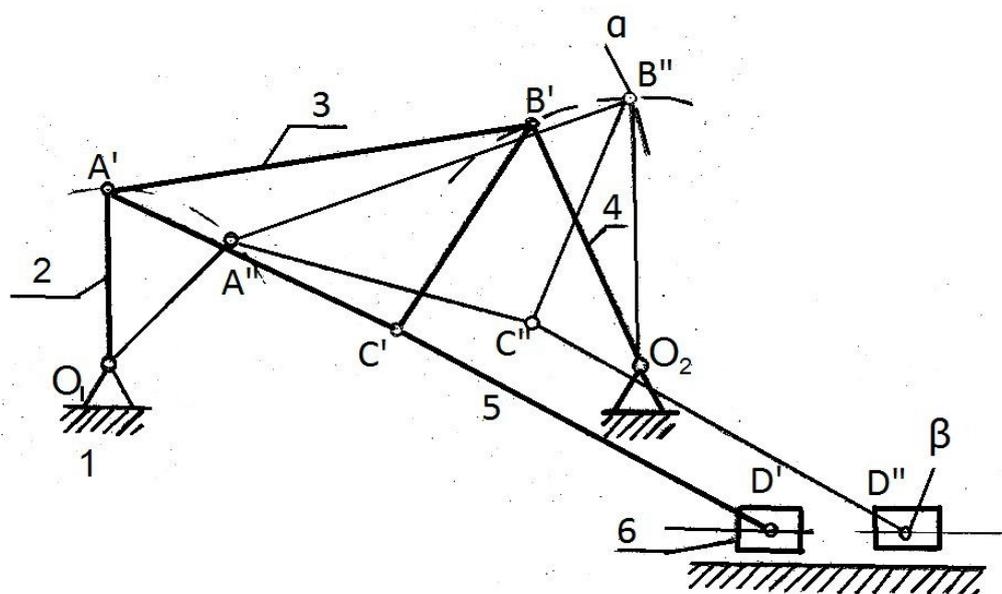


С.Г. ПЕТРОВ, И.В. КЛЮШКИН, П.В. КАУРОВ

ТЕОРИЯ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ

Часть 1 Учебное пособие



Санкт-Петербург
2019

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПРОМЫШЛЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ДИЗАЙНА»**

ВЫСШАЯ ШКОЛА ТЕХНОЛОГИИ И ЭНЕРГЕТИКИ

С.Г. ПЕТРОВ, И.В. КЛЮШКИН, П.В. КАУРОВ

Теория машин и механизмов

Часть 1

Учебное пособие

**Санкт – Петербург
2019**

УДК 531(075)

ББК 34.41я7

Т 338

Теория машин и механизмов: учебное пособие / сост. С.Г. Петров, И.В. Ключкин, П.В. Кауров; ВШТЭ СПбГУПТД. – СПб., 2019. Ч.1. – 62 с.

Учебное пособие «Теория машин и механизмов» читается бакалаврам в Высшей школе технологии и энергетики Санкт-Петербургского государственного университета промышленных технологий и дизайна. В настоящем пособии представлены общие положения теории механизмов и машин, приведены понятия структурного анализа, рассмотрены способы кинематического анализа механизмов. Перечень тем соответствует рабочей программе дисциплины.

Рецензенты:

зав. кафедрой «Машины автоматизированных систем» Высшей школы технологии и энергетики Санкт-Петербургского государственного университета промышленных технологий и дизайна, доктор технических наук, профессор А.В. Александров;

профессор кафедры «Автоматы» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, кандидат технических наук, старший научный сотрудник В.В. Ваганов.

Подготовлено и рекомендовано к печати в качестве учебного пособия кафедрой «Основы конструирования машин» ВШТЭ СПбГУПТД (протокол № 8 от 07.03.2019 г.).

Утверждено к изданию методической комиссией института технологии ВШТЭ СПбГУПТД (протокол № 3 от 03.04.2019 г.).

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом ВШТЭ в качестве учебного пособия.

© Высшая школа технологии
и энергетики СПбГУПТД, 2019
© Петров С.Г., Ключкин И.В.,
Кауров П.В., 2019

Редактор и корректор Т.А. Смирнова
Техн. редактор Л.Я. Титова

Темплан 2019 г., поз. 45

Подп. к печати 10.06.19

Формат 60x84/16.

Бумага тип. №1.

Печать офсетная.

Печ. л. 4,0.

Уч.-изд. л. 4,0.

Тираж 50 экз.

Изд. № 45.

Цена «С». Заказ

Ризограф Высшей школы технологии и энергетики СПбГУПТД,
198095. Санкт-Петербург, ул. Ивана Черных. 4

1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ДИСЦИПЛИНЕ

Теория механизмов и машин (ТММ) - наука о механизмах. Она изучает структурные, кинематические и динамические свойства механизмов, формирует методы их проектирования и научный подход к наиболее эффективному использованию и эксплуатации механизмов и механических систем.

Теория механизмов и машин опирается на положения курса теоретической механики. В то же время ТММ не является простым приложением теорем теоретической механики к задачам о механизмах. ТММ характеризуется и своими специфическими положениями, понятиями и подходами в решении задач исследования и проектирования механизмов.

На курс ТММ опирается ряд общеинженерных и специальных дисциплин в учебном плане подготовки инженеров-механиков ЦБП (а также и других специальностей): «Детали машин», «Грузоподъемные машины», «Гидропривод», «Основы автоматики», «Машины и аппараты ЦБП» и др. дисциплины.

В подготовке современного инженера фундаментальные основы теории механизации производственных и вспомогательных процессов ЦБП играют немаловажную роль. Механизация же совместно (и в неразрывной связи) с автоматизацией представляет собой один из “краеугольных камней” научно-технического прогресса в любом производстве, и в частности, в целлюлозно-бумажной промышленности.

Важно также подчеркнуть, что изучение курса ТММ имеет принципиальное методологическое значение в формировании современного инженерного мышления у будущего специалиста. В практической деятельности инженера весьма часты те или иные конкретные задачи, которые оказываются непосредственно связаны с методами теории механизмов и машин.

1.1. Механизмы и их основные виды

Механизмом называется совокупность твердых тел (“звеньев”), имеющих относительное движение по отношению к неподвижному звену (“стойке”), и предназначенных для преобразования движения или усилий.

Примерами широко распространенных механизмов могут служить: кривошипно-шатунный механизм двигателя, зубчатый механизм редуктора, зубчатый и кулачковый механизмы станка, шарнирно-зубчатый механизм стрелочного прибора и т.д.

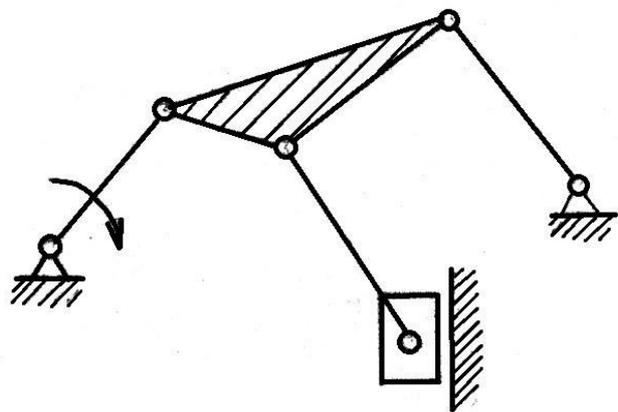
Из приведенного определения вытекает, что если две какие-либо точки механизма не имеют относительного движения, то они принадлежат одному звену, а не различным звеньям (и наоборот – наличие относительного движения точки сразу определяет их принадлежность к разным звеньям).

Далее из определения следует, что одним из звеньев механизма – именно со стойкой – связывается система отсчета, по отношению к которой рассматривается абсолютное движение всех остальных звеньев. Определенность этого абсолютного движения может иметь место лишь при задании движения одному или нескольким ведущим звеньям механизма. Как будет показано ниже, число ведущих звеньев определяется числом степеней подвижности механизма.

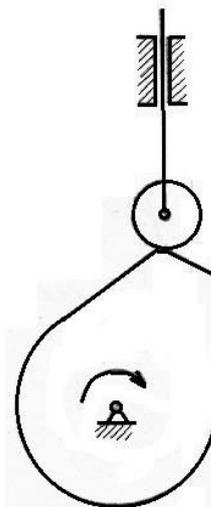
Заметим, что встречаются механизмы и с гибкими и упругими звеньями. Однако, эти случаи являются в известном смысле исключением, и их анализ будет иметь определенные особенности.

На первый взгляд, в современной технике применяется столь широкое многообразие механизмов, резко отличающихся по своему виду и свойствам, что затруднительно даже ставить вопрос об их классификации. В действительности разнообразие механизмов не так уж велико. В большинстве механических систем современной техники находят применение следующие основные виды механизмов: а) шарнирные (или рычажные), б) кулачковые, в) зубчатые, г) винтовые, д) фрикционные и е)

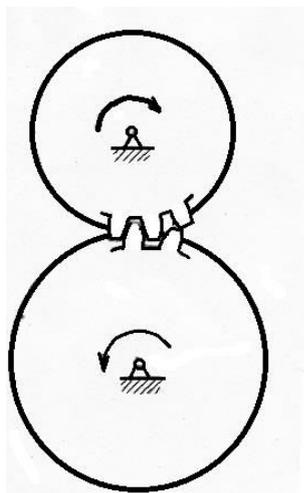
механизмы с гибкими связями. На рис. 1.1 изображены простейшие примеры указанных основных видов механизмов.



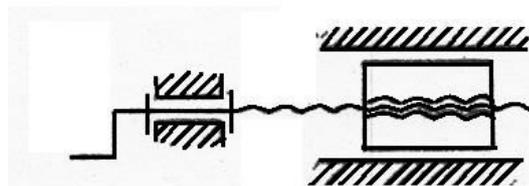
а)



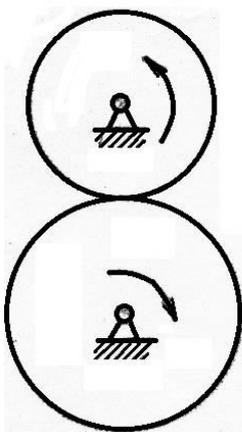
б)



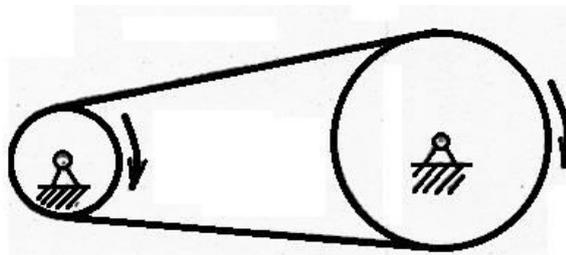
в)



г)



д)



е)

Рис.1.1

Обратим внимание на то, что механизмы изображаются в виде так называемых кинематических схем, которые не отражают конструктивных особенностей звеньев, а включают лишь те размеры и очертания звеньев, которые определяют кинематику и динамику механизмов.

Основные виды механизмов могут быть как плоскими, так и пространственными. Для плоских механизмов характерно, что все точки звеньев движутся по траекториям, лежащим в одной или параллельных плоскостях. Пространственные механизмы этими свойствами не обладают.

Винтовой механизм (рис. 1.1 г) плоским быть не может, поскольку всегда найдутся две такие точки, траектории которых не лежат в параллельных плоскостях.

Каждый из рассмотренных видов механизмов может иметь примеры и простых и сложных (многозвенных) механизмов. Возможно также сочетание в одном устройстве механизмов разных видов.

1.2. Кинематические пары

Одно из наиболее важных понятий структуры механизмов – это понятие о кинематической паре. Отметим сначала, что места соприкосновения двух подвижно-соединенных звеньев называются их кинематическими элементами. Очевидно, каждое звено механизма имеет один или несколько кинематических элементов.

Кинематическая пара есть подвижное соединение двух звеньев или совокупность двух соответствующих кинематических элементов.

Каждая кинематическая пара вносит определенные ограничения на относительное движение двух соединяемых звеньев, т.е., иными словами, она накладывает определенные связи.

Число условий связи, накладываемых кинематическими парами, может быть, очевидно, различным. Теоретически это число меняется от 1 до 5. В самом деле, если кинематическая пара накладывает 0 связей, то,

следовательно, не вносит вообще ограничений в относительное движение, и звенья фактически никак не соединены. Если накладываются 6 связей, то относительное движение будет отсутствовать (т.е. будет жесткое соединение), поскольку, если отнять у звена все 6 возможных степеней свободы, то звено будет неподвижно относительно другого.

На основании сказанного все кинематические пары можно разделить на 5 классов по числу накладываемых условий связи. На рис.1.2 изображены некоторые часто встречающиеся кинематические пары.

Вращательная (рис.1.2а) и поступательная (рис.1.2б) пары относятся к 5-му классу: $K=5$. Они накладывают 5 связей и оставляют одну степень подвижности в относительном движении двух соединяемых звеньев (или одно вращение или одно поступательное перемещение).

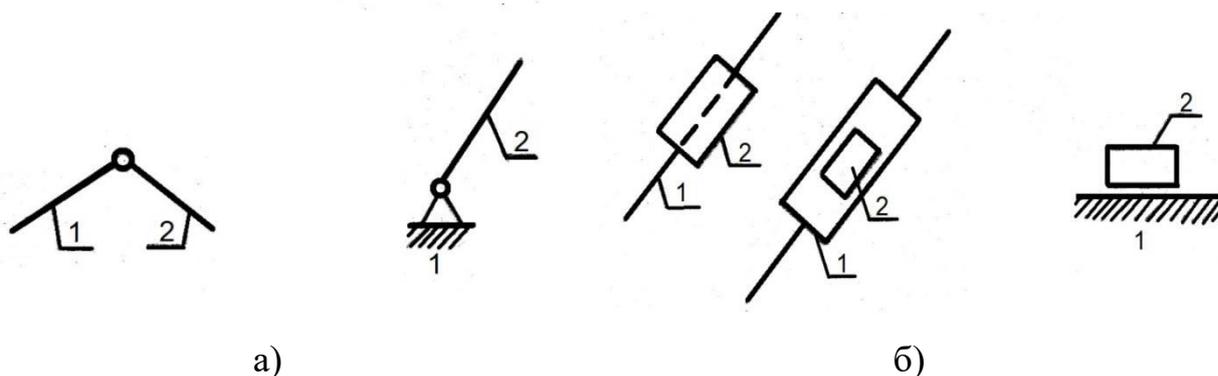


Рис.1.2

Кинематическими парами 4-го класса ($K=4$) являются кулачковая (рис. 1.3а) и зубчатая (рис. 1.3б) пары, так как в относительном движении двух звеньев имеет место качение и скольжение, т.е. две возможности движения, а число накладываемых связей будет, очевидно, 4.



Рис.1.3

Перечисленные кинематические пары часто встречаются в плоских механизмах. Вместе с тем они же могут быть использованы и в механизмах пространственных (для этого, например, оси вращения хотя бы двух шарниров должны составлять угол, отличный от 0).

Кинематическая пара на рис. 1.4а представляет собой шаровой шарнир, применяемый только в пространственных механизмах. Класс пары $K=3$, поскольку в относительном движении звеньев – три возможных вращения вокруг трех взаимно перпендикулярных осей, а, следовательно, и три условия связи. Винтовая пара (рис. 1.4б) тоже не может быть использована в плоских механизмах.

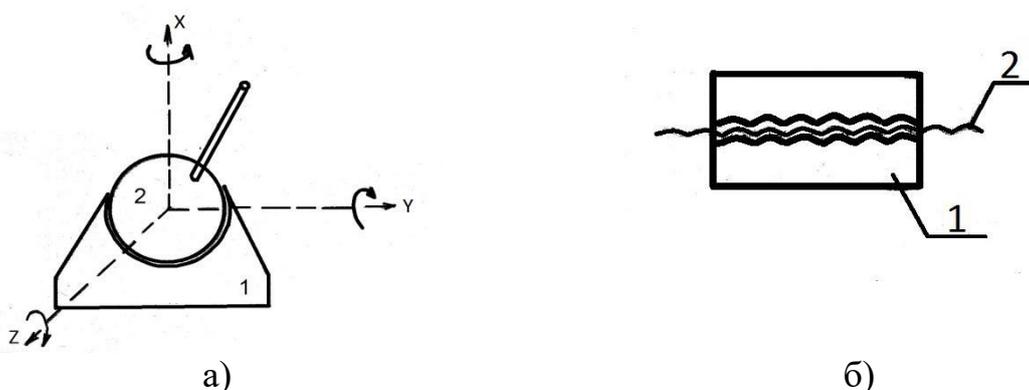


Рис.1.4

Относительное движение винта и гайки есть винтовое движение, т.е. одновременно и вращение и поступательное перемещение при жесткой однозначной зависимости между ними. Следовательно, класс пары $K=5$.

Кинематические пары классов 2 и 1 практически не применяются (в качестве примеров кинематических пар 1-го класса можно указать пару “шар на плоскости”, а 2-го класса – “шар в трубе” или “цилиндр на плоскости”).

Помимо деления на плоские и пространственные кинематические пары делят также на “низшие” и “высшие”. Низшие имеют в качестве кинематических элементов поверхности (например, цилиндрическую поверхность, плоскость, сферическую поверхность, винтовую поверхность). Высшие характеризуются соприкосновением звеньев по линиям или в точках. Низшие пары обладают более высокой нагрузочной способностью,

но вместе с тем – и характеризуются большими потерями на трение, чем высшие кинематические пары.

1.3. Число степеней подвижности механизмов

Числом степеней подвижности механизма (W) называется число независимых параметров, однозначно определяющих положение всех звеньев механизма. Вместе с тем число степеней подвижности механизма можно определить так же, как число ведущих звеньев, поскольку ведущее звено механизма (связанное с источником движения) характеризуется значением одного какого-либо параметра: угол поворота или линейное перемещение.

Необходимо заметить, насколько важно для любого рассматриваемого механизма, прежде всего, уметь подсчитать такой показатель, как W . Без этого невозможно подсчитать ни свойств, ни применение механизма.

Пусть n – число всех звеньев механизма, P_k – число кинематических пар K -того класса.

Одно свободное звено имеет 6 степеней подвижности, а число степеней подвижности всех свободных подвижных звеньев есть $6(n-1)$, так как одно из звеньев – неподвижная стойка.

Число условий связи, наложенных кинематическими парами K -того класса, будет KP_k . Кинематические пары всех классов накладывают

$\sum_{k=1}^{k=5} KP_k$ связей.

Число степеней подвижности механизма W получим как разность этих двух величин: общего числа степеней подвижности звеньев и числа накладываемых парами связей:

$$W = 6(n-1) - \sum_{k=1}^{k=5} KP_k, \quad (1)$$

или в развернутом виде:

$$W = 6(n-1) - 5P_5 - 4P_4 - 3P_3 - 2P_2 - P_1. \quad (2)$$

Уравнение (1) и (2) – называют структурной формулой для общего случая пространственных механизмов.

Для плоских механизмов структурная формула имеет несколько иной вид.

Наибольшее число степеней подвижности звена в плоскости равно 3 (два движения вдоль двух взаимно перпендикулярных осей и одно вращение вокруг оси, перпендикулярной плоскости). Общее число степеней подвижности всех подвижных свободных звеньев будет равно $3(n-1)$.

Одна кинематическая пара 5-го класса в плоскости накладывает 2 связи (поскольку оставляет одну возможность движения), а кинематическая пара 4-го класса накладывает одну связь.

Отсюда структурная формула для плоских механизмов

$$W = 3(n-1) - 2P_5 - P_4. \quad (3)$$

Впервые это уравнение было получено проф. П.Л.Чебышевым в 1864 г. (для случая $P_n = 0$).

Структурная формула для винтовых механизмов (рис. 1.1 г) имеет еще более простой вид. В этом случае используются только кинематические пары 5-го класса (вращательные, поступательные и винтовые), а звенья имеют лишь два возможных движения – вокруг некоторой оси и вдоль ее направления. Рассуждая аналогично предыдущему, получим структурную формулу для винтовых соосных механизмов (проф. Добровольский, 1947 г.):

$$W = 2(n-1) - P_5. \quad (4)$$

В.В.Добровольским получено и общее уравнение, из которого соотношения (1),(3) и (4) вытекают как частные случаи:

$$W = (6-m)(n-1) - \sum_{k=1}^{k=5} (k-m)P_k, \quad (5)$$

где $k > m$.

Здесь введен еще параметр m – число общих связей, наложенных на звенья до соединения их с помощью кинематических пар в механизм. Так, например, если все $(n-1)$ звенья из трехмерного пространства принудительно поместить в плоскость, то тем самым накладывается $m=3$ общих связей. После этого свободные в плоскости звенья соединяются кинематическими парами, причем возможны только пары классов $K=5$ и $K=4$. Действительно, любая кинематическая пара должна накладывать число условий связи, большее, чем уже наложено: $K > m$. После подстановки в (5) значения $m=3$ получим уравнение (3). И аналогично, если $m=0$, то структурная формула примет вид (1), а при $m=4$ получим формулу для винтовых механизмов (4).

Рассмотрим несколько несложных примеров. На рис. 1.5а изображена кинематическая схема плоского шарнирного механизма. Здесь число звеньев $n=6$. Кинематические пары I – VI – вращательные, а VII – поступательная. Следовательно, $P_5 = 0$; $P_4 = 0$. Число степеней подвижности механизма:

$$W=3(6-1) - 2 \cdot 7=1.$$

Шарнирно-зубчатый механизм на рис. 1.5б имеет также $n=6$.

Кинематические пары I-VI – 5-го класса (вращательные и поступательные), а VII и VIII – зубчатые, т.е. 4-го класса (звено 6 – зубчатая рейка). Итак, $P_5 = 6$; $P_4 = 2$.

$$W=3(6-1) - 2 \cdot 6 - 2=1.$$

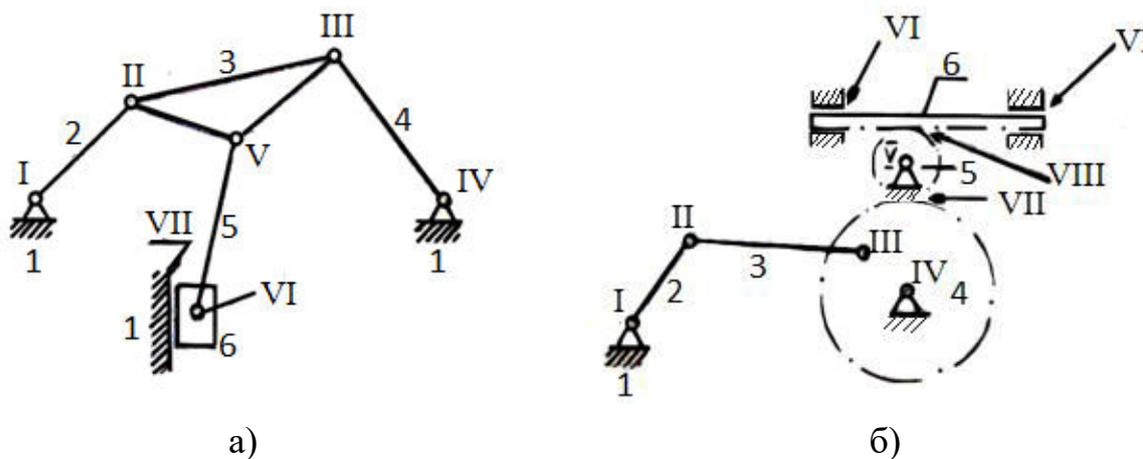


Рис. 1.5

Следующий плоский шарнирный механизм (рис. 1.6 а) – пятипозиционный $n=5$, число пар $P_5 = 5$. Тогда

$$W=3(5-1) - 2 \cdot 5=2.$$

В этом случае движение звеньев 3-го и 4-го будет вполне определенным только при условии задания движения двум ведущим звеньям (2-й и 5-й), т.е. необходимо предусмотреть два источника движения или два двигателя.

Пространственный винтовой механизм на рис. 1.6 б имеет: $n=3$ и $P_3=3$. Воспользуемся структурной формулой (4):

$$W=2(3-1)-3=1.$$

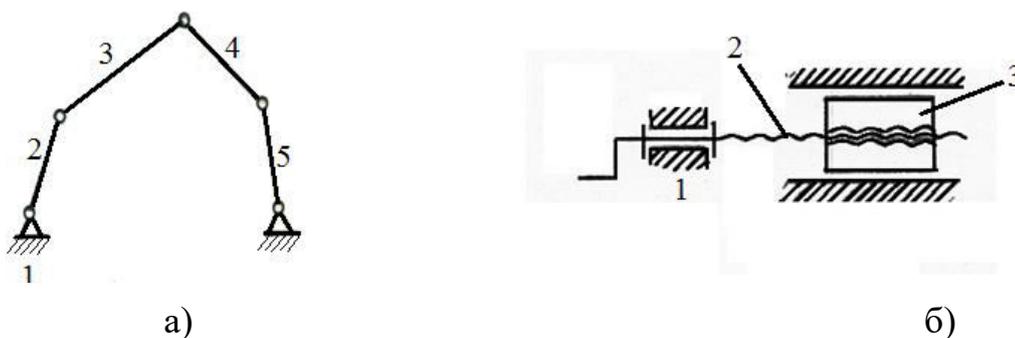


Рис. 1.6

Наконец, пространственный шарнирный механизм с так называемыми универсальными шарнирами (рис. 1.7) имеет 7 звеньев и 7 вращательных кинематических пар: $W=6(7-1)-5 \cdot 7=1$.

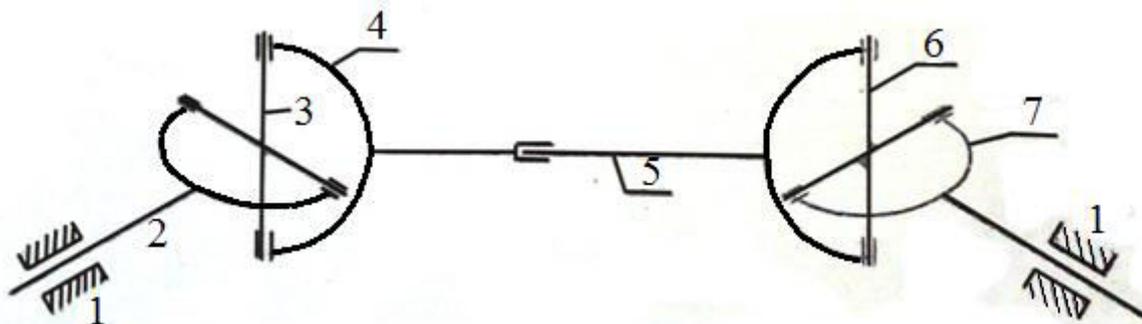


Рис. 1.7

2. МЕТОДЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ МЕХАНИЗМОВ. ОСНОВЫ СТРУКТУРНОЙ ТЕОРИИ Л.В. АССУРА

О методах преобразования механизмов

Большое разнообразие применяемых в устройствах конкретной техники механизмов объясняется чаще всего тем, что широко используются различные модификации каждого механизма. Эти модификации не изменяют по существу ни структуру механизма, ни характер относительных (а часто и абсолютных) движений звеньев, но с конструктивной точки зрения весьма целесообразны. Существует ряд различных методов преобразования механизмов. Рассмотрим наиболее важные с практической точки зрения.

2.1. Введение пассивных звеньев и пассивных кинематических пар

На рис. 2.1а изображен механизм параллелограмма: звенья OA и O_1B равны и параллельны. Каждая точка шатуна AB движется по окружности. Если для увеличения жесткости ввести дополнительно звено O_2C и два шарнира C и O_2 , то очевидно, что движение механизма не изменится. Поэтому новое звено и две пары следует назвать пассивными. Однако формальный расчет степени подвижности даст

$$W = 3(n-1) - 2P_5 = 3(5-1) - 2 \cdot 6 = 0.$$

Этот результат показывает, что при любом ином положении (или размере) пассивного звена механизм вообще потеряет подвижность и обратится в ферму.

Другой пример введения пассивного звена и двух пассивных кинематических пар показан на рис. 2.1б. Каждая точка звена AB описывает эллиптическую траекторию, а средняя точка C – окружность (частный случай эллипса). Введение пассивного звена OC и двух шарниров (O и C) не изменит

движение механизма, но конструктивно более целесообразно, так как упрощает привод механизма. И в этом случае расчет числа степеней подвижности дает значение $W=0$.

Можно сделать вывод: пассивные звенья и пассивные кинематические пары при определении числа степеней подвижности должны быть найдены и отброшены, т. е. не должны учитываться.

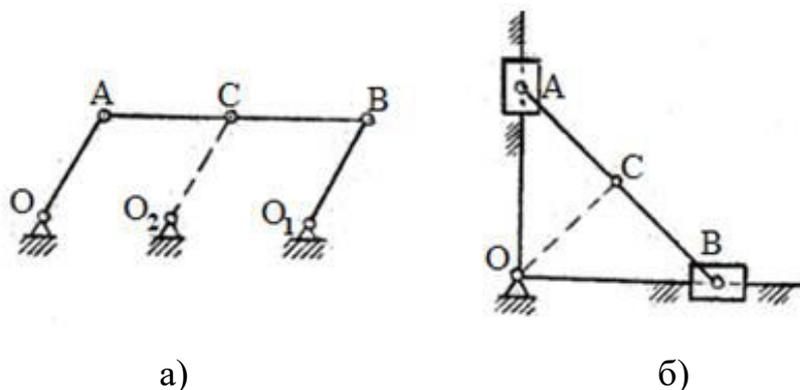


Рис. 2.1

2.2. Замена низших кинематических пар на высшие

Кривошипно-шатунный механизм (рис. 2.2 а) никак не изменит характер своего движения, если изъять ползун, вращательную пару В и поступательную пару скольжения ползуна по направляющей, а вместо этого ввести диск, жестко связанный с шатуном и имеющий качение со скольжением в направляющих. Это делается для упрощения конструкции механизма и иногда для снижения потерь на трение.

Проверим число степеней подвижности двух вариантов механизма. В первом случае: $n=4$; $P_5 = 4$; $P_n = 0$

$$W = 3(n-1) - 2P_5 - P_n = 3(4-1) - 2 \cdot 4 = 1.$$

Во втором случае: $n=3$; $P_5 = 2$; $P_n = 1$

$$W = 3(3-1) - 2 \cdot 2 - 1 = 1.$$

Число степеней подвижности измеряется, и, следовательно, со структурной точки зрения одна высшая кинематическая пара как бы эквивалентна двум кинематическим парам 5-го класса и одному звену.

Указанная эквивалентность имеет весьма глубокий смысл и позволит нам в дальнейшем рассматривать вместо механизмов с высшими парами (например, кулачковыми) соответствующие им механизмы с кинематическими парами 5-го класса. Этот прием в ряде исследований оказывается эффективным.

2.3. Метод расширения кинематических элементов

На рис. 2.2 б показаны два варианта одного и того же кривошипно-шатунного механизма с точно совпадающими размерами и неизменной кинематикой. Различие между ними чисто конструктивное и заключается оно в том, что кинематические элементы вращательной пары (т.е. “шип” или “подшипник”) расширены до пределов, превосходящих длину кривошипа OA .

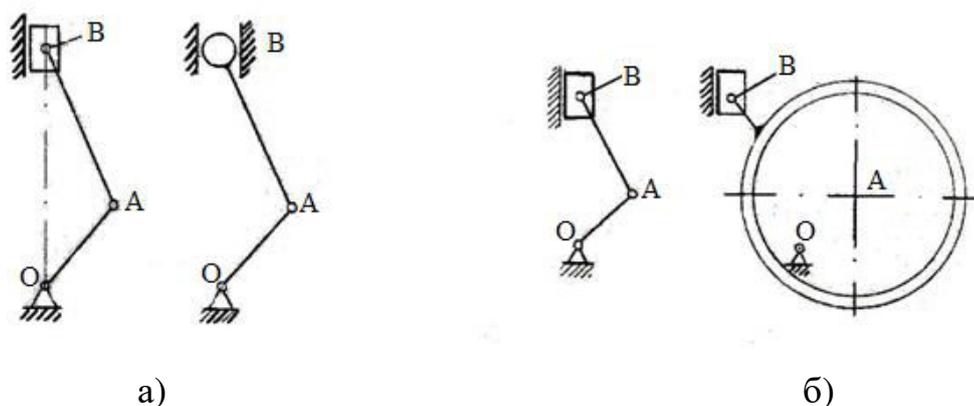


Рис. 2.2

Кинематические размеры звеньев определяются расстояниями между центрами вращательных пар. И эти размеры никак не изменились при указанном преобразовании механизма: длина кривошипа l_{OA} и длина шатуна по-прежнему l_{AB} .

Метод расширения кинематических элементов часто используется при создании малогабаритных механизмов, когда необходимо обеспечить достаточную прочность очень короткому звену (в данном случае кривошипу ОА).

Второй пример применения этого метода демонстрирует интересное преобразование четырех шарнирного механизма (рис.2.3 а). В результате кривошип 4 выполнен в виде эксцентрика (рис. 2.3 б), а шатун 3 – в форме кольца. Нетрудно видеть, что и в этом случае кинематические размеры звеньев и, следовательно, кинематика механизма не изменились.

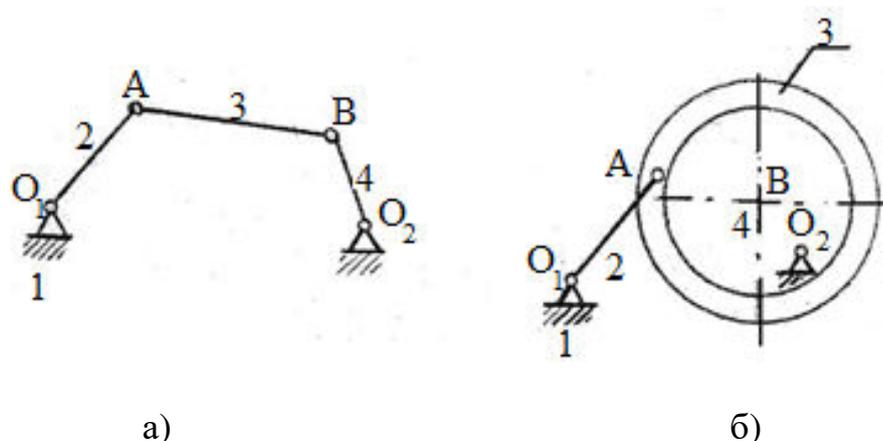


Рис. 2.3

2.4. Метод инверсии

Метод инверсии заключается в том, что в механизме поочередно закрепляют различные звенья (обращая их в стойку). При этом структура механизма, его подвижность W и относительное движение звеньев не изменяется, но существенно меняются свойства механизма, т.е. характер абсолютных движений звеньев. По существу методом инверсии можно получить из одной и той же кинематической цепи столько различных механизмов, сколько она имеет звеньев. Это положение продемонстрировано на рис. 2.4 а – 2.4 г. Если превратить в стойку кривошип 2 (рис. 2.4 б), то получим механизм с вращающейся кулисой. Звено 3, ранее игравшее роль

шатуна, здесь превращается в кривошип, так как совершает полное вращательное движение по отношению к стойке.

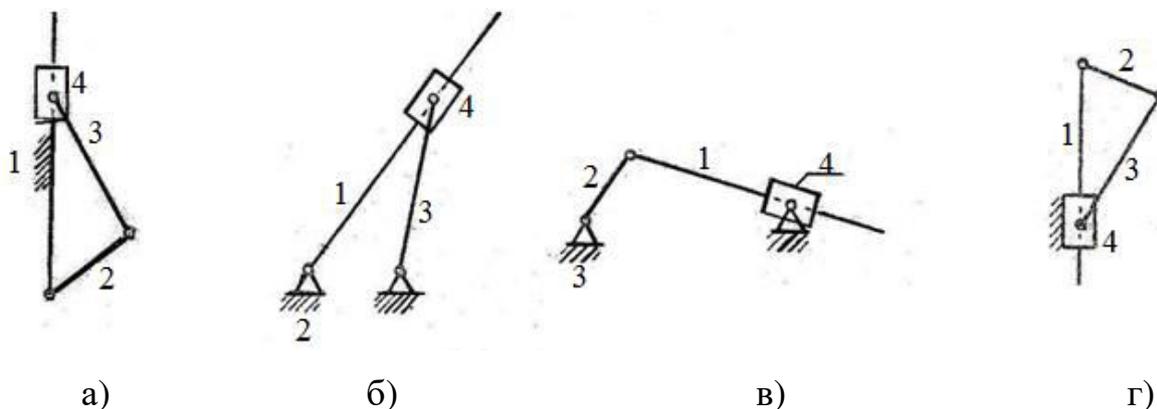


Рис. 2.4

Подобные механизмы нашли применение в насосах и гидродвигателях.

Когда стойкой становится шатун 3 (рис. 2.4 в), то образуется механизм с качающейся кулисой 4, а стержень 1 здесь играет роль камня. Звено 2 - кривошип. Наконец, при закреплении звена 4 получим так называемый механизм маятникового насоса. В этом случае ни одно из звеньев не совершает полного вращательного движения, т.е. в механизме уже нет ни одного кривошипа.

Таковы основные методы преобразования механизмов, практическое использование которых позволяет в каждом конкретном случае получить наиболее целесообразную – с точки зрения конструкции и эксплуатации - модификацию какого-либо исходного механизма.

Перейдем к изложению основных положений структурной теории Л.В.Ассура.

2.5. Понятие о группах нулевой подвижности и законе образования механизмов

В 1916 г. профессор Петроградского политехнического института Леонид Владимирович Ассур обратил внимание на то, что если сложный многозвенный механизм имеет одну степень подвижности $W=1$ и

простейший двухзвенный механизм (рис. 2.5 а) – тоже $W=1$, то, видимо, многозвенный механизм образован из двухзвенного присоединением к нему каких-то групп звеньев, не изменяющих его число степеней подвижности.

Эти группы нулевой подвижности (названные впоследствии группами Ассура), как оказалось, могут иметь различное строение и в значительной степени определяют свойства механизмов.

Найдем соотношение между числом звеньев и числом кинематических пар в группах Ассура.

Пусть S – число звеньев в группе, а P_5 – число кинематических пар в этой группе. Поскольку стойка не входит в группу Ассура (она ведь входит в простейший механизм) и поскольку для любой группы Ассура должно иметь место условие $W=0$, то

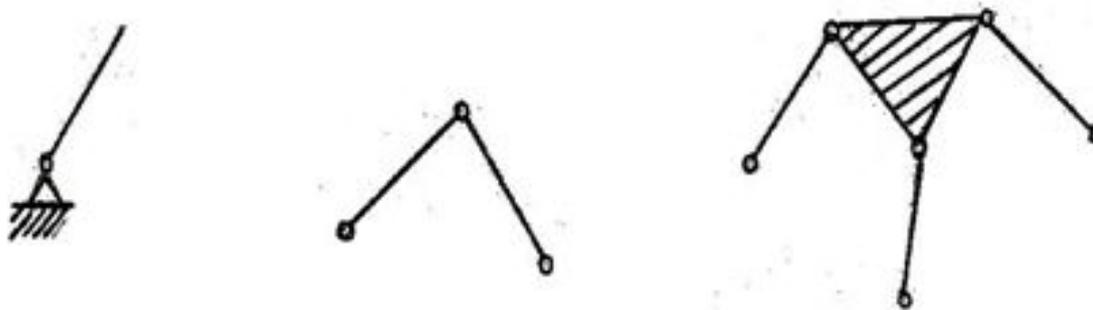
$$W = 3S - 2P_5 \text{ или } S = \frac{2}{3}P_5.$$

Следовательно, число кинематических пар в группе Ассура должно делиться на 3, число звеньев должно быть четным, число пар в 1,5 раза больше числа звеньев.

Возможные варианты конкретных соотношений числа звеньев и кинематических пар в группах Ассура сведены в следующую таблицу:

S	2	4	6	8	...
P_5	3	6	9	12	...

Простейшая группа показана на рис. 2.5 б. Она имеет два звена и три кинематические пары. Более сложная, четырехзвенная – на рис. 2.5 в.



а)

б)

в)

Рис. 2.5

Дальнейшие более глубокие исследования показали, что степень сложности механизма определяется сложностью тех групп Ассур, которые входят в его состав.

Рассмотрим кинематическую схему на рис. 2.6 а. Структурный анализ механизма заключается в выявлении последовательности образования механизма и состава присоединенных групп Ассур. Допустим, что ведущим звеном является кривошип 2. Тогда исходный простейший механизм состоит из звеньев 1 и 2 с кинематической парой 0. Затем к нему была присоединена группа Ассур, состоящая из звеньев 3 и 4 с парами АВ и O_2 , а после этого подключена тоже двухзвенная группа 5 и 6 с парами С, Д и поступательной парой Е. Итак, структура данного механизма может быть охарактеризована записью:

$$1x2 - 3x4 - 5x6.$$

Другой случай показан на рис. 2.6 б. Здесь к простейшему механизму $1x2$ не удастся присоединить двухзвенную группу Ассур, так как два звена (3 и 4) не замыкаются на стойку, а из трех звеньев группа Ассур состоять не может.

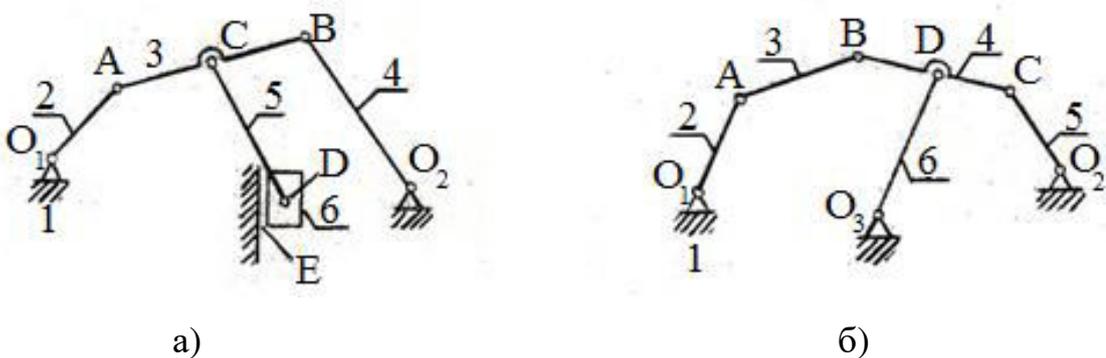


Рис. 2.6

Следовательно, все остальные звенья кроме 1-го и 2-го входят в состав одной группы Ассур:

$$1x2 - 3x4x5x6.$$

Эта группа относится к тому типу групп, которые показаны на рис. 2.5 в и 2.7 а.

Сравнивая два рассмотренных механизма, можно заключить, что случай на рис. 2.6 а является более простым с точки зрения структуры, чем на рис. 2.7 а, поскольку содержит только простейшие двухзвенные (иначе их называют “двухповодковыми”) группы Ассура и потребует применение более простых методов исследования.

Обратим внимание на то, что оба эти механизма имеют разное число звеньев. Отсюда заключим, что сложность свойств механизма определяется не числом его звеньев, а сложностью входящих в его состав групп Ассура.

Если бы механизм имел две степени подвижности, то следовало бы выделить два простейших механизма, а остальные звенья и кинематические пары путем проб пришлось бы “комплектовать” в возможные группы Ассура, после чего необходимо сделать окончательное заключение о структуре механизма.

Установилась следующая терминология, относящаяся к теории структуры механизмов. Простейший двухзвенный механизм (рис. 2.5 а) называют механизмом I класса. При наличии в составе исследуемого механизма только двухповодковых групп (рис. 2.5 б) механизм относят ко II классу.

Если в составе механизма имеется хотя бы одна группа вида, показанного на рис. 2.5 в или 2.7 а (или еще более многозвенная по аналогичной форме), то механизм будет уже III класса.

При наличии хотя бы одной группы с замкнутым контуром (рис. 2.7 б) механизм относят к IV классу по Ассуру.



а)

б)

Рис. 2.7

На основании изложенного можно сформулировать “закон образования механизмов”: любой механизм состоит из одного или нескольких механизмов I класса (в зависимости от числа W) и последовательно присоединенных к ним групп Ассура, причем структурная сложность всего механизма определяется сложностью “старшей” группы Ассура, входящей в его состав.

2.6. Значение структурной теории Л.В. Ассура

Как показали исследования, группы Ассура являются кинематически определенными системами. Это значит, что уравнение кинематики достаточно для определения всех кинематических характеристик (перемещений, скоростей и ускорений) всех точек группы. Оказалось также, что группы Ассура и статически определимы, т.е. уравнений статики (при использовании принципов Даламбера) также достаточно для нахождения усилий в кинематических парах группы Ассура.

Таким образом, можно сказать, что идеи Ассура являются одним из оснований всей теории механизмов.

Структурный анализ механизма выявляет его строение, т.е. состав входящих в его структуру групп нулевой подвижности, что позволяет выбрать соответствующий (более простой или более сложный) метод исследования. Само исследование следует проводить в порядке присоединения групп Ассура, используя факт их кинематической и статической определенности.

3. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЛОСКИХ ШАРНИРНЫХ МЕХАНИЗМОВ. МЕТОД КИНЕМАТИЧЕСКИХ ДИАГРАММ

3.1. Постановка задачи кинематического анализа шарнирных механизмов

Для каждого из видов механизмов представляют большой интерес задача кинематического анализа (т.е. исследования) и задачи синтеза (т.е. проектирование нового механизма по определенным заданным условиям).

В случае плоских шарнирных механизмов постановка задачи кинематического анализа заключается в следующем: по заданной кинематической схеме механизма (т.е. при всех известных размерах звеньев) и по заданному закону движения ведущего звена (или ряда ведущих звеньев при $W > 1$) требуется определить перемещения, скорости и ускорения всех интересующих нас точек всех звеньев механизма.

В инженерной практике решение задачи кинематического анализа механизма позволяет определить траектории рабочих точек механизма, что часто представляется весьма существенным для решения многих вопросов конкретного применения механизма, в частности для определения конфигурации его корпуса-картера, либо других деталей, расположенных в непосредственной близости с действующим механизмом. Определение скоростей и ускорений точек звеньев также связано с задачами конкретного использования данного устройства, с осуществляемым им технологическим процессом, а также представляется необходимым и для решения ряда задач динамики механизма (силовой расчет, анализ режимов движения, уравнивание, определение КПД и пр.)

Отметим также, что решение задачи проектирования нового механизма (синтез) невозможно без решения задачи его кинематического анализа.

Разработаны и широко используются как графические методы анализа (построение планов положений и кинематических диаграмм), так и графоаналитические (построение планов скоростей и ускорений) и, наконец, чисто-аналитические методы с использованием современной вычислительной техники.

3.2. Метод планов положений механизма

При движении механизма его “первоначальная” кинематическая схема непрерывно меняет свои очертания, поскольку изменяются относительные положения звеньев. Метод планов положений позволяет путем несложных построений как бы зафиксировать, получить “мгновенный снимок” любого текущего положения механизма в процессе его движения.

На рис. 3.1 толстыми линиями изображено некоторое начальное положение механизма. Кинематические пары (шарнирные точки) отмечены здесь знаками A' , B' , C' , D' .

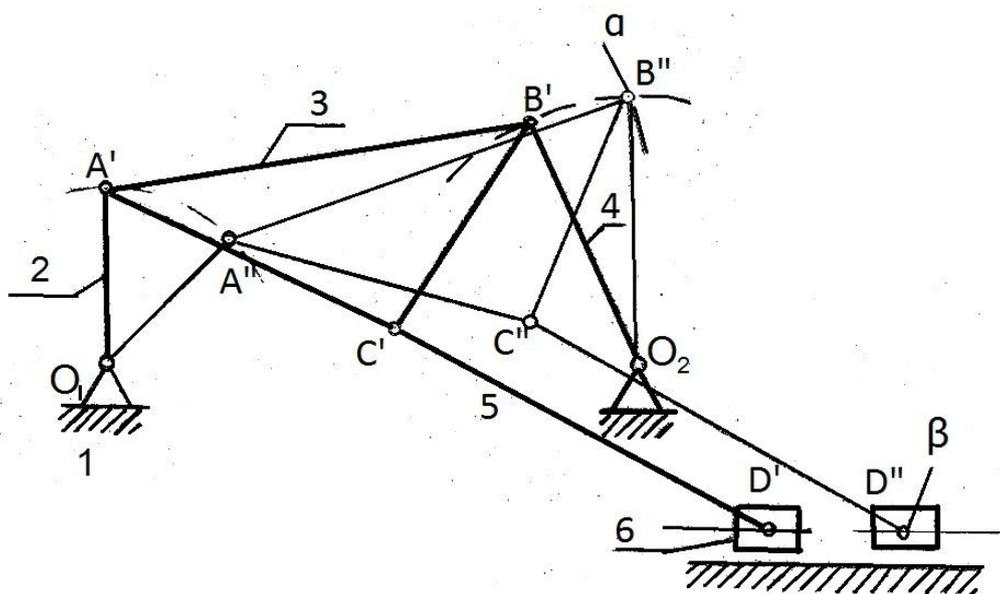


Рис. 3.1

Пусть ведущее звено 2 в процессе своего движения заняло положение, соответствующее положению шарнирной точки A'' . Тогда новое положение

точки В (т.е. В'') можно найти, проведя засечку α радиусом l_{AB} из центра А'' до пересечения с дугой-траекторией точки В. На стороне А''В'' нетрудно построить жесткий треугольник звена 3 и тем самым получить новое положение точки С (т.е. С''). Наконец, аналогичным проведением засечки β радиусом l_{CD} из центра С'' до пересечения с траекторией точки Д получим новое смещенное положение Д (т.е. Д'').

Указанным путем можно построить положения данного механизма (т.е. всех его звеньев) при любом угле поворота ведущего звена 2.

Отметим, однако, что этот простой способ "засечек" удастся использовать лишь для механизмов II класса, т.е. когда в структуру механизма входят только простейшие двухповодковые группы Ассура. Структурный анализ рассматриваемого механизма дает именно такой состав групп:

$$1 \times 2 - 3 \times 4 - 5 \times 6,$$

и метод засечек, следовательно, применим.

Механизмы же более сложной структуры требуют других – более сложных, разумеется, методов построения положений.

Пусть теперь задан закон движения ведущего звена 2 и предположим для простоты, что угловая скорость кривошипа постоянна ($\omega = \text{const}$). Тогда круговую траекторию точки А можно разбить на несколько (например, на 12) равных частей, причем этим равным дугам будут отвечать и равные промежутки времени. Заметим, что в случае $\omega \neq \text{const}$ при разметке траектории точки А на равные части им должны соответствовать уже неравные отрезки времени.

Вполне аналогично предыдущему приему построения положений механизма (с помощью засечек) на рис. 3.2 показаны построение и разметка траекторий, а также всех других интересующих нас точек механизма. (т.е. В, С и Д).

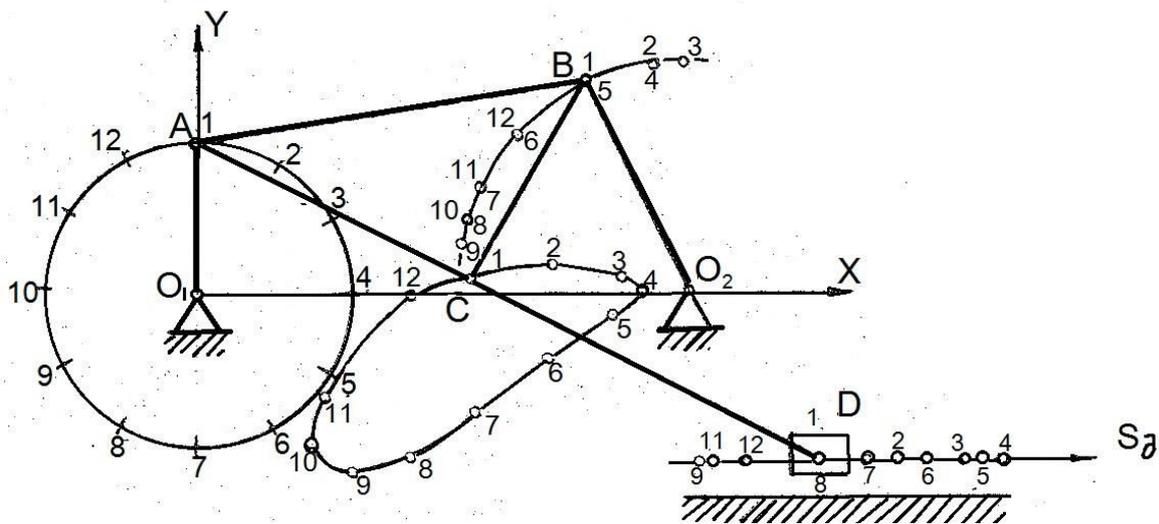


Рис. 3.2

Следует обратить внимание на то, что в процессе указанного построения была получена траектория шатунной точки С (с соответствующей разметкой). Это весьма важный результат, поскольку движение шатуна является сложным, и аналитическое определение траектории произвольной точки шатуна оказывается чрезвычайно трудной задачей.

3.3. Построение кинематических диаграмм

Как уже известно, в задачу кинематического анализа входит определение законов перемещений, скоростей и ускорений точек звеньев как функций времени (или угла поворота ведущего звена). Подобные функции и называются кинематическими диаграммами. График перемещений любой точки может быть получен в результате построения планов положений и размеченных траекторий точек звеньев (рис. 3.2). Для этого необходимо выбрать оси координат и непосредственно с чертежа плана положений снимать значения перемещений каждой исследуемой точки для каждого значения угла поворота ведущего звена – кривошипа 2. Таким образом, например, на рис. 3.3а построен график перемещения точки Д, т.е. $S_D(\varphi)$.

Предварительно выбраны соответствующие масштабы $K_s [м/мин]$ или $[мм/мм]$ и по оси абсцисс $K_\varphi [рад/мм]$. Поскольку $\omega = \text{const}$, то значения φ по оси абсцисс будут пропорциональны времени t , причем масштаб времени $K_t = \frac{K_\varphi}{\omega} [с/мм]$.

Дифференцирование функции $S_D(\varphi)$ даст возможность получить кривую скорости $V_D(\varphi)$:

$$V_D = \frac{dS_D}{dt} = \frac{dS_D}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \omega \cdot \frac{dS_D}{d\varphi}.$$

Повторное дифференцирование приведет к графику ускорения точки Д, т.е. $a_D(\varphi)$:

$$a_D(\varphi) = \frac{dV_D}{dt} = \frac{dV_D}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \omega \cdot \frac{dV_D}{d\varphi}.$$

Очевидно также, что

$$a_D(\varphi) = \omega^2 \frac{d^2 S_D}{d\varphi^2}.$$

Здесь необходимо отметить, что функция $S_D(\varphi)$ не задана аналитически, и поэтому необходимо воспользоваться одним из методов приближенного дифференцирования.

Наиболее прост и удобен способ графического дифференцирования, который будет изложен ниже. Одновременно будет показано и получение масштабов дифференцированных кривых.

Несколько сложнее, чем для точки Д, выполняется процедура построения кинематических диаграмм для точек, имеющих криволинейные траектории движения, как, например, для точки С.

В этом случае после выбора системы координат x и y (рис. 3.2) отдельно снимаются значения проекций перемещения, т.е. $y_c(\varphi)$ и $x_c(\varphi)$, как показано на графиках рис. 3.3 б и 3.3 в.

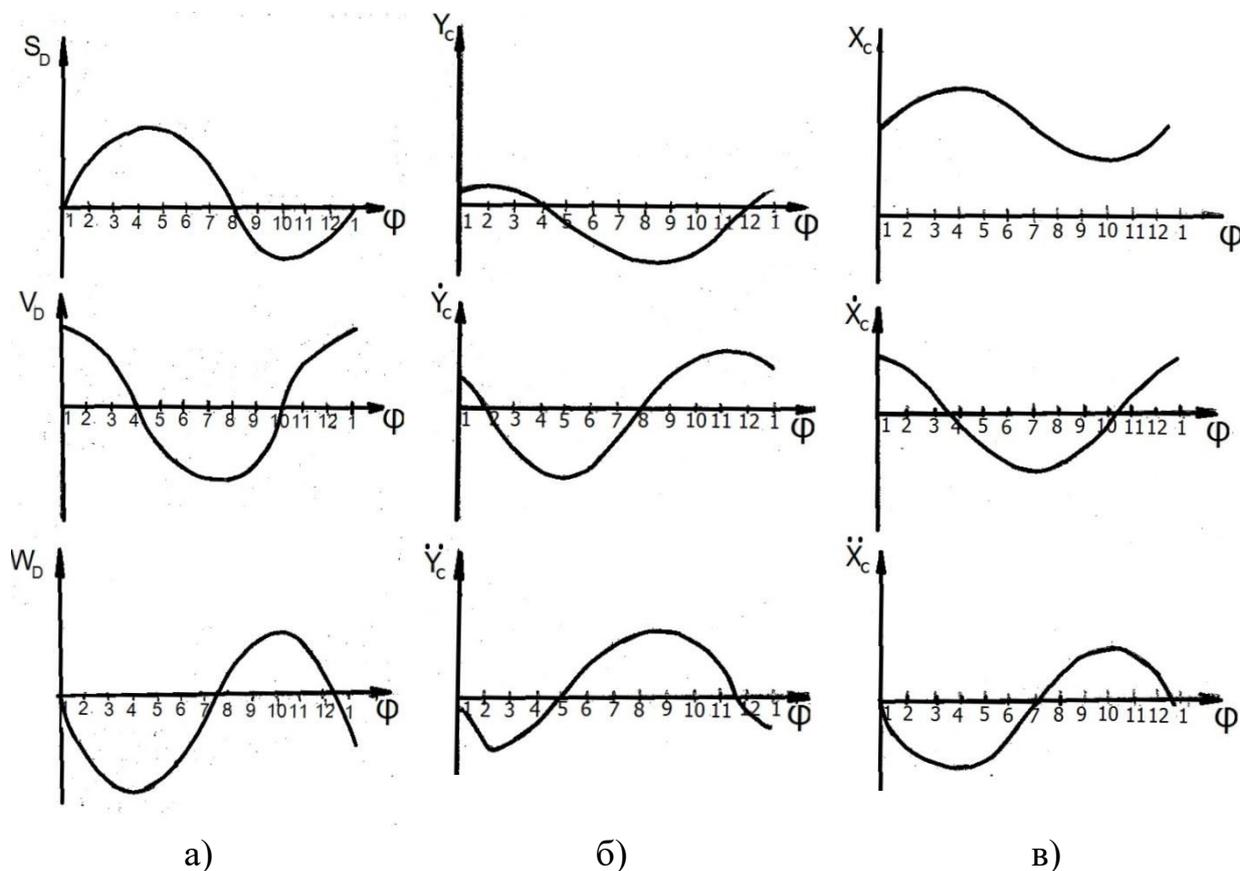


Рис. 3.3

Затем выполняются операции дифференцирования, которые приводят к составляющим скорости и ускорения точки C , т.е. $\dot{x}_c(\varphi)$ и $\dot{y}_c(\varphi)$, $\ddot{x}_c(\varphi)$ и $\ddot{y}_c(\varphi)$. Полные величины V_c и a_c могут быть определены следующим образом:

$$V_c = \sqrt{(\dot{x}_c)^2 + (\dot{y}_c)^2} ; a_c = \sqrt{(\ddot{x}_c)^2 + (\ddot{y}_c)^2} .$$

Представляет интерес также построение годографов скорости и ускорения. С этой целью по осям ординат и абсцисс откладываются значения $\dot{x}_c(\varphi)$ и $\dot{y}_c(\varphi)$, геометрическая сумма которых дает вектор V_c для данного значения φ .

Концы векторов $V_c(\varphi)$ соединяют плавной кривой. Точно так же строится и годограф ускорения. Годографы дают для каждого значения φ сразу и величину и направление скорости (или ускорения) исследуемой точки механизма.

Кинематические диаграммы, показанные на рис. 3.3 а, 3.3 б и 3.3 в отражают весьма важную информацию о свойствах механизма, поскольку представляют собой наиболее полную картину кинематических характеристик всех важных точек движущегося механизма при любом его положении.

3.4. Графическое дифференцирование и графическое интегрирование

а) Графическое дифференцирование

Несмотря на то, что производная есть тангенс угла наклона касательной к данной точке кривой, здесь будет рекомендовано проведение хорд, т.к. практически построение хорды удобнее и результирующая ошибка оказывается меньше, чем в методе касательных.

Допустим, что задана графически функция $S_d(\varphi)$ и требуется построить дифференциальную кривую $V(\varphi) = \omega \cdot \frac{dS}{d\varphi}$.

Предположим также, что $S(\varphi)$ - функция периодическая, что, как правило, и имеет место для любого работающего механизма.

Разобьем участок оси абсцисс, на котором задана функция $S(\varphi)$, на n частей (на рис. 3.4 $n=12$). Удобнее делить на равные отрезки, хотя в случае усложнения конфигурации функции в каком-то месте можно (и целесообразно) допустить “местные” уменьшения деления отрезков.

На первый взгляд, чем больше число n , тем точнее будет дифференцирование. Однако, при очень малых отрезках деления становится

затруднительно проведение хорд и прямых, параллельных очень коротким хордам. Тогда ошибки начинают возрастать. Оптимальное число отрезков деления зависит от формы кривой, от масштаба и каждый раз определяется практическими пробами.

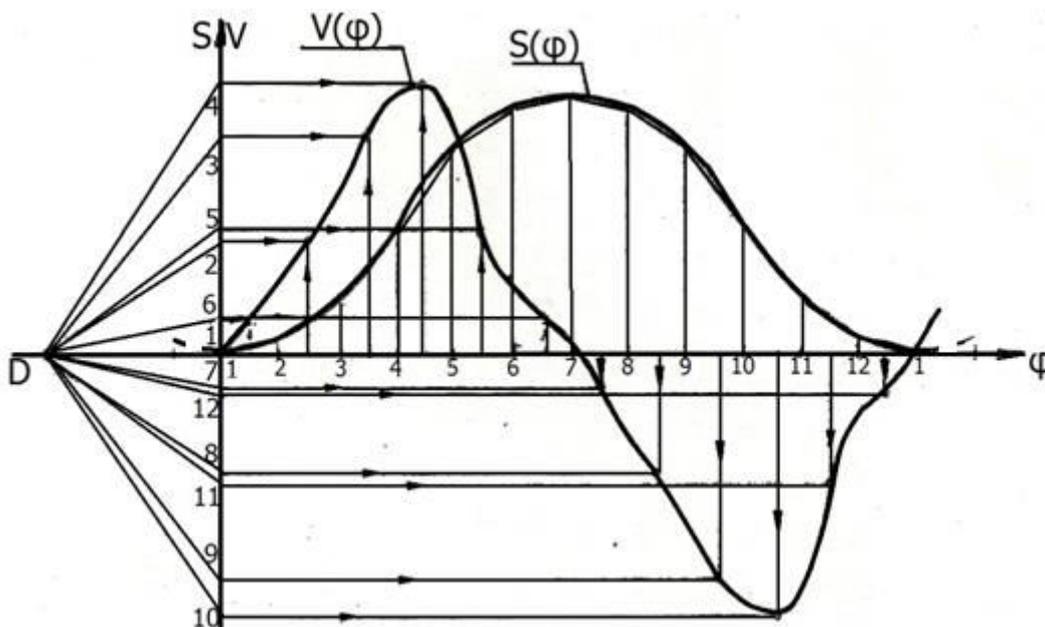


Рис. 3.4

Из точек деления на оси абсцисс проводят ординаты до пересечения с кривой $S(\varphi)$. Полученные точки соединяют хордами.

Влево от начала координат по оси абсцисс откладывают произвольный отрезок $OP=m$ – “полюсное расстояние”.

Из полюса P проводят лучи, параллельные хордам, до пересечения с осью ординат. Из полученных на оси ординат точек проводят горизонтальные прямые до пересечения их с ординатами, проведенными из середин соответствующих отрезков деления.

Полученные точки, соединенные плавной кривой, и дают искомый результат.

Следует заметить, что в данном построении кривая $V(\varphi)$ будет “недостроенной” в половине первого интервала (1-2) и во второй последнего (12-1). Для дополнения кривой следует воспользоваться свойством

периодичности $S(\varphi)$ и перед первым участком кривой $S(\varphi)$ выстраивается участок этой кривой, взятый из интервала (12-1). На рис. 3.4 эти построения показаны пунктиром.

Рассмотрим элементарные доказательства справедливости изложенной методики дифференцирования.

На рис. 3.5 изображено рекомендованное выше построение на некотором интервале $\varphi_i; \varphi_{i+1}$.

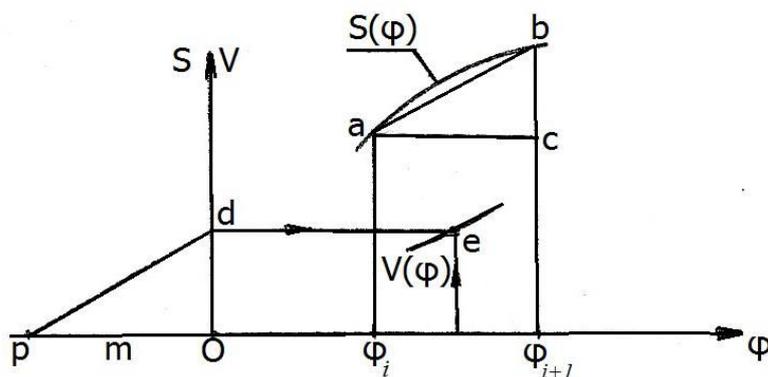


Рис. 3.5

Отрезки bc и ac представляют собой приращение функции S и аргумента φ в соответствующих масштабах:

$$\Delta S = bc \cdot K_S; \Delta \varphi = ac \cdot K_\varphi.$$

Треугольники Δabc и Δpdo подобны по построению.

Отсюда $\frac{do}{m} = \frac{\Delta S}{\Delta \varphi} \cdot \frac{K_\varphi}{K_S}$. Следовательно, $ef = do = \frac{\Delta S}{\Delta \varphi} \cdot \frac{K_\varphi}{K_S} \cdot m$.

Умножим это равенство на ω :

$$ef \cdot \omega = \frac{\Delta S}{\Delta \varphi} \cdot \omega \cdot \frac{K_\varphi}{K_S} \cdot m; \quad \frac{\Delta S}{\Delta \varphi} \cdot \omega = ef \cdot \frac{K_S}{K_\varphi} \cdot \frac{\omega}{m}.$$

Но $\frac{\Delta S}{\Delta \varphi} \cdot \omega$ при уменьшении $\Delta \varphi$ стремится к значению V ,

следовательно ордината ef пропорциональна V , а множитель $\frac{K_S}{K_\varphi} \cdot \frac{\omega}{m}$

представляет собою значение масштаба K_V :

$$V = ef \cdot K_V; K_V = \frac{K_S}{K_\varphi} \cdot \frac{\omega}{m} \left[\frac{i}{\tilde{n}} \right]$$

б) *Графическое интегрирование*

Операция графического интегрирования является строго обратной описанному построению графического дифференцирования.

Пусть дана функция $V(\varphi)$ и требуется найти интегральную кривую $S(\varphi)$.

Участок оси абсцисс делится на n равных частей (рис.3.6). Из середин интервалов деления проводят ординаты до пересечения с кривой $V(\varphi)$ и из полученных точек проводят горизонтальные до оси ординат. Точки на оси ординат соединяют лучами с выбранным полюсом P .

Затем следует воспользоваться начальными условиями для выбора одной из множества интегральных кривых $S(\varphi)$. Пусть при $\varphi=0, S=0$. Тогда из начала координат проводят в интервалах деления отрезки ломаной, причем каждый из отрезков проводится параллельно соответствующему лучу. В заключение проводят плавную кривую так, чтобы отрезки ломаной были для нее хордами.

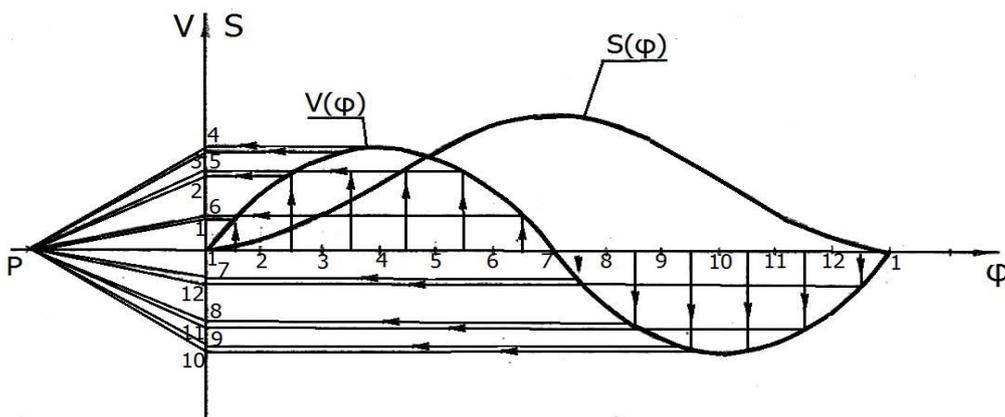


Рис. 3.6

Из предыдущего вытекает и значение масштаба интегральной кривой:

$$K_S = K_V \cdot K_\varphi \cdot \frac{m}{\omega}$$

На рис. 3.4 и 3.6 построение и дифференциальной и интегральной кривых выполнено в системе координат исходных кривых. Практически нет никаких затруднений в том, чтобы построить как дифференциальную, так и интегральную кривые в своих системах координат (V, φ) и (S, φ) .

4. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЛОСКИХ ШАРНИРНЫХ МЕХАНИЗМОВ МЕТОДОМ ПЛАНОВ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ

Как уже было отмечено, метод планов скоростей и ускорений является графоаналитическим методом кинематического анализа механизмов. Он весьма прост и дает возможность быстро получить полную картину скоростей и ускорений всех точек механизма при любом положении последнего. При достаточно аккуратном построении точность метода вполне отвечает требованиям инженерных расчетов.

Излагаемые ниже приемы справедливы для механизмов III класса по Ассуру. В случае более сложных структур используются несколько измененные специальные методы.

4.1. Планы скоростей механизмов без кулис

Дано: кинематическая схема механизма (рис. 4.1) и закон движения ведущего звена: $\omega = \text{const}$.

Требуется: определить линейные скорости точек всех звеньев механизма и угловые скорости звеньев, совершающих вращательное или более сложное плоское движение – для заданного положения механизма.

Кинематическая схема изображается в масштабе (K_s). Закон движения ведущего звена (или ведущих звеньев при $W > 1$) может быть и произвольным: $\omega = f(t)$, но для изложения методики рассматривается более простой случай.

Подчеркнем, что для каждого положения механизма должна быть своя картина скоростей.

Структурный анализ данного механизма дает:

$$6 \times 1 - 2 \times 3 - 4 \times 5.$$

Построение плана скоростей (как и ускорений) производится, начиная с ведущего звена, затем по группам Ассур в порядке их последовательного присоединения.

Выбирается полюс плана скоростей (V) и масштаб плана $K_v \left[\frac{м/с}{мм} \right]$.

Расчетом определяется величина линейной скорости точки А ведущего звена:

$V_A = l_{O_1A} \cdot \omega$ и в масштабе откладывается от полюса вектор, изображающий

эту скорость: отрезок $Va = \frac{V_A}{K_v}$ проводится перпендикулярно направлению

звена AO_1 (рис. 4.1) в соответствии с направлением заданной угловой скорости ω .

Переходим в первой группе Ассур (2x3) и определяем линейную скорость внутреннего шарнира группы (т.е. точки В).

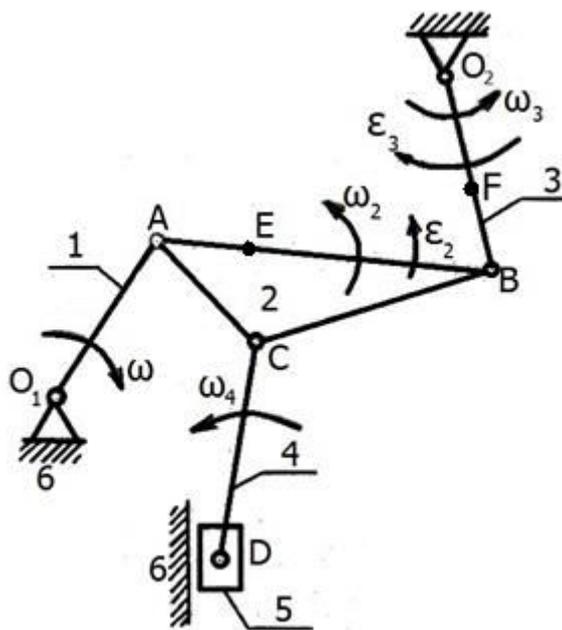


Рис. 4.1

Для этого необходимо воспользоваться известной из курса теоретической механики теоремой: сложное плоское движение можно разложить на поступательное вместе с любой точкой звена и на вращательное – вокруг этой точки.

На рис. 4.2 показаны два положения стержня A_1B_1 и A'_1B_2 . Переход во второе положение представлен как поступательное перемещение в положение $A_1B'_1$ и вращение вокруг точки A_1 .

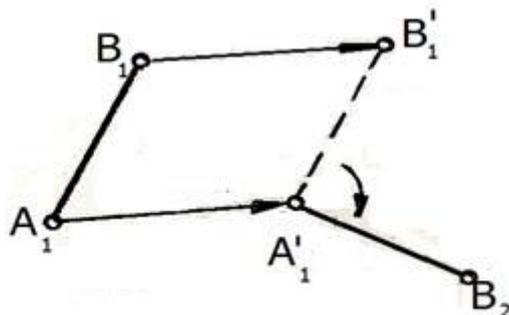


Рис. 4.2

Этой же теоремой будем пользоваться для построения плана ускорений.

Итак, для скорости точки В (как принадлежащей звену 2) можно составить векторное уравнение:

$$\vec{V}_A = \vec{V}_B + \vec{V}_{AB}. \quad (1)$$

В этом уравнении вектор \vec{V}_A полностью известен, вектор скорости В вокруг А, т.е. \vec{V}_{AB} известен лишь по линии действия, которая перпендикулярна отрезку звена АВ, а результирующий вектор \vec{V}_B , также известный только по линии действия, должен проходить перпендикулярно звену BO_2 (поскольку точка В принадлежит звену 3).

Заметим, что любое векторное уравнение, имеющее два неизвестных вектора, линии действия которых известны, всегда может быть решено (в частности графически).

Как следует из уравнения (1), из конца вектора \vec{V}_A следует провести линию действия \vec{V}_{AB} , а из начала вектора \vec{V}_A (т.е. из полюса V) провести линию действия результирующего вектора \vec{V}_B . Это построение выполнено

на

рис. 4.3. Точка В (конец вектора \vec{V}_B) должна лежать на той и на другой линиях действия, следовательно, будет совпадать с точкой их пересечения. Таким образом, получена скорость $V_B = V_b \cdot K_V$.

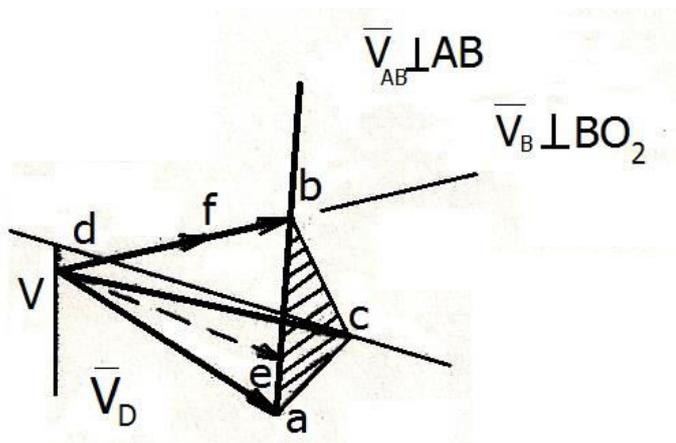


Рис. 4.3

Для нахождения скорости точки С составим два векторных уравнения аналогично уравнению (1):

$$\begin{cases} \vec{V}_C = \vec{V}_A + \vec{V}_{CA} \\ \vec{V}_C = \vec{V}_B + \vec{V}_{CB} \end{cases} \quad (2)$$

Пересечение линий действия скоростей \vec{V}_{CA} (перпендикулярно AC) и \vec{V}_{CB} (перпендикулярно BC) дает положение точки С, что позволит определить $V_C = V_c \cdot K_V$.

Теперь можно перейти к группе Ассур 4х5.

Для определения скорости \vec{V}_D , т.е. опять внутреннего шарнира группы, следует написать:

$$\vec{V}_D = \vec{V}_C + \vec{V}_{DC}. \quad (3)$$

Линия действия \vec{V}_{DC} проходит перпендикулярно шарниру DC, а линия действия \vec{V}_D – параллельна оси поступательной пары (т.е. вертикальна). Точка пересечения указанных линий и есть конец вектора $\vec{V}_D : V_D = V_d \cdot K_V$.

Помимо линейных скоростей точек звеньев важно также найти и угловые скорости звеньев, совершающих вращательное или сложное плоское движение. Так, например, угловая скорость звена 2, т.е. ω_2 , может быть получена из величины скорости точки В вокруг А (\vec{V}_{BA}). Последняя изображается на плане скоростей отрезком с направлением от точки *a* к точке *b*. Следовательно:

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{AB}} = \frac{a \cdot b \cdot K_V}{l_{AB}} [1/c]$$

Аналогично можно было бы определить

$$\omega_3 = \frac{V_b \cdot K_V}{l_{BO_2}},$$

$$\omega_4 = \frac{c \cdot d \cdot K_V}{l_{CD}},$$

Причем направление последней, как следует из уравнения (3), соответствует направлению \vec{V}_{DC} (т.е. на плане скоростей от *c* к *d*). План скоростей построен. В качестве весьма важного вывода сейчас можно сформулировать так называемое свойство подобия.

4.2. Свойство подобия

Нетрудно видеть, что полученный на плане скоростей Δabc подобен ΔABC , поскольку построение Δabc было таким, что стороны этого треугольника перпендикулярны соответствующим сторонам ΔABC . Таким образом, свойство подобия заключается в следующем: концы векторов

скоростей точек, принадлежащих одному и тому же звену, образуют на плане скоростей фигуру, подобную очертаниям данного звена.

Практически использование этого свойства чрезвычайно удобно, т.к. открывается возможность самым простым путем найти скорости любых промежуточных точек звеньев.

Так, если задана точка E на стороне AB звена 2 (рис. 4.1), то конец вектора скорости \vec{V}_E отыщется сразу же по подобию $\frac{AE}{AB} = \frac{ae}{ab}$ (рис. 4.3).

Можно поэтому сделать заключение о том, что отрезок ab есть план скоростей звена AB, как и отрезок, например Vb есть план скоростей всего звена BO_2 (на рис. 4.3 показан вектор скорости \vec{V}_F некоторой точки F). Для нахождения скорости \vec{V}_C вообще можно было бы не составлять уравнение (2), а сразу же построить на стороне ab треугольник abc, подобный $\triangle ABC$.

В дальнейшем свойством подобия будем неоднократно пользоваться. Укажем на одну часто встречающуюся ошибку при практическом использовании свойства подобия. Последнее применимо только к одному и тому же звену, а не сразу к разным звеньям: $\triangle ACD$ совсем не должен быть подобен $\triangle acd$ и точку нельзя строить по подобию.

4.3. Планы ускорений механизмов без кулис

Последовательность построения плана ускорений остается той же: от ведущего звена, по группам Ассур в порядке их присоединения.

Ведущее звено 1 (рис. 4.1) совершает вращательное движение.

Ускорение точки A состоит из двух составляющих ($\vec{a}_A = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau$):

а) нормальное ускорение

$$\vec{a}_A^n = l_{O_1A} \cdot \omega^2 = \frac{V^2_A}{l_{O_2A}} \quad (4)$$

с направлением – по радиусу к центру вращения (т.е. к точке O_2);

б) касательное (или тангенциальное) ускорение

$$\vec{a}_A^{\tau} = l_{O_1A} \cdot \varepsilon . \quad (5)$$

с направлением, перпендикулярным \vec{a}_A^n и в соответствии с направлением углового ускорения, $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$.

Поскольку в данном случае $\omega = \text{const}$, то $\varepsilon = 0$, и полное ускорение точки А равно только нормальному \vec{a}_A^n .

Не следует, конечно, думать, что и другие вращающиеся звенья механизма не имеют угловых ускорений. Так, звено 3 наверное имеет и нормальное и касательное ускорения. Это же относится и к любому звену, совершающему сложное плоское движение: его “вращательная часть” заведомо имеет обе компоненты ускорения.

Выбрав полюс плана ускорений a (рис. 4.4) и подходящий масштаб

$$K_a \left[\frac{m/c^2}{mm} \right], \text{ построим изображение ускорения точки А: } \vec{a}_A = \frac{\vec{a}_A^n}{K_a} \text{ с}$$

направлением от А к O_1 .

Далее в группе Ассура 2х3 определим опять ускорение внутренней шарнирной точки. Согласно изложенной выше теореме:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA} . \quad (6)$$

или же, поскольку ускорение во вращательном движении В вокруг А должно состоять из нормального и касательного:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{AB}^n + \vec{a}_{AB}^{\tau} . \quad (7)$$

Здесь вектор a_A полностью известен, вектор a_{AB}^n тоже всегда может быть посчитан (по модулю), а направление его на звене – от точки В к А –

как к центру вращения. Вектор a_{AB}^{τ} известен по линии действия, которая всегда перпендикулярна a_{AB}^n .

Напомним, что

$$a_{AB}^n = \frac{(V_{BA})^2}{l_{AB}} = \frac{(ab \cdot K_V)^2}{l_{AB}}. \quad (8)$$

Что касается результирующего вектора \vec{a}_B в уравнении (7), то поскольку точка В принадлежит и звену 3, то

$$\vec{a}_B = \vec{a}_B^n + \vec{a}_B^{\tau}, \quad (9)$$

где

$$a_B^n = \frac{(V_B)^2}{l_{O_2B}} = \frac{(Vb \cdot K_V)^2}{l_{O_2B}}$$

с направлением от точки В к точке O_2 , а линия действия a_B^{τ} перпендикулярна a_B^n .

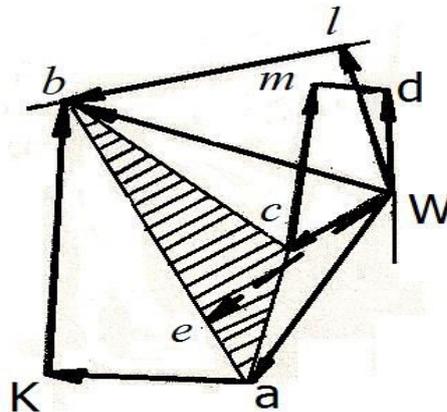


Рис. 4.4

На плане ускорений (рис. 4.4) показано совместное решение уравнений (7) и (9). Так, отрезок ак изображает ускорение \vec{a}_{AB}^n и перпендикулярно ему проведена линия действия \vec{a}_B^{τ} . Заметим, что в соответствии с уравнением (7) вектор \vec{a}_{BA}^n идет из конца первого слагаемого,

т.е. вектора \vec{a}_A . Из уравнения (9) следует, что \vec{a}_B^n есть первое слагаемое векторной суммы, а значит этот вектор надо провести из полюса a . Отрезок

$al = \frac{a_B^n}{K_a}$, изображающий нормальное ускорение точки В, построен, а

перпендикулярно к нему проведена линия действия ускорения \vec{a}_B^τ .

Пересечение линий действия векторов \vec{a}_B^τ и \vec{a}_{BA}^τ дает точку b , т.е. конец

полного ускорения \vec{a}_B . Модуль этого ускорения легко подсчитывается

$$a_B = a_b \cdot K_a.$$

Теперь можно, пользуясь свойством подобия, найти точку C , т.е. конец ускорения \vec{a}_C . Построенный на стороне ab треугольник abc , должен быть не только подобным $\triangle ABC$, но и отличаться от него последовательностью “обхода вершин”.

В группе Ассур 4х5 внутренний шарнир D имеет ускорение:

$$\vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}_{DC} = \vec{a}_C + \vec{a}_{DC}^n + \vec{a}_{DC}^\tau. \quad (10)$$

В этом уравнении полностью известны два вектора, известны линии действия \vec{a}_{DC}^τ (перпендикулярно DC) и \vec{a}_D - по оси поступательной пары.

Модуль вектора \vec{a}_{DC}^n подсчитывается по формуле, аналогичной (8), а направление \vec{a}_{DC}^n - от точки D к точке C, как к центру вращения звена.

На плане ускорений отрезок cm изображает вектор \vec{a}_{DC}^n . Точка d (как конец вектора \vec{a}_0) получена на пересечении линий действия векторов \vec{a}_0 и \vec{a}_{DC}^τ .

Определение ускорений любых точек звеньев по свойству подобия столь же просто, как и в случае скоростей. Так, ускорение точки E находится сразу же в виде отрезка we .

Нетрудно найти и угловые ускорения звеньев, совершающих вращательное или сложное плоское движение. Для этой цели следует воспользоваться касательными составляющими соответствующих ускорений.

Угловое ускорение звена 2:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^{\tau}}{l_{AB}} = \frac{Kb \cdot Ka}{l_{AB}},$$

а угловое ускорение звена 3:

$$\varepsilon_3 = \frac{a_B^{\tau}}{l_{BO_2}} = \frac{lb \cdot Ka}{l_{BO_2}}.$$

4.4. Планы скоростей для кулисных механизмов

Построение планов скоростей и ускорений для механизмов с кулисами имеет свои особенности и требует использования еще одной теоремы теоретической механики.

Кулисой называют подвижную направляющую поступательной кинематической пары. На схеме механизма (рис. 4.5) кулисой служит вращающийся стержень 3, по которому движется ползун (или “камень”) – звено 2. Кулисы могут совершать и обратно – поступательное движение.

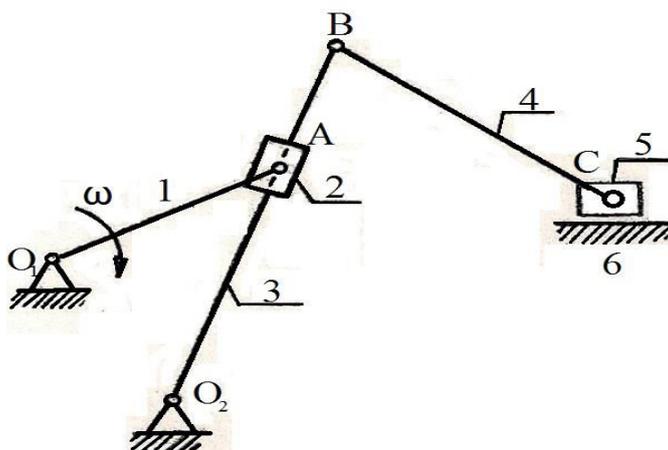


Рис. 4.5

При наличии кулисного устройства в механизме мы встречаемся со сложным движением ползуна-камня: относительным – т.е. движением камня

по кулисе и переносным – т.е. движением камня вместе с кулисой (как одно целое). В совокупности оба движения составляют абсолютное движение камня.

Переносное движение есть движение кулисы и для последней оно является в то же время ее абсолютным движением.

Таким образом, помимо указанной ранее теоремы о разложении сложного плоского движения звена на поступательное и вращательное, в случае кулисных механизмов используется еще теорема об относительном движении: абсолютная скорость есть векторная сумма переносного, относительного и кориолисова ускорений.

Рассмотрим построение плана скоростей для механизма, изображенного на рис. 4.5.

Структурный анализ механизма приводит к формуле:

$$6 \times 1 - 2 \times 3 - 4 \times 5.$$

Ведущее звено 1 совершает вращательное движение (пусть $\omega = \text{const}$). Точка А независимо от характера относительного движения камня - совершает вращение вокруг O_1 . Это – абсолютное движение точки А:

$$V_A = l_{O_1A} \cdot \omega$$

с направлением, перпендикулярным O_1A и в соответствии с угловой скоростью ω . На плане скоростей абсолютная скорость V_A изображается отрезком va (рис. 4.6). Переходя к группе 2х3, воспользуемся теоремой об относительном движении:

$$\vec{V}_A = \vec{V}_{Ae} + \vec{V}_{Ar}, \quad (11)$$

где \vec{V}_{Ae} -переносная, а \vec{V}_{Ar} -относительная скорости точки А.

Уравнение (11) можно написать в таком виде:

$$\vec{V}_{A_2} = \vec{V}_{A_3} + \vec{V}_{A_2A_3}, \quad (12)$$

поскольку переносная скорость точки А, т.е. \vec{V}_{Ae} , есть в то же время скорость точки А кулисы (звена 3), а относительная скорость \vec{V}_{Ar} , есть скорость точки А камня (звена 2) по отношению к кулисе, т.е. к звену 3.

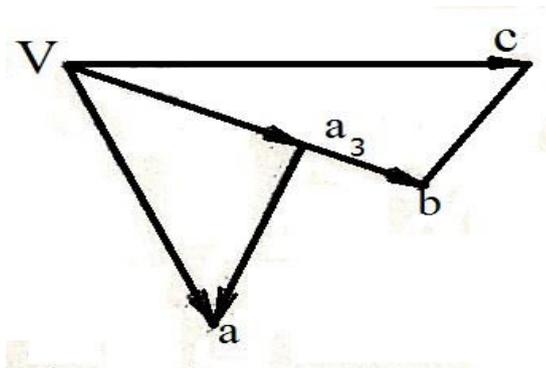


Рис. 4.6

В уравнении (12) вектор абсолютной скорости \vec{V}_A полностью известен, вектор переносной скорости $\vec{V}_{Ae} = \vec{V}_{A_3}$ известен по линии действия (перпендикулярной кулисе 3), вектор относительной скорости $\vec{V}_{Ar} = \vec{V}_{A_2A_3}$ известен тоже по линии действия – вдоль стержня кулисы.

На плане скоростей (рис. 4.6) показано разложение абсолютной скорости на переносную и относительную. В относительном движении камень 2 (рис. 4.5) движется по кулисе к точке O_2 в данном положении механизма.

Скорость точки В определяется по подобию. Здесь надо воспользоваться переносной скоростью, т.к. последняя есть скорость точки a_3 , т.е. точки А кулисы, но и точка В есть тоже точка кулисы.

Соотношение подобия очевидно:

$$\frac{V_b}{V_{a_3}} = \frac{O_2B}{O_2A}.$$

Затем обычным путем переходим к группе 4х5.

$$\vec{V}_C = \vec{V}_B + \vec{V}_{CB}.$$

Линия действия \vec{V}_{CB} перпендикулярна ВС, а линия действия \vec{V}_C - параллельна оси поступательной пары ползуна 5 (рис.4.5). План скоростей построен.

4.5. Поворотное ускорение или ускорение Кориолиса

Прежде чем перейти к плану ускорений, вспомним ряд положений, относящихся к понятию о кориолисовом ускорении.

Модуль поворотного ускорения для плоских механизмов определяется следующим образом:

$$a_K = 2 \cdot V_r \cdot \vec{\omega}_e, \quad (13)$$

где \vec{V}_r - величина относительной линейной скорости камня, а $\vec{\omega}_e$ - угловая скорость переносного движения, т.е. угловая скорость кулисы.

В более общем случае в правой части выражения (13) должен стоять еще один множитель: $\sin(V_r \omega_e)$, но вектор угловой скорости $\vec{\omega}_e$ в плоских механизмах всегда перпендикулярен плоскости движения механизма - следовательно перпендикулярен \vec{V}_r , т.е. синус угла между ними есть 1. Направление вектора кориолисова ускорения найдется в результате поворота вектора \vec{V}_r на 90° по направлению вращения $\vec{\omega}_e$ (рис. 4.7).

Нетрудно сделать заключение, что $a_K = 0$, если кулиса совершает поступательное движение ($\omega_e = 0$).

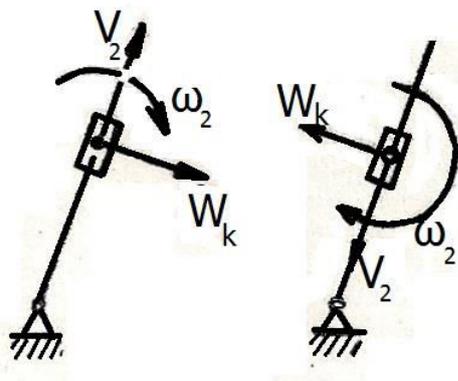


Рис. 4.7

В случае сложного плоского движения кулисы необходимо определить угловую скорость вращательной части (как, скажем, была

определена $\vec{\omega}_2$ звена 2 (рис.4.1) и воспользоваться точно так же уравнением (13) и схемой рис. 4.7. Кориолисово ускорение и в этом случае будет проходить перпендикулярно относительной скорости \vec{V}_r , т.е. перпендикулярно оси кулисы.

Отметим, что для рассматриваемого механизма (рис. 4.5)

$$\omega_e = \frac{V_B}{l_{O_2B}} = \frac{V_b K_v}{l_{O_2B}},$$

а направление будет соответствовать второму варианту схемы на рис. 4.7.

4.6. Планы ускорений для кулисных механизмов

Ускорение точки А ведущего звена (только нормальное) есть

$$a_A = \frac{V_A^2}{l_{O_1A}} = \frac{(V_d K_v)^2}{l_{O_1A}}$$

и направление его – от точки А к точке O_1 . Это абсолютное ускорение на рис. 4.8 изображено отрезком ab .

Переходим к группе Ассур 2х3, содержащей кулисное устройство. Теорема об относительном движении (для ускорений) дает:

$$\vec{a}_A = \vec{a}_{Ae} + \vec{a}_{Ar} + \vec{a}_{Ak} \quad (14)$$

или в других обозначениях (связанных с номерами звеньев):

$$\vec{a}_A = \vec{a}_{A_3} + \vec{a}_{A_3A_2} + \vec{a}_{Ak}, \quad (15)$$

но ускорение точки А вращающейся кулисы, т.е. переносное ускорение \vec{a}_{A_3} состоит из двух составляющих – нормального и тангенциального ускорений:

$$\vec{a}_A = \vec{a}_{A_3}^n + \vec{a}_{A_3A_2}^\tau + \vec{a}_{A_3A_2} + \vec{a}_{Ak}. \quad (16)$$

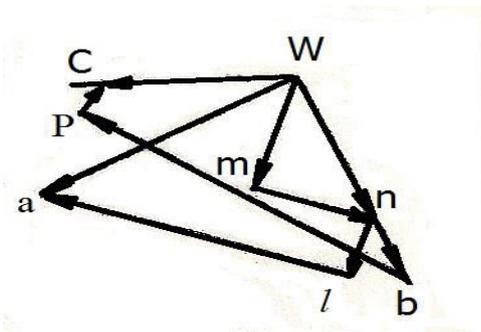


Рис. 4.8

В этом векторном уравнении абсолютное ускорение \vec{a}_A полностью известно, нормальная составляющая переносного ускорения всегда может быть подсчитана:

$$a_{A_3}^n = \frac{V_{A_3}^2}{l_{O_2A}} = \frac{(V_{a_3} K_v)^2}{l_{O_2A}}$$

и определена по направлению – от точки A к центру вращения кулисы O_2 .

Далее, касательная составляющая $\vec{a}_{A_3}^r$ известна по линии действия (перпендикулярна $\vec{a}_{A_3}^n$), относительное ускорение $\vec{a}_{A_3A_2}$ известно также по линии действия – она проходит параллельно кулисе 3, кориолисово ускорение \vec{a}_{Ak} без труда определяется и по величине и по направлению.

Реализация векторного уравнения (16) показана на плане ускорений (рис. 4.8). Здесь wm изображает $\vec{a}_{A_3}^n$, отрезок la служит изображением \vec{a}_{Ak} , линии действия mn и nl показывают линии действия векторов $\vec{a}_{A_3}^r$ и $\vec{a}_{A_3A_2}$. Следовательно, отрезок mn дает $\vec{a}_{A_3}^r$, а не nl – $\vec{a}_{A_3A_2}$. Абсолютное ускорение как векторная сумма в уравнении (16), является замыкающим вектором и идет от начала первого слагаемого к концу последнего.

Отрезок изображает полное переносное ускорение точки А, которое можно продолжить и получить по подобию точку b, т.е. конец вектора ускорения \vec{a}_B .

Для группы Ассура 4х5 напишем:

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB}^n + \vec{a}_{CB}^r.$$

На плане ускорений отрезок br изображает вектор \vec{a}_{CB}^n . Пересечение линий действия \vec{a}_{CB}^r и \vec{a}_C приводит к определению точки С (в качестве конца вектора \vec{a}_C).

План ускорений полностью готов. По свойству подобия легко определить ускорение любых промежуточных точек всех звеньев, а также и угловые ускорения всех звеньев.

В связи с предложенной методикой построения планов скоростей и ускорений кулисных механизмов сделаем одно существенное примечание.

В ряде учебных пособий по теории механизмов и машин рекомендуется иной выбор абсолютного, относительного и переносного движений в кулисных механизмах. Так, в соответствии с этим на рис. 4.6 отрезок va_3 должен изображать абсолютную скорость точки А, va – переносную, а относительная скорость aa_3 получает направление от точки a к a_3 . Тогда последняя изображает относительную скорость не камня по кулисе, а, наоборот – кулисы по отношению к камню. По существу, подобный выбор движений не столь же правомерен (в задачах кинематики) и даст те же величины скоростей и ускорений.

Однако, при таком подходе мы встречаемся с противоречием методического характера. Действительно, если скорость \vec{V}_A является переносной, то и соответствующая ей угловая скорость $\vec{\omega}$ тоже должна

трактоваться как угловая скорость переносного движения ($\vec{\omega}_l$). Но это неверно уже: угловая скорость переносного движения всегда остается угловой скоростью кулисы, т.е. $\vec{\omega}_l = \vec{\omega}_3$ (что и используется при определении a_K). Но тогда и нелогично считать \vec{V}_{A_3} абсолютной, а не переносной скоростью.

Изложенная в настоящем пособии методика построения планов скоростей и ускорений кулисных механизмов целиком основана на тех положениях курса теоретической механики, которые излагаются во всех современных учебниках (Тарга С.М., Лойцянского Л.Г., Лурье А.И., Бутенина Н.Б. и др), где движение кулисы всегда однозначно принимается переносным движением.

4.7. О построении планов скоростей и ускорений для механизмов более сложных структур

Как уже было отмечено, для более сложных механизмов разработаны и соответствующие методы исследования (которые в данном пособии не излагаются). Вместе с тем, следует подчеркнуть, что довольно часто один и тот же механизм при изменении ведущего звена может оказаться более простым по своей структуре, в частности, принадлежащим ко 2-му классу. Так на рис. 4.9 механизм при ведущем звене 1, несомненно, относится к 3-му классу (группа Ассур: 2х 3х4х5), но если бы ведущим было звено 4 (или 5), то появились бы две группы Ассур 2-го класса:

$$6x4-3x5-2x1$$

или

$$6x5-3x4-2x1.$$

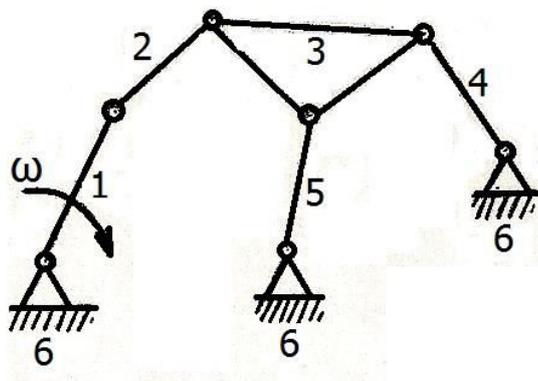


Рис. 4.9

Тогда, приняв условно за ведущее звено 4, можно построить план скоростей в неопределенном масштабе. Затем, после того, как скорость звена 1 будет найдена на плане скоростей, действительный масштаб плана может быть определен точно, и картина истинных скоростей будет получена.

Таким способом можно построить планы скоростей для большого числа положений звена 4, поскольку, начиная с 4-го (или 5-го) звена, для механизма 2-го класса весьма просто построить его планы положений. В результате нетрудно будет получить графическую зависимость $V_x(\varphi)$, где V_x - скорость любой, интересующей нас точки, а φ - угол поворота истинного звена ведущего звена 1. Наконец, после графического дифференцирования получим и функцию ускорения при любом положении ведущего звена 1, т.е. $a_x(\varphi)$.

5. АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД КИНЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА. ПОНЯТИЕ О СИНТЕЗЕ ПЛОСКИХ ШАРНИРНЫХ МЕХАНИЗМОВ

5.1. Понятие об аналитическом методе кинематического анализа кривошипно-шатунного механизма

Аналитический метод кинематического анализа механизмов не связан с графическими построениями, а основан на получении аналитических зависимостей $S(\varphi)$ или $x(\varphi), y(\varphi)$, т.е. зависимостей перемещения от угла поворота ведущего звена (либо проекций перемещения какой-нибудь точки на выбранные оси координат). Последующее дифференцирование указанных зависимостей дает возможность получить функции скорости и ускорения исследуемой точки и, таким образом, полностью решить задачу кинематического анализа.

Значение подобного подхода несомненно очень велико, поскольку получение важных функциональных зависимостей позволяет выявить влияние многих параметров механизма на его кинематику, причем удастся оценить и величину ошибки проводимых расчетов. Вместе с тем, следует отметить сложность и громоздкость аналитических методов даже для сравнительно простых кинематических схем механизмов.

В качестве характерного примера рассмотрим аналитический метод исследования центрального кривошипно-шатунного механизма. На рис. 5.1 изображена схема этого механизма, причем ось ox направлена вверх по направлению движения ползуна.

Получим зависимость координат некоторой точки C шатуна от угла отклонения кривошипа φ . Проекции текущего положения C на оси координат будут иметь вид:

$$\begin{cases} X_c = r \cdot \cos \varphi + a \cdot \cos \beta \\ Y_c = b \cdot \sin \varphi \end{cases} \quad (1)$$

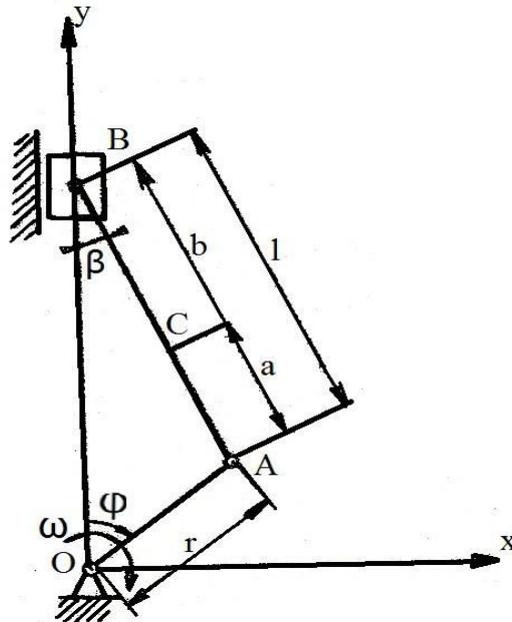


Рис. 5.1

Угол отклонения шатуна связан с углом φ очевидным соотношением (из теоремы синусов):

$$\frac{r}{\sin \beta} = \frac{l}{\sin \varphi} \quad (2)$$

Теперь остается выразить β через φ с помощью уравнения (2), а затем подставить полученные значения в (1).

Нетрудно видеть, что в результате неизбежна сложная тригонометрическая зависимость X_C от φ .

Рассмотрим наиболее простой случай исследования, когда вместо произвольной точки C определяются кинематические характеристики шарнирной точки B . Фактически будет исследована кинематика движения ползуна.

Текущее перемещение точки B , т.е. $S_B = X_B$ получим в виде проекции кривошипа и шатуна на ось x :

$$S_B = r \cdot \cos \varphi + l \cdot \cos \beta \quad (3)$$

Очевидно, что данное соотношение получается из (1) при $a=l$ и $b=0$.

Из уравнения (2) найдем связь β и φ :

$$\sin \beta = \frac{r}{l} \sin \varphi \text{ или } \sin \beta = \lambda \sin \varphi, \quad (4)$$

$$\text{где } \lambda = \frac{r}{l} < 1$$

тогда

$$S_B = r \cdot \cos \varphi + 1 \cdot \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi}. \quad (5)$$

Данная аналитическая зависимость является точной и может быть использована в расчетах.

Однако, при решении инженерных задач часто оказывается удобным перейти к приближенному выражению для $S_B(\varphi)$, раскладывая радикал в уравнении (5) в степенной ряд и ограничиваясь первыми членами этого разложения:

$$\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi} = 1 - \frac{1}{2} \lambda^2 \sin^2 \varphi. \quad (6)$$

Поскольку для большинства современных механизмов параметр λ (т.е. относительная длина кривошипа) имеет величину, меньшую чем $1/3$, то следующий член этого ряда $(\frac{1}{8} \lambda^4 \sin^4 \varphi)$ окажется заведомо меньше, чем $1/648$, и может быть отброшен в примерных расчетах.

Если выразить $\sin^2 \varphi$ через функцию двойного угла

$$\sin^2 \varphi = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\varphi),$$

то основное уравнение (5) примет вид:

$$S_B = \left(1 - \frac{1}{4} \lambda^2\right) 1 + r \cdot \cos \varphi + \frac{1}{4} \lambda^2 1 \cos 2\varphi. \quad (7)$$

Это выражение для $S_B(\varphi)$ уже не является точным, но величина погрешности для любого конкретного механизма всегда может быть оценена.

Видно, что правая часть уравнения (7) представляет собой как бы сумму первых членов разложения $S_B(\varphi)$ в тригонометрический ряд Фурье (“с точностью до второй гармоники”).

Анализ выражения (7) показывает, что перемещение точки В механизма (т.е. перемещение ползуна) изменяется не по гармоническому закону. Вторая гармоника $\frac{1}{4}\lambda^2\cos 2\varphi$ не может не исказить косинусоиду первого порядка. В первом же приближении эти искажения обычно невелики, как показано на графике (рис. 5.2).

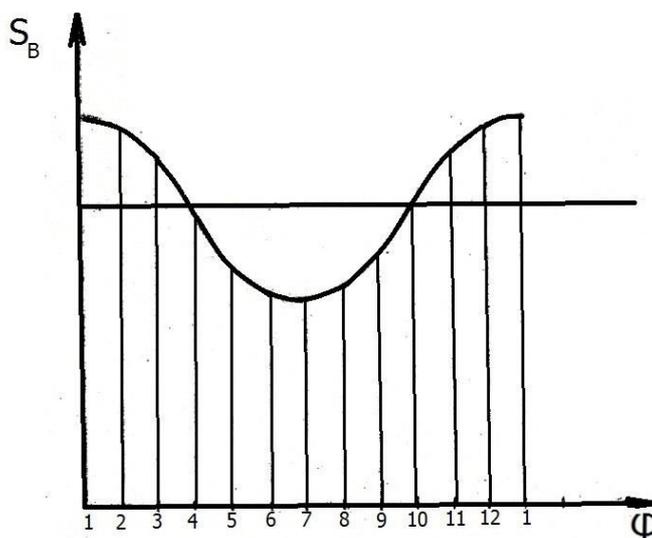


Рис. 5.2

Отметим, что несмотря на приближенный характер уравнения (7), оно дает совершенно точное значение полного хода поршня при изменении φ от 0 до 180° :

$$S_B(0) - S_B(180^\circ) = (1 + r) - (1 - r) = 2r.$$

Перейдем к определению скорости точки В, для чего необходимо продифференцировать по времени функцию $S_B(\varphi)$:

$$V_B = \frac{dS_B}{dt} = \frac{dS_B}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt},$$

но $\frac{d\varphi}{dt} = \omega$ — угловая скорость кривошипа, принимаемая здесь постоянной величиной.

$$V_B = -r \sin \varphi - \frac{1}{4} \lambda^2 \sin 2\varphi \cdot 2 \cdot \omega,$$

что дает окончательный вид функции скорости:

$$V_B = -r\omega \left(\sin \varphi + \frac{\lambda}{2} \sin 2\varphi \right). \quad (8)$$

График этой зависимости построен на рис. 5.3.

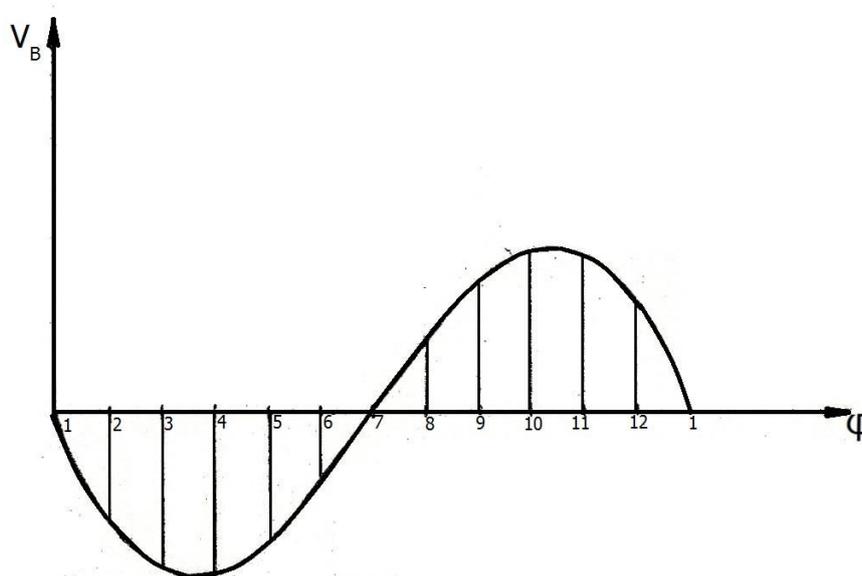


Рис. 5.3

Уже уравнение (8) показывает, что функция скорости еще сильнее отличается от синусоиды, чем $S_B(\varphi)$ от косинусоиды, поскольку вторая гармоника здесь увеличивается вдвое (относительно). На графике видно, что min и max функции скорости смещены от точек $\varphi = 90^\circ$ (точка 4) и $\varphi = 270^\circ$ (точка 10), а сама кривая в указанном интервале отлична от синусоиды, будучи как бы более “спрямленной”.

Заметим, что знак минус в уравнении (8) определяется выбором начала отсчета угла φ : при изменении φ от 0 до 180° поршень опускается, и скорость направлена вниз.

Если взять производную от $V_B(\varphi)$ по φ и приравнять ее к нулю, то можно получить максимальные величины скорости и соответствующие значения углов поворота кривошипа.

Функцию ускорения $a_B(\varphi)$ найдем дифференцированием $V_B(\varphi)$ по времени t :

$$a_B(\varphi) = \frac{dV_B}{dt} = \frac{dV_B}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = -r\omega \left(\omega \cos \varphi + \omega \frac{\lambda}{2} \cos 2\varphi \cdot 2 \right)$$

$$a_B(\varphi) = -r\omega^2 (\cos \varphi + \lambda \cos 2\varphi). \quad (9)$$

Амплитуда второй гармоники и в этом случае еще увеличилась, что, несомненно, сказывается на форме графика $a_B(\varphi)$, показанного на рис. 5.4. Здесь уже в отличие от гармонического закона (т.е. от обычной косинусоиды) становится явным.

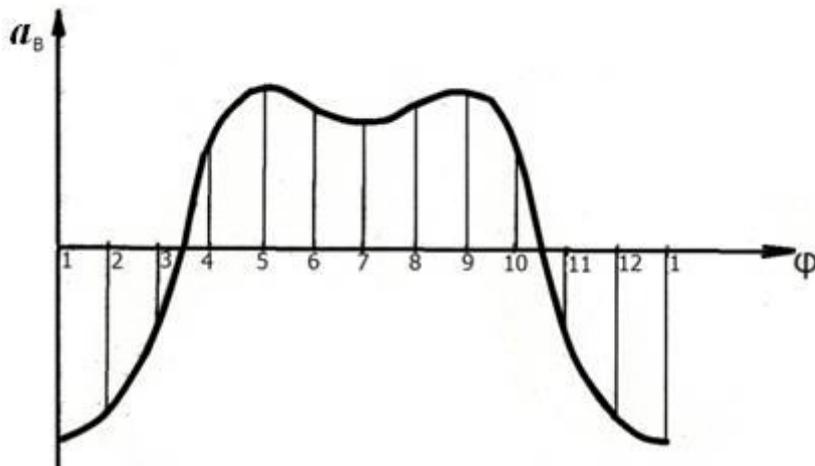


Рис. 5.4

Следует обратить внимание на то, что функция ускорения не всегда имеет столь характерную “седловину” в интервале $\varphi 90^\circ + 270^\circ$. Исследуем $a_B(\varphi)$ на экстремумы:

$$\frac{da_B}{d\varphi} = r\omega^2 (\sin\varphi + 2\lambda\sin 2\varphi) = 0,$$

$$\sin\varphi(1+4\lambda\cos\varphi) = 0,$$

отсюда

$$\begin{cases} \sin \varphi = 0 \\ 1 + 4\lambda \cos \varphi = 0 \end{cases} \cdot \quad (10)$$

Первое из этих уравнений дает следующие координаты экстремальных значений: $\varphi = 0$; $\varphi = \pi$; $\varphi = 2\pi$. Второе из уравнений (10) можно записать в виде:

$$\cos \varphi = \frac{1}{4\lambda}, \quad (11)$$

но это равенство возможно лишь при $\lambda > \frac{1}{4}$, так как в противном случае $|\cos \varphi| > 1$.

Таким образом, “седловина” функции $a_B(\varphi)$ или появление еще двух максимумов будет иметь место при $\lambda > \frac{1}{4}$. Из уравнений (10) находят углы φ и соответствующие значения максимальных ускорений, которые используют при динамических расчетах.

Наибольшее (по абсолютной величине) ускорение имеет место при $\varphi = 0$ и 2π :

$$|a_B|_{\max} = r\omega^2(1 + \lambda).$$

В заключение необходимо подчеркнуть, что аналитическое исследование кинематики приводит к более детальному выявлению влияния параметров механизма (например, параметра λ) на его кинематические характеристики, чем графические методы исследования.

5.2. Понятие о задачах синтеза плоских шарнирных механизмов

Если задача анализа сводится к исследованию свойств механизма при полностью известной его кинематической схеме, то синтез есть

проектирование нового механизма при некоторых определенных условиях и ограничениях. Задается лишь вид кинематической схемы, а размеры звеньев подлежат определению.

Особый практический интерес представляют следующие три вида задачи синтеза шарнирных механизмов:

- а) синтез механизма по заданным положениям одного или нескольких звеньев;
- б) синтез механизма по заданной траектории точки какого-либо звена;
- в) синтез механизма по заданному закону движения $S(t)$ одного из звеньев.

Необходимо отметить, что для плоских шарнирных механизмов вторая и третья задачи оказываются весьма сложными и даже в случае простых механизмов встречаются большие трудности в своем решении.

Рассмотрим несколько вариантов решения только первой из перечисленных задач синтеза. При этом будем ориентироваться лишь на кинематическую схему четырехшарнирного механизма (рис. 5.5). Здесь показан такой вариант этого механизма, когда одно из его звеньев a совершает полное вращательное движение (кривошип), а звено c – неполное вращательное движение (коромысло). Третье подвижное звено b всегда характеризуется наличием сложного плоского движения. Вопрос о существовании одного или двух кривошипов (или их отсутствия) будет проанализирован в дальнейшем.

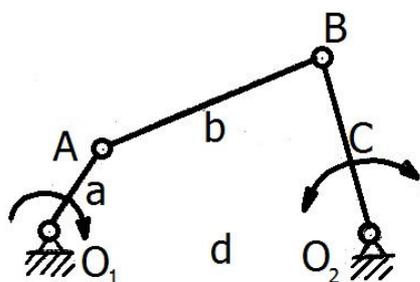


Рис. 5.5

Решим сначала задачу синтеза четырехшарнирника по заданным двум положениям его шатуна.

Длина шатуна считается известной и задаются два его положения A_1B_1 и A_2B_2 . Необходимо найти все остальные размеры механизма так, чтобы шатун AB наверняка

принял бы при движении указанные положения. Решение показано на рис.

5.6а. Поскольку точки А и В должны перемещаться по дугам окружностей, то через середины отрезков A_1A_1 и B_1B_1 проводятся перпендикуляры nn и mm а на прямых произвольно выбираются положения точек O_1 и O_2 . Тогда все размеры механизма оказываются выбранными. Часто выбор положений точек O_1 и O_2 диктуется какими-либо дополнительными требованиями.

Пусть теперь заданы три положения шатуна A_1B_1 ; A_2B_2 ; A_3B_3 (рис.5.6б). Требуется построить механизм, звено АВ которого должно последовательно занимать указанные фиксированные положения. Аналогично предыдущему восстанавливают срединные перпендикуляры на отрезках A_1A_2, A_2A_3 (n_1n_1 и n_2n_2 , а также m_1m_1 и m_2m_2 на отрезках B_1B_2 и B_2B_3). Обратим внимание на то обстоятельство, что в этом случае положение точек O_1 и O_2 определяются однозначно. Вполне определенными оказываются и длины звеньев O_1A и O_2B .

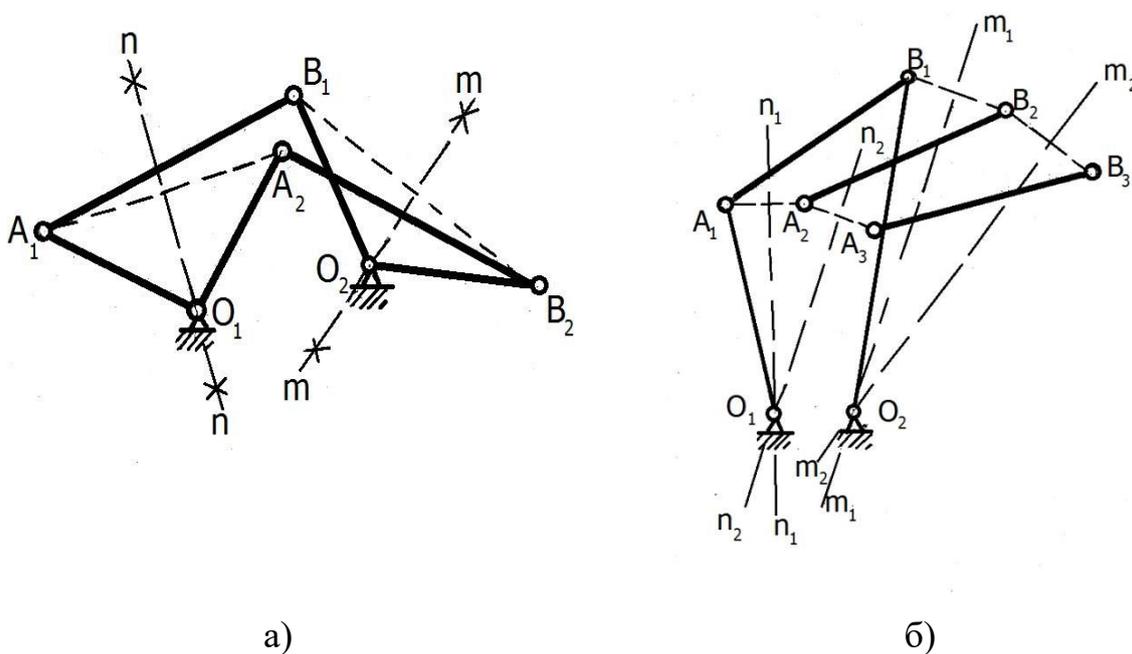


Рис. 5.6

В следующей задаче (рис. 5.7) задаются два положения коромысла: O_2B_1 и O_2B_2 .

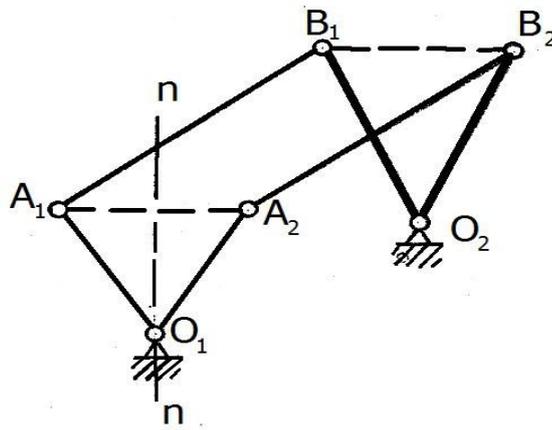


Рис. 5.7

Требуется построить механизм только по этому условию. В этом случае необходимо задаться двумя положениями шатуна A_1B_1 и A_2B_2 и задаться его длиной. Тогда, восстанавливая срединный перпендикуляр (nn) на отрезке A_1A_2 , получим возможность выбрать положение точки O_1 , что приводит и к определению длины звена O_1A

Отметим, что несмотря на простоту решения перечисленных задач синтеза, эти приемы часто находят практическое применение и не являются только наглядной учебной иллюстрацией синтеза механизмов.

В заключение изложим условия существования кривошипа в четырехшарнирном механизме.

Пусть на схеме рис. 5.5 звено a является наименьшим по длине $ab > d$, тогда это звено a будет кривошипом (т.е. сможет совершать полное вращательное движение) при следующих обязательных условиях:

$a+d < b+c$, если d – наибольшее из звеньев, и $a+c < b+d$ если c – наибольшее из звеньев.

Таким образом, условием наличия кривошипа в механизме является требование, чтобы сумма наименьшего и наибольшего звеньев была бы меньше суммы длин двух остальных звеньев.

Допустим, что условие выполнено. Воспользовавшись уже известным методом инверсии, можно будет получить двухкривошипный механизм,

когда a становится стойкой (рис. 5.8а) и двухкоромысловый механизм, когда стойкой служит звено c (рис. 5.8б).

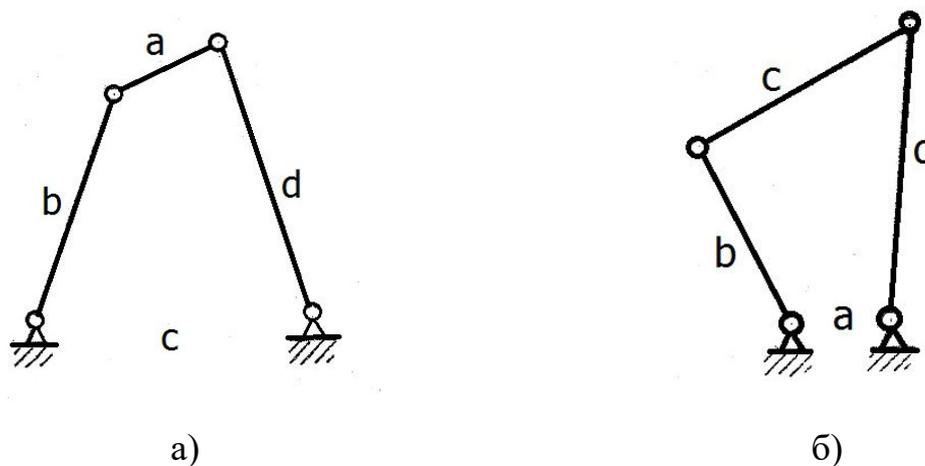


Рис.5.8

Нетрудно выяснить, что, когда звено a является кривошипом по отношению к d , то оно поворачивается полностью и относительно звена b . Поэтому на схеме рис. 5.8б и звено b и звено d совершают полное вращательное движение.

Сформулированные условия существования кривошипа важно использовать при решении задач синтеза четырехшарнирника, т.к. в качестве ведущего звена всегда целесообразно выбрать именно кривошип.

Библиографический список

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин [Текст]: учебник. – М.: Наука, 2008.- 675 с.
2. Фролов К.В., Попов С.А., Мусатов А.К. и др. – Теория механизмов и механика машин. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004.
3. Кузнецов Н.К. Теория механизмов и машин[Электронный ресурс]: учеб. пособие. – Электрон. текстовые данные. – Иркутск: Иркутский государственный технический университет, 2014. – 104 с.
4. Попов С.А., Тимофеев Г.А. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин. - М.: Высшая школа, 2004.
5. Смелягин А.И. Теория механизмов и машин [Текст]: учеб. пособие. -М.:ИНФРА-М; Новосибирск: изд-во НГТУ, 2004. – 263 с.
6. Кокорева О.Г. Теория механизмов и машин [Электронный ресурс]: курс лекций.- Электрон. текстовые данные.- М.: Московская государственная академия водного транспорта, 2015.— 83 с.
7. Петров С.Г. и др. Теория машин и механизмов. [Текст]: учеб. пособие/ СПбГТУРП. – СПб., 2010. Ч.1- 70 с.
8. Петров С.Г. и др. Теория машин и механизмов. [Текст]: учеб. пособие/ СПбГТУРП. – СПб., 2012. Ч.2 -57 с.
9. Петров С.Г. и др. Теория машин и механизмов. [Текст]: учеб. пособие/ СПбГТУРП. – СПб., 2011. Ч.3-79 с.
10. Петров С.Г. и др. Теория машин и механизмов. [Текст]: учеб. пособие/ СПбГТУРП. – СПб.,2012. Ч.4 -64 с.
11. Петров С.Г. и др. Теория машин и механизмов. [Текст]: учеб. пособие/ СПбГТУРП. – СПб.,2017. 50 с.
12. Петров С.Г. и др. Теория машин и механизмов. [Текст]: метод. указания и задания для выполнения курсового проекта/ СПбГТУРП. – СПб., 2008. 57 с.
13. Петров С.Г. Теория машин и механизмов. [Текст]: учебно-лабораторный практикум/ СПбГТУРП. – СПб.,2006. 66 с.

Оглавление

1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ДИСЦИПЛИНЕ	3
1.1. Механизмы и их основные виды	4
1.2. Кинематические пары	6
1.3. Число степеней подвижности механизмов	9
2. МЕТОДЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ МЕХАНИЗМОВ. ОСНОВЫ СТРУКТУРНОЙ ТЕОРИИ Л.В. АССУРА	13
2.1. Введение пассивных звеньев и пассивных кинематических пар	13
2.2. Замена низших кинематических пар на высшие	14
2.3. Метод расширения кинематических элементов	15
2.4. Метод инверсии.....	16
2.5. Понятие о группах нулевой подвижности и законе образования механизмов	17
2.6. Значение структурной теории Л.В. Ассура	21
3. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЛОСКИХ ШАРНИРНЫХ МЕХАНИЗМОВ. МЕТОД КИНЕМАТИЧЕСКИХ ДИАГРАММ	22
3.1. Постановка задачи кинематического анализа шарнирных механизмов	22
3.2. Метод планов положений механизма	23
3.3. Построение кинематических диаграмм	25
3.4. Графическое дифференцирование и графическое интегрирование	28
4. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЛОСКИХ ШАРНИРНЫХ МЕХАНИЗМОВ МЕТОДОМ ПЛАНОВ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ	32
4.1. Планы скоростей механизмов без кулис.....	32
4.2. Свойство подобия	36
4.3. Планы ускорений механизмов без кулис.....	37
4.4. Планы скоростей для кулисных механизмов	41
4.5. Поворотное ускорение или ускорение Кориолиса	44
4.6. Планы ускорений для кулисных механизмов	45
4.7. О построении планов скоростей и ускорений для механизмов более сложных структур.....	48
5. АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД КИНЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА	50
ПОНЯТИЕ О СИНТЕЗЕ ПЛОСКИХ ШАРНИРНЫХ МЕХАНИЗМОВ	50
5.1. Понятие об аналитическом методе кинематического анализа кривошипно-шатунного механизма	50
5.2. Понятие о задачах синтеза плоских шарнирных механизмов.....	56
Библиографический список	61

Учебное издание

Сергей Гаррикович Петров
Иван Владимирович Ключкин
Павел Викторович Кауров

Теория машин и механизмов

Часть 1

Учебное пособие

Редактор и корректор Т.А. Смирнова
Техн. редактор Л.Я. Титова

Темплан 2019 г., поз. 45

Подп. к печати

Формат 60x84/16.

Бумага тип. №1.

Печать офсетная.

Печ. л. 4,0.

Уч.-изд. л. 4,0.

Тираж 50 экз.

Изд. № 45.

Цена «С». Заказ

Ризограф Высшей школы технологии и энергетики СПбГУПТД,
198095. Санкт-Петербург, ул. Ивана Черных. 4