М. Ю. Дёмина
Е. А. Яшкевич

ФИЗИКА

АТОМНАЯ ФИЗИКА
И ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА

Учебное пособие

Санкт-Петербург
2024

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна»
Высшая школа технологии и энергетики

М. Ю. Дёмина
Е. А. Яшкевич

ФИЗИКА

АТОМНАЯ ФИЗИКА И ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА

Учебное пособие

Утверждено Редакционно-издательским советом ВШТЭ СПбГУПТД

Санкт-Петербург
2024

УДК 53 (075)
ББК 22.3
Д 304

Рецензенты:
директор НОЦ ФМНиЦТ, доцент
М. С. Панов;
доктор физико-математических наук, профессор Высшей школы технологии и энергетики Санкт-Петербургского государственного университета промышленных технологий и дизайна
В. И. Лейман

Дёмина, М. Ю.
Д 304 Физика. Атомная физика и физика атомного ядра: учебное пособие / М. Ю. Дёмина, Е. А. Яшкевич. — СПб.: ВШТЭ СПбГУПТД, 2024. — 56 с.
ISBN 978-5-91646-356-9

Учебное пособие соответствует программам и учебным планам дисциплины «Физика» для студентов, обучающихся по направлениям подготовки 01.00.00 «Математика и механика», 13.00.00 «Электро- и теплоэнергетика», 15.00.00 «Машиностроение», 18.00.00 «Химические технологии», 20.00.00 «Техносферная безопасность и природообустройство» и 29.00.00 «Технологии легкой промышленности».

Учебное пособие содержит краткий теоретический материал по разделам: атомная физика (строение атома и спектры излучения, квантовые числа, электронная конфигурация атома, рентгеновское излучение), физика атомного ядра (состав атомного ядра, энергия связи, ядерные реакции, радиоактивность, закон радиоактивного распада). В каждом разделе приведены примеры решения задач, которые могут быть полезны в качестве дополнительного материала при проведении практических занятий по физике, а также для самостоятельной работы студентов.

Пособие предназначено для подготовки бакалавров и магистров очной и заочной форм обучения.

УДК 53 (075)
ББК 22.3

ISBN 978-5-91646-356-9

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Предлагаемое учебное пособие содержит примеры решения задач по разделам общего курса физики «Атомная физика» и «Физика атомного ядра». В начале каждого параграфа кратко изложен основной теоретический материал и дается сводка основных формул. Формулы приведены с подробными пояснениями, объясняется физический смысл входящих в них величин. После теоретического материала рассмотрены примеры решения задач. Каждая задача решена в общем виде (т. е. в буквенных обозначениях) так, чтобы искомая величина была выражена через заданные величины. Заданные величины выражены в системе СИ. Результаты расчетов записаны согласно правилам действий с приближенными величинами. Приведенные примеры решения задач ориентированы на оказание дополнительной помощи студентам при решении задач расчетно-графических и контрольных работ, а также при самостоятельной подготовке к занятиям, зачету или экзамену по физике. Для проверки навыков решения задач дополнительно предложены задачи для самостоятельного решения.

1. АТОМНАЯ ФИЗИКА

1.1. Строение атома и спектры излучения

I постулат Бора (постулат стационарных состояний): в атоме существует стационарные (не изменяющиеся со временем) состояния, в которых он не изменяет энергии.

Стационарным состояниям атома соответствуют стационарные орбиты, по которым движутся электроны. Движение электронов по стационарным орбитам не сопровождается излучением электромагнитных волн.

II постулат Бора: в стационарном состоянии атома электрон, двигаясь по круговой орбите, должен иметь дискретные квантовые значения момента импульса, удовлетворяющие условию:

$$m\text{v}_n r_n = n\frac{h}{2\pi} = n\hbar, \qquad (1.1)$$

где $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг – масса электрона;

r_n – радиус стационарной орбиты электрона;

v_n – скорость электрона на стационарной орбите;

$n = 1,\ 2,\ 3, 4, 5, \ldots \infty$ – главное квантовое число;

$h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка;

$\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$ – постоянная Планка с чертой.

III постулат Бора (правило частот): при переходе атома из одного стационарного состояния в другое излучается или поглощается один фотон с энергией $\varepsilon = h\nu$, равной разности энергий стационарных состояний:

$$h\nu = E_n - E_k\,. \tag{1.2}$$

где ν – частота фотона.

Радиус n-ой стационарной орбиты электрона в атоме водорода и водородоподобных ионах равен:

$$r_n = n^2\frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{Zme^2}, \tag{1.3}$$

где Z – порядковый номер химического элемента по таблице Менделеева;

$e = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ – заряд электрона, Кл;

$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ – электрическая постоянная, Ф/м.

Первая боровская орбита атома водорода ($Z = 1$) составляет:

$$r_1 = a = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2} = 0{,}528\cdot 10^{-10} = 52{,}8 \text{ пм}, \tag{1.4}$$

радиус n-ой орбиты может быть выражен через нее:

$$r_n = \frac{n^2}{Z}a\,. \tag{1.5}$$

Скорость электрона на n-ой орбите:

$$\mathrm{v}_n = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar n} \tag{1.6}$$

или

$$\mathrm{v}_n = \frac{Z}{n}\mathrm{v}_B, \tag{1.7}$$

где

$$\mathrm{v}_B = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar} = 2{,}2\cdot 10^6 \text{ м/с} \tag{1.8}$$

скорость электрона на первой боровской орбите атома водорода.

Полная энергия электрона E_n в атоме складывается из кинетической:

$$T = \frac{m\mathrm{v}_n^2}{2} \tag{1.9}$$

и потенциальной:

$$U = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n}\,. \tag{1.10}$$

Полная энергия электрона в водородоподобной системе:

$$E_n = \frac{m\mathrm{v}_n^2}{2} - \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n} = -\frac{1}{2}\cdot\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n} \tag{1.11}$$

или

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \cdot \frac{Z^2 m e^4}{8 h^2 \varepsilon_0^2} \qquad (1.12)$$

Соотношения между кинетической, потенциальной и полной энергией:

$$U = -2T = 2E_n \qquad (1.13)$$

и

$$T = -\frac{U}{2} = -E_n\,. \qquad (1.14)$$

Энергия электрона в атоме – величина отрицательная, поэтому наибольшее значение энергии, которое может иметь электрон $E_{max} = E_\infty = 0$, при этом n стремится к бесконечности ($n \to \infty$). Это соответствует ионизации атома, т. е. отрыву от него электрона.

Если подставить значения постоянных в уравнение (1.12) и выразить энергию в электрон-вольтах, то оно примет следующий вид:

$$E_n = -\frac{E_i}{n^2} \cdot Z^2, \qquad (1.15)$$

где

$$E_i = \frac{m e^4}{8 h^2 \varepsilon_0^2} = 13{,}6 \text{ эВ} \qquad (1.16)$$

энергия ионизации атома водорода.

Набор дискретных значений энергии E_n образует энергетический спектр атома. При $n = 1$ атом находится в нормальном (основном) состоянии. При $n > 1$ атом находится в возбужденном состоянии.

Энергия возбуждения:

$$E_в = E_n - E_1, \qquad (1.17)$$

где $E_в$ – энергия электрона в возбужденном состоянии;

E_1 – энергия электрона в основном состоянии (n =1). Для атома водорода ($Z = 1$) $E_1 = -13{,}6$ эВ.

Величина:

$$\varphi_в = \frac{E_в}{e} \qquad (1.18)$$

называется потенциалом возбуждения (e – заряд электрона).

Потенциал ионизации:

$$\varphi_i = \frac{E_i}{e}, \qquad (1.19)$$

где $E_i = -E_1$ – энергия ионизации атома.

Среди оптических свойств атома важнейшим является его спектр излучения. Так как любая спектральная линия возникает при переходе с одного энергетического уровня на другой, то оптический спектр атома водорода и водородоподобных ионов является линейчатым. Длины волн спектральных линий описываются обобщенной формулой Бальмера-Ридберга:

$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right), \tag{1.20}$$

где k – номер энергетического уровня, на который переходит электрон;

n – номер энергетического уровня, с которого переходит электрон;

$R = 1{,}09 \cdot 10^7$ м$^{-1}$ – постоянная Ридберга.

Частота излучения:

$$\nu = Rc\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right), \tag{1.21}$$

и энергия излученного фотона:

$$\varepsilon = h\nu = Rhc\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right), \tag{1.22}$$

где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость света в вакууме.

Спектральные линии принято группировать в спектральные серии. В каждую серию входят все линии с фиксированным k, т. е. относящиеся к переходу электрона (при излучении) на один и тот же нижний уровень с различных верхних. На рис. 1.1 показана схема уровней энергии атома водорода и его спектральные серии.

В спектре атома водорода было обнаружено несколько серий. В *ультрафиолетовой области спектра* находится серия Лаймана:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad (n = 2,\ 3,\ 4,\ldots).$$

В *видимой области спектра* находится серия Бальмера:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad (n = 3,\ 4,\ 5,\ldots).$$

В *инфракрасной области спектра* были также обнаружены:

серия Пашена:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad (n = 4,\ 5,\ 6,\ldots),$$

серия Брэккета:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad (n = 5,\ 6,\ 7,\ldots),$$

серия Пфунда:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad (n = 6,\ 7,\ 8,\ldots),$$

серия Хэмфри:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{6^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad (n = 7,\ 8,\ 9,\ldots).$$

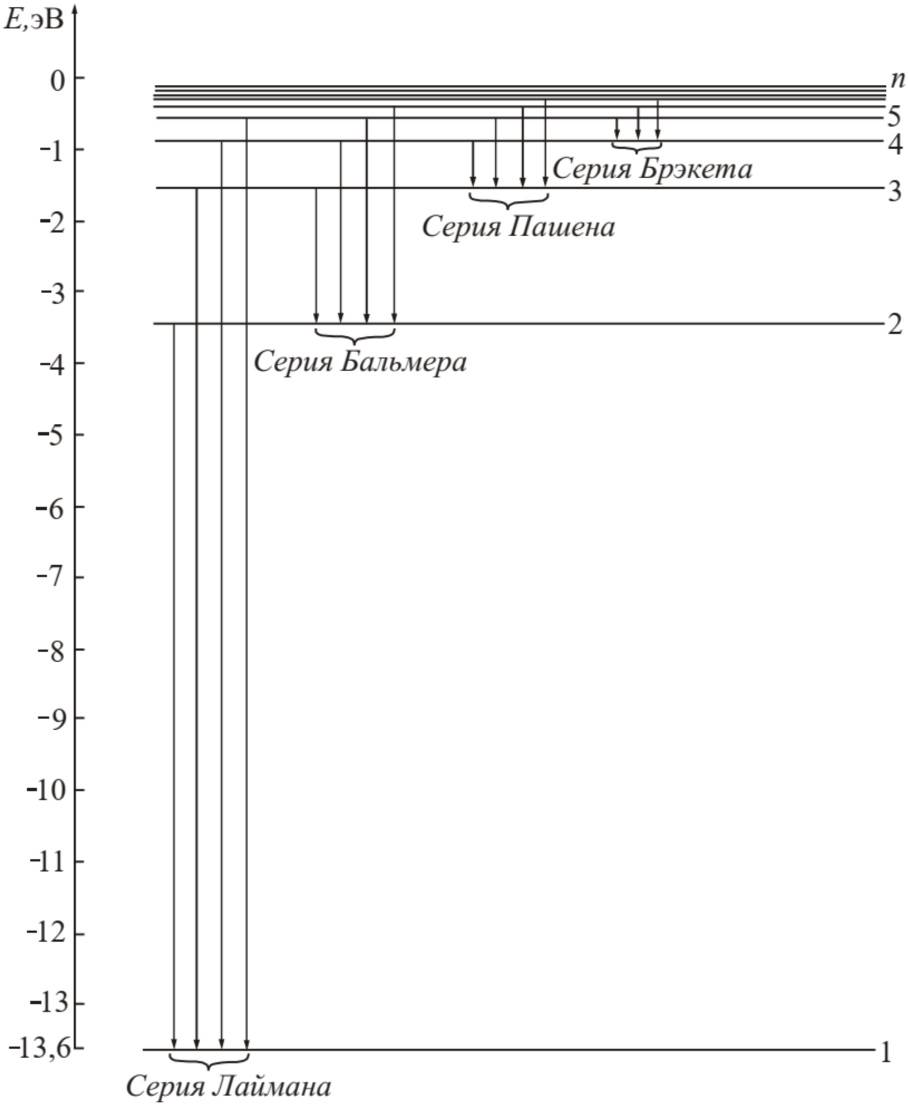


Рисунок 1.1 – Схема уровней энергии атома водорода и его спектральные серии

Примеры решения задач

Задача 1. Вычислить радиус второй орбиты r_2 электрона в ионе гелия He^+.

Дано:	**СИ:**
$Z = 2$	
$n = 2$	
$r_2 = ?$	

Решение: Сила взаимодействия электрона, находящегося на орбите однократного ионизированного атома гелия, с ядром определяется законом Кулона:

$$F = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2}, \qquad (1)$$

где Ze – заряд ядра; e – заряд электрона; r_n – радиус орбиты электрона.

Сила, по второму закону Ньютона, равна произведению массы электрона на нормальное ускорение $a_n = \frac{v_n^2}{r_n}$.

$$F = ma_n = \frac{m\text{v}_n^2}{r_n}. \qquad (2)$$

где v_n – скорость электрона.

Согласно второму постулату Бора, значения момента импульса электрона в атоме должны удовлетворять условию:

$$m\text{v}_n r_n = n\hbar, \qquad (3)$$

где n – номер стационарной орбиты; $\hbar$ – постоянная Планка с чертой.

Приравняем правые части первого и второго уравнений и после сокращения на r_n получим:

$$\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2} = \frac{m\text{v}_n^2}{r_n} \Rightarrow \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n} = m\text{v}_n^2. \qquad (4)$$

Выразим скорость из уравнения (3):

$$\text{v}_n = \frac{n\hbar}{mr_n}. \qquad (5)$$

Подставим (5) в формулу (4), получим:

$$\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n} = \frac{n^2\hbar^2}{mr_n^2}.$$

Выразим радиус n-ой орбиты электрона с учетом соотношения $\hbar = \frac{h}{2\pi}$:

$$r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0 n^2\hbar^2}{Ze^2 m} = \frac{\varepsilon_0 h^2 n^2}{\pi m e^2 Z}. \qquad (6)$$

Подставим числовые значения:

$$r_2 = \frac{8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot\left(6{,}63\cdot 10^{-34}\right)^2}{3{,}14\cdot 9{,}11\cdot 10^{-31}\cdot\left(1{,}6\cdot 10^{-19}\right)^2}\cdot\frac{2^2}{2} = 105\cdot 10^{-12}\ \text{м} = 105\ \text{пм}.$$

Ответ: r_2 = 105 пм.

Задача 2. Вычислить скорость v_4 электрона на четвертой орбите для иона лития Li^{++}.

Дано:	**СИ:**
$Z = 3$	
$n = 4$	
$\text{v}_4 = ?$	

Решение: Сила взаимодействия электрона, находящегося на орбите двукратного ионизированного атома лития, с ядром определяется законом Кулона:

$$F = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2}. \qquad (1)$$

где Ze – заряд ядра; e – заряд электрона; r_n – радиус орбиты электрона.

Сила, по второму закону Ньютона, равна произведению массы электрона на нормальное ускорение $a_n = \frac{\text{v}_n^2}{r_n}$:

$$F = ma_n = \frac{m\text{v}_n^2}{r_n}. \qquad (2)$$

где v_n – скорость электрона.

Согласно второму постулату Бора, значения момента импульса электрона в атоме должны удовлетворять условию:

$$m\text{v}_n r_n = n\hbar, \qquad (3)$$

где n – номер стационарной орбиты; $\hbar$ – постоянная Планка с чертой.

Приравняем правые части первого и второго уравнений и после сокращения на r_n получим:

$$\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2} = \frac{m\text{v}_n^2}{r_n} \Rightarrow \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n} = m\text{v}_n^2. \qquad (4)$$

Выразим радиус орбиты из уравнения (3):

$$r_n = \frac{n\hbar}{m\text{v}_n}. \qquad (5)$$

Подставим (5) в формулу (4), получим с учетом соотношения $\hbar = \frac{h}{2\pi}$:

$$\text{v}_n = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 n\hbar} = \frac{Ze^2}{2\varepsilon_0 nh}. \qquad (6)$$

Подставим числовые значения:

$$\text{v}_4 = \frac{3\cdot\left(1,6\cdot10^{-19}\right)^2}{2\cdot8,85\cdot10^{-12}\cdot4\cdot6,626\cdot10^{-34}} = 1,64\cdot10^6 \text{ м/с} = 1,64 \text{ Мм/с}.$$

Ответ: $\text{v}_4 = 1,64$ Мм/с.

Задача 3. Определить потенциальную U, кинетическую T и полную E_1 энергии электрона, находящегося на первой орбите атома водорода (основное состояние).

Дано:	СИ:
$Z = 1$	
$n = 1$	
$U = ?$	
$T = ?$	
$E_1 = ?$	

Решение: Потенциальная энергия электрона в электростатическом поле ядра:

$$U = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n} = 2E_n = -\frac{2Z^2E_i}{n^2}, \qquad (1)$$

где $E_i = 13,6$ эВ – энергия ионизации атома водорода.

Вычислим потенциальную энергию электрона на первой орбите атома водорода в электрон-вольтах (эВ):

$$U = -\frac{2\cdot1\cdot13,6}{1} = -27,2 \text{ эВ}.$$

Кинетическая энергия электрона в атоме:

$$T = \frac{m\text{v}_n^2}{2} = -E_n = \frac{Z^2E_i}{n^2}. \qquad (2)$$

Вычислим кинетическую энергию электрона на первой орбите атома водорода:

$$T = \frac{1 \cdot 13{,}6}{1} = 13{,}6 \text{ эВ.}$$

Полная энергия электрона на любой орбите водородоподобного атома:

$$E_n = U + T = -\frac{Z^2 E_i}{n^2}. \qquad (3)$$

Вычислим полную энергию электрона, находящегося в атоме водорода на первой орбите:

$$E_1 = -\frac{1 \cdot 13{,}6}{1} = -13{,}6 \text{ эВ.}$$

Ответ: U = – 27,2 эВ; T = 13,6 эВ; E_1 = – 13,6 эВ.

Задача 4. Найти энергию E_i и потенциал φ_i ионизации атома гелия He.

Дано:	**СИ:**
$Z = 2$	
$n = 1$	
$E_i = ?$	
$\varphi_i = ?$	

Решение: Энергия ионизации атома – энергия, необходимая для перевода электрона с первой орбиты за пределы атома (в бесконечность):

$$E_i = E_1 - E_\infty = Z^2 hcR\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty}\right), \qquad (1)$$

где R = 1,09·10^7 м$^{-1}$ – постоянная Ридберга; Z – зарядовое число (порядковый номер элемента в таблице Менделеева).

Энергия ионизации гелия:

$$E_i = E_1 - E_\infty = 4hcR.$$

Произведем вычисление энергии ионизации гелия:

$$E_i = 4 \cdot 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 1{,}09 \cdot 10^7 = 86{,}72 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 54{,}4 \text{ эВ.}$$

Потенциал ионизации – ускоряющая разность потенциалов, которую должен пройти бомбардирующий электрон, чтобы приобрести энергию, достаточную для ионизации атома:

$$\varphi_i = -\frac{E_i}{e}. \qquad (2)$$

Потенциал ионизации φ_i в вольтах (В) численно равен энергии ионизации, если энергия ионизации выражена в электрон-вольтах эВ. Тогда потенциал ионизации гелия:

$$\varphi_i = 54{,}4 \text{ В.}$$

Ответ: E_i = 54,4 эВ; φ_i = 54,4 В.

Задача 5. Определить энергию фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на второй.

Дано:	СИ:
$Z=1$	
$k=2$	
$n=3$	
$\varepsilon=?$	

Решение: Частота излучения при переходе электрона в атоме с k-го энергетического уровня на n-й определяется уравнением:

$$\nu = Z^2 Rc\left(\frac{1}{k^2}-\frac{1}{n^2}\right). \quad (1)$$

Энергия фотона:

$$\varepsilon = h\nu = Z^2 Rhc\left(\frac{1}{k^2}-\frac{1}{n^2}\right), \quad (2)$$

где h – постоянная Планка; c – скорость света в вакууме; R – постоянная Ридберга. Учитывая, что $E_i = Rhc = 13{,}6$ эВ – энергия ионизации водорода, произведем вычисления во внесистемных единицах:

$$\varepsilon = 1^2\cdot 13{,}6\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}\right) = 1{,}89 \text{ эВ}.$$

Ответ: $\varepsilon = 1{,}89$ эВ.

Задача 6. Найти первую энергию возбуждения $E_в$ и первый потенциал возбуждения $\varphi_в$ иона Li^{++}.

Дано:	СИ:
$Z=3$	
$k=1$	
$n=2$	
$E_в=?$	
$\varphi_в=?$	

Решение: Первое возбужденное состояние атома соответствует нахождению электрона на второй орбите, куда он переведен с основной орбиты (первой). Для перехода электрона с первой орбиты на вторую необходимо, чтобы атом поглотил фотон, т.е. первая энергия возбуждения:

$$\varepsilon = E_в = h\nu = Z^2 Rhc\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}\right) = Z^2 E_i\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}\right), \quad (1)$$

где Z – зарядовое число (порядковый номер элемента в таблице Менделеева); E_i = 13,6 эВ – энергия ионизации атома водорода.

Произведем вычисления:

$$E_в = 3^2\cdot 13{,}6\cdot\frac{3}{4} = 91{,}8 \text{ эВ}.$$

Энергия, выраженная в электрон-вольтах, равна потенциалу, выраженному в вольтах. Тогда первый потенциал возбуждения дважды ионизированного иона лития:

$$\varphi_в = 91{,}8 \text{ В}.$$

Ответ: $E_в = 91{,}8$ эВ; $\varphi_в = 91{,}8$ В.

Задача 7. Найти период вращения T электрона на первой боровской орбите атома водорода, его угловую скорость ω.

Дано:	**СИ:**
$Z = 1$	
$n = 1$	
$T = ?$	
$\omega = ?$	

Решение: Связь угловой скорости ω с периодом вращения T

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad (1)$$

и линейной скоростью v:

$$\omega = \frac{\mathrm{v}}{r}. \qquad (2)$$

Приравняем правые части (1) и (2) и выразим период:

$$T = \frac{2\pi r}{\mathrm{v}}. \qquad (3)$$

Радиус первой орбиты электрона (1.4):

$$r_1 = a = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2}, \qquad (4)$$

скорость электрона на первой орбите для атома водорода (1.8):

$$\mathrm{v}_B = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar}, \qquad (5)$$

подставим эти выражения в формулу (3):

$$T = \frac{2\pi \cdot 4\pi\varepsilon_0\hbar^2 \cdot 4\pi\varepsilon_0\hbar}{me^2 \cdot e^2} = \frac{4\varepsilon_0 h^3}{me^4}. \qquad (6)$$

Выполним вычисления:

$$T = \frac{4 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot \left(6{,}63 \cdot 10^{-34}\right)^3}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot \left(1{,}6 \cdot 10^{-19}\right)^4} = 1{,}52 \cdot 10^{-16} \text{ с.}$$

Расчетную формулу для угловой скорости получим, подставив выражение (6) в (1):

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi m e^4}{2\varepsilon_0 h^3}. \qquad (7)$$

Вычислим:

$$\omega = \frac{3{,}14 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot \left(1{,}6 \cdot 10^{-19}\right)^4}{2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot \left(6{,}63 \cdot 10^{-34}\right)^3} = 4{,}1 \cdot 10^{16} \text{ рад/с.}$$

Ответ: $T = 1{,}52 \cdot 10^{-16}$ с; $\omega = 4{,}1 \cdot 10^{16}$ рад/с.

Задача 8. Насколько изменилась кинетическая энергия электрона в атоме водорода при излучении атомом фотона с длиной волны $\lambda = 486$ нм?

Дано:	**СИ:**
$Z = 1$	
$\lambda = 486$ нм	$486 \cdot 10^{-9}$ м
$\Delta T = ?$	

Решение: Согласно закону сохранения энергии, разность полных энергий соответствующих состояний электрона равна энергии излучения:

$$\Delta E = E_k - E_n = h\nu. \qquad (1)$$

Частота излучения связана с длиной волны соотношением:

$$\nu = \frac{c}{\lambda}, \qquad (2)$$

где c – скорость света.

Полная энергия электрона по модулю равна кинетической энергии (1.14), тогда:

$$\Delta T = \Delta E = \frac{hc}{\lambda}. \qquad (3)$$

Подставим числовые значения:

$$\Delta T = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{486 \cdot 10^{-9}} = 4{,}09 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 2{,}56 \text{ эВ}.$$

Ответ: $\Delta T = 2{,}56$ эВ.

Задача 9. На возбужденный ($n = 2$) атом водорода падает фотон и вырывает из атома электрон с кинетической энергией $E_к = 4$ эВ. Определить энергию падающего фотона ε (в эВ) (рис. 1).

Дано:	**СИ:**
$Z = 1$	
$n = 1$	
$E_к = 4$ эВ	
$\varepsilon = ?$	

Решение: Согласно закону сохранения энергии:

$$\varepsilon + E_2 = E_к, \qquad (1)$$

где E_2 – полная энергия электрона на втором энергетическом уровне (орбите) водородоподобного атома, равная:

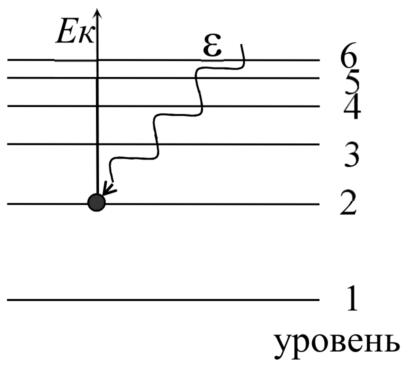


Рисунок 1 – Энергетическая схема фотоионизации

$$E_2 = -Rhc \cdot \left(\frac{Z}{n}\right)^2 = -E_i \cdot \left(\frac{Z}{n}\right)^2,$$

где $E_i = Rhc = 13{,}6$ эВ – энергия ионизации атома водорода, тогда формула (1) примет вид:

$$\varepsilon - E_i \left(\frac{Z}{n}\right)^2 = E_к. \qquad (2)$$

Откуда энергия фотона:

$$\varepsilon = E_к + E_i\left(\frac{Z}{n}\right)^2. \qquad (3)$$

Произведем вычисления во внесистемных единицах:

$$\varepsilon = 4 + 13{,}6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 7{,}4 \text{ эВ}.$$

Ответ: ε = 7,4 эВ.

Задача 10. Найдите скорость электронов, вырываемых электромагнитным излучением с длиной волны 18 нм из иона He^+, находящегося в основном состоянии. Энергия ионизации атома водорода 13,6 эВ.

Дано:	**СИ:**
$Z = 2$	
$n = 1$	
λ = 18 нм	$18\cdot10^{-9}$ м
E_i = 13,6 эВ	$21{,}76\cdot10^{-19}$ Дж
ε = ?	

Решение: Закон сохранения энергии:

$$\varepsilon + E_1 = E_к, \qquad (1)$$

где $\varepsilon = \dfrac{hc}{\lambda}$ – энергия фотона; $E_к = \dfrac{m\text{v}^2}{2}$ – кинетическая энергия вырванного электрона; $E_1 = -\dfrac{Z^2E_i}{n^2} = -Z^2E_i$ – энергия основного состояния водородоподобного атома. Тогда скорость:

$$\text{v} = \sqrt{\frac{2(\varepsilon + E_1)}{m}}. \qquad (2)$$

Подставим выражения для энергий в формулу (2):

$$\text{v} = \sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{hc}{\lambda} - Z^2E_i\right)}.$$

Произведем вычисления:

$$\text{v} = \sqrt{\frac{2}{9{,}11\cdot10^{-31}}\cdot\left(\frac{6{,}63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}}{18\cdot10^{-9}} - 2^2\cdot21{,}76\cdot10^{-19}\right)} = 2{,}27\cdot10^6 \text{ м/с} = 2{,}27 \text{ Мм/с}.$$

Ответ: v = 2,27 Мм/с.

Задачи для самостоятельного решения

1. Найти период обращения электрона на первой боровской орбите атома водорода, его угловую скорость. (Ответ: $1{,}43\cdot10^{-16}$ с; $4{,}4\cdot10^{16}$ рад/с).
2. Электрон в атоме водорода может находиться на круговых орбитах радиусами 0,05 нм и 0,2 нм. Как относятся угловые скорости вращения электрона на этих орбитах? (Ответ: 8).

3. Найти радиус первой боровской электронной орбиты для однократно ионизированного гелия, скорость электрона на ней. (Ответ: $5{,}29\cdot10^{-11}$ м; 2,18 Мм/с).
4. Определить полную, потенциальную и кинетическую энергию электрона в атоме водорода на первой боровской орбите. (Ответ: - 13,6 эВ; - 27,2 эВ; 13,6 эВ).
5. Определить энергию фотона, испускаемого атомом водорода при переходе электрона с третьей орбиты на первую. (Ответ: 12,1 эВ).
6. Определить максимальную энергию фотона серии Бальмера в спектре излучения атомарного водорода. (Ответ: 13,6 эВ).
7. Найти наименьшую и наибольшую длины волн спектральных линий водорода в видимой области спектра. (Ответ: 365 нм; 656 нм).
8. Найти наибольшую и наименьшую длины волн в ультрафиолетовой серии водорода (серия Лаймана). (Ответ: 90 нм; 120 нм).
9. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки, наполненной атомарным водородом. Постоянная решетки равна $5\cdot10^{-4}$ см. Какому переходу электрона соответствует спектральная линия, наблюдаемая при помощи этой решетки в спектре пятого порядка под углом 41^0? (Ответ: с третьего уровня на второй).
10. Найти наибольшую длину волны в ультрафиолетовой серии спектра водорода. Какую наименьшую скорость должны иметь электроны, чтобы при возбуждении атомов водорода ударами электронов появилась эта линия? (Ответ: $1{,}21\cdot10^{-7}$ м; $1{,}9\cdot10^{6}$ м/с).
11. Вычислить энергию кванта света, излучаемого атомом водорода при переходе электрона с третьей орбиты на вторую. (Ответ: 1,9 эВ).
12. Насколько изменилась кинетическая энергия электрона в атоме водорода при излучении атомом фотона с длиной волны 486 нм? (Ответ: 2,56 эВ).
13. В каких пределах должны лежать длины волн монохроматического света, чтобы при возбуждении атомов водорода квантами этого света радиус орбиты электрона увеличился в 9 раз? (Ответ: 0,973 нм; 102,6 нм).
14. При облучении паров ртути электронами энергия атома ртути увеличилась на 4,9 эВ. Какую длину волны будет излучать атом при переходе в невозбужденное состояние? (Ответ: $25{,}3\cdot10^{-7}$ м).

1.2. Квантовые числа. Электронная конфигурация атома

Квантовые числа

Главное квантовое число n определяет среднее расстояние электрона от ядра и может принимать любые целочисленные значения, начиная с единицы $n = 1,\ 2,\ 3, \ldots \infty$.

В атомной физике состояния электрона, соответствующие главному квантовому числу, принято обозначать буквами $K, L, M, N, \ldots$

n	1	2	3	4
	K	L	M	N

Момент импульса (механический орбитальный момент) электрона квантуется, т. е. не может быть произвольным, а принимает дискретные значения, определяемые формулой:

$$L = \hbar\sqrt{l(l+1)}\,, \tag{1.23}$$

где l – орбитальное квантовое число, которое при заданном n принимает значения:

$$l = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ (n-1), \tag{1.24}$$

т. е. всего n значений, характеризует эллиптичность орбиты электрона и определяет орбитальный момент импульса электрона в атоме.

Область пространства, в которой высока вероятность обнаружить электрон (не менее 0,95), называют орбиталью.

Основные типы орбиталей обозначают буквами s, p, d, f, … .

l	0	1	2	3
	s	p	d	f

Орбитали часто называют подоболочками оболочек (рис. 1.2), поскольку они характеризуют формы разных орбит (рис. 1.3), на которых можно обнаружить электроны, находящиеся в одной оболочке (при заданном квантовом числе n).

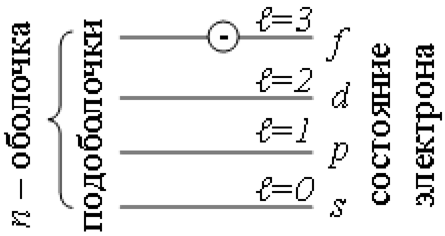


Рисунок 1.2 – Обозначение атомных орбиталей (подоболочек)

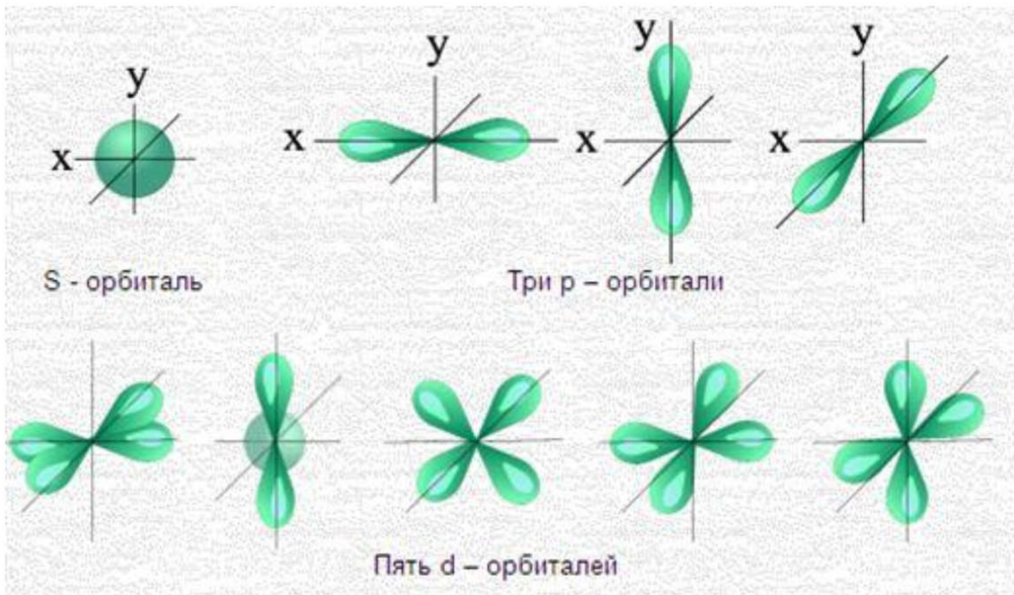


Рисунок 1.3 – Типы атомных орбиталей

Магнитный момент электрона в атоме (рис. 1.4):

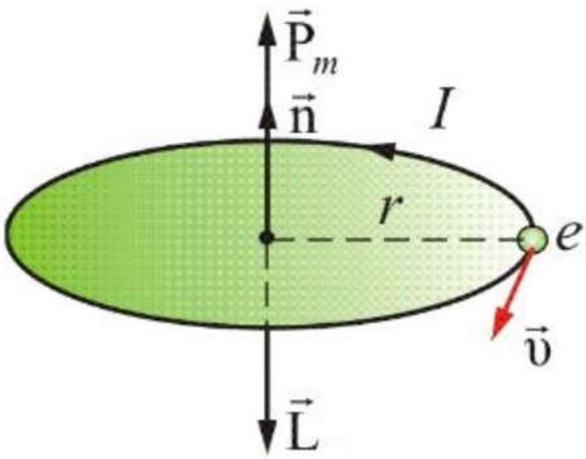
$$p_m = IS = \frac{e}{T}\pi r^2 = \frac{e\text{v}}{2\pi r}\cdot\pi r^2 = \frac{er\text{v}}{2}, \tag{1.25}$$

отношение магнитного и орбитального моментов называется гироскопическим отношением:

$$\frac{p_m}{L} = -\frac{er\text{v}}{2mr\text{v}} = -\frac{e}{2m}. \tag{1.26}$$

Согласно (1.23) и (1.26) магнитный момент электрона в атоме также квантуется, т. е. принимает значения:

$$p_m = -\frac{\hbar e}{2m}\sqrt{l(l+1)}. \tag{1.27}$$



Рисуное 1.4 – Векторы механического и магнитного моментов электрона

В атоме электрическое поле симметрично и энергия электрона зависит только от n и l, но если внести атом в магнитное поле, то энергия электрона будет зависеть от проекции вектора магнитного момента на направление индукции магнитного поля. Вектор $\vec{L}$ может иметь лишь такие ориентации в пространстве, при которых его проекция L_z на направление Z внешнего магнитного поля принимает квантованные значения, кратные $\hbar$:

$$L_z = \hbar m, \tag{1.28}$$

где m – магнитное квантовое число, которое при заданном l может принимать значения:

$$m = 0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ \ldots,\ \pm l, \tag{1.29}$$

т. е. всего $2l+1$ значений. Таким образом, магнитное квантовое число m определяет проекцию $\vec{L}$ на заданное направление, т. е. ориентацию электронного облака в пространстве (рис. 1.5).

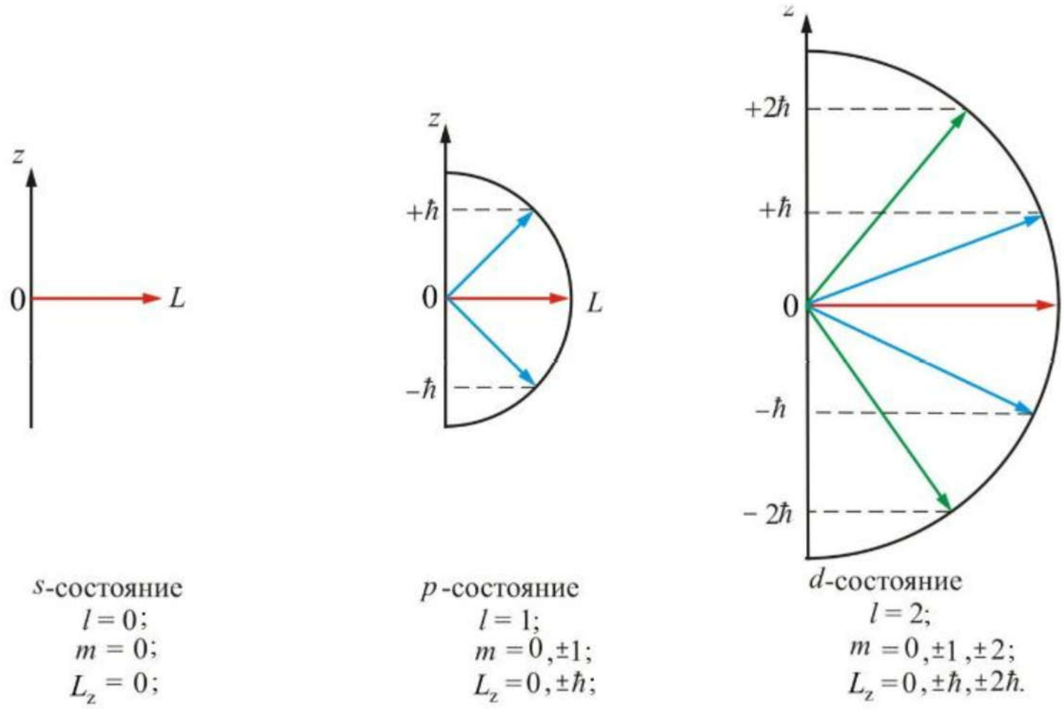


Рисунок 1.5 – Проекция орбитального момента электрона на направление внешнего магнитного поля

Наличие квантового числа m должно привести в магнитном поле к расщеплению уровня с главным квантовым числом n на $2l+1$ подуровня. Соответственно в спектре атома должно наблюдаться расщепление спектральных линий. Действительно, расщепление энергетических уровней в магнитном поле было обнаружена в 1896 г. П. Зееманом (1865–1945) и получило название *эффекта Зеемана*. Расщепление уровней энергии во внешнем электрическом поле, также доказанное экспериментально, называется *эффектом Штарка*.

Для объяснения тонкой структуры спектральных линий, а также ряда других трудностей в атомной физике Д. Уленбек (1900–1974) и С. Гаудсмит (1902–1979) предположили, что электрон обладает собственным неуничтожимым механическим моментом импульса, не связанным с движением электрона в пространстве – спином.

Спин электрона (и всех других микрочастиц) – квантовая величина, у нее нет классического аналога; это внутреннее неотъемлемое свойство электрона, подобное его заряду и массе.

Если электрону приписывается собственный механический момент импульса (спин) $\vec{L}_s$, то ему соответствует собственный магнитный момент $\vec{p}_{ms}$. Согласно общим выводам квантовой механики, спин квантуется по закону:

$$L_s = \hbar\sqrt{s(s+1)}, \tag{1.30}$$

где s – спиновое квантовое число.

По аналогии с орбитальным моментом импульса проекция L_{sz} спина квантуется так, что вектор $\vec{L}_s$ может принимать $2s+1$ ориентаций. Так как в опытах Штерна и Герлаха наблюдались только две ориентации, то $2s+1=2$, откуда $s=1/2$. Проекция спина на направление внешнего магнитного поля, являясь квантованной величиной, определяется выражением:

$$L_{sz}=\hbar m_s\,, \tag{1. 31}$$

где m_s – магнитное спиновое квантовое число; оно может иметь только два значения: $m_s=\pm 1/2$.

Таким образом, опытные данные привели к необходимости характеризовать электроны (и микрочастицы вообще) добавочной внутренней степенью свободы. Поэтому для полного описания состояния электрона в атоме необходимо наряду с главным, орбитальным и магнитным квантовыми числами задавать еще магнитное спиновое квантовое число.

Принцип неразделимости тождественных частиц. Фермионы и бозоны

Если перейти от рассмотрения движения одной микрочастицы (одного электрона) к многоэлектронным системам, то появляются особые свойства, не имеющие аналога в классической физике.

При этом все электроны, из которых состоит квантово-механическая система, имеют одинаковые физические свойства – массу, электрический заряд, спин и другие внутренние характеристики (например, квантовые числа). Такие частицы называют тождественными.

Принцип неразделимости тождественных частиц состоит в том, что невозможно экспериментально различить тождественные частицы.

В классической механике даже одинаковые частицы можно различить по положению в пространстве и импульсам.

В квантовой механике из соотношения неопределенностей вытекает, что для микрочастиц вообще неприменимо понятие траекторий; состояние частиц описывается волновой функцией, позволяющей вычислять лишь вероятность нахождения частицы в окрестности той или иной точки пространства.

Если волновые функции двух тождественных частиц перекрываются, то можно говорить лишь о вероятности нахождения в данной области одной из тождественных частиц.

Частицы с полуцелым спином (электроны, протоны, нейтроны) описываются антисимметричными волновыми функциями и подчиняются статистике Ферми-Дирака; эти частицы называются фермионами.

Частицы с нулевым или целочисленным спином (π-мезоны, фотоны) описываются симметричными функциями и подчиняются статистике Бозе-Эйнштейна; эти частицы называются бозонами.

Зависимость характера симметрии волновых функций системы тождественных частиц от спина частиц теоретически обоснована В. Паули (1900–1958).

Принцип Паули. Распределение электронов в атоме по состояниям

Принцип Паули: в системе одинаковых фермионов любые два из них не могут одновременно находиться в одном и том же состоянии.

Число однотипных бозонов, находящихся в одном и том же состоянии, при этом не лимитируется.

Состояние электрона в атоме однозначно определяется набором четырех квантовых чисел (n, l, m, m_s).

Распределение электронов подчиняется квантово-механическому принципу Паули.

Принцип исключения Паули – два или более идентичных фермиона (частицы с полуцелым спином) не могут одновременно находиться в одном и том же квантовом состоянии в квантовой системе.

Этот принцип был сформулирован Вольфгангом Паули в 1925 году для электронов, а затем распространился на все фермионы.

Для случая электронов в атомах его можно сформулировать следующим образом: невозможно, чтобы два электрона многоэлектронного атома имели бы одинаковые значения четырех квантовых чисел n, (главное квантовое число), l (орбитальное квантовое число), m (магнитное квантовое число) и m_s (квантовое число проекции спина).

Например, если два электрона находятся на одной орбитали, то их значения для тройки квантовых чисел n, l, m – одинаковы, поэтому значения m_s должны различаться, и, таким образом, электроны должны иметь противоположные проекции спина 1/2 и −1/2.

При более подробном описании электронного строения атома принято записывать его электронную конфигурацию.

Электронная конфигурация показывает распределение электронов в атоме по энергетическим уровням, подуровням и орбиталям. Электронная конфигурация составляется в соответствии с *принципом минимума энергии* – вначале электронами заполняются атомные орбитали с наименьшей энергией, расположенные ближе к ядру. Экспериментально установлено, что атомные орбитали заполняются электронами в следующем порядке:

$$1s < 2s < 2p < 3s < 3p < 4s < 3d < 4p < 5s\ldots.$$

В соответствии с *правилом Хунда* электроны так располагаются в пределах подуровня, чтобы суммарный спин был максимальным (т. е. число неспаренных электронов должно быть наибольшим).

Примеры решения задач

Задача 1. Сколько квантовых состояний содержит подоболочка 4*s*? 4*d*? 4*f*? Написать значения квантовых чисел.

Решение. 1) Подоболочка 4*s*: главное квантовое число $n = 4$;

орбитальное квантовое число $l = 0$ (т.к. обозначение подоболочки *s*);

магнитное квантовое число m принимает значения из интервала $[-l, -l+1, \ldots, 0, \ldots l-1, l]$, поэтому для рассматриваемого состояния оно может быть равно только $m = 0$;

спиновое квантовое число принимает значения $m_s = -1/2$, $m_s = +1/2$.

Возможные варианты сочетаний квантовых чисел такие:

Главное квантовое число	Орбитальное квантовое число	Магнитное квантовое число	Спиновое квантовое число	Количество квантовых состояний
$n = 4$	$l = 0$	$m = 0$	$m_s = +1/2$	2
			$m_s = -1/2$	

2) Подоболочка 4*d*: главное квантовое число $n = 4$;

орбитальное квантовое число $l = 2$ (т. к. обозначение подоболочки *d*);

магнитное квантовое число m принимает значения из интервала $[-l, -l+1, \ldots, 0, \ldots l-1, l]$, поэтому для рассматриваемого состояния оно может быть равно $m = -2, -1, 0, 1, 2$;

спиновое квантовое число принимает значения $m_s = -1/2$, $m_s = +1/2$.

Возможные варианты сочетаний квантовых чисел такие:

Главное квантовое число	Орбитальное квантовое число	Магнитное квантовое число	Спиновое квантовое число	Количество квантовых состояний
$n = 4$	$l = 2$	$m = -2$	$m_s = +1/2$	10
			$m_s = -1/2$	
		$m = -1$	$m_s = +1/2$	
			$m_s = -1/2$	
		$m = 0$	$m_s = +1/2$	
			$m_s = -1/2$	
		$m = 1$	$m_s = +1/2$	
			$m_s = -1/2$	
		$m = 2$	$m_s = +1/2$	
			$m_s = -1/2$	

3) Подоболочка 4*f*: главное квантовое число $n = 4$;

орбитальное квантовое число $l = 3$ (т.к. обозначение подоболочки *f*);

магнитное квантовое число m принимает значения из интервала $[-l, -l+1, \ldots, 0, \ldots l-1, l]$, поэтому для рассматриваемого состояния оно может быть равно $m = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$;

спиновое квантовое число принимает значения $m_s = -1/2$, $m_s = +1/2$.

Возможные варианты сочетаний квантовых чисел такие:

Главное квантовое число	Орбитальное квантовое число	Магнитное квантовое число	Спиновое квантовое число	Количество квантовых состояний
$n = 4$	$l = 2$	$m = –3$	$m_s = +1/2$	14
			$m_s = – 1/2$	
		$m = –2$	$m_s = +1/2$	
			$m_s = – 1/2$	
		$m = -1$	$m_s = +1/2$	
			$m_s = – 1/2$	
		$m = 0$	$m_s = +1/2$	
			$m_s = – 1/2$	
		$m = 1$	$m_s = +1/2$	
			$m_s = – 1/2$	
		$m = 2$	$m_s = +1/2$	
			$m_s = – 1/2$	
		$m = 3$	$m_s = +1/2$	
			$m_s = – 1/2$	

Задача 2. Записать электронную конфигурацию атомов *Br*, *K*.

1) Химический элемент *Br* (бром) находится в 4 периоде таблицы Менделеева, имеет порядковый номер 35.

Следовательно, число электронов равно 35, максимальный номер главного квантового числа равен $n = 4$.

Так как максимальное число электронов на *s*–оболочке равно 2, на *p*–оболочке – 6, на *d*–оболочке – 10, и вначале заполняется 3*d*-оболочка, а затем 4*p*, составим электронную конфигурацию атома *Br*: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^5$.

2) Химический элемент *K* (калий) располагается также в четвертом периоде, имеет порядковый номер 19.

Следовательно, число электронов равно 19, максимальный номер главного квантового числа равен $n = 4$.

Составим электронную конфигурацию атома *K*: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^1$.

Задачи для самостоятельного решения

1. Какое максимальное число *s*–, *p*– и *d*–электронов может находиться в электронных *K*–, *L*– и *M*–слоях атома? (Ответ: два *s*–электрона; два *s*–электрона и шесть *p*–электронов, два *s*–электрон, шесть *p*–электронов и десять *d*–электронов)
2. Написать формулы электронного строения атомов 1) бора, 2) углерода, 3) натрия. (Ответ: 1) $1s^2 2s^2 p^1$; 2) $1s^2 2s^2 p^2$; 3) $1s^2 2s^2 p^6 3s^1$).

1.3. Рентгеновское излучение

Рентгеновское излучение (*рентгеновские лучи*) – это электромагнитное ионизирующее излучение, занимающее спектральную область между γ– и ультрафиолетовым излучением в пределах длин волн от 10^{-5} до 10^{2} нм.

Открыто в 1895 г. немецким физиком В. К. Рентгеном. Рентгеновское излучение с $\lambda<1$ нм называют *жестким* с $\lambda>1$ нм – *мягким*.

Наиболее распространенным источником рентгеновского излучения является *рентгеновская трубка*, в которой ускоренные электрическим полем электроны бомбардируют металлический анод *А* (рис. 1.6). Термоэмиссионный катод *К* рентгеновской трубки обычно представляет собой спираль или прямую нить из вольфрамовой проволоки, накаливаемую электрическим током. Рабочий участок анода – металлическая зеркальная поверхность – расположен перпендикулярно или под некоторым углом к потоку электронов. Для получения сплошного тормозного спектра рентгеновского излучения высоких энергий и интенсивностей применяются аноды из Au, W; в структурном анализе используются рентгеновские трубки с анодами из Ti, Cr, Fe, Co, Ni, Cu, Mo, Ag.

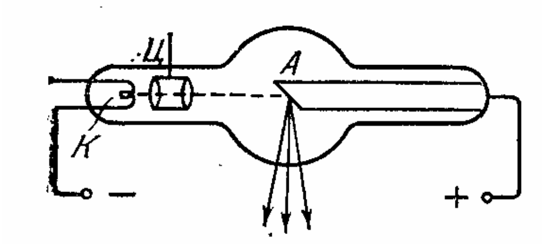


Рисунок 1.6 – Устройство рентгеновской трубки

Основные характеристики рентгеновских трубок – предельное ускоряющее напряжение (1 – 500 кВ), электронный ток (0,01 мА – 1А), удельная мощность, рассеиваемая анодом ($10 - 10^{4}$ Вт/мм^{2}), к.п.д. рентгеновских трубок составляет 0,1 – 3 %.

В качестве источников рентгеновского излучения могут служить также некоторые *радиоактивные изотопы*: одни из них непосредственно испускают рентгеновские излучения, ядерные излучения других (электроны или α-частицы) бомбардируют металлическую мишень, которая испускает рентгеновское излучение. Интенсивность излучения изотопных источников на несколько порядков меньше интенсивности излучения рентгеновской трубки, а габариты, вес и стоимость значительно меньше, чем установки с рентгеновской трубкой.

Естественными источниками рентгеновского излучения является Солнце и другие космические объекты.

Спектр рентгеновского излучения

Рентгеновские спектры – спектры испускания и поглощения рентгеновского излучения.

Спектр излучения рентгеновской трубки представляет собой наложение *тормозного и характеристического рентгеновских спектров*. Тормозной рентгеновский спектр возникает при торможении заряженных частиц, бомбардирующих мишень. Интенсивность тормозного спектра быстро растет с уменьшением массы бомбардирующих частиц и достигает значительной величины при возбуждении электронами. Тормозной рентгеновский спектр – сплошной (рис. 1.7), он непрерывно распределен по всем длинам волн λ вплоть до коротковолновой границы:

$$\lambda_{min} = \frac{hc}{eU}\ , \tag{1.32}$$

где U – напряжение рентгеновской трубки. С возрастанием энергии частиц интенсивность тормозного рентгеновского спектра растет, а λ_{min} смешается в сторону коротких волн; с увеличением порядкового номера Z атомов мишени интенсивность также растет.

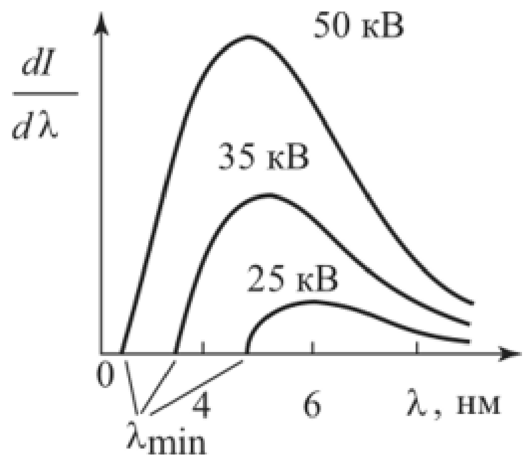


Рисунок 1.7 – Тормозной рентгеновский спектр

Характеристические рентгеновские спектры – дискретные (рис. 1.8), их испускают атомы мишени при столкновении с заряженной частицей высокой энергии или рентгеновским фотоном. В результате столкновения вылетает электрон с одной из внутренних оболочек атома (*K*–, *L*–, *M*–… оболочек). Состояние атома с вакансией во внутренней оболочке (его начальное состояние) неустойчиво. Электрон одной из внешних оболочек может заполнить эту вакансию, и атом при этом переходит в конечное состояние с меньшей энергией, испуская избыток энергии в виде фотона характеристического излучения. Поскольку энергии начального E_1 и конечного E_2 состояний атома квантованы, возникает линия рентгеновского спектра с частотой:

$$\nu = \frac{E_1 - E_2}{h}\,. \tag{1.33}$$

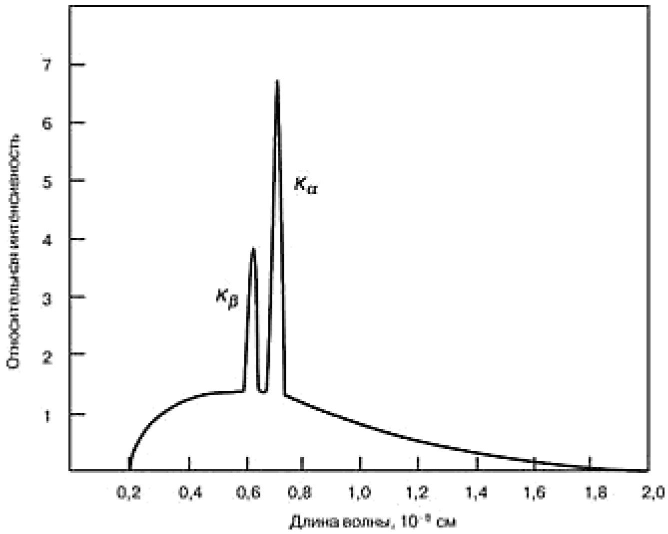


Рисунок 1.8 – Характеристический рентгеновский спектр

Все возможные излучаемые квантовые переходы атома из начального *K*–состояния образуют наиболее жесткую (коротковолновую) *K*–серию. Аналогично образуется *L*–, *M*–, *N*–серии (рис. 1.9). Положение линии характеристического рентгеновского спектра зависит от атомного номера элемента *Z*, составляющего мишень **(закон Мозли)**:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(Z - \sigma\right)^2 \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right), \tag{1.34}$$

где R – постоянная Ридберга;

σ – постоянная экранирования (для линий *K*– серии $\sigma = 1$, *L*– серии $\sigma = 5{,}5$);

k – номер энергетического уровня, на который переходит электрон;

n – номер энергетического уровня, с которого переходит электрон.

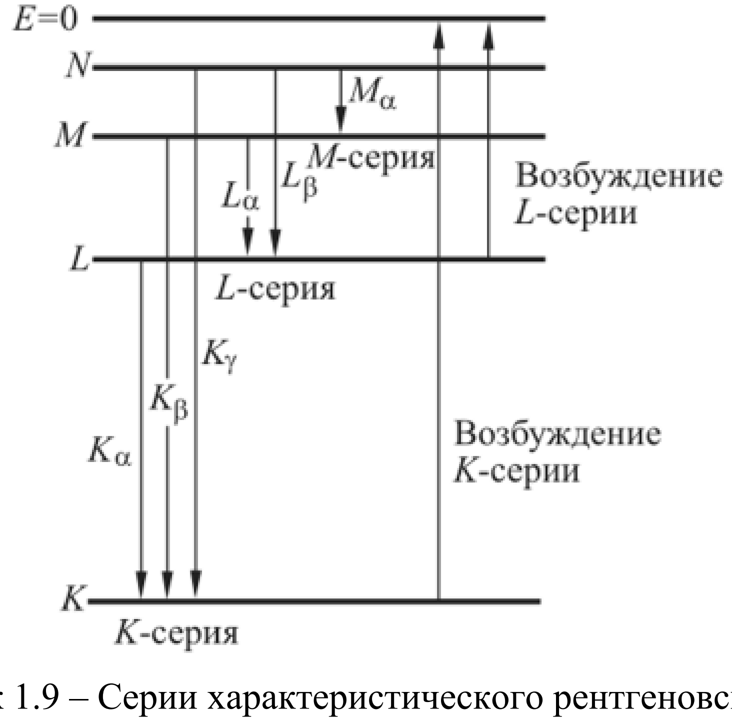


Рисунок 1.9 – Серии характеристического рентгеновского спектра

Каждая серия характеристического спектра возбуждается при прохождении бомбардирующими частицами определенной разности потенциалов – **потенциала возбуждения** U_q.

Примеры решения задач

Задача 1. Определить скорость v электронов, падающих на антикатод рентгеновской трубки, если минимальная длина волны λ_{min} в сплошном спектре рентгеновского излучения равна 1 нм.

Дано:	**СИ:**
$\lambda_{min} = 1$ нм	10^{-9} м
$\text{v} = ?$	

Решение: Вычислим энергию излученного рентгеновского фотона:

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{10^{-9}} = 19,89 \cdot 10^{-17} \text{ Дж} = 1,24 \text{ кэВ},$$

что намного меньше энергии покоя электрона ($E_0 = 511$ кэВ), следовательно, электрон можно рассматривать как классическую частицу.

Кинетическая энергия электрона $T = \frac{m\text{v}^2}{2}$ при торможении в материале антикатода превращается в энергию излучения $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$. Максимальной энергии фотона соответствует наименьшая длина волны $\varepsilon_{max} = \frac{hc}{\lambda_{min}}$. Согласно закону сохранения энергии:

$$\frac{m\text{v}^2}{2} = \frac{hc}{\lambda_{min}}.$$

Выразим скорость электрона, которая является максимальной:

$$\text{v} = \sqrt{\frac{2hc}{m\lambda_{min}}}.$$

Произведем вычисления:

$$\text{v} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-9}}} = 20,9 \cdot 10^{6} \text{ м/с} = 20,9 \text{ Мм/с}.$$

Ответ: v = 20,9 Мм/с.

Задача 2. Найдите скорость v электронов, бомбардирующих антикатод рентгеновской трубки, если коротковолновая граница сплошного рентгеновского спектра 11 пм.

Дано:	**СИ:**
$\lambda_{min} = 11$ пм	10^{-11} м
$\text{v} = ?$	

Решение: Определим энергию фотона: $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{11 \cdot 10^{-12}} = 1{,}808 \cdot 10^{-14}$ Дж = 113 кэВ, что сравнимо с энергией покоя электрона ($E_0 = 511$ кэВ), следовательно, электрон нужно рассматривать как релятивистскую частицу.

Согласно закону сохранения энергии, изменение кинетической энергии электрона при торможении равно энергии излученного фотона:

$$\Delta E = \varepsilon_{max}. \tag{1}$$

Энергия фотона:

$$\varepsilon_{max} = \frac{hc}{\lambda_{min}}. \tag{2}$$

Изменение кинетической энергии электрона:

$$\Delta E = E - E_0 = mc^2 - m_0c^2 = (m - m_0)c^2, \tag{3}$$

где $E = mc^2$ – энергия движущегося электрона; $E_0 = m_0c^2$ – энергия покоя электрона; c – скорость света в вакууме.

Приравняем правые части уравнений (2) и (3):

$$(m - m_0)c^2 = \frac{hc}{\lambda_{min}}; \tag{4}$$

Зависимость массы от скорости релятивистской частицы:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}, \tag{5}$$

где $\beta = \frac{\text{v}}{c}$ – скорость электрона, выраженная в долях скорости света.

Выразим кинетическую энергию электрона через энергию покоя:

$$\Delta E = \left(\frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_0 \right) c^2 = m_0c^2 = E_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right).$$

Тогда формула (1) может быть записана в виде:

$$E_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) = \frac{hc}{\lambda_{min}}. \tag{6}$$

Преобразуем формулу (6):

$$1 - \beta^2 = \frac{1}{\left(\frac{hc}{\lambda_{min} E_0} + 1 \right)^2}. \tag{7}$$

Откуда выразим:

$$\beta = \frac{v}{c} = \sqrt{1 - \frac{1}{\left(\frac{hc}{\lambda_{min} E_0} + 1\right)^2}}$$

и скорость:

$$v = c\sqrt{1 - \frac{1}{\left(\frac{hc}{\lambda_{min} E_0} + 1\right)^2}}.$$

Подставим числовые значения:

$$v = 3 \cdot 10^8 \sqrt{1 - \frac{1}{\left(\frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{11 \cdot 10^{-12} \cdot 8,16 \cdot 10^{-14}} + 1\right)}} = 1,72 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

Ответ: $v = 1,72 \cdot 10^8$ м/с.

Задача 3. Рентгеновская трубка работает под напряжением $U = 1$ МВ. Определить наименьшую длину волны λ_{min} рентгеновского излучения.

Дано:	**СИ:**
$U = 1$ МВ	10^6 В
$\lambda_{min} = ?$	

Решение: Работа сил электрического поля равна кинетической энергии электрона:

$$eU = \frac{mv^2}{2}, \qquad (1)$$

где U – разность потенциалов, e – заряд электрона; m – масса электрона.

Кинетическая энергия электрона при торможении в материале антикатода превращается в энергию излучения, причем максимальной энергии фотона соответствует наименьшая длина волны:

$$eU = \frac{hc}{\lambda_{min}}. \qquad (2)$$

Выразим из уравнения (2) минимальную длину волны рентгеновского излучения:

$$\lambda_{min} = \frac{hc}{eU}. \qquad (3)$$

Произведем вычисления:

$$\lambda_{min} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^6} = 1,24 \cdot 10^{-12} \text{ м} = 1,24 \text{ пм.}$$

Ответ: $\lambda_{min} = 1,24$ пм.

Задачи для самостоятельного решения

1. При исследовании линейчатого рентгеновского спектра некоторого элемента было найдено, что длина волны λ линии K_α равна 76 пм. Какой это элемент? (Ответ: ниобий $Z = 41$).
2. Определить энергию фотона, соответствующую линии K_α в характеристическом спектре марганца ($Z = 25$). (Ответ: 5,9 кэВ).
3. Какую наименьшую разность потенциалов нужно приложить к рентгеновской трубке, антикатод которой покрыт ванадием ($Z = 23$), чтобы в спектре рентгеновского излучения появились все линии *К*-серии ванадия? Граница *К*-серии ванадия λ = 226 пм. (Ответ: 5,5 кВ).

2. ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

2.1. Размер, состав и заряд атомного ядра. Массовое и зарядовое число

Ядро – это центральная часть атома, в которой сосредоточена практически вся масса атома и его положительный электрический заряд. Атомные ядра имеют размеры примерно $10^{-14} \div 10^{-15}$ м. Массы атомов измеряют в атомных единицах массы (обозначается а.е.м.): 1 а.е.м. = $1{,}6605655 \cdot 10^{-27}$ кг.

Атомное ядро состоит из элементарных частиц протонов и нейтронов, которые называют нуклонами.

Протон ${}_1^1p$ имеет положительный заряд $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, массу покоя $m_p = 1{,}00728\, а.е.м. \approx 1{,}6726 \cdot 10^{-27}$ кг, магнитный момент $\mu_p = 2{,}79\, \mu_я$, $\mu_я = e\hbar \big/ \left(2 m_p c\right)$ – ядерный магнетон.

Нейтрон ${}_0^1n$ – нейтральная частица с массой покоя равной $m_n = 1{,}00866\, а.е.м \approx 1{,}6749 \cdot 10^{-27}$ кг и магнитным моментом равным $\mu_n = -1{,}91 \mu_я$.

В свободном состоянии нейтрон испытывает радиоактивный распад с периодом полураспада $T_{1/2}$ = 12,6 мин.:

$$ {}_0^1n \to {}_1^1p + {}_{-1}^{\;0}e + \tilde{\nu} \,. $$

В ядерной физике считается, что протон и нейтрон – это два зарядовых состояния одной частицы, которая называется нуклоном. Протон – протонное состояние нуклона с зарядом $+e$; нейтрон – нейтронное состояние нуклона с нулевым электрическим зарядом.

Атомное ядро характеризуется зарядом Ze, где e – заряд протона, Z – зарядовое число ядра, равное порядковому номеру химического элемента в периодической системе элементов Менделеева. Порядковый номер Z совпадает с числом протонов в ядре.

В настоящее время известны ядра с Z от Z = 1 до Z = 107. Элементы с Z от 1 до 92, кроме Тс (технеция) с Z = 43 и *Pm* (прометия) с Z = 61, встречаются в природе, элементы с Z от 93 до 107 получены искусственным путем. Их называют трансурановыми элементами. Pu (плутоний), Z = 94, обнаружен в природе в очень незначительных количествах в природном минерале – смоляной обманке.

Общее число нуклонов в атомном ядре называется массовым числом A.

Масса атомного ядра практически совпадает с массой всего атома, так как масса электронов очень маленькая. A – массовое число ядра, целое число, ближайшее к атомной массе, выраженной в а.е.м. Оно определяет число нуклонов, т. е. общее число протонов и нейтронов в ядре: $A = N + Z$. Тогда число нейтронов:

$$N = (A - Z). \qquad (2.1)$$

Ядро обозначается тем же символом, что и нейтральный атом: ${}^{A}_{Z}X$ или ${}_{Z}X^{A}$.

При измерениях масс атомов были обнаружены изотопы и изобары.

Ядра с одинаковыми Z, но разным A, т. е. различным числом нейтронов $N = A - Z$, называются изотопами (${}^{1}_{1}H$ – протий, ${}^{2}_{1}H$ – дейтерий, которые являются стабильными, и ${}^{3}_{1}H$ – тритий, являющийся радиоактивным). Кислород имеет 3 изотопа: ${}^{16}_{8}O$, ${}^{17}_{8}O$, ${}^{18}_{8}O$. В большинстве случаев изотопы обладают одинаковыми физическими свойствами (исключение водород Н), т. к. они определяются в основном структурой электронных оболочек, а она у изотопов одинакова. В природе встречается 300 устойчивых изотопов химических элементов и имеется около 1000 искусственных (радиоактивных) изотопов.

Изобары в основном встречаются среди тяжелых ядер.

Ядра с одинаковыми A, но разными Z называются изобарами (${}^{10}_{4}Be$ – бериллий, ${}^{10}_{5}B$ – бор, ${}^{10}_{6}C$ – углерод).

Ядро является системой частиц, подчиняющихся законам квантовой механики и, следовательно, соотношению неопределенностей Гейзенберга. Вследствие этого размеры области, в которой могут находиться ядерные частицы, могут быть заданы лишь с точностью, допускаемой этим соотношением. В первом приближении ядро считается шаром, радиус которого определяется эмпирической формулой:

$$R = R_0 A^{1/3}, \qquad (2.2)$$

где $R_0 = \left(1{,}3 \div 1{,}7\right) \cdot 10^{-15}$ м может быть истолкована как пропорциональность объема ядра числу нуклонов. В ядерной физике принята следующая единица измерения размеров: 10^{-15} м = 1 Ф (ферми).

Плотность ядерного вещества примерно одинакова для всех ядер и равна $\rho \approx 10^{17}$ кг/м^3. Очень высокая плотность говорит об исключительно высокой интенсивности ядерного взаимодействия.

2.2. Дефект массы и энергия связи ядра

Массу ядра очень точно можно определить с помощью масс-спектрометров. Масс-спектрометрические измерения показали, что масса ядра меньше, чем сумма масс составляющих его нуклонов.

Величина:

$$\Delta m=\left[Zm_p+\left(A-Z\right)m_n\right]-m_я \tag{2.3}$$

называется дефектом массы ядра. В справочных таблицах приводятся массы атомов, а не ядер, поэтому дефект массы выражают через массу атома:

$$\Delta m=\left[Zm_{{}_1^1H}+\left(A-Z\right)m_n\right]-m_a\,. \tag{2.4}$$

Всякому изменению массы должно соответствовать изменение энергии, т. е. при образовании ядра должна выделяться определенная энергия. Из закона сохранения энергии следует: для разделения ядра на составные части необходимо затратить такое же количество энергии, которое выделяется при его образовании.

Энергия, которую необходимо затратить, чтобы расщепить ядро на отдельные нуклоны, называется энергией связи ядра.

$$E_{св}=\left[Zm_p+\left(A-Z\right)m_n-m_я\right]c^2, \tag{2.5}$$

где m_p, m_n, $m_я$ – соответственно массы протона, нейтрона и ядра.

$$E_{св}=\left[Zm_H+\left(A-Z\right)m_n-m_a\right]c^2, \tag{2.6}$$

где $m_{{}_1^1H}$ – масса атома водорода, m_a – масса атома, c – скорость света.

Если массы выразить в а.е.м., то энергия связи в МэВ (мегаэлектрон-вольтах) вычисляется по формуле:

$$E_{св}=931\Delta m \text{ (МэВ)}, \tag{2.7}$$

так как одной атомной единице массы соответствует атомная единица энергии
1 а.е.э. = 1 а.е.м.$\cdot$c^2= 1,66$\cdot$10$^{-27}\cdot$9$\cdot$10^{16} = 1,491$\cdot$10^{-10} Дж = 931 МэВ.

Удельная энергия связи $\varepsilon_{уд}=E_{св}/A$ – это энергия связи, отнесенная к одному нуклону. Она характеризует устойчивость (прочность) атомных ядер. Чем больше удельная энергия связи, тем устойчивее ядро. Зависимость удельной энергии связи от массового числа приведена на рис. 1.10. Для большинства элементов $\varepsilon_{уд}\approx 8\,МэВ/нуклон$.

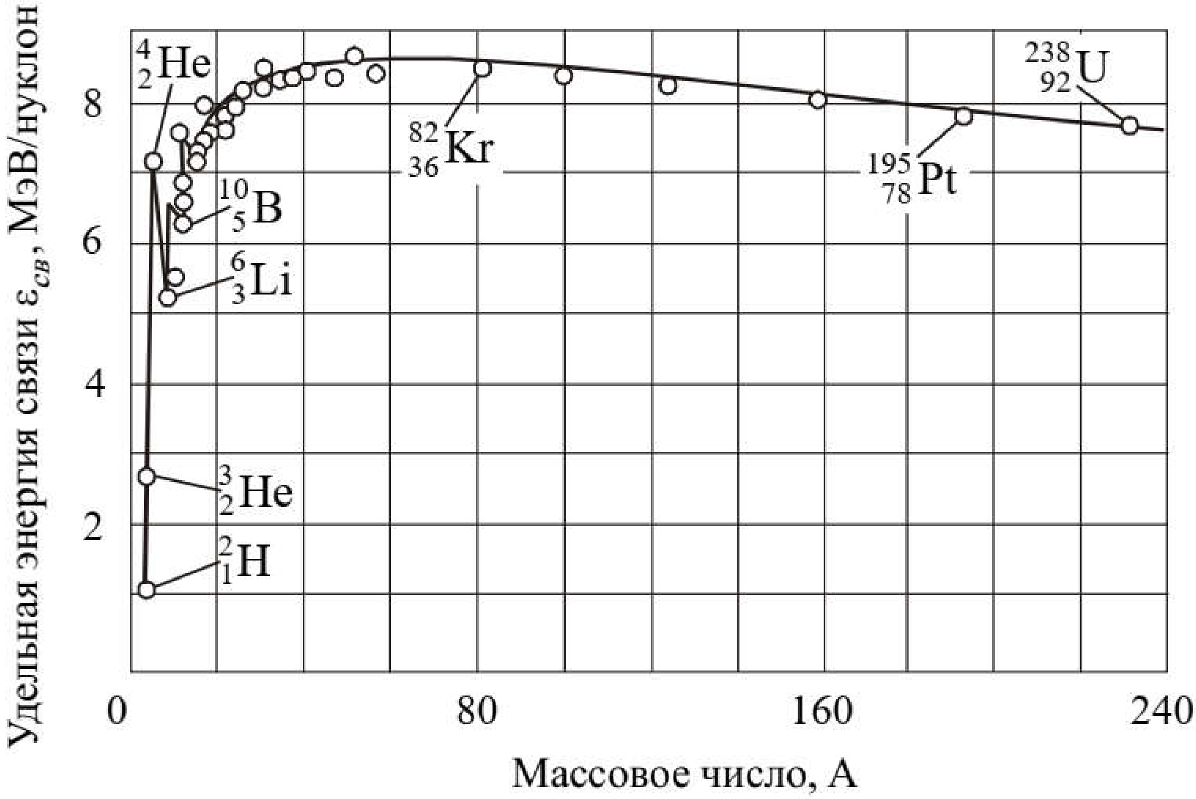


Рисунок 1.10 – Зависимость удельной энергии связи ядер от массового числа

Наиболее устойчивым являются так называемые магические ядра, у которых число протонов или число нейтронов равно одному из магических чисел: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126. Особенно стабильны дважды магические ядра, у которых магическими являются и число протонов, и число нейтронов (этих ядер насчитывается всего пять: $^{4}_{2}He,\ ^{16}_{8}O,\ ^{40}_{20}Ca,\ ^{48}_{20}Ca,\ ^{108}_{82}Pb$).

Ядра средней части таблицы Менделеева являются наиболее устойчивыми, а тяжелые и легкие ядра менее устойчивы. Это означает, что энергетически выгодны следующие процессы:

1) деление тяжелых ядер на более легкие;
2) слияние (синтез) легких ядер друг с другом в более тяжелые.

При обоих процессах выделяется огромное количество энергии (реакции деления и термоядерные реакции).

Примеры решения задач

Задача 1. Масса m_α α-частицы (ядро гелия ${}^{2}_{4}He$) равна 4,00150 а.е.м. Определить массу m_a нейтрального атома гелия.

Дано:	**СИ:**
$m_\alpha = 4,00150$ а.е.м.	
$m_e = 0,00055$ а.е.м.	
$m_a = ?$	

Решение: Атом состоит из ядра и электронов (число электронов равно Z порядковому номеру атома в таблице Д. И. Менделеева). Поэтому масса нейтрального атома:

$$m_a = m_я + Zm_e = m_\alpha + Zm_e, \qquad (1)$$

где $m_я = m_\alpha$ – масса ядра атома (в данном случае α-частицы или ядра гелия), Z – зарядовое число, m_e – масса электрона.

Подставляем числовые значения:

m_a = 4,00150 + 2·0,00055 = 4,00150 + 0,00110 = 4,00260 а.е.м.

Ответ: m_a = 4,00260 а.е.м.

Задача 2. Определить дефект массы Δm и энергию связи $E_{\text{св}}$ ядра атома тяжелого водорода.

Дано:	**СИ:**
$Z = 1$	
$A = 2$	
$m_{{}^1_1H} = 1,00783$ а.е.м.	
$m_n = 1,00867$ а.е.м.	
$m_a = 2,01410$ а.е.м.	
$\Delta m = ?$	
$E_{\text{св}} = ?$	

Решение: Дефект массы атомного ядра:

$$\Delta m = Zm_{{}^1_1H} + \left(A - Z\right)m_n - m_a, \qquad (1)$$

где Z – зарядовое число (число протонов в ядре); $m_{{}^1_1H}$ – масса атома водорода; m_n – масса нейтрона; m_a – масса нейтрального атома; $N = A - Z$ – число нейтронов; A – массовое число (число нуклонов: протонов и нейтронов).

Подставим численные значения и произведем вычисления:

$$\Delta m = 1 \cdot 1,00783 + \left(2 - 1\right) \cdot 1,00867 - 2,01410 = 0,00240 \text{ а.е.м.}$$

Энергия связи атомного ядра:

$$E_{св} = \Delta mc^2, \qquad (2)$$

где c – скорость света в вакууме.

Подставим численные значения во внесистемных единицах и произведем вычисления:

$$E_{св} = 931 \cdot 0,00240 = 2,23 \text{ МэВ.}$$

Ответ: Δm = 0,00240 а.е.м; $E_{\text{св}}$ = 2,23 МэВ.

Задача 3. Определить удельную энергию связи $E_{уд.св}$ ядра $_6C^{12}$.

Дано:	**СИ:**
$Z = 6$	
$A = 12$	
$m_{^1_1H} = 1{,}00783$ а.е.м.	
$m_n = 1{,}00867$ а.е.м.	
$m_a = 12{,}00000$ а.е.м.	
$\varepsilon_{уд} = ?$	

Решение: Удельная энергия связи (энергия связи, приходящаяся на один нуклон):

$$\varepsilon_{уд} = \frac{E_{св}}{A}. \qquad (1)$$

Энергия связи атомного ядра:

$$E_{св} = \Delta mc^2, \qquad (2)$$

где c – скорость света в вакууме.

Дефект массы атомного ядра:

$$\Delta m = Zm_{^1_1H} + (A - Z)m_n - m_a, \qquad (3)$$

где Z – зарядовое число (число протонов в ядре); $m_{^1_1H}$ – масса атома водорода; m_n – масса нейтрона; m_a – масса нейтрального атома; $N = A - Z$ – число нейтронов; А – массовое число (число нуклонов: протонов и нейтронов).

Подставим формулу дефекта масс (3) в формулу (2):

$$E_{св} = \left(Zm_{^1_1H} + (A - Z)m_n - m_a\right)c^2.$$

Подставим полученное выражение энергии связи в формулу (3) удельной энергии связи:

$$\varepsilon_{уд} = \frac{\left(Zm_{^1_1H} + (A - Z)m_n - m_a\right)c^2}{A}.$$

Подставим в формулу значения величин и произведем вычисления во внесистемных единицах:

$$\varepsilon_{уд} = \frac{931\cdot\left(6\cdot 1{,}00783 + (12-6)\cdot 1{,}00867 - 12{,}00000\right)}{12} = 7{,}68 \text{ МэВ/нуклон}.$$

Ответ: $\varepsilon_{уд} = 7{,}68$ МэВ/нуклон.

Задачи для самостоятельного решения

1. Укажите, сколько нуклонов, протонов, нейтронов содержат следующие ядра: 1) ^3_2He; 2) $^{10}_5B$; 3) $^{23}_{11}Na$; 4) $^{54}_{26}Fe$; 5) $^{104}_{47}Ag$; 6) $^{238}_{92}U$.
2. Найти энергию связи, приходящуюся на один нуклон в ядрах: а) ^7_3Li; б) $^{14}_7N$; в) $^{27}_{13}Al$; г) $^{40}_{20}Ca$; д) $^{63}_{29}Cu$; е) $^{113}_{48}Cd$; ж) $^{200}_{80}Hg$; з) $^{238}_{92}U$. Построить зависимость удельной энергии связи от массового числа A. (Ответ: а) 5,6 МэВ; б) 7,5 МэВ; в) 8,35 МэВ; г) 8,55 МэВ; д) 8,75 МэВ; е) 8,5 МэВ; ж) 7,9 МэВ; з) 7,6 МэВ.
3. Написать недостающие обозначения в реакциях: а) $^{27}_{13}Al(n,\alpha)x$; б) $^{19}_9F(p,x)^{16}_8O$; в) $^{55}_{25}Mn(x,n)^{55}_{26}Fe$; г) $^{27}_{13}Al(\alpha,p)\,x$; д) $^{14}_7N(n,x)^{14}_6C$; е) $x(p,\alpha)^{22}_{11}Na$.

2.3. Ядерные реакции

Ядерные реакции – превращения атомных ядер при их взаимодействии с элементарными частицами (в том числе и с γ-квантами) или друг с другом.

Символически ядерные реакции записываются в следующем виде:

$$X + a \rightarrow Y + b \text{ или } X\left(a,b\right)Y, \quad (2.8)$$

где X и Y – исходное и конечное ядра; a и b – бомбардирующая и испускаемая в ядерной реакции частица.

В любой ядерной реакции выполняются законы сохранения электрических зарядов и массовых чисел:

Сумма зарядов ядер и частиц, вступающих в ядерную реакцию, равна сумме зарядов продуктов реакции (ядер и частиц).

Сумма массовых чисел ядер и частиц, вступающих в ядерную реакцию, равна сумме массовых чисел продуктов реакции (ядер и частиц).

Ядерная реакция характеризуется энергией ядерной реакции Q, равной разности энергий конечной и исходной пар в реакции:

$$Q = \left(\Sigma m_i - \Sigma m_k\right)\cdot c^2, \quad (2.9)$$

где Σm_i – сумма масс частиц до реакции; Σm_k – сумма масс частиц после реакции.

Если массы выразить в а.е.м., то энергия ядерной реакции вычисляется в МэВ (мегаэлектрон-вольтах) по формуле:

$$Q = 931\left(\Sigma m_i - \Sigma m_k\right). \quad (2.10)$$

Ядерные реакции могут быть:

а) экзотермическими (с выделением тепла), при этом $\Sigma m_i > \Sigma m_k; \left(Q > 0\right)$;

б) эндотермическими (с поглощением тепла), при этом $\Sigma m_i < \Sigma m_k; \left(Q < 0\right)$.

Примеры решения задач

Задача 1. Определить порядковый номер Z и массовое число A частицы обозначенной буквой X, в символической записи ядерной реакции: ${}_{13}Al^{27} + X \rightarrow {}_1H^1 + {}_{12}Mg^{26}$.

Дано:	**СИ:**
${}_{13}Al^{27} + X \rightarrow {}_1H^1 + {}_{12}Mg^{26}$	
${}_Z X^A = ?$	

Решение: Ядерная реакция может быть записана в общем виде:

$${}_{Z_1}X_1^{A_1} +_{Z_2} X_2^{A_2} \rightarrow_{Z_3} Y_1^{A_3} +_{Z_4} Y_2^{A_4}, \quad (1)$$

где X_1 и X_2 – исходные ядра, причем X_2 – бомбардирующая частица; Y_1 и Y_2 – продукты ядерной реакции, причем Y_1 – ядро – продукт, Y_2 – частица, вылетающая из составного ядра (их может быть несколько).

Запишем ядерную реакцию для данной задачи:

$${}_{13}Al^{27} +_Z X^A \rightarrow {}_1H^1 + {}_{12}Mg^{26}.$$

Зарядовое число определим, используя закон сохранения заряда:

$$13 + Z = 1 + 12,$$

следовательно, $Z = 0$.

Массовое число определим, применив закон сохранения числа нуклонов:

$$27 + A = 1 + 26,$$

следовательно, $A = 0$.

Частица, имеющая нулевые зарядовое и массовое числа ${}_0X^0$, – это γ-квант, т. е. ядерная реакция запишется так:

$${}_{13}Al^{27} + \gamma \rightarrow {}_1H^1 + {}_{12}Mg^{26}.$$

Ответ: γ-частица.

Задача 2. Ядро изотопа магния с массовым числом 25 подвергается бомбардировке протонами. Ядро какого элемента получается в результате реакции, если она сопровождается получением α-частиц?

Дано:	СИ:
${}_{12}Mg^{25} +_1 p^1 \rightarrow {}_ZY^A + {}_2He^4$	
${}_ZY^A = ?$	

Решение: Формула ядерной реакции:

$${}_{12}Mg^{25} +_1 p^1 \rightarrow {}_ZY^A + {}_2He^4,$$

где ${}_2He^4$ – ядро атома гелия или α-частица.

Зарядовое число найдем по закону сохранения заряда:

$$12 + 1 = Z + 2,$$

следовательно, $Z = 11$.

Массовое число определим, применив закон сохранения числа нуклонов:

$$25 + 1 = A + 4,$$

следовательно, $A = 22$.

Зарядовое число соответствует порядковому номеру элемента в таблице Менделеева, следовательно, образуется ядро натрия ${}_{11}Na^{22}$.

Ответ: ${}_{11}Na^{22}$.

Задача 3. Определить энергию Q ядерных реакций:

1) ${}_{4}^{9}Be + {}_{1}^{2}H \rightarrow {}_{5}^{10}B + {}_{0}^{1}n$;

2) ${}_{20}Ca^{44} + {}_{1}H^{1} \rightarrow {}_{19}K^{41} + {}_{2}He^{4}$.

Освобождается или поглощается энергия в каждой из указанных реакций?

Дано:	**СИ:**
m_{Be} = 9,01219 а.е.м.	
$m_{^2H}$ = 2,0141 а.е.м.	
m_B = 10,01294 а.е.м.	
m_n = 1,00867 а.е.м.	
m_{Ca} = 43,95549 а.е.м.	
$m_{^1H}$ = 1,00783 а.е.м.	
m_K = 40,96184 а.е.м.	
m_{He} = 4,00260 а.е.м.	
Q = ?	

Решение: Разница исходных и конечных масс ядер:

$$\Delta m = m_{нач} - m_{конечн} = (m_1 + m_2) - (m_3 + m_4), \qquad (1)$$

где m_1 и m_2 – массы покоя ядра – мишени и бомбардирующей частицы (исходные ядра);

m_3 и m_4 – массы покоя ядер продуктов реакции.

Энергия ядерной реакции:

$$Q = \Delta mc^2 = [(m_1 + m_2) - (m_3 + m_4)] \cdot c^2. \qquad (2)$$

Атом состоит из ядра и электронов (число электронов равно порядковому номеру атома), поэтому масса нейтрального атома $m_a = m_я + Zm_e$.

Следовательно, масса ядра атома:

$$m_я = m_a - Zm_e. \qquad (3)$$

1) Энергетический эффект ядерной реакции, выраженный через массы ядер:

$$Q = \left[\left(m_{Be} + m_{^2H}\right) - \left(m_B + m_n\right)\right] \cdot c^2. \qquad (4)$$

Преобразуем формулу (4), заменив массы ядер массами атомов соответствующих элементов:

$$Q = \left[\left(m_{Be} - 4m_e + m_{^2H} - m_e\right) - \left(m_B - 5m_e + m_n\right)\right] \cdot c^2.$$

Сократим массы электронов:

$$Q = \left[\left(m_{Be} + m_{^2H}\right) - \left(m_B + m_n\right)\right] \cdot c^2.$$

Произведем вычисления:

$Q = [(9{,}01219 + 2{,}0141) - (10{,}01294 + 1{,}00867)] \cdot 931{,}4 \approx 4{,}36$ МэВ – энергия выделяется, т.е. реакция экзотермическая.

2) Энергетический эффект ядерной реакции, выраженный через массы ядер:

$$Q = \left[\left(m_{Ca} + m_{^1H}\right) - \left(m_K + m_{He}\right)\right] \cdot c^2.$$

Преобразуем формулу, заменив массы ядер массами атомов:

$$Q = \left[\left(m_{Ca} - 20m_e + m_{^1H} - m_e\right) - \left(m_K - 19m_e + m_{He} - 2m_e\right)\right] c^2.$$

Сократим массы электронов:

$$Q = \left[\left(m_{Ca} + m_{^1H}\right) - \left(m_K + m_{He}\right)\right] c^2.$$

Произведем вычисления:

$Q=\left[\left(43{,}95549+1{,}00783\right)-\left(40{,}96184+4{,}0026\right)\right]\cdot 931{,}4\approx -1{,}04$ МэВ – энергия поглощается, т. е. реакция эндотермическая.

Ответ: 1) освобождается Q = 4,36 МэВ; 2) поглощается Q = – 1,04 МэВ.

Задача 4. При реакции $^{6}Li\left(d,p\right)^{7}Li$ освобождается энергия Q = 5,025 МэВ. Определить массу $m_{^6Li}$.

Дано:	**СИ:**
Q = 5,025 МэВ	
$m_{^2H}$ = 2,0141 а.е.м.	
$m_{^1H}$ = 1,00783 а.е.м.	
$m_{^7Li}$ = 7,01601 а.е.м.	
m_{He} = 4,00260 а.е.м.	
$m_{^6Li}$ = ?	

Решение: Энергия ядерной реакции:

$$Q=\left(\left(m_{^6Li}+m_d\right)-\left(m_p+m_{^7Li}\right)\right)\cdot c^2 .$$

Преобразуем формулу, заменив массы ядер массами атомов:

$$Q=\left(\left(m_{^6Li}-3m_e+m_{^2H}-m_e\right)-\left(m_{^1H}-m_e+m_{^7Li}-3m_e\right)\right)c^2$$

Сократим массы электронов:

$$Q=\left(\left(m_{^6Li}+m_{^2H}\right)-\left(m_{^1H}+m_{^7Li}\right)\right)c^2 , \qquad (1)$$

где $m_{^1H}$ – масса атома водорода; $m_{^2H}$ – масса атома дейтерия (тяжелого водорода).

Выразим массу атома лития $m_{^6Li}$ 6:

$$m_{^6Li}=\frac{Q}{c^2}+m_{^1H}+m_{^7Li}-m_{^2H} .$$

Подставим числовые значения (во внесистемных единицах):

$$m_{^6Li}=\frac{5{,}025}{931{,}4}+1{,}00783+7{,}01601-2{,}0141=6{,}01514 \text{ а.е.м.}$$

Ответ: $m_{^6Li}$ = 6,01514 а.е.м.

Задача 5. Найти энергию Q ядерной реакции $^{14}N\left(n,p\right)^{14}C$, если энергия связи ядра ^{14}N равна 104,66 МэВ, а ядра ^{14}C 105,29 МэВ.

Дано:	**СИ:**
$E_{св1}$ = 104,66 МэВ	
$E_{св1}$ = 105,29 МэВ	
Q = ?	

Решение: Энергия ядерной реакции:

$$Q=\left(\left(m_N+m_n\right)-\left(m_p+m_C\right)\right)c^2 .$$

Преобразуем формулу, заменив массы ядер массами атомов:

$$Q=\left(\left(m_N-7m_e+m_n\right)-\left(m_{^1H}-m_e+m_C-6m_e\right)\right)c^2 .$$

Сократим массы электронов:

$$Q = \left(\left(m_N + m_n\right) - \left(m_{^1H} + m_C\right)\right)c^2, \quad (1)$$

где $m_{^1H}$ – масса атома водорода.

Энергия связи ядра атома азота ${}^{14}_{7}N$ и углерода ${}^{14}_{6}C$:

$$\begin{cases} E_{св1} = \left(Z_1 m_{^1H} + \left(A_1 - Z_1\right)m_n - m_N\right)c^2 \\ E_{св2} = \left(Z_2 m_{^1H} + \left(A_2 - Z_2\right)m_n - m_C\right)c^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E_{св1} = \left(7m_{^1H} + 7m_n - m_N\right)c^2 \\ E_{св2} = \left(6m_{^1H} + 8m_n - m_C\right)c^2 \end{cases};$$

где Z – зарядовое число (число протонов в ядре);

$m_{^1H}$ – масса атома водорода;

m_n – масса нейтрона;

m_N и m_C – массы нейтральных атомов (азота и углерода);

$N = A - Z$ – число нейтронов;

A – массовое число (число нуклонов: протонов и нейтронов);

c – скорость света в вакууме.

Преобразуем, вычтем из нижнего уравнения верхнее:

$$E_{св2} - E_{св1} = \left(\left(6m_{^1H} + 8m_n - m_C\right) - \left(7m_{^1H} + 7m_n - m_N\right)\right)c^2. \quad (2)$$

Упростим:

$$E_{св2} - E_{св2} = \left(\left(m_n - m_C\right) - \left(m_{^1H} - m_N\right)\right)c^2 = \left(\left(m_N + m_n\right) - \left(m_{^1H} + m_C\right)\right)c^2.$$

Правые части формул (1) и (2) равны, следовательно, равны и левые:

$$Q = E_{св2} - E_{св1}.$$

Произведем вычисления:

Q = 105,29 – 104,66 = 0,63 МэВ – выделяется энергия, т. е. реакция экзотермическая.

Ответ: Q = 0,63 МэВ, энергия освобождается.

Задача 6. При ядерной реакции ${}^{9}Be\left(\alpha, n\right){}^{12}C$ освобождается энергия Q = 5,70 МэВ. Пренебрегая кинетическими энергиями ядер бериллия и гелия и принимая их суммарный импульс равным нулю, определить кинетические энергии T_3 и T_4 продуктов реакции.

Дано:	**СИ:**
Q = 5,7 МэВ	
m_n = 1,00867 а.е.м.	
m_C = 12,00000 а.е.м.	
m_e = 0,00055 а.е.м.	
$T_1 = T_2 = 0$ = 4,00260 а.е.м.	
$T_3 = ?$	
$T_4 = ?$	

Решение. Энергия ядерной реакции:

$$Q = \left(T_3 + T_4\right) - \left(T_1 + T_2\right), \quad (1)$$

где T_1 и T_2 – кинетические энергии ядра – мишени и бомбардирующей частицы (исходные ядра);

T_3 и T_4 – кинетические энергии вылетающей частицы и ядра – продукта реакции.

Реакция экзотермическая, с выделением тепла:

$$Q = \left(T_3 + T_4\right). \qquad (2)$$

По закону сохранения импульса:

$$0 = \vec{p}_3 + \vec{p}_4.$$

Следовательно, в скалярном виде:

$$p_3 = p_4.$$

Т. к. по условию Q много меньше энергии покоя любой частицы, связь импульса с кинетической энергией имеет вид:

$$p = \sqrt{2mT}.$$

Следовательно,

$$\sqrt{2m_3T_3} = \sqrt{2m_4T_4} \Rightarrow m_3T_3 = m_4T_4 \Rightarrow T_4 = \frac{m_3}{m_4}T_3.$$

Масса ядра углерода:

$$m_4 = m_я = m_a - Zm_e.$$

Подставим в формулу (2) и выразим кинетическую энергию нейтрона:

$$Q = T_3 + \frac{m_3}{m_a - Zm_e}T_3 \Rightarrow Q = \left(1 + \frac{m_n}{m_C - Zm_e}\right)T_3 \Rightarrow T_3 = \frac{Q}{1 + \dfrac{m_n}{m_C - Zm_e}}.$$

Подставим числовые значения (во внесистемных единицах):

$$T_3 = \frac{5,7}{1 + \dfrac{1,00867}{12 - 6 \cdot 0,00055}} = 5,26 \text{ МэВ}.$$

Используя формулу (2), можно найти кинетическую энергию углерода:

$$T_4 = Q - T_3 = 5,7 - 5,26 = 0,44 \text{ МэВ}.$$

Ответ: T_3 = 5,26 МэВ, T_4 = 0,44 МэВ.

Задача 7. Определить энергию Q распада ядра углерода $^{10}_{6}C$, выбросившего позитрон и нейтрино.

Дано:	СИ:
m_C = 10,0168 а.е.м.	
m_B = 10,01294 а.е.м.	
m_e = 0,00055 а.е.м.	
Q = ?	

Решение: Запишем формулу ядерной реакции:

$$^{10}_{6}C \to {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{+1}e + {}^{0}_{0}\nu_e, \qquad (1)$$

где $^{0}_{+1}e$ – позитрон; ν_e – электронное нейтрино.

Зарядовое число найдем по закону сохранения заряда:

6 = Z + 1 + 0, => Z = 5.

По таблице Менделеева этот элемент бор $_5B$.

Массовое число найдем, применив закон сохранения числа нуклонов:

10 = A + 0 +0, => A = 10.

Итак, этот элемент – бор $^{10}_{5}B$.

Тогда формула ядерной реакции:

$$^{10}_{6}C \to {}^{10}_{5}B + {}^{0}_{+1}e + {}^{0}_{0}\nu_e .$$

1 способ

Энергия ядерной реакции:

$$Q = \left(m_C - \left(m_{e^+} + m_\nu + m_B\right)\right)c^2 .$$

Массой нейтрино электронного m_ν можно пренебречь. Преобразуем формулу, заменив массы ядер массами атомов:

$$Q = \left(\left(m_C - 6m_e\right) - \left(m_{e^+} + m_B - 5m_e\right)\right)c^2 .$$

Сократим массы электронов:

$$Q = \left(\left(m_C - m_e\right) - \left(m_{e^+} + m_B\right)\right)c^2 . \qquad (2)$$

Массы электрона m_e и позитрона m_{e^+} равны, поэтому:

$$Q = \left(m_C - m_B - 2m_e\right)c^2 . \qquad (3)$$

Произведем вычисления:

$$Q = \left(10{,}0168 - 10{,}01294 - 2 \cdot 0{,}00055\right) \cdot 931{,}4 = 2{,}571 \text{ МэВ}.$$

Выделяется энергия, т. е. реакция экзотермическая.

2 способ

Энергетический эффект равен изменению полной энергии:

$$Q = \Delta E .$$

Полная энергия: $E = m_0 c^2 + T$ равна изменению кинетической энергии, т. к. энергия покоя не изменяется.

Следовательно,

$$Q = \Delta E = \left(m_C - \left(m_B + m_{e^+}\right)\right)c^2 .$$

Массой электронного нейтрино пренебрегаем. Преобразуем формулу, заменив массы ядер массами атомов:

$$Q = \Delta E = \left(m_C - 6m_e - \left(m_B - 5m_e + m_{e^+}\right)\right)c^2 = \left(m_C - m_B - 2m_e\right)c^2 ,$$

т. к. массы электрона и позитрона равны: $m_e = m_{e^+}$.

Получили формулу, аналогичную формуле (3).

Ответ: $Q = 2{,}571$ МэВ.

Задачи для самостоятельного решения

1. Какой изотоп образуется из $^{238}_{92}U$ после трех α-распадов и двух β-распадов? (Ответ: $^{226}_{88}Ra$)
2. Определить энергию Q ядерных реакций: 1) $^{9}_{4}Be + {}^{2}_{1}H \to {}^{10}_{5}B + {}^{1}_{0}n$; 2) $^{6}_{3}Li + {}^{2}_{1}H \to {}^{4}_{2}He + {}^{4}_{2}He$; 3) $^{7}_{3}Li + {}^{4}_{2}He \to {}^{10}_{5}B + {}^{1}_{0}n$; 4) $^{7}_{3}Li + {}^{1}_{1}H \to {}^{7}_{4}Be + {}^{1}_{0}n$; 5) $^{44}_{20}Ca + {}^{1}_{1}H \to {}^{41}_{19}K + {}^{4}_{2}He$. Освобождается или поглощается энергия в каждой

из указанных реакций? (Ответ: 4,36 МэВ, освобождается; 22,4 МэВ, освобождается; 2,8 МэВ, поглощается; 1,64 МэВ, поглощается; 1,05 МэВ, поглощается).

3. Какую наименьшую энергию нужно затратить, чтобы оторвать один нейтрон от ядра азота $^{14}_{7}N$? (Ответ: 10,6 МэВ).
4. Найти энергию ядерной реакции $^{14}N(n,p)^{14}C$, если энергия связи ядра ^{14}N равна 104,66 МэВ, а ядра ^{14}C – 105,29 МэВ. (Ответ: 0,63 МэВ).
5. Какую массу воды можно нагреть от 0 ^{0}С до кипения за счет теплоты, выделившейся при разложении 1 г лития в ходе реакции $^{7}_{3}Li(p,\alpha)$)? (Ответ: 570 т).
6. Найти электрическую мощность атомной электростанции, расходующей 0,1 кг урана-235 в сутки, если КПД станции равен 16 %. (Ответ: 15 МВт).
7. Ядро углерода $^{14}_{6}C$ выбросило отрицательно заряженную β-частицу и антинейтрино. Определить полную энергию бета-распада ядра. (Ответ: 0,156 МэВ).

2.4. Закон радиоактивного распада

Радиоактивность – явление самопроизвольного (спонтанного) распада ядер, при котором образуется новое ядро, и испускаются частицы.

Атомное ядро, испытывающее радиоактивный распад, называется материнским, возникающее ядро – дочерним.

Естественная радиоактивность наблюдается в основном у тяжелых ядер, которые располагаются в периодической системе Менделеева за свинцом. Открыто явление Анри Беккерелем в 1896 году.

Поскольку ядра распадаются независимо друг от друга, то можно считать, что число ядер dN , распавшихся в среднем за интервал времени от t до $t+dt$, пропорционально промежутку времени dt и числу не распавшихся ядер N к моменту времени t :

$$dN = -\lambda N dt,$$

где λ – постоянная радиоактивного распада.

Разделив переменные и интегрируя:

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt,\ \int_{N_0}^{N}\frac{dN}{N} = -\lambda\int_{0}^{t}dt,\ ln\frac{N}{N_0} = -\lambda t,$$

получаем:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \tag{2.11}$$

где N_0 – начальное число не распавшихся ядер, N – число не распавшихся ядер в момент времени t .

Выражение (2.11) предоставляет собой закон радиоактивного распада.

Постоянная распада λ – это физическая величина, численно равная доле ядер, распадающихся за единицу времени, и определяющая скорость радиоактивного распада:

$$\lambda = \frac{\frac{dN}{N}}{dt}.$$

Для оценки устойчивости ядер обычно используют не постоянную распада, а величину, которая называется периодом полураспада. Период полураспада $T_{1/2}$ – время, за которое исходное число радиоактивных ядер, в среднем, уменьшается вдвое.

Тогда согласно (2.11):

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}},$$

Откуда:

$$T_{1/2} = \frac{ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}. \qquad (2.12)$$

Закон самопроизвольного радиоактивного распада основывается на двух предположениях: 1) постоянная распада не зависит от внешних условий; 2) число ядер, распадающихся за время dt, пропорционально начальному количеству ядер N_0. Это означает, что закон радиоактивного распада является статистическим законом. Статистические законы можно применять только к большому количеству ядер. Закон радиоактивного распада не отвечает на вопрос, какое именно ядро распадется, т.к. все ядра неразличимы и распад данного ядра является случайным событием, имеющим ту или иную вероятность.

Суммарная продолжительность жизни dN ядер равна $t\left|dN\right| = t\lambda N dt$. Произведя интегрирование по всем возможным t, и разделив на N_0, получим среднее время жизни τ радиоактивного ядра

$$\tau = \frac{1}{N_0}\int_0^\infty \lambda N t dt = \frac{1}{N_0}\int_0^\infty \lambda N_0 t e^{-\lambda t} dt = \lambda \int_0^\infty t e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}.$$

Таким образом, среднее время жизни радиоактивного ядра есть величина, обратная постоянной радиоактивного распада

$$\tau = \frac{1}{\lambda}. \qquad (2.13)$$

Часто бывает, что возникающие в результате радиоактивных превращений ядра в свою очередь оказываются радиоактивными. Новые продукты распада также могут оказаться радиоактивными, т.е. возникает целый ряд радиоактивных превращений. В природе существуют три радиоактивных ряда, родоначальниками которых служат уран ($^{238}_{92}U$), торий ($^{232}_{90}Th$) и актиний ($^{235}_{89}Ac$). Конечным продуктом во всех случаях служат изотопы свинца.

Для исследования радиоактивных изотопов обычно используют препараты. Препарат – это определенное количество радиоактивного вещества, специально приготовленного для эксперимента, например, нанесенного на подложку или заключенного в оболочку.

Активностью A нуклида (препарата) в радиоактивном источнике называется число распадов, происходящих с ядрами образца за 1 с:

$$A = \frac{dN}{dt}. \qquad (2.14)$$

$\left[A\right] = 1$ Бк (беккерель).

Для измерения активности допускается применение внесистемной единицы – кюри (Ки): $1\,\text{Ки} = 3{,}7 \cdot 10^{10}$ Бк.

Активность препарата равна произведению постоянной распада λ на число N не распавшихся атомов, содержащихся в этом препарате:

$$A = \frac{dN}{dt} = -\lambda N. \qquad (2.15)$$

Знак «–» означает, что активность с течением времени уменьшается. Заменив N по формуле (2.11), получим закон изменения активности:

$$A = A_0 e^{-\lambda t}, \qquad (2.16)$$

где A_0 – активность в момент времени $t = 0$.

Удельная активность $A_{уд}$ – активность, отнесенная к единице массы вещества:

$$A_{уд} = \frac{A}{m}, \qquad (2.17)$$

$$\left[A_{уд}\right] = 1\frac{Бк}{кг}.$$

Примеры решения задач

Задача 1. Определить постоянные распада λ изотопов радия: ${}^{219}_{88}Ra$ и ${}^{226}_{88}Ra$.

Дано:	СИ:
$T_{1/2} = 10^{-3}$ с	
$T_{1/2} = 1{,}62 \cdot 10^{3}$ лет	$5{,}12 \cdot 10^{10}$ с
$\lambda = ?$	

Решение: Связь периода полураспада – промежуток времени, за который число не распавшихся атомов уменьшается в два раза – с постоянной распада выражается формулой:

$$T_{1/2} = \frac{ln2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{\lambda},$$

где λ – постоянная распада, имеющая смысл вероятности распада за 1 с и равная доле ядер, распадающихся в единицу времени.

Выразим постоянную распада:

$$\lambda = \frac{ln2}{T_{1/2}}.$$

Подставим числовые данные и получим:

1) ${}^{219}_{88}Ra$

$$\lambda_1 = \frac{ln2}{10^{-3}} = 0,693 \cdot 10^3 \approx 693 \text{ с}^{-1}.$$

2) ${}^{226}_{88}Ra$

$$\lambda_2 = \frac{ln2}{5,12 \cdot 10^{10}} = \frac{0,693}{5,12 \cdot 10^{10}} \approx 13,5 \cdot 10^{-12} \text{ с}^{-1} = 13,5 \text{ пс}.$$

Ответ: 1) λ_1 = 693 с$^{-1}$; 2) λ_2 = 13,5 пс$^{-1}$.

Задача 2. Сколько процентов начального количества радиоактивного актиния ${}^{225}Ac$ останется: через 5 дней, через 15 дней?

Дано:	**СИ:**
$T_{1/2} = 10$ дней	
$t_1 = 5$ дней	
$t_2 = 15$ дней	
$\frac{N}{N_0} = ?$	

Решение: Основной закон радиоактивного распада:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \tag{1}$$

где N – число не распавшихся атомов в момент времени t;
N_0 – число не распавшихся атомов в момент, принятый за начальный ($t = 0$);
e – основание натуральных логарифмов;
λ – постоянная радиоактивного распада.
Связь периода полураспада с постоянной распада:

$$T_{1/2} = \frac{ln2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}.$$

Откуда постоянная распада:

$$\lambda = \frac{ln2}{T_{1/2}}. \tag{2}$$

Подставим формулу (2) в формулу (1) и выполним преобразования:

$$N = N_0 e^{-ln2\frac{t}{T_{1/2}}} = N_0 \left(e^{ln2}\right)^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = N_0 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}},$$

т. к. $e^{ln\,a} = a$.

Следовательно,

$$\frac{N}{N_0} = 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}. \tag{3}$$

Подставим числовые значения:

1) $\frac{N_1}{N_0} = 2^{-\frac{5}{10}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707$ или 70,7 %.

2) $\frac{N_1}{N_0} = 2^{-\frac{15}{10}} = \frac{1}{\sqrt{2^3}} = 0,354$ или 35,4 %.

Ответ: 1) $\frac{N_1}{N_0}$ = 70,7 %; 2) $\frac{N_2}{N_0}$ = 35,4 %.

Задача 3. За один год начальное количество радиоактивного изотопа уменьшилось в три раза. Во сколько раз оно уменьшится за 2 года?

Дано:	**СИ:**
$t_1 = 1$ год	
$t_2 = 2$ года	
$\frac{N_0}{N_1} = 3$	
$\frac{N_0}{N_2} = ?$	

Решение: Закон радиоактивного распада:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} = \frac{N_0}{e^{\lambda t}}. \quad (1)$$

Выразим отношение $\frac{N_0}{N}$:

$$\frac{N_0}{N} = e^{\lambda t}. \quad (2)$$

Составим систему двух уравнений с учетом того, что постоянная радиоактивного распада λ неизменна для изотопа:

$$\begin{cases} \frac{N_0}{N_1} = e^{\lambda t_1} \\ \frac{N_0}{N_2} = e^{\lambda t_2} \end{cases}.$$

Прологарифмируем первое уравнение и выразим постоянную радиоактивного распада λ:

$$ln\frac{N_0}{N_1} = \lambda t_1 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{t_1} ln\frac{N_0}{N_1}.$$

Подставим во второе уравнение системы:

$$\frac{N_0}{N_2} = e^{\frac{t_2}{t_1}\cdot\ln\frac{N_0}{N_1}}.$$

Произведем вычисления во внесистемных единицах:

$$\frac{N_0}{N_2} = e^{\frac{2\,года}{1\,год}\cdot ln3} = e^{2,1972} = 9.$$

Ответ: $\frac{N_0}{N_2} = 9$.

Задача 4. За какое время t распадется 1/4 начального количества ядер радиоактивного нуклида, если период его полураспада $T_{1/2} = 24$ ч?

Дано:	**СИ:**
$T_{1/2} = 24$ часа	
$\Delta N = \frac{1}{4} N_0$	
$t = ?$	

Решение: Основной закон радиоактивного распада:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (1)$$

где N – число не распавшихся атомов в момент времени t;
N_0 – число не распавшихся атомов в момент, принятый за начальный ($t = 0$);
e – основание натуральных логарифмов;
λ – постоянная радиоактивного распада.

Число атомов распавшихся за время t:

$$\Delta N = N_0 - N = N_0 - N_0 e^{-\lambda t} = N_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right). \qquad (2)$$

Преобразуем формулу (2):

$$\frac{\Delta N}{N_0} = 1 - e^{-\lambda t} \Rightarrow e^{-\lambda t} = 1 - \frac{\Delta N}{N_0}.$$

Прологарифмируем полученное выражение:

$$ln\, e^{-\lambda t} = -\lambda t = ln\left(1 - \frac{\Delta N}{N_0}\right)$$

и выразим время t распада:

$$t = -\frac{ln\left(1 - \frac{\Delta N}{N_0}\right)}{\lambda}. \qquad (3)$$

Связь периода полураспада – промежуток времени, за который число не распавшихся атомов уменьшается в два раза – с постоянной распада:

$$T_{1/2} = \frac{ln 2}{\lambda}, \qquad (4)$$

откуда постоянная распада:

$$\lambda = \frac{ln 2}{T_{1/2}}. \qquad (5)$$

Подставим (5) в формулу (3):

$$t = -T_{1/2}\frac{ln\left(1 - \frac{\Delta N}{N_0}\right)}{ln 2}.$$

Подставим численные значения во внесистемных единицах:

$$t = -24\frac{ln\left(1 - \frac{1}{4}\right)}{0{,}69315} = 9{,}96 \text{ часа}.$$

Ответ: t = 9,96 часа.

Задача 5. За 8 дней распалось 75 % начального количества радиоактивного нуклида. Определить период полураспада.

Дано:	**СИ:**
$t = 8$ дней	
$\Delta N = \frac{3}{4} N_0$	
$T_{1/2} = ?$	

Решение: Основной закон радиоактивного распада:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \qquad (1)$$

где N – число не распавшихся атомов в момент времени t;
N_0 – число не распавшихся атомов в момент, принятый за начальный ($t = 0$);
e – основание натуральных логарифмов;
λ – постоянная радиоактивного распада.

Число атомов распавшихся за время t:

$$\Delta N = N_0 - N = N_0 - N_0 e^{-\lambda t} = N_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right). \qquad (2)$$

Преобразуем формулу (2):

$$\frac{\Delta N}{N_0}=1-e^{-\lambda t}\Rightarrow e^{-\lambda t}=1-\frac{\Delta N}{N_0}.$$

Прологарифмируем полученное выражение:

$$ln\, e^{-\lambda t}=-\lambda t=ln\left(1-\frac{\Delta N}{N_0}\right),$$

выразим постоянную распада λ:

$$\lambda=-\frac{ln\left(1-\frac{\Delta N}{N_0}\right)}{t}. \qquad (3)$$

Связь периода полураспада с постоянной распада λ:

$$T_{1/2}=\frac{ln\,2}{\lambda}, \qquad (4)$$

Подставим (3) в формулу (4):

$$T_{1/2}=-t\frac{ln\,2}{ln\left(1-\frac{\Delta N}{N_0}\right)}.$$

Подставим числовые значения во внесистемных единицах:

$$T_{1/2}=-\frac{8\cdot 0,693}{ln\left(1-\frac{3}{4}\right)}=4 \text{ дня.}$$

Ответ: $T_{1/2}=4$ дня.

Задача 6. Определить промежуток времени *t*, в течение которого активность *A* изотопа стронция ^{90}Sr уменьшится в $k_1=10$ раз, $k_2=100$ раз.

Дано:	**СИ:**
$T_{1/2}=28$ лет	
$k_1=10$	
$k_2=100$	
$t=?$	

Решение: Активность изотопа уменьшается со временем по закону:

$$A=A_0e^{-\lambda t}=\lambda N_0e^{-\lambda t},$$

где $A_0=\lambda N_0$ – начальная активность (в момент времени $t=0$); λ – постоянная распада изотопа.

Преобразуем:

$$k=\frac{A_0}{A}=e^{\lambda t},$$

прологарифмируем:

$$ln\,k=\lambda t$$

и выразим время:

$$t=\frac{ln\,k}{\lambda}.$$

Связь периода полураспада $T_{1/2}$ с постоянной распада λ:

$$\lambda = \frac{ln2}{T_{1/2}}.$$

Тогда искомый промежуток времени:

$$t = T_{1/2}\frac{lnk}{ln2}.$$

Произведем вычисления во внесистемных единицах:

1) $t_1 = \dfrac{28 \cdot ln10}{ln2} = \dfrac{28 \cdot 2{,}3026}{0{,}69315} = 93$ года.

2) $t_2 = \dfrac{28 \cdot ln100}{ln2} = \dfrac{28 \cdot 4{,}605}{0{,}693} = 186$ лет.

Ответ: t_1 = 93 года, t_2 = 186 лет.

Задача 7. На сколько процентов снизится активность A изотопа иридия ^{192}Ir за время t = 30 суток?

Дано:	**СИ:**
$t = 30$ суток	
$T_{1/2} = 75$ суток	
$\dfrac{A_0 - A}{A_0} = ?$	

Решение: Активность изотопа уменьшается со временем по закону:

$$A = A_0 e^{-\lambda t}, \qquad (1)$$

где $A_0 = \lambda N_0$ – начальная активность (в момент времени t = 0); λ – постоянная распада.

Выразим отношение $\dfrac{A}{A_0}$ из формулы (1):

$$\frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t}. \qquad (2)$$

Выразим постоянную распада λ через период полураспада $T_{1/2}$:

$$\lambda = \frac{ln2}{T_{1/2}}$$

и подставим в формулу (2):

$$\frac{A}{A_0} = e^{-\frac{ln2}{T_{1/2}}t}.$$

Относительное уменьшение активности препарата:

$$\frac{A_0 - A}{A_0} = 1 - e^{-\frac{ln2}{T_{1/2}}t}.$$

Произведем вычисления во внесистемных единицах:

$$\frac{A_0 - A}{A_0} = 1 - e^{-\frac{ln2}{75}\cdot 30} = 1 - e^{-\frac{0{,}693}{5}\cdot 2} = 0{,}242 = 24{,}2\ \%.$$

Ответ: активность уменьшилась на 24,2 %.

Задача 8. Найти число распадов за 1 с в 10 г стронция ${}^{90}_{38}Sr$, период полураспада которого 28 лет.

Дано:	СИ:
$m = 10$ г	10^{-2}
$T_{1/2} = 28$ лет	$88{,}48 \cdot 10^7$ с
$\mu = 90 \cdot 10^{-3}$ кг/моль	
$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$	
$A_0 = ?$	

Решение: Начальная активность изотопа:

$$A_0 = \lambda N_0. \qquad (1)$$

Количество вещества равно:

$$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{N_0}{N_A},$$

где N_0 – число молекул в m кг вещества;

N_A – число Авогадро;

μ – молярная масса вещества.

Выразим число атомов (оно равно числу молекул):

$$N_0 = \frac{m}{\mu} N_A$$

и подставим в формулу (1):

$$A_0 = \lambda \frac{m}{\mu} N_A. \qquad (2)$$

Постоянную распада λ выразим через период полураспада $T_{1/2}$ с:

$$\lambda = \frac{ln 2}{T_{1/2}}$$

и подставим в формулу (2):

$$A_0 = \frac{ln 2}{T_{1/2}} \frac{m}{\mu} N_A.$$

Подставим числовые значения:

$$A_0 = \frac{0{,}693}{88{,}48 \cdot 10^7} \cdot \frac{10^{-2}}{90 \cdot 10^{-3}} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} = 5{,}24 \cdot 10^{13} \text{ Бк} = 1{,}42 \cdot 10^3 \text{ Ки}.$$

Ответ: $A_0 = 5{,}24 \cdot 10^{13}$ Бк $= 1{,}42 \cdot 10^3$ Ки.

Задача 9. Найти отношение массовой активности a_1 стронция ${}^{90}Sr$ к массовой активности a_2 радия ${}^{226}Ra$.

Дано:	СИ:
$\mu_1 = 90$ г/моль	
$T_1 = 28$ лет	
$\mu_2 = 226$ г/моль	
$T_2 = 1620$ лет	
$\dfrac{a_1}{a_2} = ?$	

Решение: Массовая активность радиоактивного источника – активность единицы массы источника:

$$a = \frac{A}{m}. \qquad (1)$$

Активность препарата A связана с количеством атомов N формулой:

$$A = \lambda N. \qquad (2)$$

Масса препарата m связана с количеством атомов N в нем соотношением:

$$N=\frac{mN_A}{\mu}, \qquad (3)$$

где N_A – число Авогадро; μ – молярная масса вещества.

Постоянная распада λ и период полураспада T связаны формулой:

$$\lambda=\frac{ln2}{T}. \qquad (4)$$

Подставим формулы (3) и (4) в формулу (1):

$$A=\frac{ln2}{T}\cdot\frac{m}{\mu}\cdot N_A. \qquad (5)$$

Подставим (5) в формулу (1) массовой активности:

$$a=\frac{1}{m}\cdot\frac{ln2}{T}\cdot\frac{m}{\mu}\cdot N_A=\frac{ln2}{T}\cdot\frac{N_A}{\mu}.$$

Составим систему двух уравнений для изотопов стронция и радия:

$$\begin{cases} a_1=\dfrac{ln2}{T_1}\cdot\dfrac{N_A}{\mu_1} \\ a_2=\dfrac{ln2}{T_2}\cdot\dfrac{N_A}{\mu_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2}=\frac{T_2\cdot\mu_2}{T_1\cdot\mu_1}.$$

Подставим числа во внесистемных единицах:

$$\frac{a_1}{a_2}=\frac{1620\cdot 226}{28\cdot 90}\approx 145.$$

Ответ: $\frac{a_1}{a_2}$ = 145.

Задача 10. Какая часть начального количества атомов распадется за один год в радиоактивном изотопе тория ^{229}Th?

Дано:	**СИ:**
$T_{1/2}=7000$ лет	
$t=1$ год	
$\frac{\Delta N}{N_0}=?$	

Решение: Воспользуемся законом радиоактивного распада:

$$N=N_0\cdot e^{-\lambda t}, \qquad (1)$$

где N – число радиоактивных ядер, содержащихся в изотопе, в момент времени t;

N_0 – число радиоактивных ядер в момент времени, принятый за начальный (t = 0);

λ – постоянная радиоактивного распада.

Доля распавшихся атомов:

$$\frac{\Delta N}{N_0}=\frac{N_0-N}{N_0}=1-\frac{N}{N_0}. \qquad (2)$$

Найдем отношение N/N_0 из формулы (1).

$$\frac{N}{N_0}=e^{-\lambda t}. \qquad (3)$$

Связь периода полураспада $T_{1/2}$ с постоянной распада λ:

$$\lambda = \frac{ln2}{T_{1/2}}. \qquad (4)$$

Подставим (4) в формулу (3) и выполним преобразования:

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\frac{ln2}{T_{1/2}} \cdot t} = 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}. \qquad (5)$$

Подставим (5) в формулу (2):

$$\frac{\Delta N}{N_0} = 1 - 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}.$$

Произведем вычисления во внесистемных единицах:

$$\frac{\Delta N}{N_0} = 1 - 2^{-\frac{1}{7000}} = 9{,}9 \cdot 10^{-5}.$$

Ответ: $\dfrac{\Delta N}{N_0} = 9{,}9 \cdot 10^{-5}$.

Задача 11. Определить число ΔN атомов, распадающихся в радиоактивном изотопе за время $t = 10$ с, если его активность $A = 10^5$ Бк. Считать активность постоянной в течение указанного времени.

Дано:	**СИ:**
$A = 10^5$ Бк	
$t = 10$ с	
$\Delta N = ?$	

Решение: Активность нуклида – число распадов в единицу времени:

$$A = -\frac{dN}{dt}, \qquad (1)$$

где dN – число радиоактивных ядер, распавшихся в изотопе за промежуток времени dt.

Преобразуем (1):

$$Adt = -dN. \qquad (2)$$

Проинтегрируем (2), вынося активность A за знак интеграла:

$$A\int_0^t dt = -\int_{N_0}^{N} dN,$$

$$At = -\left(N - N_0\right) = N_0 - N = \Delta N,$$

выразим ΔN:

$$\Delta N = At$$

Вычислим:

$$\Delta N = 10^5 \cdot 10 = 10^6.$$

Ответ: $\Delta N = 10^6$ атомов.

Задача 12. За время $t=1$ сутки активность изотопа уменьшилась от $A_1=1{,}18\cdot10^{11}$ Бк до $A_2=7{,}4\cdot10^{9}$ Бк. Определить период полураспада $T_{1/2}$ этого нуклида.

Дано:	СИ:
$t=1$ сутки	86400
$A_1=1{,}18\cdot10^{11}$ Бк	
$A_2=7{,}4\cdot10^{9}$ Бк	
$T_{1/2}=?$	

Решение: Связь периода полураспада $T_{1/2}$ с постоянной распада λ:

$$T_{1/2}=\frac{ln2}{\lambda}. \qquad (1)$$

Зависимость активности препарата от времени:

$$A=A_0\cdot e^{-\lambda t}, \qquad (2)$$

где A – активность в момент времени t; A_0 – начальная активность; λ – постоянная радиоактивного распада.

Составим систему и решим ее:

$$\begin{cases}A_1=A_0e^{-\lambda t_1}\\ A_2=A_0e^{-\lambda t_2}\end{cases}\Rightarrow\frac{A_1}{A_2}=\frac{e^{-\lambda t_1}}{e^{-\lambda t_2}}=e^{-\lambda t_1+\lambda t_2}=e^{\lambda(t_2-t_1)}=e^{\lambda t},$$

где $t=t_2-t_1$.

Прологарифмируем и определим постоянную распада:

$$ln\frac{A_1}{A_2}=ln\,e^{\lambda t}=\lambda t\Rightarrow\lambda=\frac{1}{t}ln\frac{A_1}{A_2}.$$

Тогда период полураспада:

$$T_{1/2}=\frac{ln2}{\frac{1}{t}ln\frac{A_1}{A_2}}=\frac{ln2}{ln\frac{A_1}{A_2}}t.$$

Подставим числовые значения во внесистемных единицах:

$$T_{1/2}=\frac{0{,}693\cdot1}{ln\frac{1{,}18\cdot10^{11}}{7{,}4\cdot10^{9}}}=\frac{1}{4}\text{ суток = 6 часов.}$$

Ответ: $T_{1/2}$ = 6 часов.

Задача 13. Определить активность A фосфора ^{32}P массой $m=1$ мг.

Дано:	СИ:
$m=1$ мг	10^{-6} кг
$T_{1/2}=14{,}3$ лет	1235520 с
$\mu=32\cdot10^{-3}$ кг/моль	
$N_A=6{,}02\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$	
$A_0=?$	

Решение: Применим формулу активности изотопа, выведенную в задаче 8:

$$A_0=\frac{ln2}{T_{1/2}}\cdot\frac{m}{\mu}\cdot N_A.$$

Подставим числовые значения:

$$A_0=\frac{0{,}693}{1235520}\cdot\frac{10^{-6}}{32\cdot10^{-3}}\cdot6{,}02\cdot10^{23}=10{,}55\cdot10^{12}\text{ Бк = 10,55 ТБк = 285 Ки.}$$

Ответ: A_0 = 10,55 ТБк = 285 Ки.

Задачи для самостоятельного решения

1. За время 8 суток распалось ¾ начального количества ядер радиоактивного изотопа. Определить период полураспада. (Ответ: 4 дня).
2. За какое время распадается ¼ начального количества ядер радиоактивного изотопа, если период его полураспада 24 часа? (Ответ: 10,5 ч).
3. Активность препарата уменьшилась в 250 раз. Скольким периодам полураспада равен протекший промежуток времени? (Ответ: 8).
4. В ампулу помещен препарат, содержащий 1,5 г радия. Какая масса радона накопится в этой ампуле по истечении времени $t = T_{1/2}/2$, где $T_{1/2}$ – период полураспада радона? (Ответ: 4,8 мкг).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Решение задач по физике способствует запоминанию определений, законов, правил, развитию логического мышления и таких мыслительных операций как анализ и синтез. Умение решать задачи – очень мощное средство при изучении физики, которое активно и систематично используется на практике. Если решение задачи сопровождается комментариями о том, каким способом, методом, с помощью какого приема она была решена, то при решении аналогичной задачи студент может сразу вспомнить алгоритм ее решения. Представленные в работе алгоритмы решения задач являются одним из средств повышения эффективности обучения физике и могут быть использованы для подготовки бакалавров очной и заочной форм обучения по направлениям подготовки: 01.00.00 «Математика и механика», 13.00.00 «Электро- и теплоэнергетика», 15.00.00 «Машиностроение», 18.00.00 «Химические технологии», 20.00.00 «Техносферная безопасность и природообустройство» и 29.00.00 «Технологии легкой промышленности».

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Зисман, Г. А., Тодес, О. М. Курс общей физики. В 3-х тт. Т. 3. Оптика. Физика атомов и молекул. Физика атомного ядра и микрочастиц: учебное пособие / Г. А. Зисман, О. М. Тодес. – Санкт-Петербург, Лань, 2007. – 512 с. – Текст: непосредственный.
2. Савельев, И. В. Курс общей физики. В 3 т. Том 3. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела: учебное пособие / И. В. Савельев. – Санкт-Петербург: Лань, 2019. – 320 с. – Текст: непосредственный.
3. Трофимова, Т. И. Физика. Краткий курс: учебное пособие / Т. И. Трофимова. – М.: КноРус, 2023. – 272 с. – Текст: непосредственный.
4. Трофимова, Т. И., Фирсов, А. В. Курс физики. Задачи и решения / Т. И. Трофимова, А. В. Фирсов. – М.: Издательский центр «Академия», 2011. – 592 с. – Текст: непосредственный.

Учебное издание

Дёмина Маргарита Юрьевна
Яшкевич Екатерина Александровна

ФИЗИКА
АТОМНАЯ ФИЗИКА
И ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА

Учебное пособие

Редактор и корректор М. Д. Баранова
Техн. редактор Д. А. Романова

Учебное электронное издание сетевого распространения

Системные требования:
электронное устройство с программным обеспечением
для воспроизведения файлов формата PDF

Режим доступа: http://publish.sutd.ru/tp_get_file.php?id=202016, по паролю.
- Загл. с экрана.

Дата подписания к использованию 04.03.2024 г. Рег. № 5248/23

Высшая школа технологии и энергетики СПбГУПТД
198095, СПб., ул. Ивана Черных, 4.