \Delta\varphi \rightarrow \gamma, \quad (2.10)$$

т.е. для каждого взятого значения угла φ по известной функции $\psi(\varphi)$ получим соответствующую величину угла отклонения коромысла ψ . По уравнению (2.6) вычисляется угол δ и затем по формуле (2.7) – соответствующий радиус-вектор r . После этого производится расчёт поправки $\Delta\varphi$ по уравнению (2.9) и, наконец, по (2.8) определяется текущий полярный угол γ . В результате получим функцию профиля кулачка $r = f(\gamma)$, обеспечивающего реализацию заданного закона движения $\psi(\varphi)$.

Графический метод синтеза профиля кулачка и в этом случае весьма прост и основан на построении, изображённом на рис. 2.8. От начала угла удаления (радиус-вектор OA_0) откладывают текущее значение угла поворота φ - в сторону, противоположную вращению кулачка. Далее надо построить $\triangle OA'O'_1$, равный $\triangle OA_0O_1$, и повернуть на угол φ , что определит текущее положение центра вращения коромысла O'_1 . От прямой O'_1A теперь необходимо отложить текущий угол поворота коромысла ψ , взятый с кривой $\psi(\varphi)$ для того же текущего угла φ . Это даёт положение центра ролика A на теоретическом профиле кулачка. Многократное построение точек A и даёт весь искомый теоретический профиль.

2.4. Удары в кулачковых механизмах

Существует ряд качественных характеристик, играющих большую роль при сравнительной оценке кулачковых механизмов для выбора наиболее подходящей и даже самой выгодной в том или ином смысле схемы. К таким характеристикам относятся параметры, оценивающие удары при движении ведомых звеньев, а также величины углов давления и передачи движения.

Рассмотрим сначала жесткие удары в кулачковых механизмах. На рис.2.1 показан закон движения ведомого звена при постоянной скорости перемещения на угле удаления и угле возвращения. В самом начале угла удаления скорость ведомого звена мгновенно от нуля возрастает до некоторой величины, а в конце этого участка скорость также внезапно падает до нуля. Ускорения в соответствующих точках теоретически бесконечны ($+\infty$ и $-\infty$). В действительности скорость возрастает не мгновенно, а за некоторый конечный отрезок времени, а ускорения велики, но конечны. Тем не менее, в четырёх точках рабочего угла поворота (т.е. при $\varphi = 0$, $\varphi = \varphi_\delta + \varphi_\delta$, $\varphi = \varphi_\delta + \varphi_\delta + \varphi_\epsilon$) имеет место мгновенное (практически, почти мгновенное)

поглощение кинетической энергии ведомого звена. Это и приводит к эффекту ударов ролика по профилю кулачка при указанных углах поворота: всего четыре удара за каждый оборот. Таким образом, жестким ударом называется явление, характеризующееся разрывом графика скорости и, следовательно, мгновенным поглощением кинетической энергии ведомого звена.

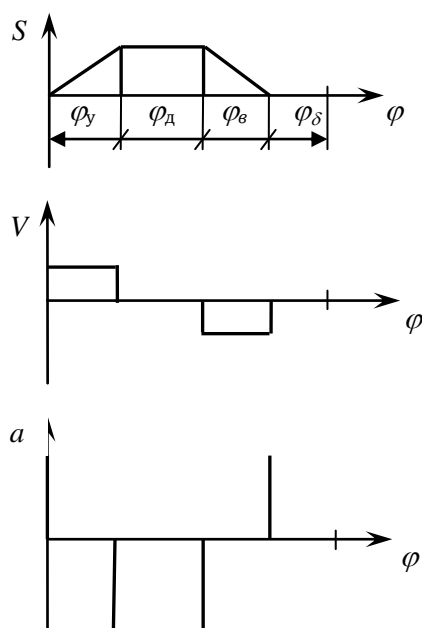


Рис. 2.1

Жесткий удар является вредным явлением, так как при достаточно высоком темпе движения большая частота ударов приводит к усталостным явлениям на рабочей поверхности профиля кулачка, к выкрашиванию, появлению микротрещин, к поломкам пружин, и, следовательно, к выходу из строя самого механизма. Отсюда следует, что в тех случаях, когда для повышения производительности механизма важно резкое повышение (либо падение) скорости ведомого звена, то необходимо проверять, не приводит ли выбранный закон движения к появлению жесткого удара.

Количественной оценкой величины жесткого удара может служить значение поглощенной кинетической энергии ведомого звена:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{- при поступательном}$$

движении или же

$$E = \frac{1}{2} J \omega^2 \quad - \text{ если ведомое звено – коромысло.}$$

Здесь m и J - масса и момент инерции ведомых звеньев, а v и ω - линейная и угловая скорости толкателя и коромысла в месте разрыва функций и $\omega(\varphi)$.

Перейдем к определению мягкого удара. На рис.2.2 показан график равноускоренного движения ведомого звена. Скорость растёт линейно и линейно убывает до нуля на участке φ_δ . Разрыва графика скорости нет и нет жёстких ударов. Однако имеют место разрывы функции $a(\varphi)$ - шесть разрывов за один оборот. В каждый из этих моментов в месте контакта ролика с поверхностью кулачка тоже произойдёт некоторый удар – мгновенное появление силы инерции конечной величины. Мягким ударом называется явление, характеризующееся разрывом функции ускорения ведомого звена и, следовательно, приложение силы инерции конечной величины.

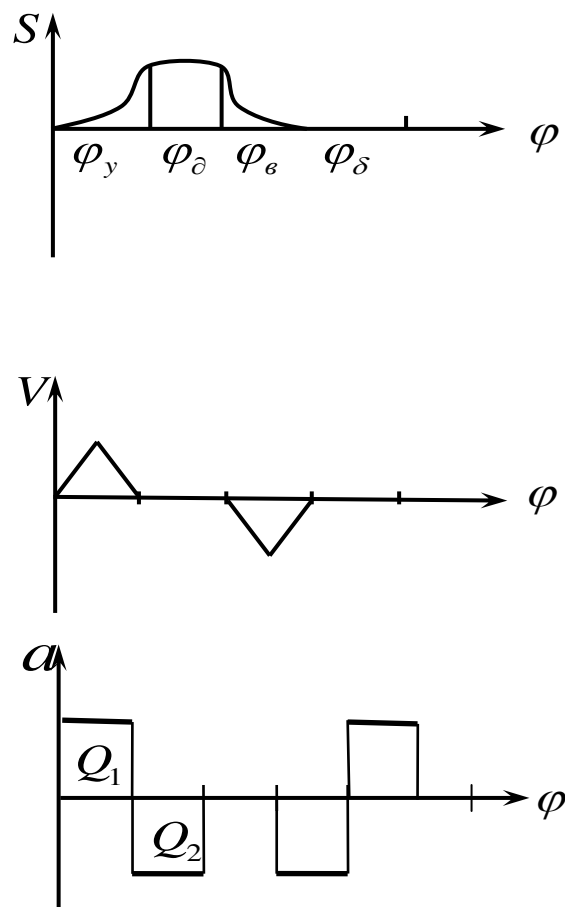


Рис.2.2

Количественная характеристика мягкого удара и есть величина прикладываемая к кулачку от ведомого звена силы инерции (или момента сил инерции):

$$|P_n| = ma \quad \text{или} \quad |M_n| = J\varepsilon ,$$

где a и ε - линейные и угловые ускорения толкателя или коромысла (в точке разрыва).

Мягкие удары встречаются достаточно часто в законах движения ведомых звеньев практически используемых механизмов. Они тоже могут привести к износу рабочих профилей. Однако практически их отрицательное влияние чаще всего не так заметно.

По характеру кривой $a(\varphi)$ можно убедиться не только в наличии или отсутствии мягких ударов, но также и выяснить, имеют ли место разрывы графика $V(\varphi)$, т.е. имеются ли жесткие удары. Действительно, если бы площади под положительной и под отрицательной частями кривой $a(\varphi)$ были бы не равны (например, $Q_1 > Q_2$), то это свидетельствовало бы о том, что скорость в конце φ_δ не пришла бы к нулевому значению (пунктирная линия), т.е. о наличии жесткого удара при $\varphi = \varphi_\delta$.

В справедливости приведённого рассуждения нетрудно убедиться, вспомнив, что кривая $V(\varphi)$ является интегральной кривой для $a(\varphi)$, следовательно, каждая ордината $V(\varphi)$ численно равна площади под кривой $a(\varphi)$. Ордината $V(\varphi_\delta)$ должна быть равна разности площадей $Q_1 - Q_2$.

Рассмотрим пример безударной работы кулачкового механизма.

Пусть задана функция ускорения ведомого звена по синусоидальному закону (рис.2.3):

$$a = a_{\max} \cdot \sin \frac{2\pi}{\varphi_\delta} \varphi$$

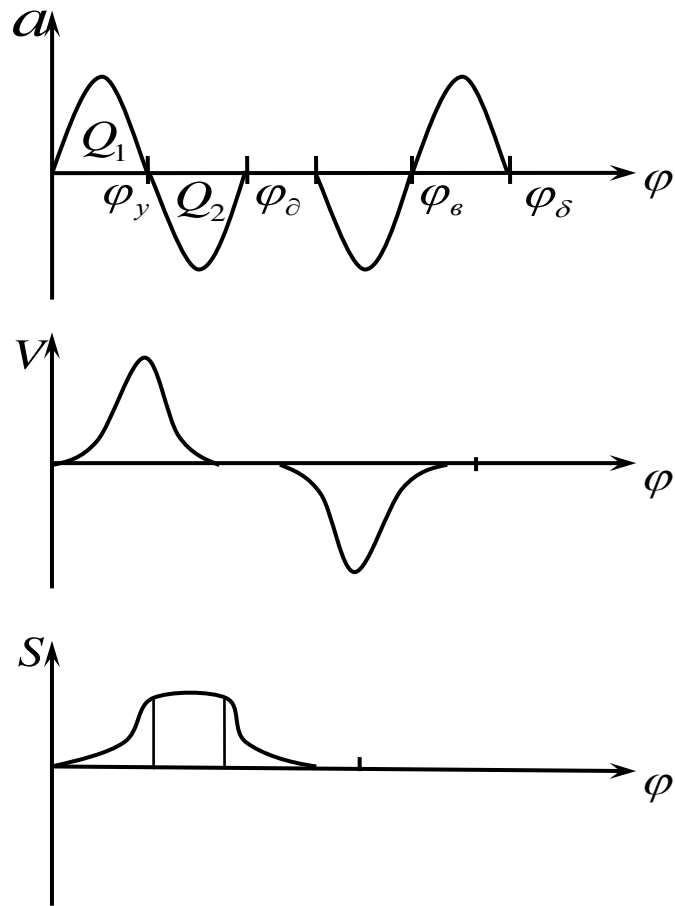


Рис.2.3

Поскольку эта кривая не имеет точек разрыва и площади Q_1 и Q_2 равны, то соответствующий кулачковый механизм заведомо гарантирован как от мягких, так и от твёрдых ударов. Функция $V(\varphi)$ имеет вид смещённой косинусоиды, а $S(\varphi)$ изменяется по закону линейной функции, сложенной с синусоидой.

2.5. Угол давления и угол передачи движения

На рис. 2.4 показано усилие \bar{N} , которое передаётся от кулачка на толкатель. Направлено это усилие по нормали к поверхности кулачка в данной точке. Разложим \bar{N} на две составляющие и \bar{T} :

$$\bar{N} = \bar{Q} + \bar{T},$$

очевидно, что \bar{Q} есть сила, движущая толкатель, а \bar{T} - усилие, которое не способствует движению ведомого звена, оно прижимает толкатель к направляющей, создаёт силу трения и может даже привести к заклиниванию стержня толкателя в направляющей.

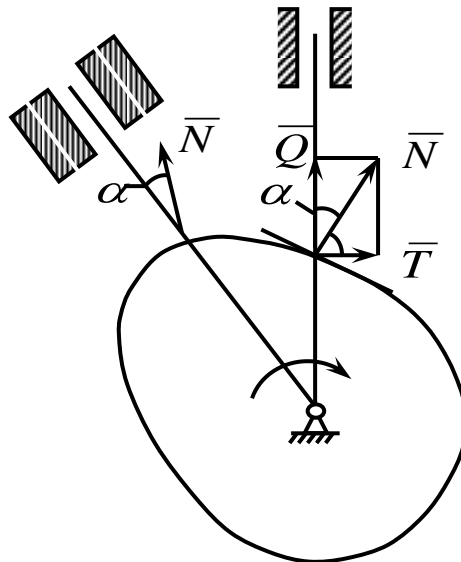


Рис.2.4

Угол давления есть угол между направлением нормали к поверхности кулачка и направления абсолютной скорости движения ведомого звена. Увеличение угла α несомненно приводит к увеличению силы \bar{T} и к уменьшению силы \bar{Q} . Следовательно, необходимо обеспечить такую величину угла давления α , которая была бы достаточно малой. Обычно стремятся к выполнению условия $\alpha < 60^\circ \div 65^\circ$.

Вместе с тем, значительное уменьшение α тоже нежелательно, поскольку приводит к уменьшению абсолютной скорости движения

ведомого звена. Действительно, рассмотрим план скоростей центра ролика (рис. 2.5).

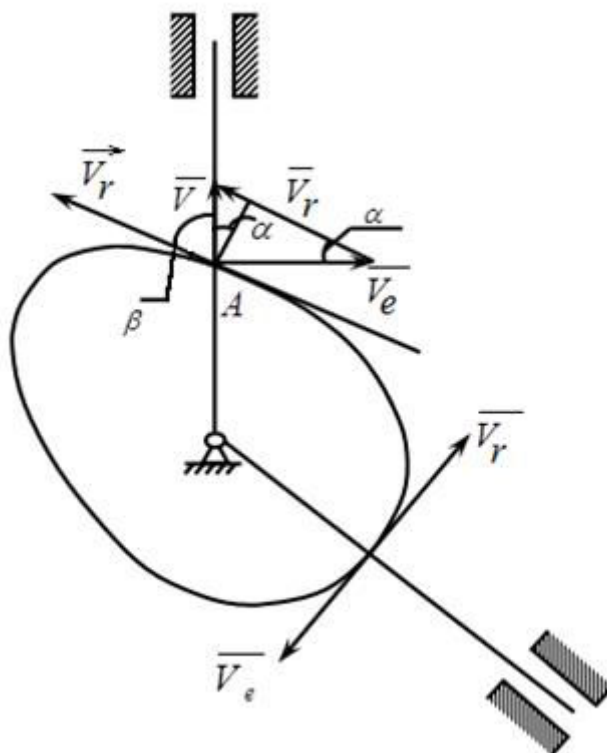


Рис.2.5

Абсолютная скорость \bar{V} направлена по оси движения толкателя, относительная \bar{V}_r - по касательной к профилю, а переносная; \bar{V}_e - перпендикулярна радиусу $r = OA$ и равна (для случая центральной схемы):

$$\bar{V}_e = r \cdot \omega = \omega(S + R_0)$$

В векторном треугольнике $(\bar{V}, \bar{V}_r, \bar{V}_e)$ скорость \bar{V}_e есть величина вполне определённая для каждой точки профиля. Поэтому если уменьшать α , то будет уменьшаться абсолютная скорость \bar{V} . В пределе при $\alpha = 0$ скорость \bar{V}_e совпадает по линии действия с \bar{V}_r , а $\bar{V} = 0$. Этот случай показан на том же рис. 2.5, где центр ролика скользит по окружности начальной шайбы. Следовательно, если во всех точках профиля $\bar{V} = 0$, то будут равны нулю перемещения и скорость ведомого звена. Такой кулачок (фактически одна

начальная шайба) практически бесполезен, хотя и является «очень совершенным» с точки зрения распределения усилий, т.к. $\bar{T} = 0$.

Можно определить величину угла давления из рассмотренного выше треугольника скоростей:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{V}{V_e} = \frac{V}{\omega(S + R_0)} \quad (2.11)$$

Это выражение, конечно, справедливо только для кулачкового механизма простой центральной схемы (рис.2.4 и рис.2.5). Тем не менее, и в других случаях угол давления функционально зависит от скорости, перемещения ведомого звена и радиуса начальной шайбы:

$$\alpha = f(V, S, R_0)$$

Из уравнения (2.11) следует, что уменьшая радиус начальной шайбы с целью уменьшения габаритов кулачка и всего механизма, мы увеличиваем угол давления. Таким образом, если задано предельно допустимое значение $\alpha = \alpha_{\max}$, то тем самым оказывается фиксированной и величина наименьшего радиуса начальной шайбы R_0 . Для других схем кулачковых механизмов связь α и R_0 будет значительно сложнее, но разработаны графические приемы определения R_0 по заданному значению α_{\max} . Указанные методы будут изложены ниже.

Заметим, что вместо угла давления α часто используется дополнительный угол β - углом передачи движения (рис.2.5). Угол передачи β есть острый угол между направлениями абсолютной и относительной скоростей ведомого звена (центра ролика). Очевидно, что $\beta = 90^\circ - \alpha_{\max}$, и если $\alpha < \alpha_{\max}$, то β должен быть больше чем $\beta_{\min} = 90^\circ - \alpha_{\max}$.

На рис. 2.6 (а, б) показаны углы давления и передачи для некоторой точки профиля кулачков смещенной схемы с толкателем и схемы с коромыслом.

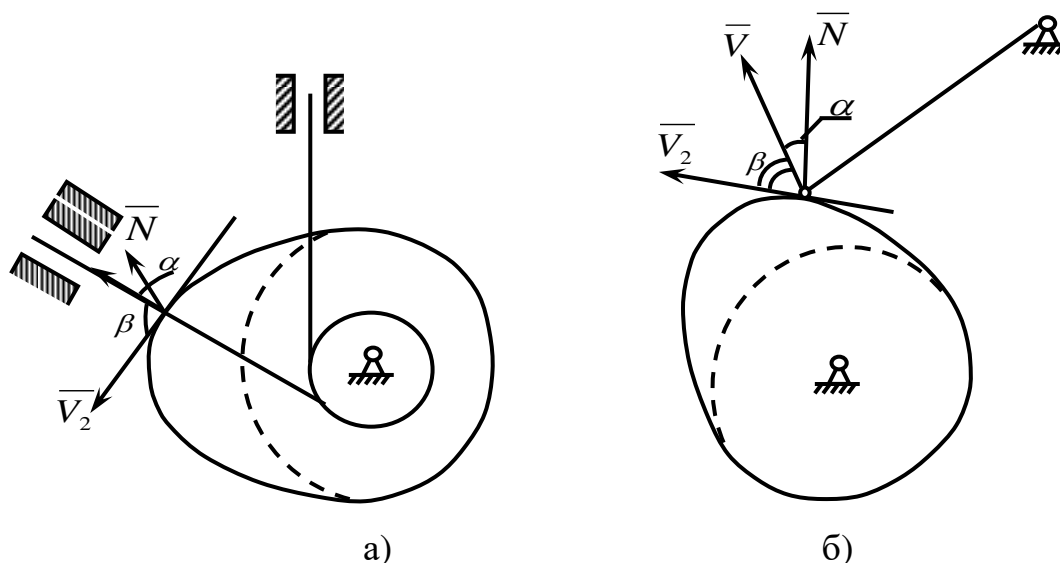


Рис.2.6

2.6. Графический метод синтеза механизма по заданному минимальному углу передачи

Рассмотрим сначала этот метод для механизма с роликовым толкателем. Постановка задачи состоит в следующем. Дана кинематическая схема механизма (величина e), известен закон движения ведомого звена $S(\varphi)$ и задан наименьший угол передачи β_{\min} .

Требуется определить R_0 и затем построить профиль кулачка. Решение данной задачи заключается в выполнении перечисленных ниже операций:

- а). Выбирается прямоугольная система координат S и $\frac{dS}{d\varphi}$ (рис.2.8) с численно равными масштабами $K_s = K \frac{dS}{d\varphi}$;

б). На оси S откладываются отрезки в соответствии с разметкой графика $S(\varphi)$ (рис.2.7);

в). Из точек разметки на оси S откладываются отрезки $\frac{dS}{d\varphi}$ - вправо при подъеме толкателя и влево при опускании;

г). Полученные точки соединяются плавной кривой, к которой проводят две касательные под углом β_{\min} к горизонтальной оси;

д). В заштрихованной области можно выбрать центр вращения кулачка O_1 или O_2 и определить радиус начальной шайбы: $O_1O \cdot K_S = R_0$ (если $e = 0$) или $O_2O \cdot K_S = R_0$ ($e \neq 0$);

е). По уже найденному значению R_0 и известному графику $S(\varphi)$ и другим известным параметрам находится профиль кулачка аналитическим либо графическим методами, причём для полученного механизма заведомо будет обеспечено $\beta > \beta_{\min}$.

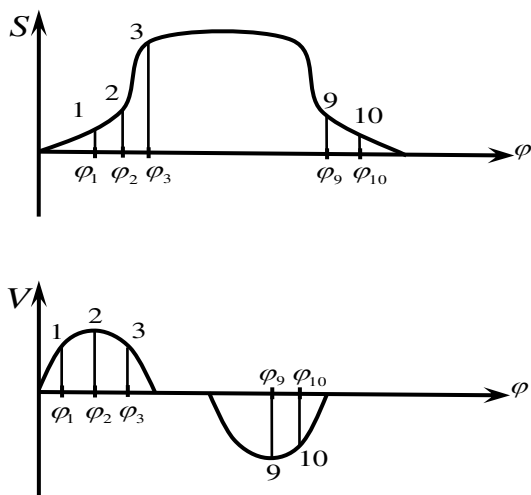


Рис.2.7

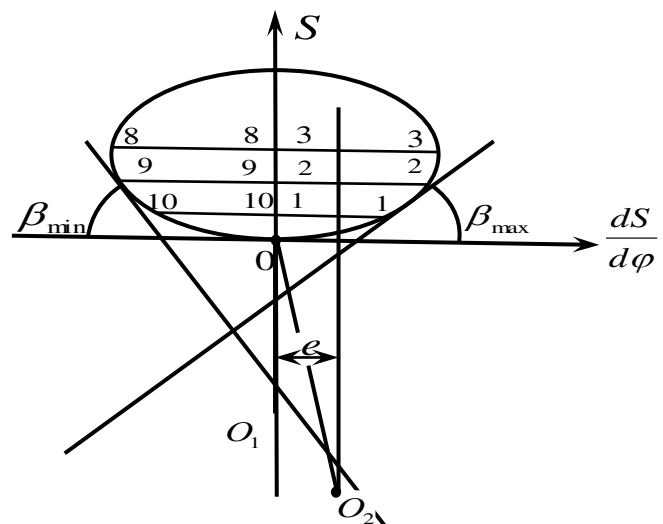


Рис.2.8

Перейдём к синтезу кулачкового механизма с роликовым коромыслом.

Дано: длина коромысла ℓ , график изменения угла поворота коромысла от угла поворота кулачка $\psi(\varphi)$, и задан минимально допустимый угол передачи β_{\min} .

Требуется определить R_0 , межцентровое расстояние d и построить профиль кулачка, удовлетворяющий условию: $\beta > \beta_{\min}$. Последовательность операций при решении задач :

а). Выбираем центр вращения коромысла A_0 и радиусом e проводим дугу ψ_0, ψ_{\max} , соответствующую полному отклонению коромысла (рис.2.10);

б). Дугу ψ_0, ψ_{\max} размечаем в соответствии с разметкой графика $\psi(\varphi)$ (рис.2.9);

в). Через точки 1,2,3... на дуге проводим лучи и откладываем на них отрезки

$$1v_1 \cdot K_e = \left(\frac{d\psi}{d\varphi}\right)_1 \cdot e; \quad 2v_2 \cdot K_e = \left(\frac{d\psi}{d\varphi}\right)_2 \cdot e \text{ и т.д., причём вправо откладываются}$$

отрезки, соответствующие скоростям при подъеме, а влево – при опускании;

г). В каждой точке v_1, v_2, \dots проводим линии под углом β_{\min} к соответствующим лучам;

д). Указанные прямые дают возможность выделить внутреннюю наименьшую область (заштрихованную на рис 2.10 г);

е). Внутри заштрихованной области находим центр вращения кулачка O , причем $OA_0 \cdot K_e = d$ и $O\psi_0 \cdot K_e = R_0$.

Аналитическим либо графическим методами получают искомый профиль кулачка, причем будет гарантировано, что $\beta > \beta_{\min}$.

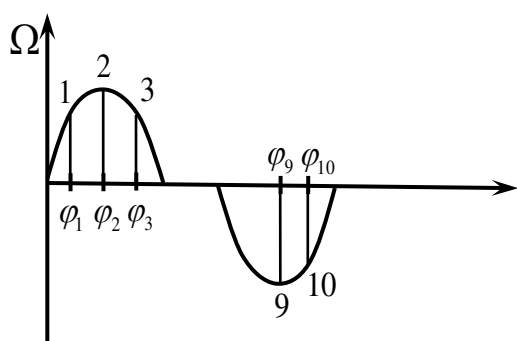
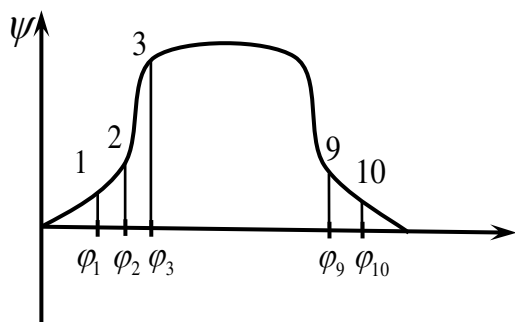


Рис.2.9

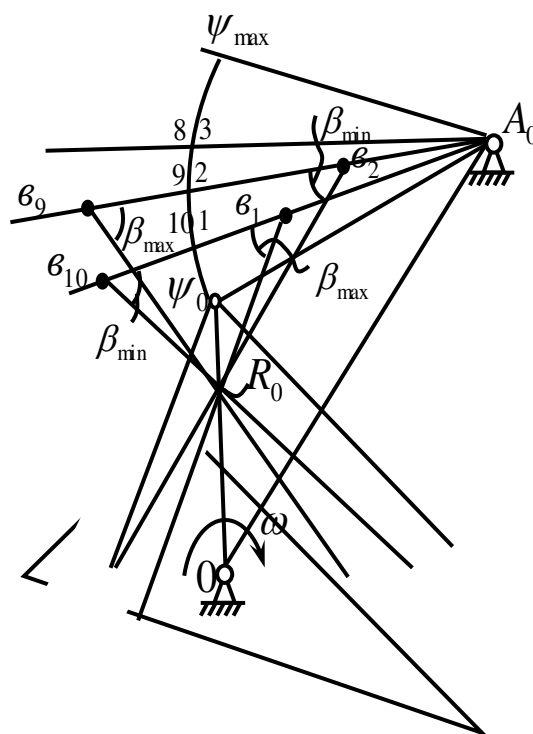


Рис.2.10

3. МЕТОДИКА ПРОЕКТИРОВАНИЯ ГАБАРИТНЫХ РАЗМЕРОВ КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА

Основной целью данной методики является определение оптимального (рационального) положения оси вращения кулачка относительно выходного звена - поступательно движущегося толкателя или толкателя - коромысла – при заданных ограничениях: допускаяемом максимальном значении угла давления α между кулачком и толкателем или при условии выпуклости профиля кулачка.

Исходными данными для решения этой задачи являются: вариант структурной схемы плоского кулачкового механизма с дисковым кулачком; максимальный ход $S_{T_{max}}$ поступательно движущегося толкателя или угловой ход ψ_{max} толкателя - коромысла; смещение e оси поступательно движущегося толкателя относительно оси вращения кулачка или длина l_T

толкателя коромысла; угол рабочего профиля кулачка φ_{1p} , задаваемый значениями его составляющих φ_y , φ_d и φ_c ; допускаемый угол давления α ; направление вращения кулачка, задаваемое значением функции сигнум $sqn\omega_\varepsilon$; закон движения толкателя в виде графика аналога линейного или углового ускорения; частота вращения кулачка n_k , если необходимо учитывать ограничения по максимальным значениям скорости или ускорения толкателя.

3.1. Определение начального радиуса кулачка с учетом допускаемого угла давления

1) Заданную функцию аналога линейного (углового) ускорения толкателя (коромысла) изобразить в виде графика (рис. 3.1,а) с произвольным выбором масштабов по осям абсцисс и ординат, но ориентируясь на следующие рекомендации.

Ось ординат должна отстоять от рамки чертежа не менее, чем на 40...50 мм. Значащую длину абсцисс L_φ следует иметь в пределах 120...150 мм, желательно - кратной величине рабочего профиля угла φ_{1p} кулачка. При этом чем меньше заданный рабочий профильный угол кулачка $\varphi_{1p} = \varphi_y + \varphi_d + \varphi_c$, тем меньше следует выбирать длину L_φ . Так например, если $\varphi_{1p} = 120^\circ \dots 180^\circ$ то $L_\varphi = 120 \dots 130$ мм, а при $\varphi_{1p} = 200^\circ \dots 300^\circ$, длина $L_\varphi = 140 \dots 150$ мм. При наличии достаточной свободной площади чертежа длину L_φ можно назначить до 180...200 мм. Максимальную ординату y_{max} следует назначить не менее 40 мм. Вид и пропорции графика должны соответствовать указанным в задании.

2) Определить масштабный коэффициент μ_φ для величин углов по оси абсцисс: $\mu_\varphi = \pi \cdot \varphi_{1p} / (180^\circ \cdot L_\varphi)$, рад/мм, где

$\varphi_{1p} = \varphi_y + \varphi_d + \varphi_c$ - рабочий профильный угол кулачка, град;

L_φ - значащая длина оси абсцисс, мм.

3) Значащую длину оси абсцисс разбить на 12...18 равных или неравных интервалов (более частое разбиение следует делать на участках возрастания или убывания функции $a_{qT}(\varphi_\epsilon)$, а более редкое - на участках ее постоянства.

При этом количество участков разбиения в пределах фаз удаления и сближения целесообразно делать кратным величинам углов φ_y и φ_c .

4) Методом графического интегрирования исходного графика построить график аналога скорости толкателя (скорости ролика толкателя - коромысла) $v_{qT} = dS_T/d\varphi_\epsilon$ (рис.3.1,б). Для этого исходную функцию $a_{qT} = d^2S_T/d\varphi_\epsilon^2$ в пределах каждого интервала (шага интегрирования) $\Delta\varphi_\epsilon$ считают величиной постоянной, и интегрирование осуществляется в пределах каждого отдельного интервала:

$$v_{qT} = \int_{\Delta\varphi_\epsilon} a_{qT} \cdot d\varphi_\epsilon$$

Усреднение проводится по равенству площадей трапеции и прямоугольника для каждого интервала (шага интегрирования). Отрезок интегрирования выбирается длиной $\hat{E}_1 = 20...30$ мм. При этом следует иметь в виду, что при меньших значениях \hat{E}_1 ординаты графика аналога скорости получаются большими, и наоборот при больших значениях \hat{E}_1 - меньшими. Среднее значение ординаты a_{qT} на каждом интервале проецируется на ось ординат. Полученные точки соединяются с полюсом P_{ja} лучами, имеющими различные углы наклона α к оси абсцисс. Для получения искомой приближенной интегральной кривой строится ломаная линия, составленная из отрезков, получаемых на каждом интервале путем проведения прямой, параллельной соответствующему лучу из полюса, то есть наклонной к оси абсцисс под углом α . Полученную ломаную линию следует сгладить плавной кривой.

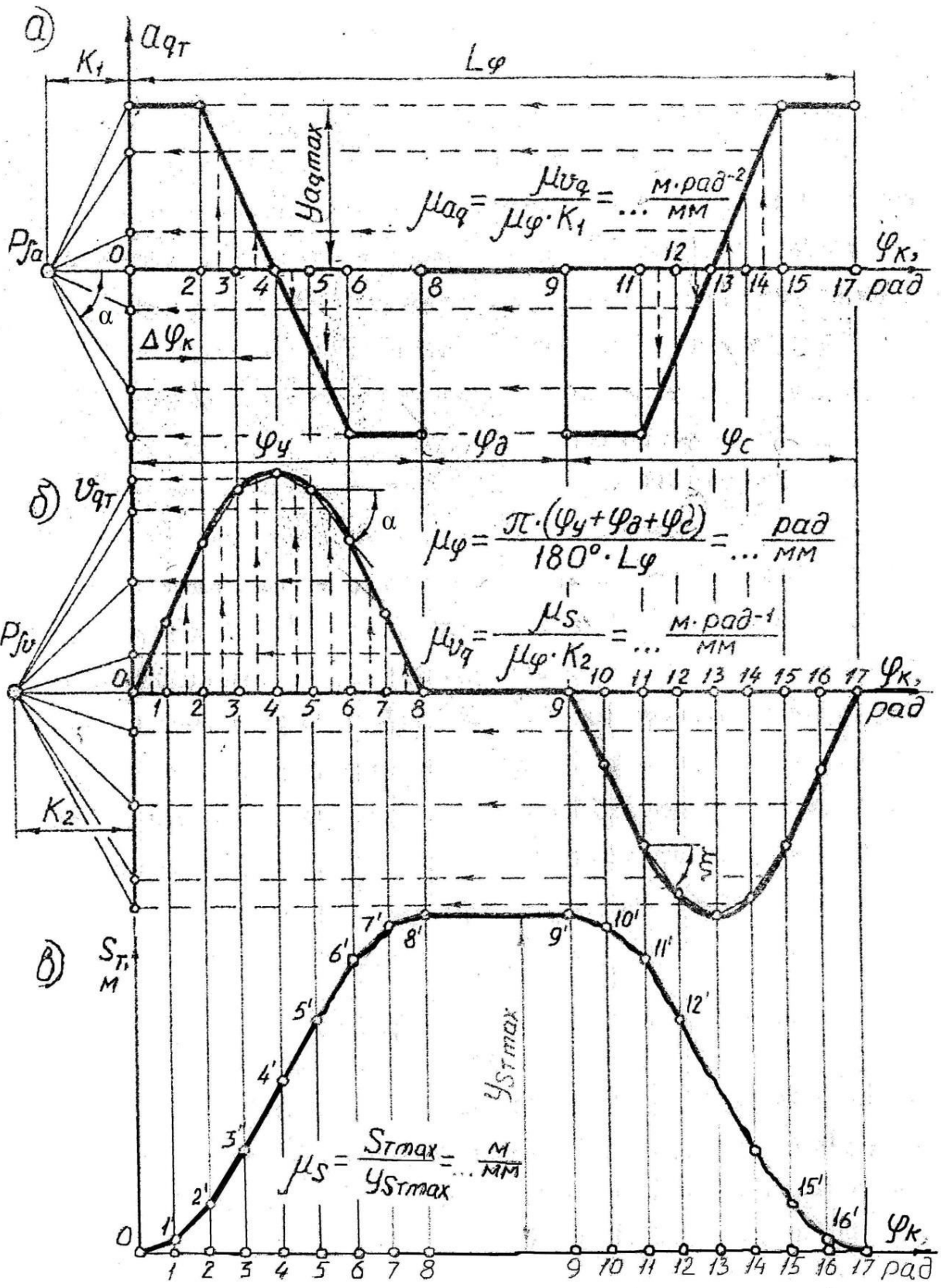


Рис.3.1.

Контроль правильности графических построений осуществляется средствами математического анализа: на интервалах (шагах интегрирования),

где искомая функция $a_{qT}(\varphi_k)$ постоянна, ее первообразная $v_{qT}(\varphi_k)$ линейна; нулевое значение интегрируемой функции (при пересечении ее графика с осью абсцисс) соответствует экстремуму (максимальному или минимальному значению) первообразной и т.д.

5) Аналогично предыдущему, по интервалам $\Delta\varphi_e$ выполнить графическое интегрирование графика аналога скорости (рис. 3.2):

$$S_T = \int_{\Delta\varphi_k} v_{qT} \cdot d\varphi_k.$$

При этом, чтобы избежать в дальнейшем искажения угловых величин, рекомендуется величину отрезка интегрирования принять равной

$$K_2 = \frac{1}{\mu_\varphi}, \text{ мм} \quad (3.1)$$

При таком выборе величины K_2 полюс P_{fv} допускается иметь за пределами основного поля чертежа. Полученную в результате интегрирования ломаную кривую можно и не сглаживать, так как для дальнейших построений понадобятся дискретные ординаты графика функции положений $S_T(\varphi_k)$.

б) Рассчитать масштабные коэффициенты для ординат всех построенных графиков, начиная с графика функций положений:

$$\mu_S = \frac{S_{T_{\max}}}{y_{ST_{\max}}}, \text{ м/мм}, \quad (3.2)$$

где $S_{T_{\max}}$ – величина хода толкателя из задания, м (если $S_{T_{\max}}$ задано в миллиметрах, необходимо перевести его в метры делением на 10^3);

$y_{ST_{\max}}$ – максимальное значение ординаты на графике функции положения $S_T(\varphi_k)$.

Для вариантов заданий с толкателем-коромыслом предварительно следует определить величину дугового хода центра вращения башмака-ролика:

$$S_{T_{\max}} = \pi \cdot \psi_{\max} \cdot l_T / 180^\circ,$$

где ψ_{\max} – угловой ход толкателя-коромысла, град;

l_T – длина толкателя-коромысла, м,

а затем уже воспользоваться формулой (3.2).

Масштабный коэффициент аналога скоростей

$$\mu_{v_q} = \mu_s / (\mu_\varphi \cdot K_2), \text{ м} \cdot \text{рад}^{-1} / \text{мм}.$$

С учетом выражения (3.2) $\mu_{v_q} = \mu_s$.

Масштабный коэффициент аналога ускорений:

$$\mu_{a_q} = \mu_{v_q} / (\mu_\varphi \cdot K_2), \text{ м} \cdot \text{рад}^{-2} / \text{мм}$$

В реальной конструкторской практике часто учитывают ограничения по максимальной скорости или ускорению толкателя, для чего пользуются следующими расчетами:

максимальная скорость толкателя

$$v_{\max} = v_{q\max} \cdot \omega_k = \mu_{v_q} \cdot y_{v_{q\max}} \cdot \omega_k, \text{ м/с};$$

максимальное ускорение толкателя

$$a_{\max} = a_{q\max} \cdot \omega_k^2 = \mu_{v_q} \cdot y_{v_{q\max}} \text{ м/с}^2,$$

где $\omega_k = \pi \cdot n_k / 30$ – угловая скорость кулачка, рад/с;

n_k – частота вращения кулачка, об/мин;

$y_{v_{q\max}}, y_{a_{q\max}}$ – соответственно максимальные значения ординат аналогов скорости и ускорения, мм.

7) Выполнить графические построения для определения минимальных габаритных размеров кулачкового механизма.

Связь между текущим значением угла давления α_i и геометрическими и кинематическими параметрами кулачковых механизмов, имеющих поступательно движущийся толкатель с остроконечным (грибовидным) или роликовым башмаком, определяется аналитическим выражением

$$\alpha_i = \arctg \left[\frac{(v_{qTi} \cdot \text{sgn} \omega_k - e)}{(S_H + S_{Ti})} \right] \leq [\alpha], \quad (3.3)$$

где v_{qTi} – текущее значение аналога скорости толкателя, м·рад⁻¹;

ω_k – угловая скорость кулачка, рад/с;

$sgn\omega_k$ – функция сигнум (функция знака) угловой скорости кулачка;

e – смещение (с учетом знака) оси толкателя относительно оси вращения в левой системе координат (считая, что ось ординат совпадает с осью толкателя), м;

S_H – координата начальной точки на центровом профиле кулачка относительно оси вращения кулачка в направлении перемещения толкателя, м;

S_{Ti} – текущее значение перемещения толкателя, м;

$[\alpha]$ – допускаемый угол давления, град.

Условие (3.3) графически решается построением так называемого *фазового портрета*- вспомогательного графика зависимости, $v_{qT}(S_T)$ повернутого на 90° против хода часовой стрелки (рис. 3.2).

Построение и использование фазового портрета осуществляется в следующей последовательности.

1). По оси ординат OS_T откладывают величины перемещений толкателя, соответствующие точкам разбиения $1', 2', 3', \dots$ оси абсцисс на диаграмме $S_T(\varphi_k)$.

Эти величины снимаются непосредственно с указанной диаграммы (рис. 3.1).

2). Из точек $1', 2', 3', \dots$ оси ординат откладывают векторы $\overrightarrow{v_{qTi}} \cdot sgn\omega_k$, длины которых снимаются с диаграммы $v_{qT}(\varphi_k)$ на рис.3.1б. При этом векторы $\overrightarrow{v_{qT}}$ для фазы подъема толкателя, соответствующей фазовому углу удаления φ_y кулачка, откладываются только влево от оси ординат, если $sgn\omega_k = +1$ и наоборот, только вправо от оси ординат, если $sgn\omega_k = -1$. Величины аналогов скоростей толкателя для фазы опускания толкателя, соответствующей фазовому углу сближения φ_c кулачка, в таком случае можно не учитывать, так как при силовом замыкании высшей кинематической пары “кулачок- толкатель” ограничение по допускаемому углу давления относится только к фазе подъема толкателя. Для механизмов с

реверсивным движением ($sgn\omega_k = \pm 1$) векторы $\overrightarrow{v_{qT}}$ откладываются и для фазы подъема, и для фазы опускания толкателя в противоположные стороны от оси ординат. Концы векторов $\overrightarrow{v_{qT}}$ описываются плавной кривой, представляющей собой фазовую траекторию на фазовой плоскости $S_T O v_{qT}$.

3). Находят области допустимых решений (ОДР) для размещения оси вращения кулачка:

ОДР1- для реверсивных механизмов ограничена лучами – касательными к фазовой траектории под углами $[\alpha]$ (допустимо размещение оси O_{K_1} вращения кулачка внутри отштрихованной площади);

ОДР2- для механизмов с кулачком, вращающимся против хода часовой стрелки, ограничена лучом – касательной к фазовой траектории под углом $[\alpha]$ к оси ординат из начала координат фазовой плоскости; положение O_{K_2} оси вращения кулачка определяют внутри ОДР величиной e смещения толкателя;

ОДР3- для механизмов с кулачком, вращающимся по ходу часовой стрелки, определяют аналогично ОДР2.

4). Внутри (в предельном случае – на границе) ОДР назначается положение оси вращения кулачка - O_{K_1} , O_{K_2} или O_{K_3} в зависимости от варианта задания, которое будет отвечать условию $\alpha_i \leq [\alpha]$ для любого положения механизма. Расстояние $\overline{O_{K_1}O}$ (или $\overline{O_{K_2}O}$, или $\overline{O_{K_3}O}$ - в зависимости от варианта задания) определяется минимальный радиус r_0 центрального профиля кулачка в масштабе с масштабным коэффициентом $\mu_l = \mu_S = \mu_{v_q}$.

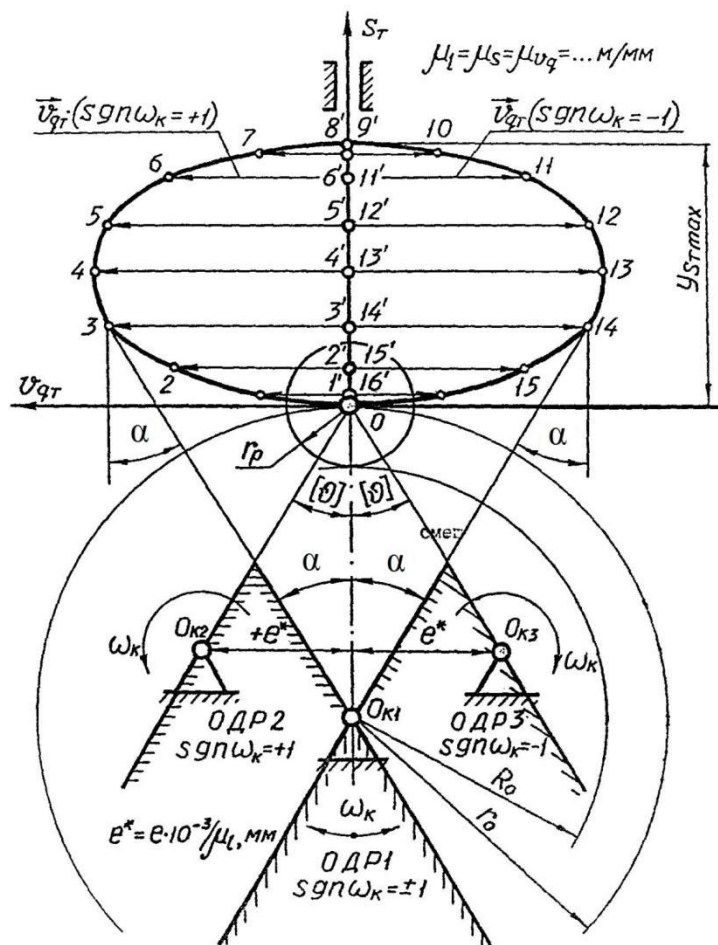


Рис. 3.2.

Для кулачковых механизмов с остроконечным (грибовидным) башмаком толкателя, у которых отсутствует ролик, это расстояние определяет минимальный радиус конструктивного профиля R_0 .

5). Для механизмов с роликовым толкателем (схема рис.1.1а) предварительно назначается радиус r_p ролика по условию

$$r_p \leq 0,4R_0. \quad (3.4)$$

При этом радиус ролика целесообразно выбирать (с учетом масштабного коэффициента μ_l из ряда стандартных размеров на наружные кольца подшипников: 10;12;14;16;18;20;22;25;28;30;32;35...мм. Таким образом, на чертеже, с учетом условия (3.4), радиус ролика предварительно можно назначить из ряда: $10 \cdot 10^{-3} / \mu_l$; $12 \cdot 10^{-3} / \mu_l$; $14 \cdot 10^{-3} / \mu_l$мм.

Для кулачковых механизмов с роликовым толкателем связь между текущими значениями угла давления α_i и характеристиками механизма определяется аналитическим выражением:

$$\alpha_i = \arctg [(v_{qTi} \cdot \operatorname{sgn}\omega_k + l_T - a \cdot \cos\varphi_{Ti}) / (a \cdot \sin\varphi_{Ti})] \leq [\alpha]. \quad (3.5)$$

Условие (3.5) также решается графически аналогично предыдущему случаю путем построения фазового портрета (рис.3.4), но с учетом следующих особенностей.

Так как траекторией движения центра ролика толкателя является дуга окружности длиной $\check{S}_{T\max} = \psi_{\max} \cdot l_T$, то фазовый портрет зависимости $\alpha_{qt}(\check{S}_T)$ удобнее строить в полярных координатах $[\psi \cdot (v_{qT} + l_T)]$.

От произвольно расположенного (например, горизонтально) на чертеже толкателя $O_T E$ длиной l_T в масштабе с масштабным коэффициентом $\mu_l = \mu_s$ откладывается угол ψ_{\max} и очерчивается дуга окружности радиуса l_T .

Длина дуги на чертеже оказывается равной $\check{S}_{T\max}$ -дуговому ходу центра ролика толкателя в масштабе с масштабным коэффициентом μ_s .

Эта длина (по дуге!) соответствует максимальному значению ординаты на диаграмме $S_T(\varphi_K)$ - см. рис. 3.1в.

3.2. Определение начального радиуса по условию выпуклости профиля

При плоском (тарельчатом) башмаке толкателя угол давления остается постоянным в любой момент взаимодействия кулачка с толкателем - в частности, когда плоскость башмака перпендикулярна оси толкателя.

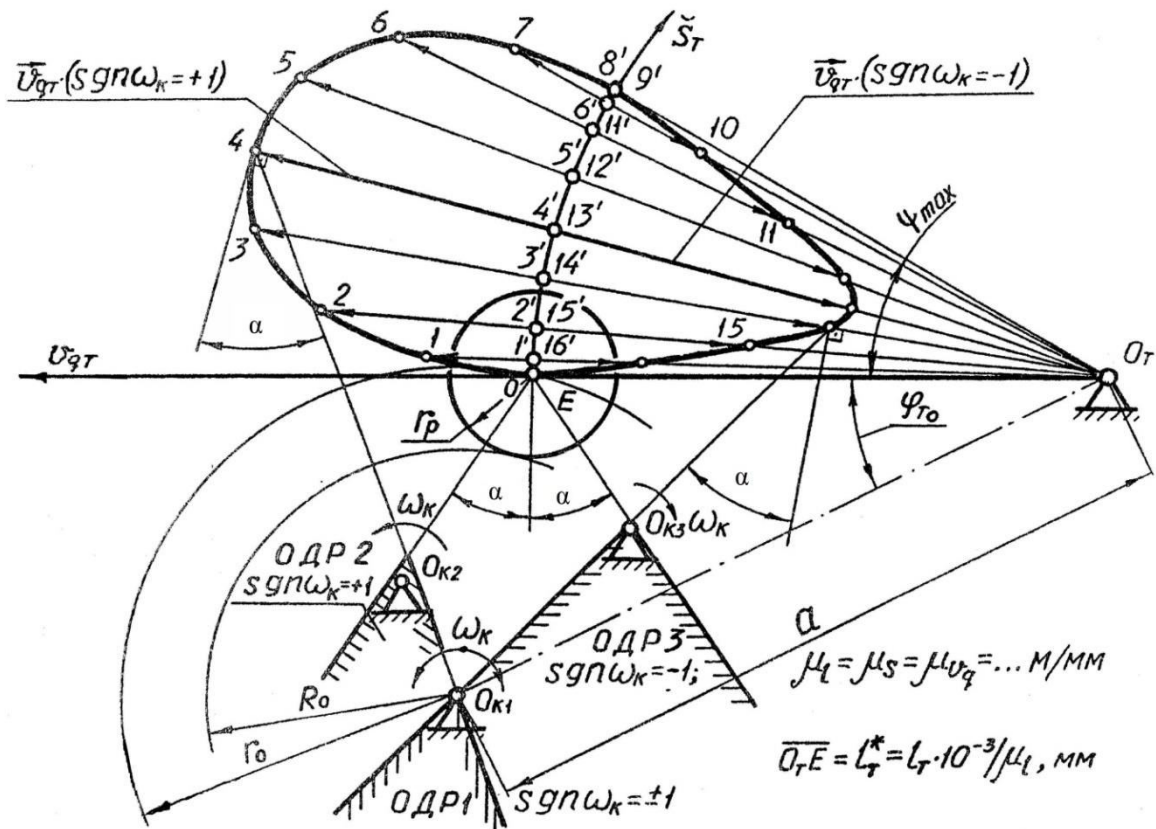


Рис. 3.3.

Это позволяет направляющие толкателя выполнить в виде цилиндрической пары и распределить износ практически по всей рабочей поверхности башмака.

Таким образом, величина угла давления для такого типа кулачковых механизмов не является ограничением их габаритных размеров. Вместе с тем, в этом случае имеется другое ограничение: толкатель с плоским (тарельчатым) башмаком может нормально работать с кулачком, профиль которого выпуклый на всех без исключения своих участках.

Это условие – ограничение на радиус кривизны профиля кулачка:

$$\rho_{\min} \geq 0 \quad (3.6)$$

Математически условие (3.6) можно сформулировать как условие выпуклости некоторой кривой $y = f(x)$, описывающей рабочий (конструктивный) профиль кулачка и заданной в явной форме: если вторая

производная $f''(x)$ этой кривой в любой из своих точек меньше нуля, то упомянутая кривая обращена выпуклостью в сторону положительного направления оси Oy .

Геометрическую интерпретацию этому условию в 1993 г. дал российский ученый Я.Л. Геронимус. С учетом того, что вторую производную $f''(x)$ можно рассматривать как аналог ускорения толкателя, то соотношение между радиусом R_0 начальной окружности кулачка, текущим значением аналога его ускорения, с учетом условия (3.6), имеет вид:

$$\rho_{\min} = R_0 + S_{Ti} + a_{qTi} \geq 0$$

или

$$[(R_0 - \rho_{\min}) + S_{Ti}] \geq -a_{qTi}.$$

Разделив обе части последнего неравенства на величину $(-a_{qTi})$ и имея в виду, что $tg(45) = 1$, получим:

$$[(R_0 - \rho_{\min}) + S_{Ti}] / a_{qTi} \geq tg. \quad (3.7)$$

С учетом изложенного определение минимальных габаритных размеров кулачкового механизма с плоским (тарельчатым) толкателем рекомендуется осуществлять по следующему алгоритму:

1). Выполнить двойное графическое интегрирование графика заданной функции изменения аналога ускорения толкателя $a_{qT} = d^2 S_T / d\varphi_K^2$ в такой же последовательности, как для кулачковых механизмов других типов (см. рис. 3.1). При этом целесообразно обеспечить одинаковые величины масштабных коэффициентов для всех трех графиков, то есть $\mu_{aq} = \mu_{vq} = \mu_S$ м/мм. Такое возможно, если длины отрезков интегрирования назначить одинаковыми:

$$K_1 = K_2 = 1 / \mu_\varphi, \quad \text{мм.}$$

Чтобы в результате графического интегрирования ординаты конечной диаграммы $S_T(\varphi_K)$ не получались слишком маленькими, при построении

исходного графика максимальную ординату $u_{a_{qTmax}}$ следует назначить не менее 80... 100 мм.

2). Имея результаты графического интегрирования, построить дополнительный график (диаграмму) зависимости, как это показано на рис.3.4

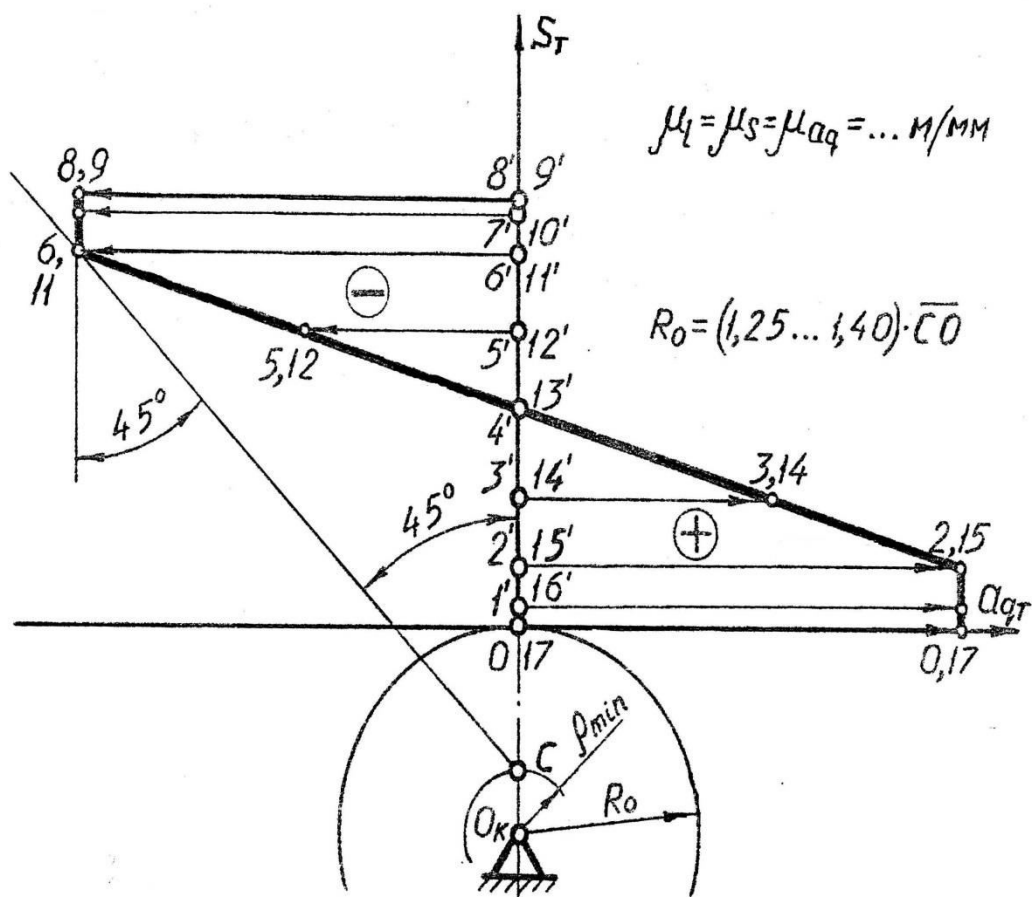


Рис.3.4.

Для этого на оси OS_T отмечаются точки $1', 2', 3', \dots$, расстояние до которых от начала координат – точки O – соответствует величинам $\overline{11'}, \overline{22'}, \overline{33'}, \dots$, на графике (диаграмме) на рис. 3.1в. Из отмеченных точек откладываются векторы $\overrightarrow{a_{qr}}$, длина которых снимается с графика $a_{qT}(\varphi_K)$ на рис.3.1а.

3). Под углом 45° к оси OS_T провести касательную к отрицательной ветви графика (диаграммы) $a_{qT}(S_T)$ и получить точку С пересечения этой касательной с осью OS_T . Расстояние \overline{OC} будет характеризовать (в масштабе) величину $(R_o - \rho_{\min})$ из условия (3.7).

4). От точки С вниз по оси OS_T отложить величину минимального радиуса кривизны ρ_{\min} профиля кулачка, получив тем самым точку O_K - центр вращения кулачка. Во избежание значительных местных напряжений в элементах кинематической пары “кулачок-толкатель” величина ρ_{\min} обычно назначается не менее 10 мм. Следовательно, с учетом масштабного коэффициента $\mu_l = \mu_s = \mu_{a_q}$ на чертеже длина отрезка $\overline{CO_K} \geq 0,01 / \mu_l$. Рекомендуется иметь величину радиуса начальной окружности кулачка $R_o = \overline{O_K O} = (1,25 \dots 1,4) \cdot \overline{CO}$.

Заметим, что решение только что рассмотренной задачи графически может быть выполнено и несколько иным способом - например, способом Геронимуса, при котором все необходимые графические построения осуществляются непосредственно на графике $a_{qT}(\varphi_K)$.

4. ПОСТРОЕНИЕ ПРОФИЛЕЙ КУЛАЧКОВ МЕТОДОМ ОБРАЩЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ

Графический метод обращения движения используется для построения в выбранном масштабе центрального профиля кулачка (для механизмов с роликовым толкателем) и конструктивного профиля кулачка (для всех типов кулачкового механизма). Сущность этого метода заключается в том, что одно подвижное звено кулачкового механизма (кулачок) условно принимается неподвижным, в то время как другое подвижное звено (толкатель) вместе со стойкой совершает вокруг условно остановленного звена (кулачка) вращательное движение с угловой скоростью $(-\omega_K)$, равной по величине действительной угловой скорости ω_K кулачка, но направленной в противоположную ей сторону. Рассмотрим использование метода обращенного движения для профилирования кулачков основных типов кулачкового механизмов.

4.1. Профилирование кулачка для механизмов с плоским толкателем

Пример построения профиля такого кулачка представлен на рис.4.1.

Необходимые графические построения рекомендуется осуществлять в следующей последовательности.

1). В масштабе с масштабным коэффициентом $\mu_l = \mu_s$ изобразить начальную окружность радиуса R_0 конструктивного профиля кулачка.

Если позволяет площадь чертежного листа, радиус R_0 желательно увеличить как можно больше с соответствующим обязательным пересчетом масштабных коэффициентов μ_l и μ_s .

2). Отметить на начальной окружности точки $0,1,2,3,\dots$, соответствующие углам поворота кулачка на оси абсцисс графиков движения толкателя (рис. 3.1). Последовательность нанесения этих точек принимаем в

сторону, противоположную заданному направлению кулачка, а для кулачков реверсивных механизмов – в любую сторону от начала отсчета.

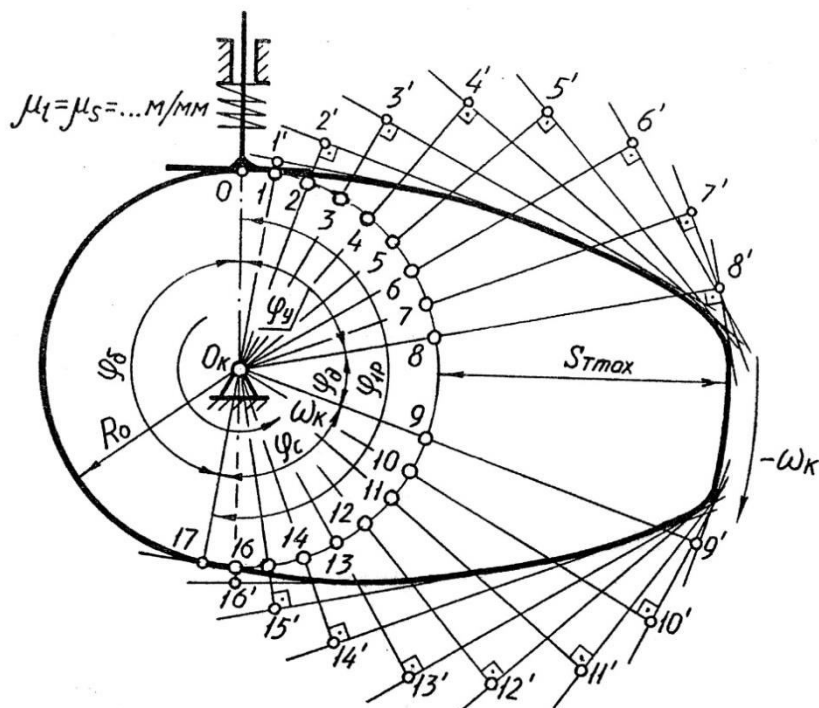


Рис. 4.1.

Соединить отмеченные точки прямыми – лучами, исходящими из центра вращения кулачка – точки O_K .

3). Обходя рабочий профильный угол φ_{1p} кулачка, для каждого из отмеченных положений толкателя отложить отрезки $\overline{11'}, \overline{22'}, \overline{33'}, \dots$, длины которых соответствуют перемещениям толкателя, снимаемым непосредственно с графика (диаграммы) $S_T(\varphi_K)$, полученной как результат графического интегрирования (рис. 3.1б). Если радиус R_0 начальной окружности профиля кулачка был увеличен во сколько-то раз по сравнению с величиной, полученной при определении минимальных габаритных размеров кулачкового механизма, то и во столько же раз следует увеличить длину отрезков $\overline{11'}, \overline{22'}, \overline{33'}, \dots$, по сравнению с их величиной на графике $S_T(\varphi_K)$.

4). Через точки $1', 2', 3', \dots$ провести прямые, перпендикулярные лучам $O_K 0, O_K 1', O_K 2', O_K 3', \dots$

5). Построить плавную кривую – огибающую положения башмака толкателя, которая и будет очерчивать конструктивный профиль кулачка.

4.2. Профилирование кулачка для механизмов с остроконечным и роликовым поступательно движущимся толкателем

Пример построения профиля кулачка для механизмов такого типа представлен на рис.4.2.

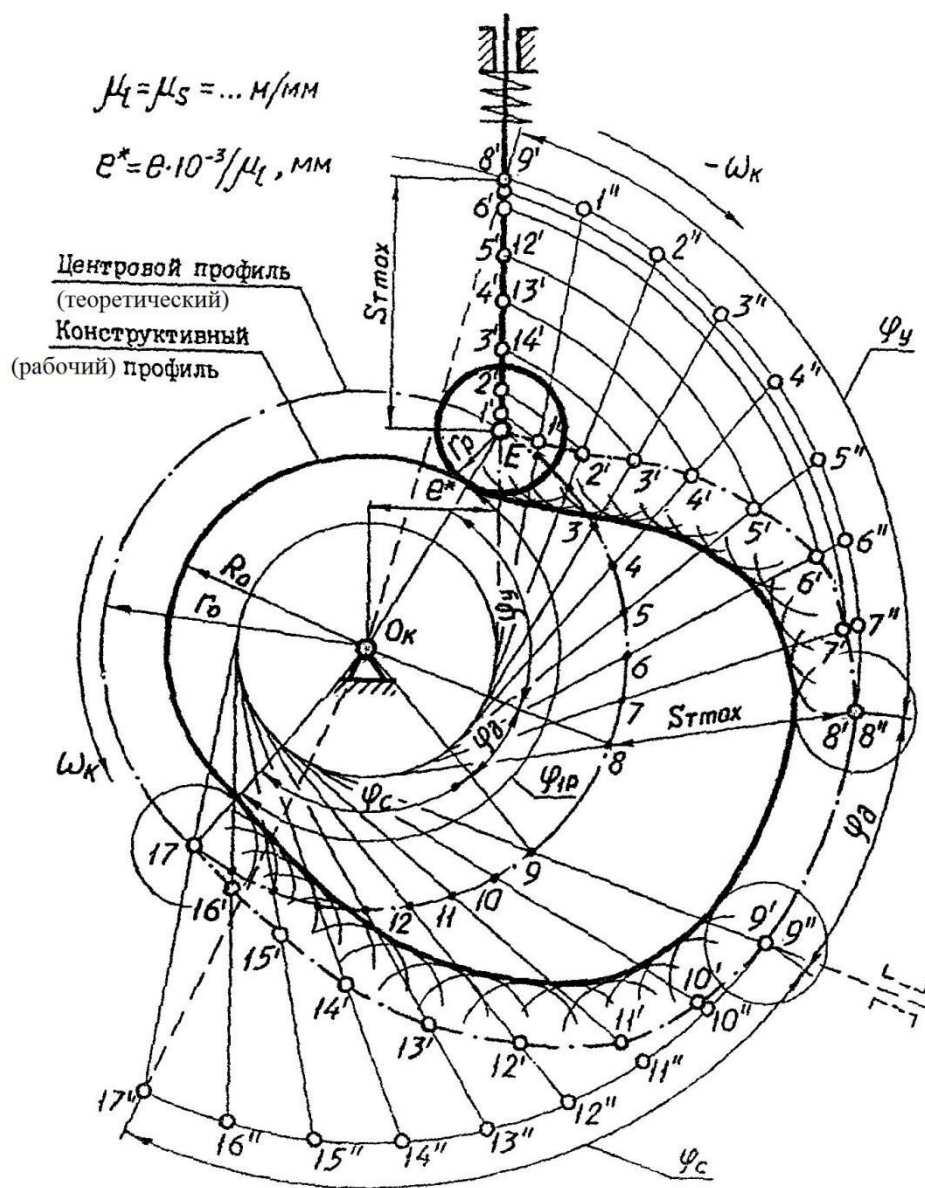


Рис.4.2.

Отличие графических построений для механизма с остроконечным толкателем (грибовидным башмаком) от построений для механизма с роликовым толкателем заключается лишь в том, что в первом случае конструктивный профиль кулачка совпадает с его центровым профилем для второго случая, то есть $r_0 \equiv R_0$. Профилирование кулачка методом обращенного движения для обоих указанных механизмов рекомендуется выполнять в следующем порядке.

1) Вычертить с масштабным коэффициентом $\mu_l = \mu_s$ окружности радиусами e (внеосность толкателя), r_0 (минимальный радиус начальной окружности центрового профиля для механизмов с роликовым толкателем и конструктивного профиля – для механизмов с остроконечным толкателем) и $R_0 = r_0 - r_p$ (радиус начальной окружности конструктивного профиля кулачка для механизмов с роликовым толкателем, где r_p - радиус ролика) с общим центром в точке O_K , лежащей на оси вращения кулачка.

2) На начальной окружности радиуса r_0 отметить начальную точку $E(O)$, являющуюся центром ролика (для механизмов с остроконечным толкателем – точкой контакта башмака толкателя с кулачком), и изобразить толкатель со стойкой. Ось толкателя при этом должна быть смещена относительно центра O_K кулачка на величину эксцентриситета (внеосности) e .

Еще раз отметим, что все без исключения величины при построениях откладываются в масштабе с масштабным коэффициентом $\mu_l = \mu_s$, м/мм.

3) По оси толкателя, начиная от точки $E(O)$, откладываются точки $1', 2', 3', \dots$ таким образом, что отрезки $\overline{E1'} = \overline{11'}$, $\overline{E2'} = \overline{22'}$, $\overline{E3'} = \overline{33'}$..., где $\overline{11'}, \overline{22'}, \overline{33'}$... соответствуют величинам перемещения толкателя-ординаты, снимаемым непосредственно с графика (диаграммы) $S_T(\varphi_K)$ – см. рис.3.1 в.

4) Сообщить толкателю со стойкой вращательное движение с угловой скоростью ($-\omega_K$) вокруг точки O_K - в сторону, противоположную истинному направлению вращения кулачка с угловой скоростью кулачка ω_K . Для реверсивных механизмов ($sgn\omega_K = \pm 1$) направление обращенного движения

можно избрать в любом направлении. В процессе обращенного движения точка максимального подъема толкателя (для примера на рис. 3.1в – точки 8' и 9') будет последовательно занимать положения 1'', 2'', 3''..., соответствующие точкам разбиения абсцисс графиков (диаграмм) движения толкателя кулачкового механизма, а точка E – соответствующие им положения 1', 2', 3'... на центровом профиле.

Графически это реализуется следующим образом.

а) Соединить прямой точку O_K и точку, соответствующую максимальному подъему толкателя. Радиусом, равным расстоянию между этими точками (на рис. – радиусом $\overline{O_K 8'}$), очертить окружность.

б) Разбить полученную окружность на дуги точками 1'', 2'', 3''..., соответствующими фиксированным углам поворота кулачка на осях абсцисс графиков (диаграмм) движения толкателя (рис.3.1 в).

в) Из точек разбиения 1'', 2'', 3'' провести касательные к окружности радиуса e^* . Для механизмов без смещения толкателя ($e = 0$) эти касательные будут проходить через центр кулачка – точку O_K .

г) Из точки O_K радиусами $\overline{O_K 1'}$, $\overline{O_K 2'}$, $\overline{O_K 3'}$... провести дуги окружностей до пересечения с соответствующими касательными, получив тем самым точки 1', 2', 3'... центрального профиля кулачка.

Заметим, что эти точки центрального профиля кулачка можно получить и другим способом: откладывая на касательных отрезки $\overline{11'}$, $\overline{22'}$, $\overline{33'}$... от начальной окружности центрального профиля в сторону перемещения толкателя.

5). Соединить полученные точки 1', 2', 3'... центрального профиля кулачка плавной кривой (на рис. – штрихпунктирная линия).

б). Убедиться, что предварительно выбранный радиус r_p ролика толкателя в любых точках центрального профиля отвечает условию:

$$r_p \leq 0,7 \rho_{\min} \quad (4.1)$$

где ρ_{\min} - минимальный радиус кривизны центрального профиля кулачка.

Условие (4.1) обеспечивает недопустимость критического заострения конструктивного профиля кулачка, а также геометрического пересечения линии профиля, что на практике приводит к весьма значительным местным напряжениям в ролике.

В рамках выполнения КП обеспечение условия осуществляется визуальным контролем полученного центрального профиля кулачка и исследованием “подозрительных” участков этого профиля с малой кривизной на указанное условие. В случае необходимости предварительно назначенный по условию (4.1) радиус r_p ролика уменьшается до величины, удовлетворяющей условию (3.4).

7). Для механизмов с роликовым толкателем построить конструктивный профиль кулачка как эквидистанту его центрального профиля; с этой целью из точек центрального профиля радиусом r_p ролика проводят как можно чаще дуги окружностей, а затем строят огибающую этих дуг, которая и представляет собой конструктивный профиль кулачка.

4.3. Профилирование кулачка для механизма с толкателем-коромыслом

Пример построения центрального и конструктивного профилей кулачка для механизма с вращающимся толкателем-коромыслом представлен на рис.4.3.

Укажем, что профилирование для такого типа кулачкового механизма удобно и целесообразно совместить с графическими построениями по определению его минимальных габаритных размеров (рис.3.3).

Принципиальный порядок графических построений в этом случае тот же, что и в случае механизма с роликовым поступательно движущимся толкателем, с учетом некоторых особенностей.

Библиографический список

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин [Текст]: учебник – М.: Наука, 2008.- 675 с.
2. Фролов К.В., Попов С.А., Мусатов А.К. и др. – Теория механизмов и механика машин. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004.
3. Кузнецов Н.К. Теория механизмов и машин[Электронный ресурс]: учеб. пособие. – Электрон. текстовые данные. – Иркутск: Иркутский государственный технический университет, 2014. – 104 с.
4. Попов С.А., Тимофеев Г.А. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин. - М.: Высшая школа, 2004.
5. Смелягин А.И. Теория механизмов и машин [Текст]: учеб. пособие. - М.:ИНФРА-М; Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2004. – 263 с.
6. Кокорева О.Г. Теория механизмов и машин [Электронный ресурс]: курс лекций – Электрон. текстовые данные. – М.: Московская государственная академия водного транспорта, 2015.— 83 с.
7. Петров С.Г. и др. Теория машин и механизмов. [Текст]: учеб. пособие/ СПбГТУРП. – СПб., 2010. Ч.1.- 70 с.
8. Петров С.Г. и др. Теория машин и механизмов. [Текст]: учеб. пособие/ СПбГТУРП. – СПб., 2012. Ч.2. -57 с.
9. Петров С.Г. и др. Теория машин и механизмов. [Текст]: учеб. пособие/ СПбГТУРП. – СПб., 2011. Ч.3.-79 с.
10. Петров С.Г. и др. Теория машин и механизмов. [Текст]: учеб. пособие/ СПбГТУРП. – СПб.,2012. Ч.4. -64 с.
11. Петров С.Г. и др. Теория машин и механизмов. [Текст]: метод. указания и задания для выполнения курсового проекта/ СПбГТУРП. – СПб., 2008. -57 с.
12. Петров С.Г. и др. Теория машин и механизмов. [Текст]: учебно-лабораторный практикум/ СПбГТУРП. – СПб.,2006. -66с.
13. Лазарев Ю.Н. и др. Синтез плоских кулачковых механизмов [Текст]: учеб. пособие/ СПбГТУРП. – СПб., 2009. -26с.

Оглавление

1. КУЛАЧКОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ	
КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ.....	3
1.1. Виды кулачковых механизмов	3
1.2. Основные параметры кулачкового механизма	5
1.3. Задача кинематического анализа кулачковых механизмов	8
1.4. Кинематический анализ механизма с роликовым толкателем.....	10
1.5. Кинематический анализ механизма с роликовым коромыслом.....	15
2. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ.	
КАЧЕСТВЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МЕХАНИЗМА	18
2.1. Постановка задачи кинематического синтеза кулачковых механизмов.....	18
2.2. Синтез кулачкового механизма с роликовым толкателем	18
2.3. Синтез кулачкового механизма с роликовым коромыслом	20
2.4. Удары в кулачковых механизмах	22
2.5. Угол давления и угол передачи движения.....	27
2.6. Графический метод синтеза механизма по заданному минимальному углу передачи.....	30
3. МЕТОДИКА ПРОЕКТИРОВАНИЯ ГАБАРИТНЫХ РАЗМЕРОВ	
КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА.....	33
3.1. Определение начального радиуса кулачка с учетом допускаемого угла давления	34
3.2. Определение начального радиуса по условию выпуклости профиля.....	42
4. ПОСТРОЕНИЕ ПРОФИЛЕЙ КУЛАЧКОВ МЕТОДОМ ОБРАЩЕНИЯ	
ДВИЖЕНИЯ.....	47
4.1. Профилирование кулачка для механизмов с плоским толкателем	47
4.2. Профилирование кулачка для механизмов с остроконечным и роликовым поступательно движущимся толкателем.....	49
4.3. Профилирование кулачка для механизма с толкателем- коромыслом	52
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	54

Учебное издание

Сергей Гаррикович Петров
Иван Владимирович Ключкин
Павел Викторович Кауров

Теория машин и механизмов

Часть 2

Учебное пособие

Редактор и корректор Т.А. Смирнова
Техн. редактор Л.Я. Титова

Темплан 2019 г., поз. 57

Подп. к печати 10.06.19
Печать офсетная.
Тираж 50 экз.

Формат 60x84/16.
Печ. л. 3,5.
Изд. № 57.

Бумага тип. №1.
Уч.-изд. л. 3,75.
Цена «С». Заказ

Ризограф Высшей школы технологии и энергетики СПбГУПТД,
198095. Санкт-Петербург, ул. Ивана Черных. 4