М. Ю. Дёмина
К. А. Крюков
Е. А. Яшкевич

ФИЗИКА
ОПТИКА

Учебное пособие

Санкт-Петербург
2023

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна»
Высшая школа технологии и энергетики

М. Ю. Дёмина
К. А. Крюков
Е. А. Яшкевич

ФИЗИКА
ОПТИКА

Учебное пособие

Утверждено Редакционно-издательским советом ВШТЭ СПбГУПТД

Санкт-Петербург
2023

УДК 53 (075)
ББК 22.3
Ф 503

Рецензенты:
доктор физико-математических наук, профессор кафедры физики Высшей школы технологии и энергетики Санкт-Петербургского государственного университета технологий и дизайна
В. И. Лейман;
кандидат химических наук, доцент НОЦ БИСФ
М. С. Панов

Дёмина, М. Ю.
Ф 503 Физика. Оптика: учебное пособие / М. Ю. Дёмина, К. А. Крюков, Е. А. Яшкевич. – СПб.: ВШТЭ СПбГУПТД, 2023. – 71 с.

ISBN 978-5-91646-350-7

Учебное пособие соответствует программам и учебных планам дисциплины «Физика» для студентов, обучающихся по направлениям подготовки: 01.00.00 «Математика и механика», 13.00.00 «Электро- и теплоэнергетика», 15.00.00 «Машиностроение», 18.00.00 «Химические технологии», 27.00.00 «Управление в технических системах», 29.00.00 «Технологии легкой промышленности».

Учебное пособие содержит краткий теоретический материал по разделам: геометрическая оптика, электромагнитные волны, волновая оптика (интерференция, дифракция и поляризация света), квантовая оптика (тепловое излучение, фотоэффект, давление света, эффект Комптона). В каждом разделе приведены примеры решения задач, которые могут быть полезны в качестве дополнительного материала при проведении практических занятий по физике, а также для самостоятельной работы студентов.

Учебное пособие предназначено для бакалавров очной формы обучения.

УДК 53 (075)
ББК 22.3

ISBN 978-5-91646-350-7

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Предлагаемое учебное пособие содержит примеры решения задач по разделу общего курса физики «Оптика». В начале каждого параграфа кратко изложен основной теоретический материал и дается сводка основных формул. Формулы приведены с подробными пояснениями, объясняется физический смысл входящих в них величин. После теоретического материала рассмотрены примеры решения задач. Каждая задача решена в общем виде (т. е. в буквенных обозначениях), так, чтобы искомая величина была выражена через заданные величины. Заданные величины выражены в системе СИ. Результаты расчетов записаны согласно правилам действий с приближенными величинами. Приведенные примеры решения задач ориентированы на оказание дополнительной помощи студентам при решении задач расчетно-графических и контрольных работ, а также при самостоятельной подготовке к занятиям, зачету или экзамену по физике. Для проверки навыков решения задач дополнительно предложены задачи для самостоятельного решения.

1. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

Закон отражения и преломления света

Углом падения называют угол α между падающим лучом А света и перпендикуляром к границе раздела двух сред, восстановленным в точке падения (рис. 1).

Углом отражения называют угол γ между отражённым лучом В света и перпендикуляром к поверхности, отразившей свет, восстановленным в точке падения.

Углом преломления называют угол β между лучом С, прошедшим через границу раздела двух сред, и перпендикуляром к границе, восстановленным в точке преломления.

Закон отражения: 1) угол падения α равен углу отражения γ; 2) падающий луч А, отражённый луч В и перпендикуляр, восстановленный в точке падения, лежат в одной плоскости.

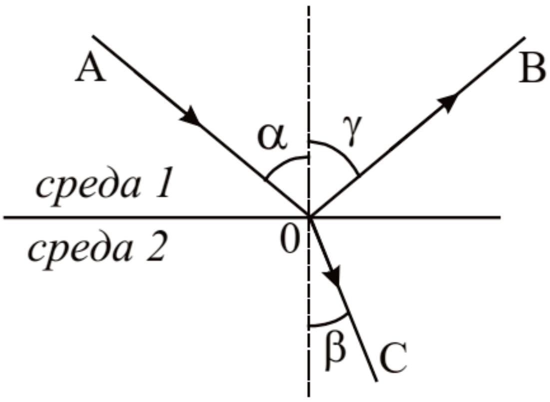

Рис. 1. Закон отражения и преломления света

Закон преломления Снеллиуса: 1) преломлённый луч С, падающий луч А и перпендикуляр, восстановленный в точке падения, лежат в одной плоскости; 2) отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для данных двух сред:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{21}. \tag{1.1}$$

Величина n_{21} называется относительным показателем преломления среды 2 относительно среды 1.

Относительный показатель преломления n_{21} равен отношению абсолютных показателей преломления n_2 и n_1 этих сред:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Абсолютный показатель преломления среды равен отношению скорости света в вакууме к фазовой скорости света в данной среде v:

$$n = \frac{c}{v}, \tag{1.2}$$

где c – скорость света в вакууме.

Если $n_2 > n_1$, то среда 2 называется оптически более плотной по сравнению со средой 1. Если $n_2 < n_1$, то среда 2 называется оптически менее плотной по сравнению со средой 1.

Следствия из закона Снелля (*Снеллиуса*):

1. При переходе луча света из оптически менее плотной в оптически более плотную ($n_2 > n_1$) угол преломления β меньше угла падения α. Преломлённый луч C в точке падения луча отклоняется в сторону перпендикуляра к границе раздела двух сред (рис. 1).

2. При переходе луча света из оптически более плотной в оптически менее плотную среду ($n_2 < n_1$) угол преломления β больше угла падения α. Преломлённый луч C в точке падения луча отклоняется от перпендикуляра к границе раздела двух сред.

Полное внутреннее отражение

По мере увеличения угла падения α угол преломления β растет, оставаясь все время больше угла α. При некотором угле падения значение угла преломления приблизится к 90° и преломлённый луч пойдет по границе раздела сред (рис. 2, а). Угол падения $\alpha_{пр}$, соответствующий углу преломления β = 90°, называется предельным углом полного отражения. Он определяется из условия:

$$sin\,\alpha_{пр} = n_{21}. \tag{1.3}$$

Если $\alpha > \alpha_{пр}$, то происходит полное внутреннее отражение (рис. 2 б).

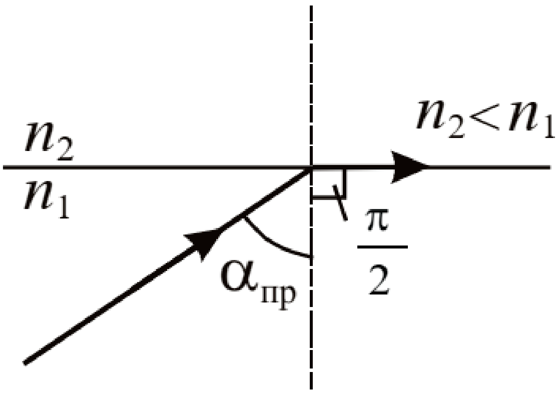

Рис. 2 а

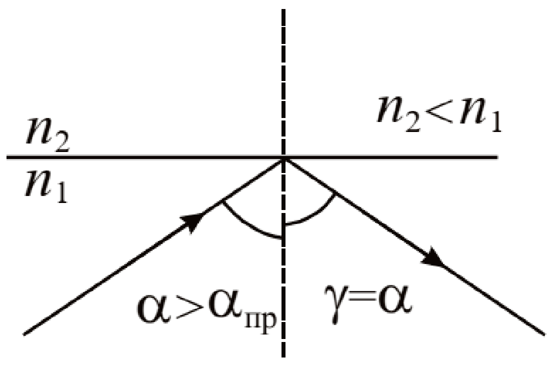

Рис. 2 б

Линзы

Линза – прозрачное тело, ограниченное двумя сферическими поверхностями.

Тонкая линза – это линза, толщина которой мала по сравнению с радиусами кривизны ограничивающих поверхностей.

Формула тонкой линзы

Взаимосвязь между d – расстоянием от предмета до линзы, f – расстоянием от изображения до линзы и F – фокусным расстоянием линзы (рис. 3) можно описать формулой тонкой линзы:

$$\pm\frac{1}{F} = \pm\frac{1}{d} \pm \frac{1}{f}. \qquad (1.4)$$

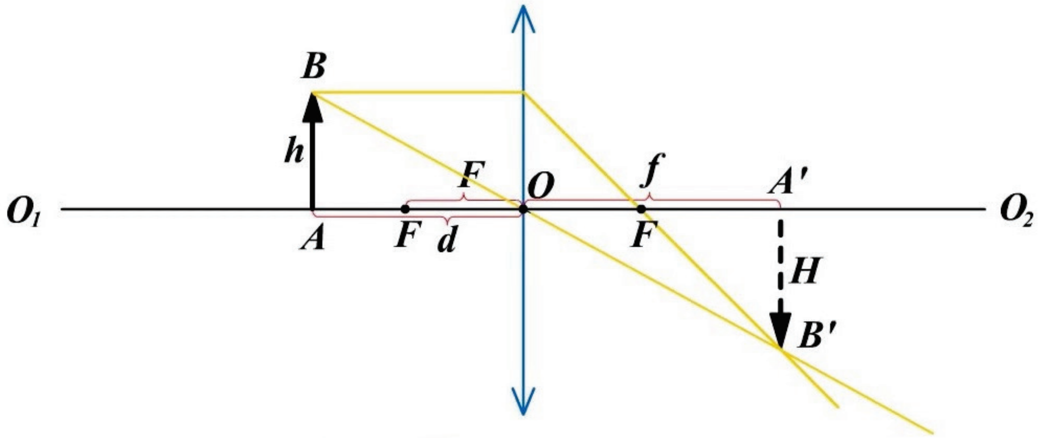

Рис. 3. Пример построения изображения в тонкой линзе

При использовании формулы (1.4) необходимо помнить правило расстановки знаков. Если линза собирающая, то $F > 0$, если рассеивающая, то $F < 0$. В случае действительных предметов и изображений: $d > 0$, $f > 0$, а в случае мнимых предметов и изображений: $d < 0$ и $f < 0$.

Оптическая сила линзы

Параметром, характеризующим линзы или систему линз, является оптическая сила линзы:

$$D = \frac{1}{F}, \qquad (1.5)$$

где F – фокусное расстояние линзы/системы линз.

Размерность оптической силы линзы $D = м^{-1} = дптр$ (диоптрия). Оптическая сила собирающей линзы положительна, рассеивающей – отрицательна.

Для тонкой линзы справедливо соотношение, связывающее оптическую силу D и фокусное расстояние F с показателем преломления материала линзы $n_л$ относительно среды $n_{ср}$, в которой она находится, и радиусами кривизны ее поверхностей R_1 и R_2

$$D = \frac{1}{F} = \left(\frac{n_л}{n_{ср}} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right), \qquad (1.6)$$

радиус кривизны выпуклой поверхности берется положительным, вогнутой – отрицательным.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. На горизонтальном дне бассейна глубиной h = 1,5 м лежит плоское зеркало (рис. 4). Луч света входит в воду под углом $\alpha = 45^0$. Определить расстояние S от места вхождения луча в воду до места выхода его на поверхность воды после отражения от зеркала. Показатель преломления воды $n = 1{,}33$.

Дано:	СИ:
h = 1,5 м	
n = 1,33	
$\alpha = 45^0$	
S = ?	

Решение:

На границе раздела двух сред в точке A луч преломляется; идёт во второй среде до зеркала (точка O) и отражается. На границе раздела сред в точке B луч вновь преломляется и выходит в первую среду. Выполняются законы преломления и отражения.

Из закона отражения – угол падения равен углу отражения и симметрии хода луча, следует, что AC = CB.

Рассмотрим прямоугольный треугольник ACO:

$$tg\beta = \frac{AC}{h} \Rightarrow AC = h \cdot tg\beta .$$

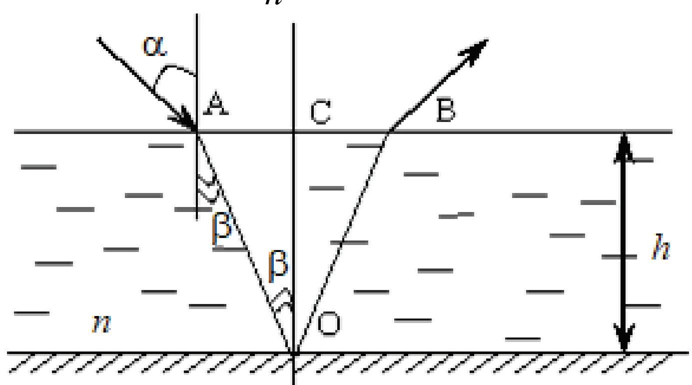

Рис. 4. Ход светового луча в воде

Из рисунка 4 следует:

$$S = AB = 2h \cdot tg\beta . \qquad (1)$$

Закон преломления света на границе раздела двух сред:

$$\frac{sin\alpha}{sin\beta} = n_{21} = n , \qquad (2)$$

где α – угол падения света в первой среде (отсчёт ведётся от перпендикуляра, восстановленного в точке падения луча); β – угол преломления света во вторую среду; $n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$ – относительный показатель преломления второй среды относительно первой; n_1 = 1 и $n_2 = n$ – абсолютные показатели преломления первой и второй сред.

Тогда из выражения (2) следует:

$$sin\beta = \frac{sin\alpha}{n} .$$

По определению:

$$tg\beta = \frac{sin\beta}{cos\beta}.$$

Известно, что $sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$, следовательно, $cos\alpha = \sqrt{1 - sin^2\alpha}$. Тогда:

$$cos\beta = \sqrt{1 - sin^2\beta} = \sqrt{1 - \left(\frac{sin\alpha}{n}\right)^2}.$$

С учётом этого выражения:

$$tg\beta = \frac{sin\alpha}{n\sqrt{1 - \frac{sin^2\alpha}{n^2}}} = \frac{sin\,\alpha}{\sqrt{n - sin^2\alpha}}. \qquad (3)$$

Подставим (3) в формулу (1) для расстояния S от места вхождения луча в воду до места выхода его на поверхность воды после отражения от зеркала:

$$S = \frac{2hsin\,\alpha}{\sqrt{n^2 - sin^2\alpha}}.$$

Подставим численные значения:

$$S = \frac{2 \cdot 1,5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{1,33^2 - \frac{1}{2}}} = 1,88 \quad \text{м.}$$

Ответ: S = 1,88 м.

Задача 2. Луч света выходит из скипидара в воздух (рис. 5). Предельный угол полного внутреннего отражения для этого луча $\alpha_{пр} = 42^0 23'$. Чему равна скорость распространения света в скипидаре?

Дано:	**СИ:**
$\alpha_{пр} = 42^0 23'$	
v = ?	

Решение:

Для явления полного отражения выполняется условие (рис. 5):

$$sin\alpha_{пр} = n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{n},$$

где $\alpha_{пр}$ – предельный угол падения света; n – абсолютный показатель преломления скипидара; показатель преломления воздуха равен 1.

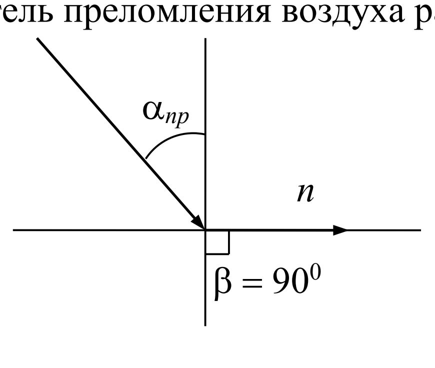

Рис. 5. Полное отражение на границе раздела скипидар–воздух

Скорость света в скипидаре:

$$v = \frac{c}{n} = c \cdot \frac{1}{n} = c \cdot sin\alpha_{пр}.$$

Подставим численные значения:

$$v = 3 \cdot 10^8 \cdot sin 42^\circ 23' = 3 \cdot 10^8 \cdot sin 42{,}38^0 = 3 \cdot 10^8 \cdot 0{,}67 = 2{,}02 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

Ответ: $v = 2{,}02 \cdot 10^8$ м/с.

Задача 3. Построить изображение произвольной точки *S*, которая лежит на главной оптической оси собирающей линзы.

Дано:
S – точка, лежащая на главной оптической оси собирающей линзы

Построить изображение точки S'

Решение:
Для построения изображения в линзах нужно воспользоваться, по крайней мере, двумя из трех лучей:

луч 1 – параллельный оптической оси; после преломления в линзе он проходит через фокус (задний – для собирающей линзы, рис. 6, а; передний – для рассеивающей, рис. 6, б).

луч 2 – фокальный, проходит через фокус линзы (передний – для собирающей линзы, рис. 6, а; задний – для рассеивающей, рис. 6, б), после преломления в линзе он параллелен оптической оси;

луч 3 – проходящий через центр линзы; этот луч не меняет после линзы своего направления.

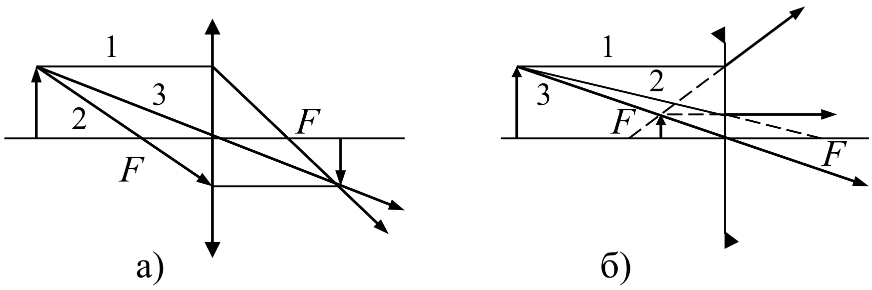

Рис. 6. Ход лучей в линзах: а) собирающей; б) рассеивающей

Порядок построения:

1. На главной оптической оси собирающей линзы отметим точку *S* (рис. 7).
2. От заданной точки *S* строим произвольно направленный луч *SA* до линзы.
3. Параллельно данному лучу, через оптический центр О, проводим побочную оптическую ось ОF_1.
4. Проведём фокальную плоскость через правый фокус *F*.
5. Точка пересечения фокальной плоскости и побочной оптической оси F_1 – побочный фокус.
6. Через него пройдёт от линзы луч AF_1 до пересечения с главной оптической осью в точке *S*' – изображении точки *S*.

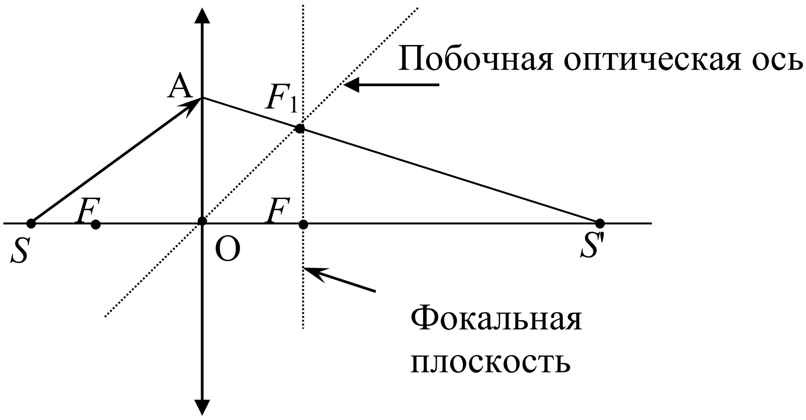

Рис. 7. Построение изображения точки в линзе

Задача 4. Пучок лучей, параллельных главной оптической оси, падает на двояковыпуклую линзу, главное фокусное расстояние которой 12 см. На расстоянии 14 см от первой линзы расположена вторая двояковыпуклая линза с главным фокусным расстоянием 2 см. Главные оптические оси линз совпадают. Где получится изображение? Какова оптическая сила данной системы линз? Выполнить построение.

Дано:	**СИ:**
$a_1 = \infty$	
$F_1 = 12$ см	0,12 м
$l = 14$ см	0,14 м
$F_2 = 2$ см	0,02 м
$b_2 = ?$	
$D = ?$	

Решение:
Согласно формуле тонкой линзы и с учётом $a_1 = \infty$:

$$D_1 = \frac{1}{F_1} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{b_1},$$

где D – оптическая сила линзы, F – фокусное расстояние линзы, a – расстояние до предмета, b – расстояние до изображения. Тогда расстояние до изображения, получаемое в 1-й линзе:

$$b_1 = \frac{1}{D_1} = F_1.$$

По условию из рисунка 8:

$$l = a_2 + b_1.$$

Для 2-й линзы предмет находится на расстоянии:

$$a_2 = l - b_1 = l - F_1.$$

По формуле тонкой линзы (для второй линзы):

$$D_2 = \frac{1}{F_2} = \frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{l - F_1} + \frac{1}{b_2},$$

тогда расстояние до изображения, получаемое во 2-й линзе:

$$\frac{1}{b_2} = \frac{1}{F_2} - \frac{1}{l - F_1},$$

или

$$b_2 = \frac{1}{\dfrac{1}{F_2} - \dfrac{1}{l - F_1}}.$$

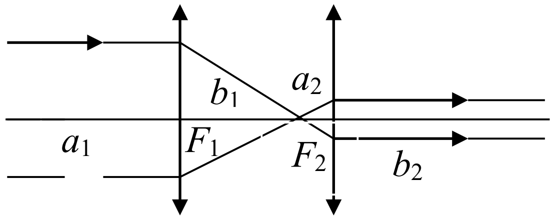

Рис. 8. Ход лучей в системе двух собирающих линз

Произведём вычисления во внесистемных единицах:

$$b_2 = \frac{1}{\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{14-12}} = \frac{1}{\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2}} = \frac{1}{0} = \infty.$$

Оптическая сила двух тонких линз, сложенных вместе, с учётом связи её с фокусом:

$$D = D_1 + D_2 = \frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2}.$$

Подставляем числовые данные и получаем:

$$D = \frac{1}{0{,}12} + \frac{1}{0{,}02} = 58{,}3\,\text{дптр}.$$

Ответ: $b_2 = \infty$, $D = 58{,}3$ дптр.

Задача 5. Двояковыпуклая линза, сделанная из стекла с показателем преломления $n = 1{,}6$, имеет фокусное расстояние $F_0 = 10$ см в воздухе ($n_0 = 1$). Чему будет равно фокусное расстояние F_1 этой линзы, если ее поместить в прозрачную среду с показателем преломления $n_1 = 1{,}5$? Определите фокусное расстояние F_2 этой линзы в среде с показателем преломления $n_2 = 1{,}7$.

Дано:	**СИ:**
$n_0 = 1$	
$n = 1{,}6$	
$n_1 = 1{,}5$	
$n_2 = 1{,}7$	
$F_0 = 10$ см	
$F_1 = ?$	
$F_2 = ?$	

Решение:

Оптическая сила тонкой линзы определяется формулой:

$$D = \frac{1}{F} = \left(\frac{n_л}{n_{ср}} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right), \tag{1}$$

где $n_л$ – показатель преломления линзы, $n_{ср}$ – показатель преломления среды, F – фокусное расстояние линзы, R_1 и R_2 – радиусы кривизны ее поверхностей.

Если линза находится в воздухе, то

$$\frac{1}{F_0} = \left(\frac{n}{n_0} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right); \tag{2}$$

в среде с показателем преломления n_1:

$$\frac{1}{F_1}=\left(\frac{n}{n_1}-1\right)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right); \tag{3}$$

в среде с показателем преломления n:

$$\frac{1}{F_2}=\left(\frac{n}{n_2}-1\right)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right). \tag{4}$$

Для определения F_1 и F_2 выразим $\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$ из (2):

$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)=\frac{n_0}{F_0\left(n-n_0\right)}. \tag{5}$$

Подставим полученное значение в (3) и (4). Тогда получим:

$$F_1=\frac{F_0\left(n-n_0\right)n_1}{\left(n-n_1\right)n_0}=90\ \text{см},$$

$$F_2=\frac{F_0\left(n-n_0\right)n_2}{\left(n-n_2\right)n_0}=-102\ \text{см}.$$

Знак "–" означает, что в среде с показателем преломления большим, чем у линзы (в оптически более плотной среде), собирающая линза становится рассеивающей.

Ответ: $F_1=90$ см, $F_2=-102$ см.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Красный и фиолетовый лучи идут в стекле параллельно друг другу и падают на плоскую границу стекла и воздуха под углом 38^0. Найти углы преломления этих лучей. Показатель преломления для красных лучей принять равным 1,6, для фиолетовых – 1,64. Ответ: 80^0, луч в воздух не выйдет.
2. На дно сосуда, наполненного водой (n = 1,33) до высоты 10 см, помещен точечный источник света. На поверхности воды плавает круглая непрозрачная пластинка таким образом, что ее центр находится над источником света. Какой наименьший радиус должна иметь эта пластинка, чтобы ни один луч не мог выйти через поверхность воды? Ответ: 0,114 м.
3. Пучок параллельных лучей падает на толстую стеклянную пластину под углом 60^0, и преломляясь, переходит в стекло. Ширина пучка в воздухе равна 10 см. Определить ширину пучка в стекле. Ответ: 16,3 см.
4. Линза изготовлена из стекла, показатель преломления которого для красных лучей $n_{кр}$ = 1,5, для фиолетовых $n_ф$ = 1,52. Радиусы кривизны обеих поверхностей линзы одинаковы и равны 1 м. Определить расстояние между фокусами линзы для красных и фиолетовых лучей. Ответ: 3,85 см.
5. Определить радиус кривизны выпуклой поверхности линзы, если при отношении радиусов кривизны поверхностей линзы, равном 3, ее оптическая сила –8 дптр. Ответ: 12,5 см.

2. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

Волновое уравнение для вектора напряженности электрического поля $\vec{E}$

$$\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial z^2}=\varepsilon_0\varepsilon\mu_0\mu\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}, \tag{2.1}$$

где ε и μ – диэлектрическая и магнитная проницаемостями среды; в которой распространяется волна; ε_0 и μ_0 – электрическая и магнитная постоянные.

Уравнение плоской волны, распространяющейся в положительном направлении оси OX для вектора напряженности электрического поля

$$E=E_0\,cos\left(\omega t-kx+\varphi\right), \tag{2.2}$$

где E_0 – соответственно амплитуда колебаний напряженности электрического поля волны; ω – циклическая (круговая) частота волны; $k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{\omega}{\mathrm{v}}$ – волновое число; φ – начальная фаза плоской волны.

Фазовая скорость распространения электромагнитных волн в среде

$$\mathrm{v}=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon\mu_0\mu}}=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}, \tag{2.3}$$

где $c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}=3\cdot 10^8$ м/с – скорость света в вакууме.

Длина волны

$$\lambda=\frac{2\pi}{k}=\frac{2\pi\mathrm{v}}{\omega}=\frac{\mathrm{v}}{\nu}, \tag{2.4}$$

где v – фазовая скорость волны в данной среде, ν – частота волны.

Связь между мгновенными значениями величин напряженностей электрического ($\vec{E}$) и магнитного ($\vec{H}$) полей электромагнитной волны (рис. 9), распространяющейся в однородной среде с диэлектрической проницаемостью ε и магнитной проницаемостью μ

$$\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon}E=\sqrt{\mu_0\mu}H. \tag{2.5}$$

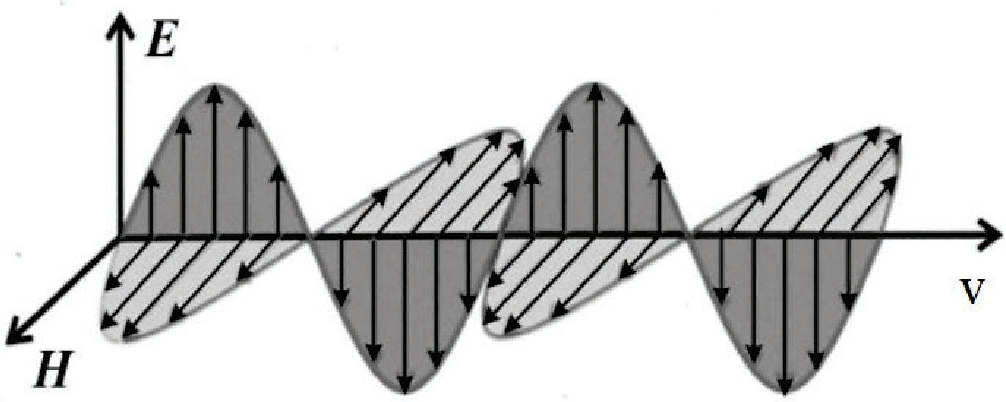

Рис. 9. Электромагнитная волна

Объемная плотность энергии электромагнитного поля

$$w = \frac{EH}{\text{v}}. \qquad (2.6)$$

Плотность потока энергии электромагнитного поля, ***вектор Умова – Пойнтинга***

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}. \qquad (2.7)$$

Интенсивность электромагнитной волны

$$I = \langle S \rangle = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0\varepsilon}{\mu_0\mu}}E_0^2 \sim E_0^2. \qquad (2.8)$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. Сколько длин волн монохроматического света с частотой колебаний $\nu = 6{,}17 \cdot 10^{14}$ Гц уложится на пути длиной $L = 2$ мм: а) в вакууме, б) в стекле с показателем преломления $n = 1{,}4891$. Ответ округлить и представить кратным 10^3.

Дано:	**СИ:**
$\nu = 6{,}17 \cdot 10^{14}$ Гц	
$n = 1{,}4891$	
$L = 2$ мм	$2 \cdot 10^{-3}$ м
$N = ?$	
$N_c = ?$	

Решение:

Длина электромагнитной волны в вакууме равна:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8}{6{,}17 \cdot 10^{14}} = 0{,}486 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

Число длин волн, которые уложатся на пути L:

$$N = \frac{L}{\lambda} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{0{,}486 \cdot 10^{-6}} = 4115 \approx 4 \cdot 10^3.$$

Длина электромагнитной волны в стекле равна:

$$\lambda_c = \frac{\text{v}}{\nu}.$$

Скорость электромагнитной волны в стекле равна:

$$\text{v} = \frac{c}{n},$$

следовательно,

$$\lambda_c = \frac{c}{n\nu},$$

$$N_c = \frac{L}{\lambda_c} = \frac{Ln\nu}{c} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}4891 \cdot 6{,}17 \cdot 10^{14}}{3 \cdot 10^8} = 6125 \approx 6 \cdot 10^3.$$

Ответ: $N = 4 \cdot 10^3$; $N_c = 6 \cdot 10^3$.

Задача 2. Электромагнитная волна распространяется в однородной и изотропной среде с $\varepsilon = 2$ и $\mu = 1$. Амплитуда напряженности электрического поля волны E_0 = 12 В/м. Определить: 1) фазовую скорость волны; 2) амплитуду напряженности магнитного поля волны.

Дано:	**СИ:**
$\varepsilon = 2$	
$\mu = 1$	
$E_0 = 12$ В/м	
$v = ?$	
$H_0 = ?$	

Решение:
Фазовая скорость электромагнитных волн в прозрачной диэлектрической среде

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}},$$

где c – скорость распространения света в вакууме.
Вычислим фазовую скорость волны

$$v = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{2 \cdot 1}} = 2{,}2 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

В бегущей электромагнитной волне мгновенные значения $E(t)$ и $H(t)$ в любой точке определяются соотношением:

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E(t) = \sqrt{\mu_0 \mu} H(t).$$

Тогда для амплитуд напряженностей электрического и магнитного полей волны получим:

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E_0 = \sqrt{\mu_0 \mu} H_0.$$

Отсюда амплитуда напряженности магнитного поля волны равна:

$$H_0 = \frac{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E_0}{\sqrt{\mu_0 \mu}} = \frac{\sqrt{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 2} \cdot 12}{\sqrt{4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-7}}} = 45 \cdot 10^{-3} \text{ А/м}.$$

Ответ: $v = 2{,}2 \cdot 10^8$ м/с; $H_0 = 45 \cdot 10^{-3}$ А/м.

Задача 3. Плоская электромагнитная волна распространяется в вакууме. Определить амплитуду напряженности электрического поля волны E_0, если интенсивность волны составляет $I = 21{,}2 \cdot 10^{-6}$ Вт/м^2.

Дано:	**СИ:**
$I = 21{,}2 \cdot 10^{-6}$ Вт/м^2	
$E_0 = ?$	

Решение: Интенсивность электромагнитной волны определяется как средняя энергия, проходящая в единицу времени через единицу площади поверхности $I = \langle S \rangle$ (S – модуль вектора Умова – Пойнтинга, или модуль плотности потока энергии электромагнитного поля). Известно, что вектор Умова – Пойнтинга равен:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H},$$

где $\vec{E}$ и $\vec{H}$ – мгновенные значения векторов напряженностей электрического и магнитного полей. Величины напряженностей полей в плоской электромагнитной волне равны:

$$E = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi);$$
$$H = H_0 \cos(\omega t - kx + \varphi),$$

где E_0, H_0 – амплитудные значения напряженностей электрического и магнитного полей; ω – циклическая (круговая) частота волны; $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v}$ – волновое число; φ – начальная фаза волны. Примем начальную фазу колебаний φ равной нулю.

Мгновенное значение модуля вектора Умова – Пойнтинга равно:

$$S = E_0 H_0 \cos^2(\omega t - kx).$$

При усреднении за время наблюдения, многократно превышающее период колебаний в электромагнитной волне, среднее значение квадрата косинуса

$$\left\langle \cos^2(\omega t - kx) \right\rangle = \frac{1}{2}.$$

Следовательно, среднее значение модуля вектора Умова – Пойнтинга

$$\langle S \rangle = \frac{1}{2} E_0 H_0. \qquad (1)$$

Амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей волны связаны соотношением

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E_0 = \sqrt{\mu_0 \mu} H_0,$$

из которого следует:

$$H_0 = \frac{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E_0}{\sqrt{\mu_0 \mu}}. \qquad (2)$$

Подставляя выражение (2) для H_0 в формулу (1) для среднего значения вектора Умова – Пойнтинга, получаем:

$$\langle S \rangle = \frac{1}{2} E_0 \frac{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E_0}{\sqrt{\mu_0 \mu}} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E_0^2}{\sqrt{\mu_0 \mu}}.$$

Интенсивность электромагнитной волны равна $I = \langle S \rangle$, поэтому величина амплитуды напряженности электрического поля волны

$$E_0 = \sqrt{2I \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu}}. \qquad (3)$$

Подставим в формулу (3) числовые значения:

$$E_0 = \sqrt{2 \cdot 21{,}2 \cdot 10^{-6} \sqrt{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-7}}} = 126 \cdot 10^{-3} \text{ В/м} = 126 \text{ мВ/м}.$$

Ответ: E_0 = 126 мВ/м.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Скорость распространения электромагнитных волн в некоторой среде составляет 250 Мм/с. Определить длину волны электромагнитных волн в этой среде, если их частота $\nu = 1$ МГц. Ответ: 250 м.
2. Скорость распространения электромагнитных волн в некоторой среде составляет 223380 км/с. Определить показатель преломления среды. Ответ: 1,343.
3. Определить фазовую скорость волны, если частота излучения $\nu = 5 \cdot 10^{14}$ Гц, а зарегистрированное приемником излучение имело длину волны 400 нм. Ответ: $2 \cdot 10^{8}$ м/с.
4. В вакууме вдоль оси *OX* распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности электрического поля волны составляет E_0 = 50 мВ/м, амплитуда напряженности магнитного поля волны составляет H_0 = 1 мА/м. Определить энергию, перенесенную волной за время τ = 10 мин через площадку, расположенную перпендикулярно оси *OX*, площадью поверхности S = 15 см^2. Период колебаний волны T много меньше времени τ. Ответ: 2,25 мкДж.
5. Плоская монохроматическая электромагнитная волна распространяется вдоль оси *OX*. Амплитуда напряженности электрического поля волны составляет 5 мВ/м. Определить интенсивность излучения, т.е. среднюю энергию, проходящую через единицу поверхности в единицу времени. Ответ: 33,1 мкВт/м^2.
6. В вакууме вдоль оси *OX* распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности магнитного поля волны составляет 5 мА/м. Определить интенсивность излучения, т.е. среднюю энергию, проходящую через единицу поверхности в единицу времени. Ответ: 4,71 мВт/м^2.

3. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА
Интерференция света

Интерференция света – это явление наложения когерентных световых волн, в результате которого происходит перераспределение энергии светового поля, т.е. образуются светлые участки (максимумы) и тёмные участки (минимумы) интерференционной картины.

Когерентные волны – волны, разность фаз которых в данной точке пространства остается постоянной во времени. Когерентными могут быть только волны, имеющие одинаковую частоту (длину волны), т.е. волны монохроматические.

Оптическая длина пути световой волны

$$L = nl\,, \tag{3.1}$$

где l – геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления n.

Оптическая разность хода двух световых волн

$$\Delta = L_2 - L_1\,. \tag{3.2}$$

Оптическая разность хода световых волн, отраженных от верхней и нижней поверхностей тонкой плоскопараллельной пластинки или пленки, находящейся в воздухе

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - sin^2\alpha} \pm \frac{\lambda}{2}, \tag{3.3}$$

где d – толщина пластинки (пленки), α – угол падения.

Связь разности фаз $\Delta\varphi$ колебаний с оптической разностью хода волн Δ

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta\,. \tag{3.4}$$

Условие максимумов интенсивности света при интерференции

$$\Delta = k\lambda = 2k\frac{\lambda}{2}, \text{ где } k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots\,. \tag{3.5}$$

Условие минимумов интенсивности света при интерференции

$$\Delta = \left(2k + 1\right)\frac{\lambda}{2}, \text{ где } k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots\,. \tag{3.6}$$

Радиусы светлых колец Ньютона в отраженном свете (или темных в проходящем свете)

$$r_k = \sqrt{\frac{\left(2k - 1\right)\lambda R}{2}}, \tag{3.7}$$

где k – номер кольца (k = 1, 2, 3, …), R – радиус кривизны поверхности линзы, соприкасающейся с плоскопараллельной стеклянной пластинкой.

Радиусы темных колец Ньютона в отраженном свете (или светлых в проходящем свете)

$$r_k = \sqrt{k\lambda R}\,. \qquad (3.8)$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. На пути светового луча, идущего в воздухе, поставлена плоскопараллельная пластинка из стекла (показатель преломления n = 1,5) толщиной 4 мм. Как изменится в результате прохождения через пластинку оптическая длина луча, если луч падает на пластинку: 1) нормально, 2) под углом 45^0?

Дано:	СИ:
$n = 1{,}5$	
$d = 4$ мм	
$\alpha = 45^0$	
$\Delta L = ?$	

Решение:

1) Оптическая длина луча L равна произведению геометрической длины l луча на показатель преломления среды, в которой свет распространяется. При нормальном падении луча на пластинку оптическая длина луча $L_1 = nl$. В этом случае увеличение оптической длины луча составит $\Delta L = nl - l = (n-1)d$, т.к. геометрическая длина луча в этом случае равна толщине пластинки. Подставим численные значения и получим: $\Delta L = 2$ мм.

2) Ход луча при падении на пластинку под углом 45^0 показан на рисунке 10.

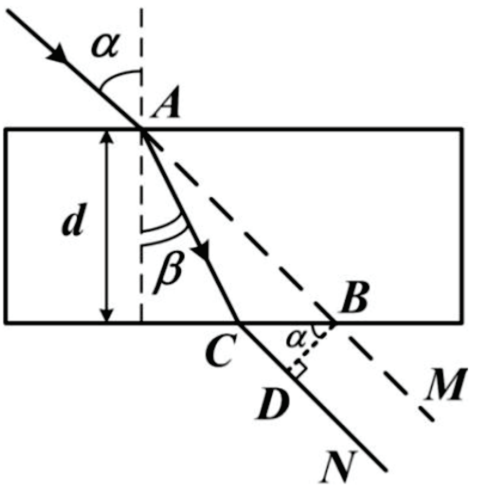

Рис. 10. Ход светового луча через плоскопараллельную пластинку

Если бы пластинки не было, луч распространялся бы по прямой *AM*. При наличии пластинки свет распространяется по траектории *ACDN*. После прохождения точек *B* и *D* лучи идут параллельно и на участках *BM* и *DN* одинаковы. Различие между оптическими длинами лучей возникает при прохождении участков *AB* и *ACD*. Разность оптических длин луча, прошедшего через пластинку и луча, распространявшегося в воздухе, равна:

$$\Delta L = L_{ACD} - L_{AB} = n|AC| + |CD| - |AB|.$$

Длина отрезка *AC* равна:

$$|AC| = \frac{d}{cos\beta},$$

где β – угол преломления.

Найдем $cos\beta$, используя закон преломления света $\frac{sin\alpha}{sin\beta} = n$,

откуда

$$sin\beta = \frac{sin\alpha}{n}$$

и

$$cos\beta = \sqrt{1 - \frac{sin^2\alpha}{n^2}} = \frac{\sqrt{n^2 - sin^2\alpha}}{n},$$

тогда

$$|AC| = \frac{nd}{\sqrt{n^2 - sin^2\alpha}}.$$

Длина отрезка $|CD| = |BC|cos\alpha = d\left(tg\alpha - tg\beta\right)cos\alpha$.

С учетом закона преломления

$$tg\beta = \frac{sin\beta}{cos\beta} = \frac{sin\alpha}{\sqrt{n^2 - sin^2\alpha}};$$

$$|CD| = d\left(tg\alpha - \frac{sin\alpha}{\sqrt{n^2 - sin^2\alpha}}\right)cos\alpha = d\,sin\alpha\left(1 - \frac{cos\alpha}{\sqrt{n^2 - sin^2\alpha}}\right).$$

Длина отрезка AB равна:

$$|AB| = \frac{d}{cos\alpha}.$$

Подставим выражения длин отрезков в формулу для разности оптических длин лучей:

$$\Delta L = \frac{n^2 d}{\sqrt{n^2 - sin^2\alpha}} + d\,sin\alpha\left(1 - \frac{cos\alpha}{\sqrt{n^2 - sin^2\alpha}}\right) - \frac{d}{cos\alpha}.$$

Подставим численные значения и получим: $\Delta L = 2{,}5$ мм.

Ответ: 1) $\Delta L = 2$ мм; 2) $\Delta L = 2{,}5$ мм.

Задача 2. В опыте Юнга на пути одного из интерферирующих лучей помещалась тонкая стеклянная пластинка, вследствие чего центральная светлая полоса смещалась в положение, первоначально занятое пятой светлой полосой (не считая центральной). Луч падает на пластинку перпендикулярно. Показатель преломления пластинки 1,5. Длина волны 600 нм. Какова толщина пластинки?

Дано:	**СИ:**	**Решение:**
$\lambda = 600$ нм $n = 1{,}5$ $k = 5$ $d = ?$	$0{,}6 \cdot 10^{-6}$ м	В результате внесения стеклянной пластинки разность хода между интерферирующими лучами изменится на величину $\Delta = nd - d = d\left(n-1\right)$.

С другой стороны, в результате внесения пластинки произошло смещение на k полос. Следовательно, добавочная разность хода, введенная пластинкой, равна:

$$\Delta = k\lambda .$$

Таким образом,

$$d\left(n-1\right) = k\lambda ,$$

отсюда

$$d = \frac{k\lambda}{n-1} = \frac{5\cdot 0{,}6\cdot 10^{-6}}{0{,}5} = 6\cdot 10^{-6}\ \text{м} = 6\ \text{мкм}.$$

Ответ: d = 6 мкм.

Задача 2. Для уменьшения коэффициента отражения света от оптических стекол их поверхность покрыта тонкой пленкой вещества с показателем преломления n = 1,22, меньшим, чем у стекла. При какой толщине пленки отражение света от стекла будет равно нулю? Длина волны света 500 нм. Угол падения лучей 70^0.

Дано:	СИ:	Решение:
n = 1,22		Параллельный пучок лучей SA, падая под углом α на пленку, отражается как от верхней в точке A, так и от нижней поверхности (в точке B) пленки (рис. 11).
λ = 500 нм		
α = 70^0		
d = ?		

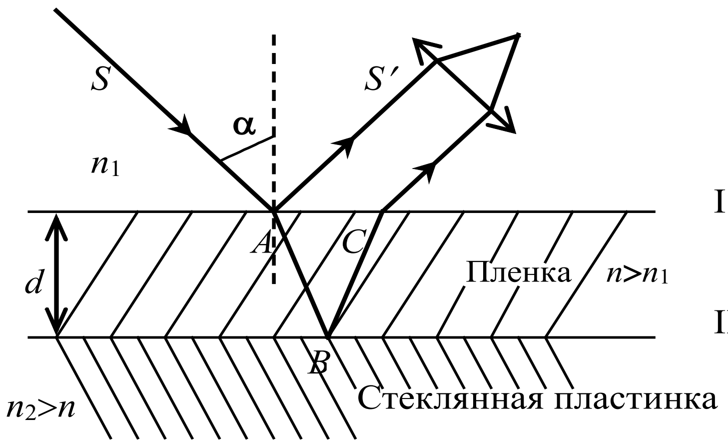

Рис. 11. Интерференция света в тонкой пленке

Эти лучи когерентны, поэтому они могут интерферировать. Результат интерференции зависит от оптической разности хода лучей, отраженных от верхней и нижней поверхностей пленки. Так как отражение этих лучей происходит при переходе луча из среды с меньшим показателем преломления в среду с большим показателем преломления, то, как на верхней, так и на нижней поверхностях пленки происходит потеря полуволн и, следовательно, оптическая разность хода лучей равна:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} .$$

Условие ослабления света при интерференции соблюдается тогда, когда в оптической разности хода лучей укладывается нечетное число полуволн, т.е.

$$\Delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2},$$

где $k = 0, 1, 2, 3, \ldots$

Следовательно,

$$2d\sqrt{n^2 - sin^2\alpha} = (2k+1)\frac{\lambda}{2},$$

отсюда при $k = 0$

$$d_{min} = \frac{\lambda}{4\sqrt{n^2 - sin^2\alpha}} = \frac{500}{4\sqrt{1,5-0,94}} = 166 \text{ нм},$$

при $k = 1$

$$d = 3d_{min} = 498 \text{ нм и т.д.}$$

Ответ: $d_{min} = 166$ нм, $d = 498$ нм.

Задача 3. На стеклянный клин нормально к его грани падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм. В возникшей при этом интерференционной картине на отрезке длиной $l = 1$ см наблюдается 10 полос. Определить преломляющий угол θ клина.

Дано:	**СИ:**
$\lambda = 0,6$ мкм	$0,6 \cdot 10^{-6}$ м
$l = 1$ см	0,01 м
$\theta = ?$	

Решение: Параллельный пучок света, падая нормально к грани клина, отображается как от верхней, так и от нижней грани. Эти пучки когерентны, и поэтому наблюдается устойчивая картина интерференции. Так как интерференционные полосы наблюдаются при малом угле клина, то отраженные пучки света 1 и 2 (рис. 12) будут практически параллельны.

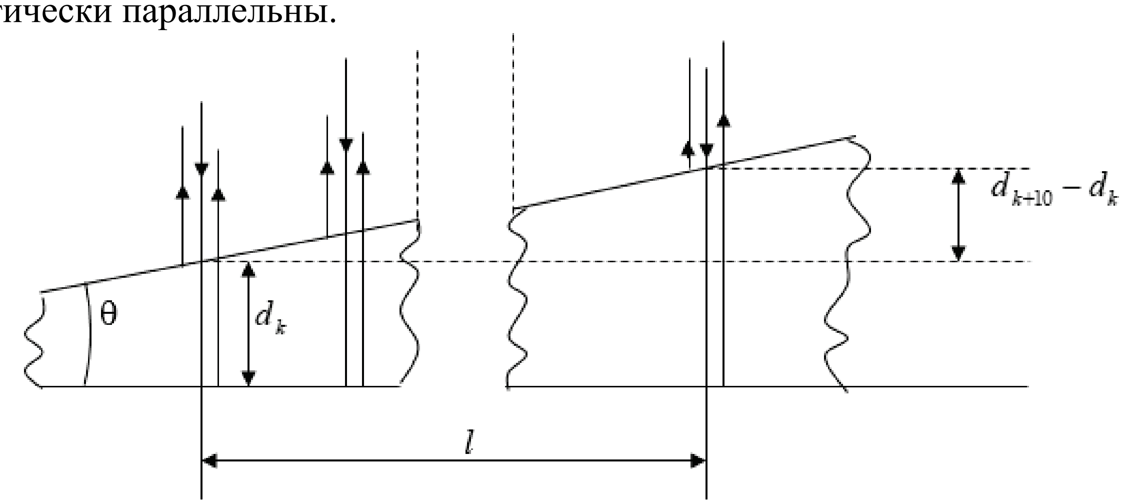

Рис. 12. Интерференция света в клине

Темные полосы видны на тех участках клина, для которых разность хода кратна нечетному числу половины длины волны:

$$\Delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \text{ где } k = 0, 1, 2\ldots \tag{1}$$

Разность хода Δ двух волн складывается из разности оптических длин путей этих волн $2dn\,cos\beta$ и половины длины волны $\frac{\lambda}{2}$. Величина $\frac{\lambda}{2}$ представляет собой добавочную разность хода, возникающую при отображении волны от оптически более плотной среды. Подставляя в формулу (1) значение разности хода Δ, получим:

$$2d_k n\,cos\beta + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \qquad (2)$$

где n – коэффициент преломления стекла (n = 1,5); d_k – толщина клина в том месте, где наблюдается темная полоса, соответствующая номеру k; β – угол преломления.

Согласно условию, угол падения равен нулю, следовательно, и угол преломления β = 0, а $cos\beta = 1$. Раскрыв скобки в правой части равенства (2), после упрощения получим:

$$2d_k n = k\lambda. \qquad (3)$$

Пусть произвольной темной полосе номера k соответствует определенная толщина клина в этом месте d_k, а темной полосе номера $k+10$ соответствует толщина клина d_{k+10}. Согласно условию задачи, 10 полос укладываются на отрезке длиной l = 1 см. Тогда искомый угол θ будет равен:

$$\theta \approx tg\theta = \frac{d_{k+10} - d_k}{l}, \qquad (4)$$

т.к. вследствие малости угла $\theta \approx tg\theta$ (угол θ выражен в радианах).

Подставим в формулу (4) выражения:

$$d_k = \frac{k\lambda}{2n} \text{ и } d_{k+10} = \frac{(k+10)\lambda}{2n},$$

произведя преобразования, получим:

$$\theta = \frac{5\lambda}{nl}.$$

Вычислим θ:

$$\theta = \frac{5 \cdot 0,6 \cdot 10^{-6}}{1,5 \cdot 10^{-2}} = 2 \cdot 10^{-4}\, рад = 0,688' = 41,2''$$

Ответ: $\theta = 2 \cdot 10^{-4}\, рад = 0,688' = 41,2''$.

Задача 4. Диаметр d_2 второго светлого кольца Ньютона при наблюдении в отраженном свете (λ = 0,6 мкм) равен 1,2 мм. Определить оптическую силу D плосковыпуклой линзы, взятой для опыта.

Дано:	**СИ:**
λ = 0,6 мкм	$0,6 \cdot 10^{-6}$ м
$d_2 = 1,2$ мм	$1,2 \cdot 10^{-3}$ м
$k = 2$	
$D = ?$	

Решение: Установка для наблюдения колец Ньютона представляет собой плосковыпуклую линзу, лежащую на плоскопараллельной пластинке (рис. 13). Устройство освещается сверху монохроматическим светом. Наблюдение интерференционной картины, представляющей систему чередующихся концентрических светлых и темных колец, ведется в данном случае также сверху.

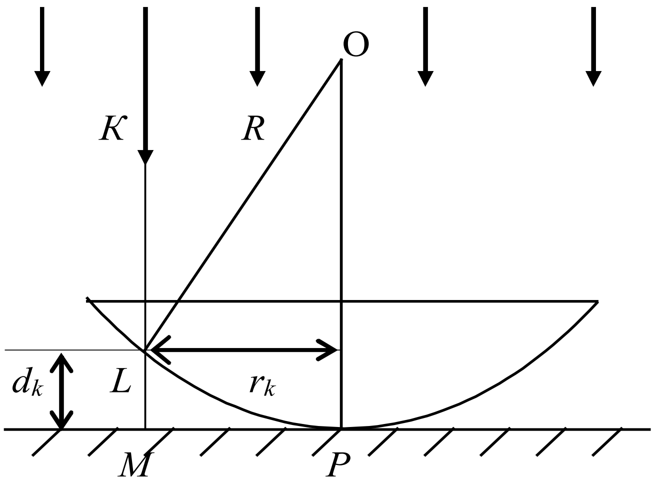

Рис. 13. Интерференция света в воздушном клине. Кольца Ньютона

Пусть на линзу падает луч *KL*, параллельный главной оптической оси линзы. Так как луч *KL* перпендикулярен плоской поверхности линзы, то он проходит ее без преломления. На выпуклую поверхность линзы луч падает в точке *L* под небольшим углом и частично отражается от нее. Другая часть луча отражается от плоской пластинки в точке *M*. Можно считать, что когерентные лучи, отраженные от выпуклой части линзы и плоскопараллельной пластинки, практически параллельны друг другу, и их оптическая разность хода равна:

$$\Delta = 2d_k n + \frac{\lambda}{2}, \tag{1}$$

где d_k – толщина воздушного зазора между линзой и пластинкой; n – показатель преломления среды между линзой и пластинкой (для воздуха $n = 1$). Половина длины волны теряется вследствие отражения луча *LM* от оптически более плотной среды в точке *M*.

Радиус кривизны выпуклой поверхности линзы О*L* = О*P* = *R,* радиус *k*-го кольца Ньютона r_k и толщина зазора, соответствующего этому кольцу, из геометрических соображений связаны соотношением

$$R^2 = \left(R - d_k\right)^2 + r_k^2. \tag{2}$$

Из уравнения (2) в силу малости d_k следует:

$$r_k = \sqrt{2Rd_k}\,. \tag{3}$$

Так как рассматривается светлое кольцо, оптическая разность хода должна быть равна целому числу длин волн:

$$\Delta = k\lambda\,. \tag{4}$$

Решая совместно уравнения 1, 3, 4, получаем выражение для радиуса кривизны поверхности линзы:

$$R = \frac{2r_k^2}{\left(2k - 1\right)\lambda} \tag{5}$$

Оптическая сила линзы *D* связана с радиусом кривизны поверхности *R* и показателем преломления стекла $n_л$, из которого изготовлена линза, формулой:

$$D = \frac{(n_л - 1)}{R} \qquad (6)$$

Последнее соотношение с учетом (5) будет иметь вид:

$$D = \frac{(n_л - 1)(2k - 1)\lambda}{2r_k^2}.$$

Полагая $k = 2$, $n_л = 1{,}5$, $r_k = d_2/2 = 0{,}6$ мм $= 6\cdot10^{-4}$ м, $\lambda = 6\cdot10^{-7}$ м, получим D = 1,25 дптр.

Ответ: D = 1,25 дптр.

Задача 5. В установке для получения колец Ньютона пространство между линзой (показатель преломления n_1 = 1,55) и плоской прозрачной линзой (показатель преломления n_3 = 1,50) заполнено жидкостью с показателем преломления n_2 = 1,60. Установка облучается монохроматическим светом с длиной волны 600 нм, падающим нормально на плоскую поверхность линзы (рис. 14). Найти радиус кривизны линзы, если радиус четвертого светлого кольца в проходящем свете равен 1 мм.

Дано:	**СИ:**
λ = 600 нм	$0{,}6\cdot10^{-6}$ м
$r_k = 1{,}0$ мм	10^{-3} м
$k = 2$	
R = ?	

Решение:

Интерференция лучей осуществляется в тонком жидком клине, где каждый луч разделяется на две когерентные части. В проходящем свете k-й максимум образуется вследствие интерференции луча I, прошедшего через точку A в пластину, и II части этого же луча ABC, отразившейся в точках A и B и прошедшей в пластину через точку C.

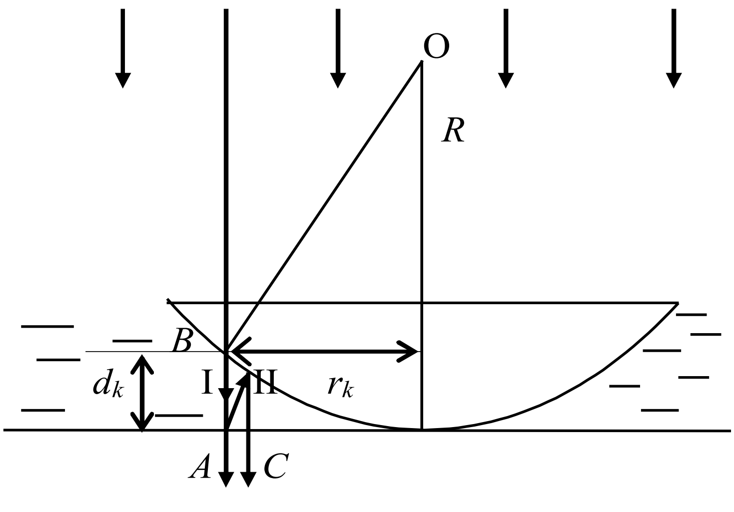

Рис. 14. Интерференция света в жидком клине. Кольца Ньютона

Так как $n_2 > n_3$ и $n_2 > n_1$, то при отражении в точках A и B потери полуволны не происходит. Следовательно, приобретаемая лучами I и II оптическая разность хода

$$\Delta = 2d_k n_2,$$

где d_k – толщина жидкого клина в точке A. Учитывая, что $d_k = \frac{r_k^2}{2R}$ (принимаем во внимание, что $r_k \ll R$, из условия максимума находим:

$$2\frac{r_k^2}{2R}n_2 = k\lambda,$$

отсюда

$$R = \frac{r_k^2 n_2}{k\lambda} = \frac{10^{-6} \cdot 1{,}6}{4 \cdot 0{,}6 \cdot 10^{-6}} \approx 0{,}66 \text{ м.}$$

Ответ: $R \approx 0{,}66$ м.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Найти все длины волн видимого света (от 0,76 до 0,38 мкм), которые будут: 1) максимально усилены; 2) максимально ослаблены при оптической разности хода интерферирующих волн, равной 1,8 мкм. Ответ: 1) 0,6 и 0,45 мкм; 2) 0,72 0,51 и 0,4 мкм.
2. Чему равна толщина оптического покрытия из MgF_2 (n = 1,38), предназначена для гашения света в окрестности длин волн 550 нм при нормальном падении на стекло с n = 1,5? Ответ: 99,6 нм.
3. Мыльный пузырь (n = 1,35) кажется зеленым (λ = 540 нм) в точке, ближайшей к наблюдателю. Какова его минимальная толщина? Ответ: 100 нм.
4. На мыльную пленку (n = 1,33) падает белый свет под углом 45°. При какой наименьшей толщине пленки отраженные лучи будут окрашены в желтый цвет (λ = 600 нм)? Ответ: 0,13 мкм.
5. В опыте Юнга стеклянная пластинка толщиной в 2 см помещается на пути одного из интерферирующих лучей перпендикулярно лучу. На сколько могут отличаться друг от друга значения показателя преломления в различных местах пластинки, чтобы изменение разности хода от этой неоднородности не превышало 1 мкм? Ответ: $5\cdot10^{-5}$.
6. В опыте с зеркалами Френеля расстояние между мнимыми изображениями источника света равно 0,5 мм, расстояние до экрана 5 м. В зеленом свете получились интерференционные полосы на расстоянии 5 мм друг от друга. Найти длину волны зеленого света. Ответ: 500 нм.
7. В опыте Юнга отверстия освещались монохроматическом светом длиной волны 600 нм, расстояние между отверстиями 1 мм и расстояние от отверстий до экрана 3 м. Найти положение трех первых светлых полос. Ответ: 1,8 мм; 3,6 мм; 5,4 мм.
8. На тонкий стеклянный клин в направлении нормали к его поверхности падает монохроматический свет (λ = 600 нм). Определить угол между поверхностями клина, если расстояние между смежными интерференционными минимумами в отраженном свете равно 4 мм. Ответ: 10,3″.

9. Расстояние между вторым и первым темным кольцами Ньютона в отраженном свете равно 1 мм. Определить расстояние между десятым и девятым кольцами. Ответ: 0,39 мм.
10. Между стеклянной пластинкой и лежащей на ней плосковыпуклой стеклянной линзой налита жидкость, показатель преломления которой меньше показателя преломления стекла. Радиус восьмого темного кольца Ньютона при наблюдении в отраженном свете (λ = 700 нм) равен 2 мм. Радиус кривизны выпуклой поверхности линзы равен 1 м. Найти показатель преломления жидкости. Ответ: 1,4.
11. В интерферометре Жамена две одинаковые трубки длиной 15 см были заполнены воздухом. Показатель преломления воздуха равен 1,000292. Когда в одной из трубок воздух заменили ацетиленом, то интерференционная картина сместилась на 80 полос. Определить показатель преломления ацетилена, если в интерферометре использовался источник монохроматического света с длиной волны 0,59 мкм. Ответ: 1,000607.

4. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Дифракцией называется огибание волнами препятствий, встречающихся на их пути, или в более широком смысле – любое отклонение распространения волн вблизи препятствий от законов геометрической оптики. Благодаря дифракции волны могут попадать в область геометрической тени, огибать препятствия, проникать через небольшие отверстия в экранах и т.д.

Угол отклонения лучей, соответствующий максимуму (светлая полоса) при дифракции на одной щели

$$a\,sin\varphi = (2k+1)\frac{\lambda}{2},\ (k = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots), \tag{4.1}$$

где a – ширина щели; k – порядковый номер максимума.

Угол отклонения лучей, соответствующий максимуму (светлая полоса) при дифракции света на дифракционной решетке

$$d\,sin\varphi = k\lambda,\ (\mathrm{k} = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots), \tag{4.2}$$

где d – период дифракционной решетки.

Радиусы зон Френеля для сферического волнового фронта

$$r_m = \sqrt{\frac{abm\lambda}{a+b}}, \tag{4.3}$$

где λ – длина волны; a – расстояние от источника до волновой поверхности (радиус волновой поверхности); b – минимальное расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения (экрана).

Радиусы зон Френеля для плоского волнового фронта

$$r_m = \sqrt{bm\lambda}\,. \tag{4.4}$$

Разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN, \tag{4.5}$$

где $\Delta\lambda$ – наименьшая разность длин волн двух соседних спектральных линий (λ и $\lambda+\Delta\lambda$), при которой эти линии могут быть видны раздельно в спектре, полученном посредством данной решетки; N – полное число щелей решетки.

Угловая дисперсия дифракционной решетки

$$D_\varphi = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{k}{d\,cos\varphi}. \tag{4.6}$$

Линейная дисперсия дифракционной решетки

$$D = F\frac{d\varphi}{d\lambda}, \tag{4.7}$$

где F – фокусное расстояние линзы, проецирующей спектр на экран.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. На щель шириной a = 0,1 мм нормально падает параллельный пучок света от монохроматического источника λ = 600 нм. Определить ширину центрального максимума дифракционной картины, создаваемой при помощи линзы, находящейся непосредственно за щелью, на экране, отстоящим от линзы на расстоянии L = 1,0 м.

Дано:	СИ:
a = 0,1 мм	10^{-4} м
λ = 600 нм	$600 \cdot 10^{-9}$ м
L = 1,0 м	
$k = 1$	
b = ?	

Решение:

Центральный максимум занимает место между ближайшим правым и левым минимумами, поэтому ширину центрального максимума примем равной расстоянию между этими двумя минимумами (рис. 15).

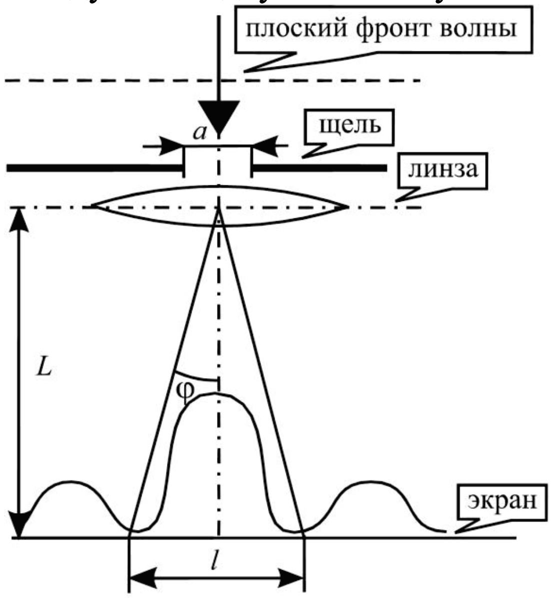

Рис. 15. Дифракция на щели. Ширина центрального максимума

Минимум интенсивности света при дифракции от узкой щели наблюдается под углом, определяемым условием:

$$a\,sin\varphi = \pm k\lambda\,, \qquad (1)$$

где a – ширина щели; λ – длина световой волны; k = 1, 2, 3…– порядок дифракционного минимума.

Расстояние между двумя минимумами определим из рисунка как

$$l = 2Ltg\varphi\,. \qquad (2)$$

При малых углах φ справедливо соотношение

$$tg\varphi \approx sin\varphi\,. \qquad (3)$$

Тогда из уравнений (1), (2) и (3) следует:

$$l = 2L\frac{k\lambda}{a}.$$

Проведем вычисления:

$$l = 2L\frac{k\lambda}{a} = \frac{2\cdot 1\cdot 1\cdot 600\cdot 10^{-9}}{10^{-4}} = 12\cdot 10^{-3}\ \text{м} = 12\ \text{мм}.$$

Ответ: $l =$ 12 мм.

Задача 2. На щель шириной 0,1 мм падает нормально параллельный пучок белого света (0,4–0,8 мкм). Найти ширину третьего максимума на экране, отстоящем от щели на 2 м.

Дано:	**СИ:**
$a = 0{,}1$ мм	$0{,}1 \cdot 10^{-3}$ м
$\lambda_1 = 0{,}4$ мкм	$0{,}4 \cdot 10^{-6}$ м
$\lambda_2 = 0{,}8$ мкм	$0{,}8 \cdot 10^{-6}$ м
$L = 2$ м	
$k = 3$	
$l = ?$	

Решение:

В результате дифракции на краях щели на экране образуется дифракционная картина, в центре которой наблюдается белое пятно или максимум нулевого порядка (рис. 16). Относительно него симметрично располагаются максимумы большего порядка, представляющие собой радужные полоски. Чередование цветов в спектре (максимуме) k-го порядка следует от фиолетового ($\lambda_1 = 0{,}4$ мкм) к красному ($\lambda_2 = 0{,}8$ мкм).

Угол дифракции φ_1, соответствующий максимуму k-го порядка для лучей с длиной волны $\lambda_1 = 0{,}4$ мкм, удовлетворяет условию:

$$a\,sin\,\varphi_1 = (2k+1)\frac{\lambda_1}{2}.$$

Для лучей с длиной волны $\lambda_2 = 0{,}8$ мкм максимум k-го порядка наблюдается в направлении, задаваемом углом φ_2:

$$a\,sin\,\varphi_2 = (2k+1)\frac{\lambda_2}{2}.$$

Расстояние между центральным (нулевым) максимумом и максимумом k-го порядка для длины волны λ_1 равно (рис. 15):

$$l_1 = L\,tg\,\varphi_1 \approx L\,sin\,\varphi_1 = \frac{(2k+1)\lambda_1 L}{2a},$$

соответствующее расстояние для длины волны λ_2 равно:

$$l_2 = L\,tg\varphi_2 \approx L\,sin\,\varphi_2 = \frac{(2k+1)\lambda_2 L}{2a}.$$

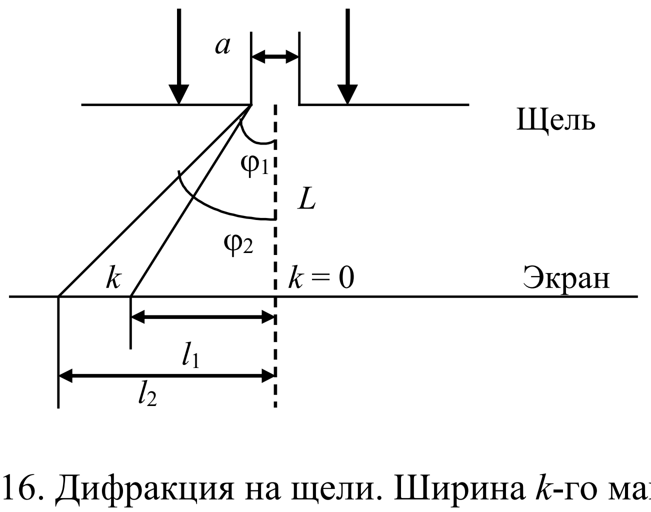

Рис. 16. Дифракция на щели. Ширина k-го максимума

Ширина спектра k-го порядка может быть определена как:

$$l = l_2 - l_1 = \frac{(2k+1)L}{2a}(\lambda_2 - \lambda_1).$$

Выполнив вычисления, получим:

$$l = \frac{(2 \cdot 3 + 1) \cdot 2}{2 \cdot 0{,}1 \cdot 10^{-3}}\left(0{,}8 \cdot 10^{-6} - 0{,}4 \cdot 10^{-6}\right) = 2{,}8 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 2{,}8 \text{ см}.$$

Ответ: $l = 2{,}8$ см.

Задача 3. На дифракционную решетку нормально к ее поверхности падает параллельный пучок света с длиной волны λ = 0,5 мкм. Помещенная вблизи решетки линза проецирует дифракционную картину на плоский экран, удаленный от линзы на L = 1 м. Расстояние l между двумя максимумами интенсивности первого порядка, наблюдаемыми на экране, равно 20,2 см (рис. 17). Определить: 1) постоянную d дифракционной решетки; 2) число N штрихов на 1 см; 3) число максимумов, которое при этом дает дифракционная решетка; 4) максимальный угол φ_{max} отклонения лучей, соответствующих последнему дифракционному максимуму.

Дано:	**СИ:**
$\lambda = 0{,}5$ мкм	$0{,}5 \cdot 10^{-6}$ м
$L = 1$ м	
$l = 20{,}2$ см	$0{,}202$ м
$k = 1$	
$d = ?$	
$n = ?$	
$N = ?$	

Решение:

1) Постоянная d дифракционной решетки, длина волны λ и угол φ отклонения лучей, соответствующий k-му дифракционному максимуму, связаны соотношением:

$$d \sin\varphi = k\lambda, \tag{1}$$

где k – порядок спектра, или в случае монохроматического света порядок максимума.

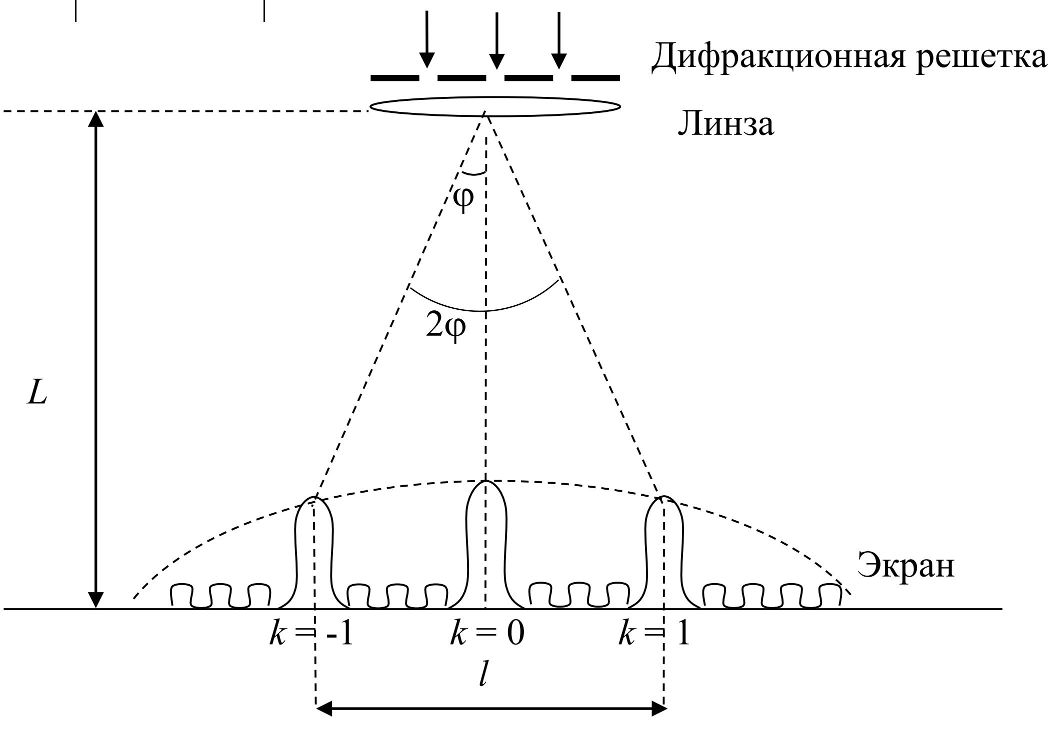

Рис. 17. Дифракционная решетка

В данном случае $k = 1$, $sin\varphi \approx tg\varphi$ (ввиду того, что $\frac{l}{2} << L$), $tg\varphi = \frac{l}{2L}$ (следует из рис. 17). С учетом последних равенств соотношение (1) можно записать в виде:

$$d\frac{l}{2L} = \lambda,$$

откуда постоянная решетки

$$d = \frac{2\lambda L}{l}.$$

Подставляя данные, получим:

$$d = \frac{2 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot 1}{20{,}2 \cdot 10^{-2}} = 4{,}95 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 4{,}95 \text{ мкм}.$$

1) Число штрихов на 1 см найдем из формулы:

$$n = \frac{1}{d}$$

После подстановки числовых значений получим:

$$n = \frac{1}{0{,}495 \cdot 10^{-3}} = 2{,}02 \cdot 10^{3} \text{ см}^{-1}.$$

2) Для определения числа максимумов, даваемых дифракционной решеткой, вычислим сначала максимальное значение k_{max}, исходя из того, что максимальный угол отклонения лучей решеткой не может превышать 90^0.

Из формулы (1) запишем:

$$k_{max} = \frac{d}{\lambda} sin\varphi. \tag{2}$$

Подставляя в последнюю формулу значения величин, получим:

$$k_{max} = \frac{4{,}95}{0{,}5} \cdot 1 = 9{,}9.$$

Число k обязательно должно быть целым. В то же время оно не может принять значение, равное 10, так как при этом значении $sin\varphi$ должен быть больше единицы, что невозможно. Следовательно, $k_{max} = 9$.

Определим общее число максимумов дифракционной картины, полученной посредством дифракционной решетки. Влево и вправо от центрального максимума будет наблюдаться по одинаковому числу максимумов, равному k_{max}, т. е. всего $2k_{max}$. Если учесть также центральный нулевой максимум, получим общее число максимумов:

$$N = 2k_{max} + 1. \tag{3}$$

Подставляя значение k_{max}, найдем:

$$N = 2 \cdot 9 + 1 = 19.$$

3) Для определения максимального угла отклонения лучей, соответствующего последнему дифракционному максимуму, выразим из соотношения (2) синус этого угла:

$$sin\varphi_{max} = \frac{k_{max}\lambda}{d},$$

отсюда

$$\varphi_{max} = arcsin\left(\frac{k_{max}\lambda}{d}\right). \qquad (4)$$

Подставив в формулу (4) значения величин λ, d, k_{max} и произведя вычисления, получим:

$$\varphi_{max} = arcsin\left(\frac{9 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-6}}{4{,}95 \cdot 10^{-6}}\right) = 65{,}4^0.$$

Ответ: $d = 4{,}95$ мкм; $n = 2{,}02 \cdot 10^3$ см$^{-1}$; $N = 19$; $\varphi_{max} = 65{,}4^0$.

Задача 4. На круглое отверстие радиусом r = 1,0 мм в непрозрачном экране падает нормально параллельный пучок света с длиной волны λ = 0,50 мкм. На пути лучей, прошедших через круглое отверстие, помещен экран. Определить максимальное расстояние от отверстия до экрана, при котором в центре дифракционной картины еще будет наблюдаться темное пятно.

Дано:	СИ:
r = 1 мм	10^{-3} м
λ = 0,50 мкм	$0{,}5 \cdot 10^{-6}$ м
b = ?	

Решение: Расстояние, при котором будет видно темное пятно, определяется числом зон Френеля, укладывающихся в отверстии. Если число зон четное, то в центре дифракционной картины будет темное пятно.

Число зон Френеля, помещающихся в отверстии, убывает по мере удаления экрана от отверстия. Наименьшее четное число зон Френеля, при котором наблюдается минимум интенсивности света, равно двум. Следовательно, минимальное расстояние, при котором еще будет наблюдаться темное пятно в центре экрана, определяется условием, согласно которому в отверстии должно поместиться две зоны Френеля.

Если в точку наблюдения О приходят волны от первых двух зон Френеля, то расстояние от центра экрана О до края отверстия на $2\frac{\lambda}{2}$ больше, чем расстояние OO_1= b от центра экрана до центра отверстия (рис. 18).

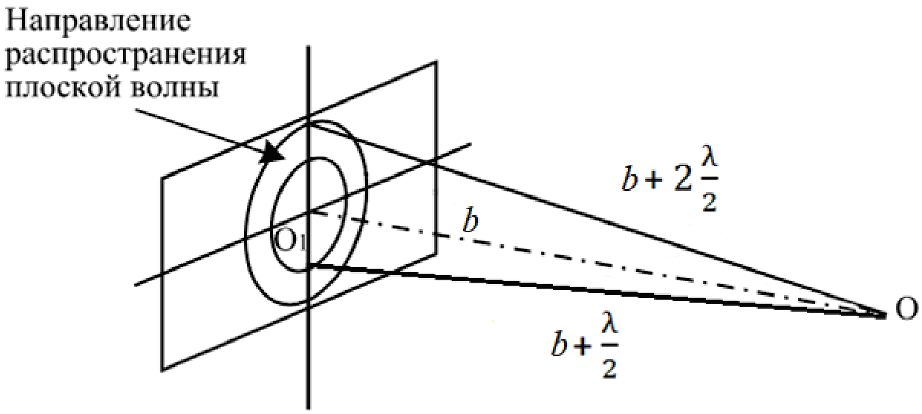

Рис. 18. Дифракция плоской волны на круглом отверстии

По теореме Пифагора

$$r^2 = \left(b + 2\frac{\lambda}{2}\right)^2 - b^2 = 2b\lambda + \lambda^2 \approx 2b\lambda,$$

учитывая, что λ много меньше b.

Откуда

$$b = \frac{r^2}{2\lambda} = \frac{\left(1{,}0\cdot 10^{-3}\right)^2}{2\cdot 0{,}5\cdot 10^{-6}} = 1{,}0 \text{ м}.$$

Ответ: $b = 1{,}0$ м.

Задача 5. Найти наименьший радиус круглого отверстия на экране, если при освещении его плоской монохроматической волной в центре дифракционной картины наблюдается темное пятно, а радиус третьей зоны Френеля равен 2 мм?

Дано:	СИ:
$r_3 = 2$ мм	
$r_2 = ?$	

Решение: Радиус третьей зоны Френеля для плоского монохроматического фронта равен:

$$r_3 = \sqrt{3b\lambda}. \quad (1)$$

В центре дифракционной картины наблюдается темное пятно, если размеры отверстия соответствуют четному числу зон Френеля, т.к. две соседние зоны Френеля излучают в противофазе. Когда в отверстии укладывается нечетное число зон Френеля, в центре картины наблюдается светлое пятно. Наименьший радиус отверстия, для которого центр дифракционной картины темный, соответствует двум открытым зонам Френеля, т.е.

$$r_2 = \sqrt{2b\lambda}. \quad (2)$$

Решая совместно уравнения 1 и 2, получим:

$$r_2 = r_3\sqrt{\frac{2}{3}} = 2\sqrt{\frac{2}{3}} = 1{,}63 \text{ мм}.$$

Ответ: $r_2 = 1{,}63$ мм.

Задача 6. Свет от монохроматического источника (λ = 0,6 мкм) падает нормально на диафрагму с круглым отверстием. Диаметр отверстия 6 мм. За диафрагмой на расстоянии 3 м от нее находится экран. Определить: 1) сколько зон Френеля укладывается в отверстии диафрагмы; 2) каким будет центр дифракционной картины на экране.

Дано:	СИ:
$\lambda = 0{,}6$ мкм	$0{,}6\cdot 10^{-6}$ м
$d_m = 6$ мм	0,006 м
$b = 3$ м	
$m = ?$	

Решение:

Для плоского фронта волны ($a = \infty$), поэтому из рисунка 19, согласно теореме Пифагора, следует:

$$r_m^2 = \left(b + \frac{m\lambda}{2}\right)^2 - b^2. \quad (1)$$

Учитывая, что $b \gg \lambda$, запишем (1) в виде:

$$r_m^2 = bm\lambda. \quad (2)$$

Радиус m-ой зоны Френеля для плоской волны

$$r_m = \sqrt{bm\lambda}.$$

Из выражения (2) получим формулу для числа зон Френеля:

$$m = \frac{r_m^2}{b\lambda} = \frac{d_m^2}{4b\lambda} = \frac{6^2 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 10^{-7}} = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5\,.$$

Так как 5 – ***нечетное число*** зон Френеля, то в центре дифракционной картины будет наблюдаться ***светлое*** пятно. Лучи из второй и первой зон придут в точку наблюдения с оптической разностью хода λ/2, т.е. взаимно погасятся, аналогично погасятся лучи 3-й и 4-й зон, останутся только лучи 5-й зоны.

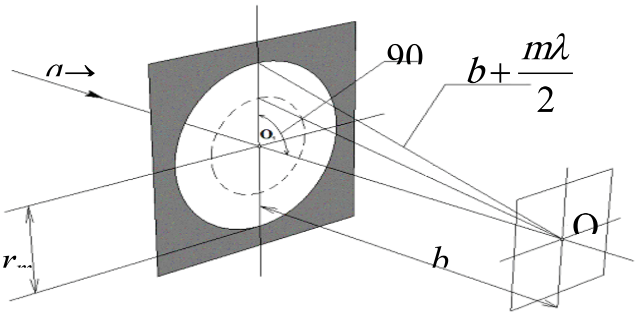

Рис. 19. Метод зон Френеля

Ответ: 1) $m = 5$; 2) светлым.

Задача 7. Найти радиус 4-й зоны Френеля, если расстояние от источника до зонной пластинки равно 10 м, а расстояние от пластинки до экрана равно 15 м. Длина волны падающего света 0,5 мкм.

Дано:	**СИ:**
a = 10 м	
b = 15 м	
λ = 0,5 мкм	$0{,}5 \cdot 10^{-6}$ м
m = 4	
r_4 = ?	

Решение:

Согласно принципу Гюйгенса – Френеля, заменим действие источника *S* действием воображаемых источников (вторичных волн), расположенных на вспомогательной поверхности, являющейся поверхностью фронта волны, идущей от источника *S* (поверхность сферы радиуса *a* с центром *S*). Френель разбил волновую поверхность на кольцевые зоны такого размера, чтобы расстояния от краёв зоны до *P* – точки наблюдения, отличались на λ/2 (рис. 20).

Тогда колебания от соседних зон проходят до точки *P* расстояния, отличающиеся на λ/2. То есть в точку *P* они приходят в противоположных фазах и при наложении взаимно ослабляют друг друга.

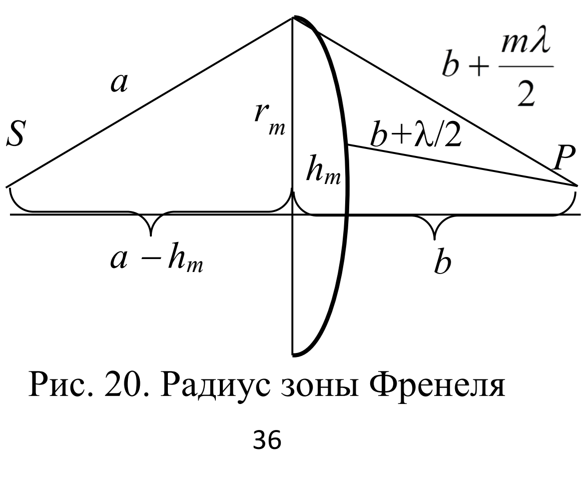

Рис. 20. Радиус зоны Френеля

Найдем радиус внешней границы m-ой зоны Френеля. Выразим радиус зоны Френеля для левого и правого прямоугольных треугольников по теореме Пифагора (рис. 1):

$$\begin{cases} {r_m}^2 = a^2 - (a-h_m)^2 = a^2 - \left(a^2 - 2ah_m + x_m^2\right) = 2ah_m - h_m^2 \\ {r_m}^2 = \left(b + \dfrac{m\lambda}{2}\right)^2 - \left(b+h_m\right)^2 = \left(b^2 + \dfrac{2bm\lambda}{2} + \left(\dfrac{m\lambda}{2}\right)^2\right) - \left(b^2 + 2bh_m + h_m^2\right) \end{cases}, \tag{1}$$

где h_m – высота m-го сферического сегмента;

a – расстояние от источника до поверхности волны;

b – расстояние от поверхности волны до точки наблюдения P.

Упрощаем (1):

$$\begin{cases} {r_m}^2 = 2ah_m - h_m^2 \approx 2ah_m \\ {r_m}^2 = bm\lambda + \left(\dfrac{m\lambda}{2}\right)^2 - 2bh_m - h_m^2 \approx bm\lambda - 2bh_m \end{cases}. \tag{2}$$

Учли, что $\lambda \ll a$, $\lambda \ll b$ и $h_m \ll a$ (при не слишком больших m), пренебрегли величинами 2-го порядка малости. Приравняем правые части уравнений (2):

$$2ah_m = bm\lambda - 2bh_m \Rightarrow 2ah_m + 2bh_m = bm\lambda. \tag{3}$$

После преобразований из (3) выразим высоту m-го сферического сегмента:

$$h_m = \frac{bm\lambda}{2\left(a+b\right)}. \tag{4}$$

Подставив в первую формулу в системе уравнений (2) выражение (4), найдем квадрат радиуса внешней границы m-ой зоны Френеля для сферической волны:

$${r_m}^2 = 2a\frac{bm\lambda}{2\left(a+b\right)} = \frac{abm\lambda}{\left(a+b\right)}.$$

Радиус m-ой зоны Френеля:

$$r_m = \sqrt{\frac{abm\lambda}{a+b}}, \tag{5}$$

где a – расстояние от источника до отверстия (препятствия);

b – расстояние от отверстия (препятствия) до точки наблюдения.

Подставим численные значения:

$$r_4 = \sqrt{\frac{10\cdot 15\cdot 4\cdot 0{,}5\cdot 10^{-6}}{10+15}} = \sqrt{\frac{150\cdot 2\cdot 10^{-6}}{25}} = 3{,}46\cdot 10^{-3}\ \text{м} = 3{,}46\ \text{мм}.$$

Ответ: r_4 = 3,46 мм.

Задача 8. Определить угловую дисперсию дифракционной решетки для длины волны 589 нм в спектре первого порядка. Постоянная решетки равна $2{,}5\cdot10^{-4}$ см.

Дано:	СИ:
$\lambda = 589$ нм	$589\cdot10^{-9}$ м
$d = 2{,}5\cdot10^{-4}$ см	$2{,}5\cdot10^{-6}$ м
$k = 1$	
$D_\varphi = ?$	

Решение:

Из соотношения (1) для дифракционной решетки

$$d\,sin\,\varphi = k\lambda \qquad (1)$$

следует, что

$$sin\,\varphi = \frac{k\lambda}{d}. \qquad (2)$$

Дифференцируя выражение (2) по углу φ, получаем:

$$cos\,\varphi\cdot d\varphi = \frac{k}{d}d\lambda$$

или

$$D_\varphi = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{k}{d\cdot cos\,\varphi}. \qquad (3)$$

Определим значение угла из формулы (2):

$$sin\,\varphi = \frac{1\cdot589\cdot10^{-9}}{2{,}5\cdot10^{-6}} = 0{,}24,$$

следовательно

$$\varphi = arc\,sin\,0{,}24 = 13^0 38'.$$

Тогда угловая дисперсия решетки для заданной длины волны

$$D_\varphi = \frac{1}{2{,}5\cdot10^{-6}\cdot cos13^0 38'} = 4{,}1 \text{ рад/м}.$$

Ответ: $D_\varphi = 4{,}1$ рад/м.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. На щель падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны λ. Ширина щели равна 6λ. Под каким углом будет наблюдаться третий дифракционный минимум света? Ответ: 30^0.
2. На щель шириной $2\cdot10^{-3}$ см падает нормальный параллельный пучок монохроматического света с длиной волны 500 нм. Найти ширину изображения щели на экране, удаленном от щели на 1 м. Шириной изображения считать расстояние между двумя первыми дифракционными минимумами, расположенными по обе стороны от главного максимума освещенности. Ответ: 5 см.
3. На узкую щель падает нормально монохроматический свет. Угол отклонения лучей, соответствующих второй светлой дифракционной полосе, $\varphi = 1^0$. Скольким длинам волн падающего света равна ширина щели? Ответ: 143.
4. Чему равна постоянная дифракционной решетки, если, для того чтобы увидеть красную линию (λ = 700 нм) в спектре второго порядка, зрительную трубу пришлось установить под углом 30^0 к оси коллиматора? Какое число штрихов нанесено на 1 см длины этой решетки? Свет падает на решетку нормально. Ответ: 2,8 мкм; 3570 см$^{-1}$.
5. Найти наибольший порядок спектра для желтой линии натрия λ = 589 нм, если постоянная дифракционной решетки равна 2 мкм. Ответ: 3.
6. Зрительная труба гониометра с дифракционной решеткой поставлена под углом $\varphi = 20^0$ к оси коллиматора. При этом в поле зрения трубы видна красная линия спектра гелия ($\lambda_{кр}$ = 668 нм). Какова постоянная дифракционной решетки, если под тем же углом видна и синяя линия (λ_c = 447 нм) более высокого порядка? Наибольший порядок спектра, который можно наблюдать при помощи решетки, $k = 5$. Свет падает на решетку нормально. Ответ: 3,9 мкм.
7. На дифракционную решетку, содержащую 600 штрихов на миллиметр, падает нормально белый свет. Спектр проецируется помещенной вблизи решетки линзой на экран. Определить длину спектра первого порядка на экране, если расстояние от линзы до экрана 1,2 м. Границы видимого спектра: $\lambda_{кр}$ = 780 нм, $\lambda_ф$ = 400 нм. Ответ: 0,27 м.
8. Постоянная дифракционной решетки шириной в 2,5 см равна 2 мкм. Какую разность длин волн может разрешить эта решетка в области желтых лучей (λ = 600 нм) в спектре второго порядка? Ответ: 0,024 нм.
9. Постоянная дифракционной решетки 2,5 мкм. Найти угловую дисперсию решетки для λ = 589 нм в спектре первого порядка. Ответ: $4{,}1\cdot10^5$ рад/м.
10. На круглое отверстие диаметром 4 мм падает нормально параллельный пучок лучей (λ = 500 нм). Точка наблюдения находится на оси отверстия на расстоянии 1 м от него. Сколько зон Френеля укладывается в отверстии? Темное или светлое пятно получится в центре дифракционной картины, если в месте наблюдения поместить экран? Ответ: 8 зон.

11. На диафрагму с круглым отверстием падает параллельный пучок монохроматического света (λ = 600 нм). На экране наблюдается дифракционная картина. При каком наибольшем расстоянии между диафрагмой и экраном в центре дифракционной картины еще будет наблюдаться темное пятно? Диаметр отверстия 1,96 мм. Ответ: 0,8 м.
12. Вычислить радиусы первых пяти зон Френеля, если расстояние от источника света до волновой поверхности равно 1 м, расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения также равно 1 м и λ = 500 нм. Ответ: 0,5 мм; 0,71 мм; 0,86 мм; 1 мм; 1,12 мм.
13. Дифракционная картина наблюдается на расстоянии r от точечного источника монохроматического света (λ = 600 нм). На расстоянии 0,5r от источника помещена круглая непрозрачная преграда диаметром 1 см. Чему равно расстояние r, если преграда закрывает только центральную зону Френеля? Ответ: 167 м.
14. Дифракционная картина наблюдается на расстоянии 4 м от точечного источника монохроматического света (λ = 500 нм). Посредине между экраном и источником света помещена диафрагма с круглым отверстием. При каком радиусе отверстия центр дифракционных колец, наблюдаемых на экране, будет наиболее темным? Ответ: 1 мм.
15. При каком наименьшем угле между плоскостью кристалла и пучком рентгеновских лучей были отражены рентгеновские лучи с длиной волны λ = 20 пм? Постоянная решетки кристалла d = 303 пм. Ответ: $1^0 54'$.

5. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

Закон Брюстера

$$tg i_Б = n, \qquad (5.1)$$

где $i_Б$ – угол падения, при котором отразившийся от диэлектрика луч полностью поляризован; n – относительный показатель преломления второй среды относительно первой.

Закон Малюса

$$I = I_0 \cos^2 \varphi, \qquad (5.2)$$

где I – интенсивность плоско поляризованного света, падающего на анализатор; I_0 – интенсивность света после анализатора; φ – угол между направлением колебаний электрического вектора света, падающего на анализатор, и плоскостью пропускания анализатора.

Степень поляризации частично-поляризованного света определяется соотношением:

$$p = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}, \qquad (5.3)$$

где I_{max} и I_{min} – соответственно максимальная и минимальная интенсивности света, пропускаемого анализатором.

Призма Николя (рис. 21) представляет собой двойную призму из исландского шпата, склеенную вдоль линии *AB* канадским бальзамом с n = 1,55. Оптическая ось *OO'* призмы составляет с входной гранью угол 48^0. На передней грани призмы естественный луч, параллельный ребру *CB*, раздваивается на два луча: обыкновенный (n_0 =1,66) и необыкновенный (n_e = 1,51). При соответствующем подборе угла падения, равного или большего предельного, **обыкновенный луч** испытывает полное отражение (канадский бальзам для него является средой оптически менее плотной), а затем ***поглощается*** зачерненной боковой поверхностью *CB*. **Необыкновенный луч *выходит из кристалла параллельно падающему лучу***, незначительно смещенному относительно него (ввиду преломления на наклонных гранях *AC* и *BD*).

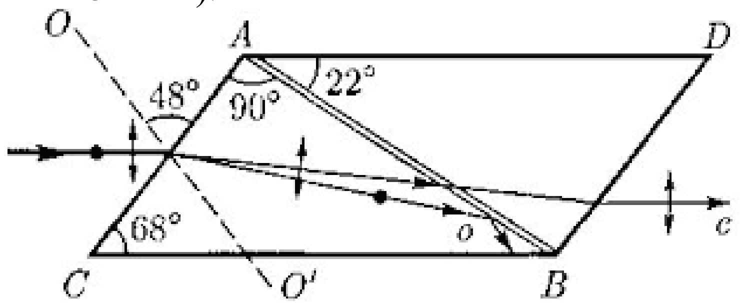

Рис. 21. Призма Николя

Угол поворота плоскости поляризации монохроматического света при прохождении через оптически активное вещество:

а) $\varphi = \alpha d$ (в твердых веществах), где α – постоянная вращения; d – длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе;

б) $\varphi = \alpha C d$ (в растворах),

где α – постоянная вращения; C – массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. Пучок естественного света падает на стеклянный шар, находящийся в воде (рис. 22). Найти угол φ между отраженным и падающим пучками в точке A, если отраженный пучок максимально поляризован. Показатель преломления стекла принять равным $n_2 = 1{,}58$, воды $n_1 = 1{,}33$.

Дано:	**СИ:**
$n_1 = 1{,}33$	
$n_2 = 1{,}58$	
$\varphi = ?$	

Решение:

При угле падения, равном углу Брюстера $i_{Бр}$: 1) отраженный от границы раздела двух диэлектриков луч будет полностью поляризован в плоскости, перпендикулярной плоскости падения; 2) степень поляризации преломленного луча достигает максимального значения меньшего единицы; 3) преломленный луч будет поляризован частично в плоскости падения; 4) угол между отраженным и преломленным лучами будет равен 90^0; 4) тангенс угла Брюстера равен относительному показателю преломления:

$$tgi_Б = n_{21} = \frac{n_2}{n_1},$$

n_{21} – показатель преломления второй среды относительно первой.

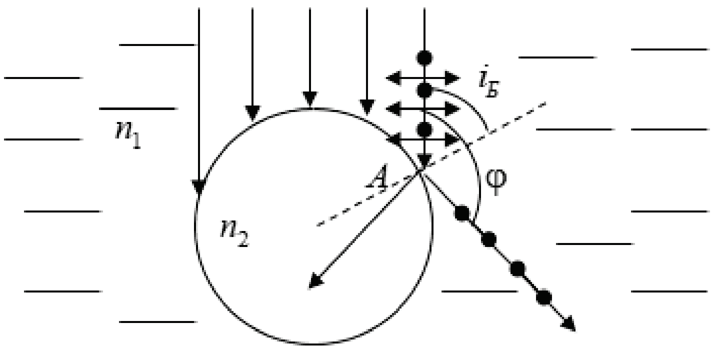

Рис. 22. Поляризация света при отражении от диэлектрика

Согласно закону Брюстера, свет, отраженный от диэлектрика, полностью поляризован в том случае, если тангенс угла падения равен относительному показателю преломления сред:

$$tgi_Б = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1{,}58}{1{,}33} = 1{,}188$$

Определим угол Брюстера: $i_Б = arctg\,1{,}188 \approx 50^0$.

Угол падения пучка на границу раздела двух сред равен углу отражения, следовательно, угол между отраженным и падающим пучками

$$\varphi = 2i_Б = 2\cdot 50^0 = 100^0 .$$

Ответ: $\varphi = 100^0$.

Задача 2. Два николя N_1 и N_2 расположены так, что угол α между их плоскостями пропускания равен 60^0. Определить: 1) во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении через один николь (N_1); 2) во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении через оба николя? При прохождении каждого из николей потери на отражение и поглощение света составляют 5 %.

Дано:	СИ:	Решение:
$\varphi = 30^0$ $k = 0{,}05$ $\frac{I_0}{I_1} = ?$ $\frac{I_0}{I_2} = ?$		1) Пучок естественного света, падая на грань николя N_1 (рис. 23), расщепляется вследствие двойного лучепреломления на два пучка: обыкновенный и необыкновенный. Оба пучка одинаковы по интенсивности и полностью поляризованы. Плоскость колебаний для необыкновенного пучка лежит в плоскости чертежа (плоскость главного сечения). Плоскость колебаний для обыкновенного пучка перпендикулярна плоскости чертежа.

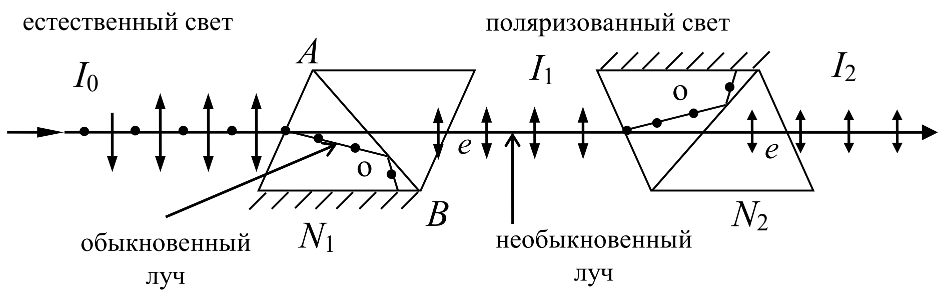

Рис. 23. Прохождение естественного света через систему призм Николя

Обыкновенный пучок (о) вследствие полного отражения от границы AB отбрасывается на зачерненную поверхность призмы и поглощается ею. Необыкновенный пучок (e) проходит через николь. При этом интенсивность света уменьшается вследствие поглощения в веществе николя. Таким образом, интенсивность света, прошедшего через николь N_1

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0 (1-k),$$

где $k = 0{,}05$ – относительная потеря света в николе; I_0 – интенсивность естественного света, падающего на николь N_1.

Относительное уменьшение интенсивности при прохождении через николь N_1

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{I_0}{\frac{1}{2} I_0 (1-k)} = \frac{2}{1-k} = \frac{2}{1-0{,}05} = 2{,}1 .$$

Интенсивность света при прохождении через николь N_1 уменьшается в 2,1 раза.

2) Пучок поляризованного света интенсивности I_1 падает на николь N_2, плоскость пропускания света которого ориентирована под углом α к плоскости пропускания первого николя.

Интенсивность пучка света, вышедшего из николя, без учета поглощения определяется законом Малюса:

$$I_2 = I_1 cos^2 \varphi .$$

Учитывая потери интенсивности света во втором николе, получим:

$$I_2 = I_1(1-k)cos^2 \varphi = \frac{1}{2} I_0 (1-k)^2 cos^2 \varphi .$$

Уменьшение интенсивности света при прохождении через оба николя

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{I_0}{\frac{1}{2} I_0 (1-k)^2 cos^2 \varphi} = \frac{2}{(1-k)^2 cos^2 \varphi} = \frac{2}{(1-0{,}05)^2 \cdot 0{,}5^2} = 8{,}86 .$$

После прохождения света через два николя интенсивность его уменьшится в 8,86 раза.

Ответ: $\frac{I_0}{I_1} = 2{,}1$; $\frac{I_0}{I_2} = 8{,}86$.

Задача 3. Пучок частично-поляризованного света рассматривается через николь. Первоначально николь установлен так, что его плоскость пропускания параллельна плоскости колебаний линейно-поляризованного света. При повороте николя на угол $\varphi = 60^0$ интенсивность пропускаемого им света уменьшилась в $k = 2$ раза. Определить отношение интенсивностей естественного и линейно-поляризованного света, составляющих данный частично-поляризованный свет, а также степень поляризации p пучка света.

Дано:	**СИ:**
$\varphi = 60^0$	
$k = 2$	
$\frac{I_e}{I_p} = ?$	
$p = ?$	

Решение:

Отношение интенсивности естественного света к интенсивности поляризованного света найдем из следующих соображений. При первоначальном положении николя он полностью пропустит линейно-поляризованный свет и половину интенсивности естественного света. Общая интенсивность пропущенного при этом света

$$I_1 = I_p + \frac{1}{2} I_e . \qquad (1)$$

При втором положении николя интенсивность пропущенного поляризованного света определится по закону Малюса, а интенсивность пропущенного естественного света, как и в первом случае, будет равна половине интенсивности естественного света, падающего на николь. Общая интенсивность во втором случае

$$I_2 = I_p cos^2 \varphi + \frac{1}{2} I_e . \qquad (2)$$

В соответствии с условием задачи $I_1 = kI_2$, или

$$I_p + \frac{1}{2}I_e = k\left(I_p cos^2 \varphi + \frac{1}{2}I_e\right), \tag{3}$$

после преобразования полученное выражение принимает вид:

$$I_p\left(1 - k\,cos^2 \varphi\right) = \frac{1}{2}I_e\left(1-k\right). \tag{4}$$

Подставив значения угла $\varphi = 60^0$ и коэффициента $k = 2$ и произведя вычисления, получим:

$$I_p = I_e, \tag{5}$$

т.е. интенсивности естественного и поляризованного света в заданном пучке равны между собой.

Степень поляризации частично-поляризованного света определяется соотношением:

$$p = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}, \tag{6}$$

где I_{max} и I_{min} – соответственно максимальная и минимальная интенсивности света, пропущенного через николь.

Максимальная интенсивность $I_{max} = I_1 = I_p + \frac{I_e}{2}$, или, учитывая, что $I_p = I_e$,

$$I_{max} = \frac{3}{2}I_p. \tag{7}$$

Минимальная интенсивность соответствует положению николя, при котором плоскость пропускания его перпендикулярна плоскости колебаний линейно-поляризованного света. При таком положении николя поляризованный свет будет полностью погашен и через николь пройдет только половина интенсивности естественного света. Минимальная интенсивность будет равна:

$$I_{min} = \frac{I_e}{2} = \frac{I_p}{2}. \tag{8}$$

Вычислим степень поляризации пучка света:

$$p = \frac{\frac{3}{2}I_p - \frac{1}{2}I_{min}}{\frac{3}{2}I_{max} + \frac{1}{2}I_{min}} = \frac{1}{2}.$$

Ответ: $\frac{I_e}{I_p} = 1$; $p = 0{,}5$.

Задача 4. Определить наименьшую толщину кристаллической пластинки в четверть волны для λ = 530 нм, если разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей для данной длины волны $n_e - n_о = 0,01$.

Дано:	**СИ**:
λ = 530 нм	$530\cdot10^{-9}$ м
$n_e - n_о = 0,01$	
$\Delta = \dfrac{\lambda}{4}$	
$d_{min} = ?$	

Решение:

Пластинкой в четверть волны называется кристаллическая пластинка, вырезанная параллельно оптической оси, при прохождении через которую в направлении, перпендикулярном оптической оси, обыкновенный и необыкновенный лучи, не изменяя своего направления, приобретают разность хода, равную $\frac{\lambda}{4}$.

Оптическая разность хода обыкновенного и необыкновенного лучей равна:

$$\Delta = (n_0 - n_e)d = \pm\left(m + \frac{1}{4}\right)\lambda, \text{ где } m = 0,1,2...,$$

причем знак плюс соответствует отрицательным кристаллам, минус – положительным.

Минимальная толщина пластинки в четверть волны соответствует $m = 0$.

Тогда:

$$d_{min}(n_о - n_e) = \frac{\lambda}{4},$$

откуда:

$$d_{min} = \frac{\lambda}{4(n_о - n_e)}.$$

Подставим численные значения:

$$d_{min} = \frac{530\cdot10^{-9}}{4\cdot0,01} = 13,25\cdot10^{-6} \text{ м} = 13,3 \text{ мкм}.$$

Ответ: $d_{min} = 13,3$ мкм.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Найти показатель преломления стекла, если отраженный луч будет полностью поляризован при угле преломления 30^0. Ответ: 1,73.
2. Луч света проходит через жидкость, налитую в стеклянный (n = 1,5) сосуд, и отражается от дна. Отраженный луч полностью поляризован при падении его на дно сосуда под углом $42^037'$. Найти: 1) показатель преломления жидкости, 2) под каким углом должен падать на дно сосуда луч света, идущий в этой жидкости, чтобы наступило полное внутреннее отражение. Ответ: 1,63; $66^056'$.
3. Естественный луч света падает на полированную поверхность стеклянной пластины (n = 1,5), погруженной в жидкость. Отраженный от пластины луч образует угол 97^0 с падающим лучом. Определить показатель преломления жидкости, если отраженный свет максимально поляризован. Ответ: 1,33.
4. Луч света переходит из воды (n = 1,33) в стекло (n = 1,5) так, что луч, отраженный от границы раздела этих сред, оказывается максимально поляризованным. Определить угол между падающим и преломленным лучами. Ответ: 174^0.
5. Чему равен угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора, если интенсивность естественного света, прошедшего через поляризатор и анализатор, уменьшается в четыре раза? Поглощением света пренебречь. Ответ: 45^0.
6. Естественный свет проходит через поляризатор и анализатор, поставленный так, что угол между их главными плоскостями равен φ. Как поляризатор, так и анализатор поглощают и отражают 8 % падающего на них света. Оказалось, что интенсивность луча, вышедшего из анализатора, равна 9 % интенсивности естественного света, падающего на поляризатор. Найти угол φ. Ответ: $62^032'$.
7. Главные плоскости двух призм николя образуют между собой угол в 60^0. На сколько следует изменить угол между главными плоскостями, чтобы интенсивность прошедшего света увеличилась вдвое? Ответ: 15^0.
8. Луч естественного света при прохождении двух николей был ослаблен в пять раз. В каждом николе интенсивность света за счет отражения и поглощения уменьшилась на 10 %. Определить угол между плоскостями поляризации николей. Дать схему опыта. Ответ: 45^0.
9. Плоско поляризованный монохроматический пучок света падает на поляроид и полностью им гасится. Когда на пути пучка поместили кварцевую пластину, интенсивность пучка света после поляроида стала равна половине интенсивности пучка, падающего на поляроид. Определить минимальную толщину кварцевой пластины. Поглощением и отражением света поляроидом пренебречь, постоянную вращения кварца принять равной 48,9 град/мм. Ответ: 0,92 мм.
10. Пластина кварца толщиной в 1,5 мм, вырезанная перпендикулярно оптической оси, помещена между параллельными николями. Плоскость поляризации монохроматического света повернулась на угол 27^0. Какой наименьшей толщины следует взять пластинку, чтобы поле зрения поляриметра стало совершенно темным? Ответ: 5 мм.

11. На пластинку исландского шпата, вырезанную параллельно оптической оси, падает нормально луч. Между обыкновенным и необыкновенным лучами возникает разность хода в 0,007 мм. Найти толщину пластины, если показатель преломления обыкновенного луча для данного света 1,658, а необыкновенного 1,486. Сделать чертеж. Ответ: 0,04 мм.
12. При прохождении света через слой 5 % - ного сахарного раствора толщиной 15 см плоскость поляризации повернулась на угол $6{,}5^0$. На сколько повернет плоскость поляризации 13 % - ный раствор с толщиной слоя в 12 см? Ответ: $13{,}52^0$.
13. При прохождении света через трубу длиной 20 см, содержащую десятипроцентный раствор сахара, плоскость поляризации света повернулась на угол $13{,}3^0$. В другом растворе сахара, налитом в трубку длиной 15 см, плоскость поляризации повернулась на угол $5{,}2^0$. Определить концентрацию второго раствора. Ответ: 5,3 %.

6. КВАНТОВАЯ ОПТИКА

Тепловое излучение

Закон Стефана-Больцмана

$$R_e = \sigma T^4, \qquad (6.1)$$

где R_e – энергетическая светимость (излучательность) абсолютно черного тела; $\sigma = 5{,}67\cdot 10^{-8}$ Вт/(м$^2\cdot$К^4) – постоянная Стефана-Больцмана; T – термодинамическая температура (температура по абсолютной шкале).

Излучательность серого тела

$$R_e = a_T \sigma T^4, \qquad (6.2)$$

где a_T – коэффициент теплового излучения (степень черноты) серого тела.

Закон смещения Вина (I закон Вина)

$$\lambda_m = \frac{b}{T}, \qquad (6.3)$$

где λ_m – длина волны, на которую приходится максимум энергии излучения; b = $2{,}9\cdot 10^{-3}$ м·К - постоянная Вина.

II закон Вина

$$\left(r_{\lambda,T}\right)_{max} = CT^5, \qquad (6.4)$$

где $\left(r_{\lambda,T}\right)_{max}$ – максимальная спектральная плотность энергетической светимости (излучательной способности) абсолютно черного тела; $C = 1{,}29\cdot 10^{-5}$ Вт/(м$^3\cdot$К^5).

Формула Планка

$$r_{\lambda,T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\cdot\frac{1}{e^{hc/(\lambda kT)}-1}, \qquad (6.5)$$

или

$$r_{\omega,T} = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2 c^2}\cdot\frac{1}{e^{\hbar\omega/(kT)}-1}, \qquad (6.6)$$

где $r_{\lambda,T}$, $r_{\omega,T}$ – спектральные плотности излучательности (энергетической светимости) абсолютно черного тела; λ –длина волны; ω – круговая частота; c – скорость света в вакууме; k – постоянная Больцмана; $h = 6{,}67\cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка, $\hbar$ - постоянная Планка, деленная на 2π.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. Какую мощность надо подводить к зачерненному металлическому шарику радиусом R = 2,82 см, чтобы поддержать его температуру при $t_1 = 35^0$ *С*, если температура окружающей среды $t_2 = 27^0$ С?

Дано:	СИ:
$R = 2{,}82$ см	$2{,}82 \cdot 10^{-2}$ м
$t_1 = 35^0$ C	
$t_2 = 27^0$ C	
$n = ?$	

Решение:
Излучаемая шариком мощность определяется по закону Стефана-Больцмана:

$$P_1 = \sigma T_1^4 S,$$

где σ – постоянная Стефана Больцмана, $S = 4\pi R^2$ – поверхность шарика, $T_1 = 35+273 = 308$ К – температура шарика по абсолютной шкале.

Одновременно с излучением шарик поглощает энергию из окружающей среды. Учитывая, что шарик поглощает, как абсолютно черное тело, т.е. с коэффициентом поглощения, равным единице, поглощаемая мощность будет равна:

$$P_2 = \sigma T_2^4 S,$$

где $T_2 = 27+273 = 300$ К – температура окружающей среды по абсолютной шкале.

Мощность, которую необходимо подводить к шарику, будет равна разности между излучаемой и поглощаемой мощностью:

$$P = P_1 - P_2 = \sigma S\left(T_1^4 - T_2^4\right) = 4\sigma\pi R^2\left(T_1^4 - T_2^4\right).$$

Подставляем числовые значения и вычисляем:

$$P = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 4 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}82^2 \cdot 10^{-4} \cdot \left(308^4 - 300^4\right) = 0{,}36 \text{ Вт}.$$

Ответ: $P = 0{,}36$ Вт.

Задача 2. Во сколько раз увеличится мощность излучения абсолютно черного тела, если максимум энергии излучения передвинется от красной границы видимого спектра к его фиолетовой границе?

Дано:	СИ:
$\lambda_ф = 0{,}38$ мкм	
$\lambda_{кр} = 0{,}76$ мкм	
$n = ?$	

Решение:
Длина волны, на которую приходится максимум энергии излучения абсолютно черного тела, определяется из закона смещения Вина:

$$\lambda_m = \frac{C}{T},$$

где T – температура излучателя; $C = 2{,}89 \cdot 10^{-3}$ м · К – постоянная смещения закона Вина.

В соответствии с законом Вина определяем температуру, соответствующую красной и фиолетовой границам видимой области спектра:

$$T_{кр} = \frac{C}{\lambda_{кр}}; \; T_ф = \frac{C}{\lambda_ф}.$$

Мощность излучения абсолютно черного тела

$$N = R_e S,$$

где R_e – энергетическая светимость абсолютно черного тела; S – площадь поверхности излучающего тела. По закону Стефана – Больцмана

$$R_e = \sigma T^4,$$

где $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \dfrac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ – постоянная Стефана – Больцмана.

Для красной и фиолетовой границ видимой области спектра

$$N_{кр} = \sigma T_{кр}^4 S\,;\ N_{ф} = \sigma T_{ф}^4 S\,.$$

Найдем отношение мощностей излучения:

$$\frac{N_{ф}}{N_{кр}} = \frac{\sigma S\left(\dfrac{C}{\lambda_{ф}}\right)^4}{\sigma S\left(\dfrac{C}{\lambda_{кр}}\right)^4} = \left(\frac{\lambda_{кр}}{\lambda_{ф}}\right)^4.$$

Отношение $\dfrac{N_{ф}}{N_{кр}} = n$ показывает, во сколько раз увеличивается мощность излучения абсолютно черного тела:

$$n = \left(\frac{0{,}76}{0{,}38}\right)^4 = 2^4 = 16\,.$$

Ответ: $n = 16$.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Мощность излучения абсолютно черного тела равна 34 кВт. Найти температуру этого тела, если известно, что поверхность его равна 0,6 м^2. Ответ: 1000 К.
2. Вычислить энергию, излучаемую за время 1 мин с площади 1 см^2 абсолютно черного тела, температура которого 1000 К. Ответ: 340 Дж.
3. Какое количество энергии излучает 1 см^2 затвердевающего свинца в 1 с? Отношение излучательностей (энергетических светимостей) поверхности свинца и абсолютно черного тела для этой температуры считать равным 0,6. Ответ: 0,46 Дж.
4. Какую мощность надо подводить к зачерненному металлическому шарику радиусом 2 см, чтобы поддерживать его температуру на 27^0 выше температуры окружающей среды? Температура окружающей среды равна 20^0 С. Считать, что тепло теряется только вследствие излучения. Ответ: 0,84 Вт.
5. Абсолютно черное тело поддерживается при постоянной температуре 1000 К. Поверхность тела равна 250 см^2. Найти мощность излучения этого тела. Ответ: 1,42 кВт.
6. Какое количество энергии излучает Солнце в 1 мин? Излучение Солнца считать близким к излучению абсолютно черного тела. Температуру поверхности Солнца принять равной 5800 К. Ответ: $6{,}5 \cdot 10^{21}$ кВт·ч.

7. Эталон силы света представляет собой полный (излучающий волны всех длин) излучатель с излучающей поверхностью, равной 0,5305 мм^2, который имеет температуру затвердевания платины 1063^0 С. Определить мощность излучателя. Ответ: 95,8 мВт.
8. Поток энергии, излучаемой из смотрового окошка плавильной печи, 34 Вт. Определить температуру печи, если площадь отверстия 6 см^2. Ответ: 1000 К.
9. Раскаленная металлическая поверхность площадью 10 см^2 излучает в 1 мин $4{\cdot}10^4$ Дж. Температура поверхности равна 2500 К. Найти отношение излучательностей (энергетических светимостей) этой поверхности и абсолютно черного тела при данной температуре. Ответ: 0,3.
10. Диаметр вольфрамовой спирали в электрической лампочке равен 0,3 мм, длина спирали 5 см. При включении лампочки в цепь напряжением 127 В через лампочку течет ток силой 0,31 А. Найти температуру лампочки. Считать, что по установлении равновесия все выделяющееся в нити тепло теряется в результате лучеиспускания. Отношение излучательностей (энергетических светимостей) вольфрама и абсолютно черного тела считать для этой температуры равным 0,31. Ответ: 2500 К.
11. На сколько процентов увеличится излучательность (энергетическая светимость) абсолютно черного тела, если его температура увеличится на 1 %? Ответ: 4 %.
12. При нагревании абсолютно черного тела длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, изменилась от 690 до 500 нм. Во сколько раз увеличилась при этом излучательность (энергетическая светимость) тела? Ответ: 3,6.
13. Максимум спектральной плотности излучательности яркой красноватой звезды Арктур приходится на длину волны 580 нм. Принимая, что звезда излучает как абсолютно черное тело, определить температуру поверхности звезды. Ответ: 4,98 кК.
14. Абсолютно черное тело находится при температуре 2900 К. В результате остывания этого тела длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности излучательности (энергетической светимости), изменилась на 9 мкм. До какой температуры охладилось тело? Ответ: 290 К.
15. Зачерненный шарик остывает от температуры 27^0 С до 20^0 С. На сколько изменилась длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности его излучательности? Ответ: 0,24 мкм.
16. Температура абсолютно черного тела изменилась при нагревании от 1000 до 3000 К. Во сколько раз увеличилась при этом его излучательность (энергетическая светимость)? На сколько изменилась при этом длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности излучательности? Во сколько раз увеличилась его максимальная спектральная плотность? Ответ: 81; 1,93 мкм; 243.

17. При переходе от температуры T_1 к температуре T_2 площадь, ограниченная графиком функции распределения плотности энергии равновесного излучения по длинам волн, увеличивается в 16 раз. Как изменяется при этом длина волны, на которую приходится максимум испускательной способности абсолютно черного тела? Ответ: уменьшается в 2 раза.
18. Мощность излучения абсолютно черного тела равна 10 кВт. Найти площадь излучающей поверхности тела, если известно, что длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности его излучательности, равна 700 нм. Ответ: 6 см^2.
19. Длина волны, на которую приходится максимум энергии в спектре излучения абсолютно черного тела 0,58 мкм. Определить излучательность (энергетическую светимость) поверхности тела. Ответ: 35,4 МВт/м^2.

20. Определить спектральную плотность излучательности, рассчитанную на 1 нм для длины волны, соответствующей максимальному значению спектральной плотности, в спектре излучения абсолютно черного тела. Температура тела 727^0 С. Ответ: 13 Вт/(м^2·нм).
21. Температура абсолютно черного тела равна 2000 К. Определить: 1) спектральную плотность энергетической светимости для длины волны 600 нм; 2) энергетическую светимость в интервале длин волн от 590 до 610 нм. Принять, что среднее значение спектральной плотности излучательности тела в этом интервале длин волн равно значению, найденному для длины волны 600 нм. Ответ: 30 Мвт/(м^2·мм); 600 Вт/м^2.

7. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ЧАСТИЦА

Частица называется релятивистской, если скорость v частицы сравнима со скоростью света c, и классической, если скорость частицы много меньше скорости света.

Релятивистская масса

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}} \text{ или } m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}, \tag{7.1}$$

где m_0 – масса покоя частицы; $\beta = \frac{\mathrm{v}}{c}$ – скорость частицы, выраженная в долях скорости света.

Релятивистский импульс

$$p = m\mathrm{v} = \frac{m_0 \mathrm{v}}{\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}} \text{ или } p = \frac{m_0 c\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{7.2}$$

Полная энергия релятивистской частицы

$$E = mc^2 = m_0c^2 + T, \tag{7.3}$$

где T – кинетическая энергия частицы, $E_0 = m_0c^2$ – ее энергия покоя.

Связь полной энергии с импульсом релятивистской частицы

$$E^2 - p^2c^2 = m_0^2c^4.$$

Связь кинетической энергии с импульсом релятивистской частицы

$$p^2c^2 = T\left(T + 2m_0c^2\right). \tag{7.4}$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. При какой скорости движения кинетическая энергия электрона равна 25 МэВ?

Дано:	**СИ:**
$\lambda_1 = 0{,}155$ мкм	$1{,}55\cdot 10^{-7}$ м
$\lambda_2 = 1$ нм	10^{-9} м
$A_{вых} = 4{,}7$ эВ	
$\mathrm{v}_{max} = ?$	

Решение:

Энергия покоя электрона равна $E_0 = m_0c^2 = 0{,}511$ МэВ.

Так как кинетическая энергия электрона значительно больше энергии покоя электрона, то расчет следует вести по формулам релятивистской механики, согласно которой кинетическая энергия частицы равна $T = mc^2 - m_0c^2$, где $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\left(\dfrac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}}$ – масса движущейся частицы, m_0 – масса покоя частицы.

Итак,

$$T = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\left(\dfrac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}} - 1\right). \tag{1}$$

Преобразуем уравнение (1) относительно скорости движения:

$$\mathrm{v} = c\frac{\sqrt{T\left(2m_0c^2 + T\right)}}{T + m_0c^2} = c\frac{\sqrt{T\left(2E_0 + T\right)}}{T + E_0}.$$

Расчет производим в СИ:

$$\mathrm{v} = 3\cdot 10^8\,\frac{\sqrt{4\cdot 10^{-12}\cdot\left(1{,}64\cdot 10^{-13} + 4\cdot 10^{-12}\right)}}{4\cdot 10^{-12} + 0{,}82\cdot 10^{-13}} \approx 2{,}99\cdot 10^8 \text{ м/с}$$

Ответ: $\mathrm{v} \approx 2{,}99\cdot 10^8$ м/с.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Частица движется со скоростью $\mathrm{v} = 0{,}5c$. Во сколько раз релятивистская масса частицы больше массы покоя? Ответ: 1,15.
2. Полная энергия тела возросла на $\Delta E =$ 1 Дж. На сколько при этом изменится масса тела? Ответ: $\Delta m =$ 11,1 фг.
3. При какой скорости кинетическая энергия любой частицы вещества равна ее энергии покоя. Ответ: $\mathrm{v} = 260$ Мм/с.
4. Определить кинетическую энергию T релятивистской частицы (в единицах m_0c^2), если ее импульс $p = m_0c$. Ответ: $0{,}414m_0c^2$.
5. Кинетическая энергия релятивистской частицы равна ее энергии покоя. Во сколько раз возрастет импульс частицы, если ее кинетическая энергия увеличится в 4 раза? Ответ: 2,82.

8. ФОТОЭФФЕКТ

Фотоэффект – явления выбивания электронов из вещества (металла) под действием электромагнитного излучения.

Энергия фотона

$$\varepsilon = h\nu = \hbar\omega = \frac{hc}{\lambda}, \qquad (8.1)$$

где h – постоянная Планка, $\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$ – постоянная Планка с чертой, ν – частота света, ω – круговая частота, λ – длина волны; c – скорость света в вакууме.

Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта

$$\varepsilon = A_{вых} + T_{вых}, \qquad (8.2)$$

где ε – энергия фотона, падающего на поверхность металла; $A_{вых}$ – работа выхода электрона из металла; T_{max} – максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона; m – масса электрона; v_{max} – максимальная скорость фотоэлектрона. Максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона в двух случаях (нерелятивистском и релятивистском) выражается различными формулами:

1) если фотоэффект вызван фотоном, энергия которого $\varepsilon = h\nu < 5$ кэВ, то

$$T_{max} = \frac{m_0 v_{max}^2}{2}, \qquad (8.3)$$

где m_0 – масса покоя электрона;

2) если фотоэффект вызван фотоном, энергия которого $\varepsilon = h\nu$ много больше 5 кэВ, то

$$T_{max} = (m - m_0)c^2, \text{ или } T_{max} = m_0 c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right), \qquad (8.4)$$

где m – масса релятивистского электрона; $\beta = \dfrac{v_{max}}{c}$.

Красная граница фотоэффекта

$$\nu_0 = \frac{A_{вых}}{h}, \text{ или } \lambda_0 = \frac{hc}{A_{вых}}, \qquad (8.5)$$

где ν_0 – минимальная частота света и λ_0 – максимальная длина волны света, при которых еще возможен фотоэффект.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. Определить максимальную скорость v_{max} фотоэлектронов, вырываемых с поверхности серебра: 1) ультрафиолетовым излучением с длиной волны $\lambda_1 = 0{,}155$ мкм; 2) γ–излучением с длиной волны $\lambda_2 = 1$ нм. Работа выхода электрона из серебра равна 4,7 эВ.

Дано:	**СИ:**
$\lambda_1 = 0{,}155$ мкм	$1{,}55 \cdot 10^{-7}$ м
$\lambda_2 = 1$ нм	10^{-9} м
$A_{вых} = 4{,}7$ эВ	
$v_{max} = ?$	

Решение:

Максимальную скорость фотоэлектронов можно определить из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта:

Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта

$$\varepsilon = A_{вых} + T_{max}, \tag{1}$$

где ε – энергия фотонов, падающих на поверхность металла; $A_{вых}$ – работа выхода электрона из металла; T_{max} – максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона.

Энергия фотона вычисляется:

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda} \tag{2}$$

где h – постоянная Планка, c – скорость света в вакууме, λ – длина волны.

Кинетическая энергия электрона может быть выражена или по классической формуле:

$$T_{max} = \frac{m_0 v_{max}^2}{2}, \tag{3}$$

или по релятивистской формуле:

$$T_{max} = E_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_{max}}{c} \right)^2}} - 1 \right), \tag{4}$$

в зависимости от того, какая скорость сообщается фотоэлектрону.

Скорость фотоэлектрона зависит от энергии фотона, вызывающего фотоэффект: если энергия ε фотона много меньше энергии покоя электрона $E_0 = m_0 c^2 = 0{,}511$ МэВ, то может быть применена формула (3), если же ε сравнима по величине с E_0, то вычисление по формуле (3) приводит к ошибке, поэтому нужно пользоваться формулой (4).

1) Вычислим энергию фотона ультрафиолетового излучения по формуле (2):

$$\varepsilon_1 = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1{,}55 \cdot 10^{-7}} = 1{,}28 \cdot 10^{-18} \text{ Дж},$$

или

$$\varepsilon_1 = \frac{1{,}28 \cdot 10^{-18}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 8 \text{ эВ}.$$

Полученная энергия фотона ε_1 = 8 эВ много меньше энергии покоя электрона E_0 = 0,511 МэВ. Следовательно, для данного случая кинетическая энергия фотоэлектрона в формуле (1) может быть выражена по классической формуле (3):

$$\varepsilon_1 = A_{вых} + \frac{m_0 \mathrm{v}_{max}^{\ 2}}{2},$$

откуда

$$\mathrm{v}_{max} = \sqrt{\frac{2(\varepsilon_1 - A)}{m_0}}. \qquad (5)$$

Подставив числовые значения величин в формулу (5), найдем:

$$\mathrm{v}_{max} = \sqrt{\frac{2\left(1,28\cdot 10^{-18} - 0,75\cdot 10^{-18}\right)}{9,11\cdot 10^{-31}}} = 1,08\cdot 10^{6} \text{ м/с}.$$

2) Вычислим энергию фотона γ–излучения:

$$\varepsilon_2 = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{10^{-12}} = 1,99\cdot 10^{-13} \text{ Дж},$$

или в электрон-вольтах (эВ):

$$\varepsilon_2 = \frac{1,99\cdot 10^{-34}}{1,6\cdot 10^{-19}} = 1,24\cdot 10^{6} \text{ эВ} = 1,24 \text{ МэВ}.$$

Работа выхода электрона из серебра $A_{вых} = 4,7$ эВ пренебрежимо мала по сравнению с энергией фотона $\varepsilon_2 = 1,24$ МэВ, поэтому можно принять, что максимальная кинетическая энергия электрона равна энергии фотона: $T_{max} = \varepsilon_2 = 1,24$ МэВ.

Так как в данном случае кинетическая энергия электрона больше его энергии покоя, то для вычисления скорости электрона следует взять релятивистскую формулу кинетической энергии (4). Из этой формулы найдем:

$$\mathrm{v}_{max} = c\frac{\sqrt{T_{max}\left(2E_0 + T_{max}\right)}}{E_0 + T_{max}} = c\frac{\sqrt{\varepsilon_2\left(2E_0 + \varepsilon_2\right)}}{E_0 + \varepsilon_2}. \qquad (6)$$

Произведем вычисления, подставив значения E_0 и ε_2 в МэВ, так как эти величины входят в формулу (6) в виде отношения:

$$\mathrm{v}_{max} = 3\cdot 10^{8}\,\frac{\sqrt{1,24\cdot\left(2\cdot 0,511 + 1,24\right)}}{0,51 + 1,24} = 2,85\cdot 10^{8} \text{ м/с}.$$

Ответ: 1) $\mathrm{v}_{max} = 1,08\cdot 10^{6}$ м/с; 2) $\mathrm{v}_{max} = 2,85\cdot 10^{8}$ м/с.

Задача 2. Определить красную границу фотоэффекта для цезия, если при облучении его поверхности фиолетовым светом длиной волны 400 нм максимальная скорость фотоэлектронов равна 0,65 Мм/с.

$\lambda = 400$ нм	$400\cdot 10^{-9}$ м
$\mathrm{v} = 0,65$ Мм/с	$0,65\cdot 10^{6}$ м
$\lambda_0 = ?$	

Решение:

При облучении светом, длина волны которого соответствует красной границе фотоэффекта, скорость, а, следовательно, и кинетическая энергия фотоэлектронов равны нулю. Поэтому уравнение

Эйнштейна $\varepsilon = A_{вых} + T_{вых}$ для фотоэффекта в случае красной границы запишется в виде:

$$\varepsilon = A_{вых} \text{ или } \frac{hc}{\lambda_0} = A_{вых},$$

отсюда

$$\lambda_0 = \frac{hc}{A_{вых}}. \qquad (1)$$

Работу выхода для цезия определим с помощью уравнения Эйнштейна:

$$A_{вых} = \varepsilon - T_{вых} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{m\text{v}^2}{2}. \qquad (2)$$

Подставим в уравнение (2) числовые значения:

$$A_{вых} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^{-7}} - \frac{9{,}11 \cdot 10^{-31} \left(0{,}65 \cdot 10^6\right)^2}{2} = 3{,}05 \cdot 10^{-19} \text{ Дж.} \qquad (3)$$

Подставим числовые значения в формулу (1) и вычислим красную границу фотоэффекта:

$$\lambda_0 = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3{,}05 \cdot 10^{-19}} = 0{,}64 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 640 \text{ нм.} \qquad (4)$$

Ответ: $\lambda_0 =$ м = 640 нм.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. На металлическую пластину направлен пучок ультрафиолетовых лучей с длиной волны 0,2 мкм. Фототок прекращается при минимальной задерживающей разности потенциалов 2,2 В. Определить в эВ работу выхода электронов из металла. Ответ: 4 эВ.
2. Найти частоту света, вырывающего с поверхности металла электроны, полностью задерживающиеся обратным потенциалом 3 В. Фотоэффект у этого металла начинается при частоте падающего света $6{\cdot}10^{14}$ $с^{-1}$. Найти работу выхода электрона из металла. Ответ: $13{,}2{\cdot}10^{14}$ $с^{-1}$; 2,48 эВ.
3. Какая доля энергии фотона израсходована на работу вырывания фотоэлектрона, если красная граница фотоэффекта равна 307 нм и максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона 1 эВ? Ответ: 0,8.
4. Кванты света, соответствующие длине волны 0,2 мкм, падают на цинковую пластинку. Определить максимальный импульс вылетающих электронов. Работа выхода для цинка равна 4 эВ. Ответ: $8{,}02{\cdot}10^{-25}$ (кг·м)/с.
5. На металлическую пластинку падает монохроматический пучок света с длиной волны 0,413 мкм. Поток фотоэлектронов, вырываемых с поверхности металла, полностью задерживается разностью потенциалов в 1 В. Определить работу выхода в эВ и красную границу фотоэффекта в длинах волн. Ответ: 2 эВ; 619 нм.

6. Чему равна наибольшая длина волны света, способного выбить электроны из металла с работой выхода 2,3 эВ? Ответ: $5{,}4 \cdot 10^{-7}$ м.
7. Вакуумный фотоэлемент состоит из центрального катода (вольфрамового шарика) и анода (внутренней поверхности посеребренной изнутри колбы). Контактная разность потенциалов между электродами 0,6 В ускоряет вылетающие электроны. Фотоэлемент освещается светом с длиной волны 230 н. Какую задерживающую разность потенциалов надо приложить между электродами, чтобы фототок упал до нуля? Какую скорость получат фотоэлектроны, когда они долетят до анода, если не прикладывать между катодом и анодом внешней разности потенциалов? Работа выхода для вольфрама равна 4,5 эВ. Ответ: 1,5 В; $7{,}3 \cdot 10^{5}$ м/с.
8. Красная граница фотоэффекта для некоторого металла равна 275 нм. Найти работу выхода электрона из металла, максимальную скорость электронов, вырываемых из металла светом с длиной волны 180 нм, максимальную кинетическую энергию электронов. Ответ: 4,5 эВ; $9{,}1 \cdot 10^{5}$ м/с; $3{,}8 \cdot 10^{-19}$ Дж.
9. На цинковую пластину падает пучок ультрафиолетовых лучей с длиной волны 0,2 мкм. Определить максимальную кинетическую энергию и максимальную скорость фотоэлектронов. Ответ: 2,2 эВ; $8{,}8 \cdot 10^{5}$ м/с.
10. При фотоэффекте с платиновой поверхности задерживающий потенциал оказался равным 0,8 В. Найти длину волны применяемого облучения. Максимальную длину волны, при которой еще возможен фотоэффект. Работа выхода для платины равна 5,3 эВ. Ответ: 204 нм; 234 нм.
11. До какого потенциала можно зарядить удаленный от других тел цинковый шарик, облучая его ультрафиолетовым излучением с длиной волны 200 нм? Ответ: 2,5 В.

9. ДАВЛЕНИЕ СВЕТА

Давление света при нормальном падении на поверхность

$$p = \frac{E_e}{c}(1+\rho) = \frac{\Phi}{cS}(1+\rho), \text{ или } p = w(1+\rho) \qquad (9.1)$$

где E_e – энергетическая освещенность (облученность) поверхности; Φ – поток энергии излучения; w – объемная плотность энергии излучения; c – скорость света в вакууме; ρ – коэффициент отражения; S – площадь поверхности.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. Какое световое давление p испытывает зеркальная поверхность площадью $S = 1$ м^2, если в 1 секунду на нее падает $N = 2\cdot10^{18}$ фотонов с длиной волны $\lambda = 410$ нм?

Дано:	**СИ:**
$S = 1$ м^2	
$N = 2\cdot10^{18}$	
$\lambda = 410$ нм	$410\cdot10^{-9}$ м
$t = 1$ с	
$\rho = 1$	
$p = ?$	

Решение:

Световое давление на поверхность равно:

$$p = \frac{E_e}{c}(1+\rho) = \frac{W}{cS}(1+\rho), \qquad (1)$$

где E_e – энергетическая освещенность (облученность) поверхности; W– мощность излучения; c – скорость света; ρ – коэффициент отражения, для зеркальной поверхности ρ = 1; S – площадь поверхности.

Мощность излучения, т.е. энергию, переносимую через данную площадку в единицу времени, можно выразить как произведение числа фотонов n, падающих на поверхность в единицу времени, на энергию одного фотона ε:

$$W = n\varepsilon = \frac{N\varepsilon}{t}. \qquad (2)$$

Энергия фотона равна:

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}, \qquad (3)$$

где h – постоянная Планка; λ – длина волны.

С учетом выражений (2) и (3) формула (1) примет вид:

$$p = \frac{Nh}{\lambda St}(1+\rho).$$

Произведем вычисления:

$$p = \frac{2\cdot10^{18}\cdot6{,}63\cdot10^{-34}\cdot2}{410\cdot10^{-9}\cdot1} = 6{,}46\cdot10^{-9} \text{ Па}.$$

Ответ: $p = 6{,}46\cdot10^{-9}$ Па.

Задача 2. Пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 663$ м падает нормально на зеркальную плоскую поверхность. Поток энергии Φ = 0,6 Вт. Определить силу давления F, испытываемую этой поверхностью, а также число фотонов *N*, падающих на нее за время $t = 5$ с.

Дано:	**СИ:**
Φ = 0,6 Вт	
λ = 663 нм	$663 \cdot 10^{-9}$ м
$t = 5$ с	
$\rho = 1$	
$F = ?$ $N = ?$	

Решение:

Сила светового давления на поверхность равна произведению светового давления *p* на площадь поверхности *S*:

$$F = pS. \qquad (1)$$

Световое давление может быть найдено по формуле:

$$p = \frac{E_e}{c}(1+\rho). \qquad (2)$$

Подставляя выражение (2) давления света в формулу (1), получим:

$$F = \frac{E_e S}{c}(1+\rho). \qquad (3)$$

Так как произведение облученности E_e на площадь поверхности *S* равно потоку Φ энергии излучения, падающего на поверхность, то соотношение (3) можно записать в виде:

$$F = \frac{\Phi}{c}(1+\rho).$$

После подстановки числовых значений получим:

$$F = \frac{0,6}{3 \cdot 10^8}(1+1) = 4 \cdot 10^{-9} \text{ Н} = 4 \text{ нН}.$$

Число фотонов *N*, падающих за время t на поверхность, определяется по формуле:

$$N = \frac{W}{\varepsilon} = \frac{\Phi t}{\varepsilon},$$

где W – энергия излучения, получаемая поверхностью за время t.

Выразив в этой формуле энергию фотона через длину волны $\varepsilon = \dfrac{hc}{\lambda}$, получим:

$$N = \frac{\Phi \lambda t}{hc}.$$

Подставив в этой формуле числовые значения величин, найдем:

$$N = \frac{0,6 \cdot 663 \cdot 10^{-9} \cdot 5}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} = 10^{19}.$$

Ответ: $F = 4 \cdot 10^{-9}$ Н; $N = 10^{19}$.

Задача 3. Параллельный пучок света с длиной волны $\lambda = 500$ нм падает нормально на зачерненную поверхность, производя давление $p = 10$ мкПа. Определить концентрацию фотонов n в пучке и число фотонов N, падающих на поверхность площадью 1 м^2 за время 1 с.

Дано:	**СИ:**
$p = 10$ мкПа	10^{-5} Па
$\lambda = 500$ нм	$500 \cdot 10^{-9}$ м
$t = 1$ с	
$S = 1$ м^2	
$\rho = 0$	
$F = ?$	
$N = ?$	

Решение:

Концентрация фотонов в пучке света может быть найдена как частное от деления объемной плотности энергии на энергию одного фотона:

$$n = \frac{w}{\varepsilon}. \qquad (1)$$

Из формулы, определяющей давление света $p = w(1+\rho)$, найдем:

$$w = \frac{p}{(1+\rho)}. \qquad (2)$$

Подставив выражение для w из уравнения (2) в формулу (1), получим:

$$n = \frac{p}{(\rho+1)\varepsilon}. \qquad (3)$$

Энергия фотона зависит от частоты света ν, следовательно, и от длины волны λ:

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}. \qquad (4)$$

Подставив выражение (4) для энергии фотона в формулу (3), определим искомую концентрацию фотонов:

$$n = \frac{p\lambda}{(\rho+1)hc}. \qquad (5)$$

Коэффициент отражения ρ для зачерненной поверхности принимаем равным нулю.

Подставим числовые значения в формулу (5):

$$n = \frac{10^{-5} \cdot 500 \cdot 10^{-9}}{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}} = 2{,}5 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3}.$$

Число фотонов N, падающих на поверхность площадью S за время t, найдем из соотношения:

$$N = ncSt.$$

Подставив значения, получим:

$$N = 2{,}5 \cdot 10^{13} \cdot 3 \cdot 10^{8} = 7{,}5 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-2}\text{с}^{-1}.$$

Ответ: $n = 2{,}5 \cdot 10^{13}$ м$^{-3}$; $N = 7{,}5 \cdot 10^{21}$ м$^{-2}$с$^{-1}$.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Давление монохроматического света с длиной волны 600 нм на черную поверхность, расположенную перпендикулярно к падающим лучам, равно 10^{-6} дин/см^2. Сколько фотонов падает в 1 с на 1 см^2 этой поверхности? Ответ: $9{,}05 \cdot 10^{15}$.
2. Найти давление света на стенки электрической 100-ваттной лампы. Колба лампы представляет собой сосуд радиусом 5 см. Стенки лампы отражают 4 % и пропускают 6 % падающего на них света. Считать, что вся потребляемая мощность идет на излучение. Ответ: $1{,}04 \cdot 10^{-5}$ Па.
3. Пучок монохроматического света с длиной волны 663 нм падает нормально на зеркальную плоскую поверхность. Поток излучения 0,6 Вт. Определить силу давления, испытываемую этой поверхностью. Ответ: 4 нН.
4. На зеркало с идеально отражающей поверхностью 1,5 см^2 падает нормально свет от электрической дуги. Определить импульс, полученный зеркалом, если плотность потока световой энергии, падающей на него, равна 10 Вт/см^2, а продолжительность освещения 1 с. Ответ: $\cdot 10^{-7}$ кг$\cdot$м/с.
5. На поверхность площадью 100 см^2 ежеминутно падает 63 Дж световой энергии. Найти величину светового давления в случаях, когда поверхность: 1) полностью отражает все лучи и 2) полностью поглощает все падающие на нее лучи. Ответ: $7 \cdot 10^{-7}$ Па; $3{,}5 \cdot 10^{-7}$ Па.

10.ЭФФЕКТ КОМПТОНА

Эффектом Комптона называется явление рассеяния электромагнитного излучения на свободном или слабо связанном (валентном) электроне, сопровождающееся увеличением длины волны излучения.
Изменение длины волны $\Delta\lambda$ фотона при рассеянии его на электроне на угол θ

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{2\pi\hbar}{mc}\left(1 - cos\,\theta\right), \text{ или } \Delta\lambda = 2\frac{2\pi\hbar}{mc} sin^2\frac{\theta}{2}, \qquad (10.1)$$

где m – масса электрона отдачи; λ и λ' – длины волн фотона до и после рассеяния.

Комптоновская длина волны

$$\lambda_C = \frac{2\pi\hbar}{mc}. \qquad (10.2)$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. Угол рассеяния фотона с энергией ε_1 = 1,2 МэВ на свободном электроне $\theta = 60^0$. Найти длину волны рассеянного фотона, энергию и импульс электрона отдачи (кинетической энергией электрона до соударения пренебречь), а также направление его движения.

Дано:	**СИ:**
$\varepsilon_1 = 1{,}2$ МэВ	$1{,}92\cdot10^{-13}$ Дж
$\theta = 60^0$	
$\lambda_2 = ?$ $T = ?$ $p_e = ?$	

Решение:
Изменение длины волны фотона при комптоновском рассеянии

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{m_0 c}\left(1 - cos\,\theta\right) = \lambda_C\left(1 - cos\,\theta\right), \qquad (1)$$

где λ_1 и λ_2 – длины волн падающего и рассеянного фотонов; $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка; $m_0 = 9{,}1\cdot10^{-31}$ кг – масса покоя электрона; $c = 3\cdot10^8$ м/с – скорость света в вакууме; $\lambda_C = 2{,}43\cdot10^{-12}$ м – комптоновская длина волны.

Из формулы (1) находим:

$$\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda = \lambda_1 + \lambda_C\left(1 - cos\,\theta\right).$$

Выражая λ_1 через энергию фотона $\varepsilon_1 = \frac{hc}{\lambda_1}$, получаем:

$$\lambda_2 = \frac{hc}{\varepsilon_1} + \lambda_C\left(1 - cos\,\theta\right). \qquad (2)$$

Энергия электрона отдачи по закону сохранения энергии

$$T = \varepsilon_1 - \varepsilon_2.$$

Выразим изменение длины волны через изменение частоты:

$$\Delta\lambda = \frac{c}{\nu_2} - \frac{c}{\nu_1} = \frac{c\left(\nu_1 - \nu_2\right)}{\nu_1\nu_2}.$$

С учетом (1) можно написать:

$$\nu_1 - \nu_2 = \frac{h\nu_1\nu_2}{m_0c^2}\left(1 - cos\,\theta\right). \qquad (3)$$

Умножая формулу (3) на постоянную Планка h и учитывая, что $\varepsilon_1 = h\nu_1$; $\varepsilon_2 = h\nu_2$; $E_0 = m_0c^2$; $T = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$, получаем:

$$T = \frac{\varepsilon_1^2\left(1 - cos\,\theta\right)}{E_0 + \varepsilon_1\left(1 - cos\,\theta\right)}, \qquad (4)$$

где E_0 = 0,511 МэВ = $0{,}82\cdot10^{-13}$ Дж – энергия покоя электрона. Зная энергию электрона, найдем импульс:

$$p_e = \frac{1}{c}\sqrt{T\left(T + 2E_0\right)}. \qquad (5)$$

Подставляя числовые значения в формулы (2), (4) и (5), получаем:

$$\lambda_2 = \frac{6{,}62\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^8}{1{,}92\cdot10^{-13}} + 2{,}43\cdot10^{-12}\cdot\left(1 - 0{,}5\right) = 2{,}25\cdot10^{-12}\ \text{м};$$

$$T = \frac{1{,}2^2\cdot0{,}5}{0{,}511 + 1{,}2\cdot0{,}5} = 0{,}648\ \text{МэВ} = 1{,}04\cdot10^{-13}\ \text{Дж};$$

$$p_e = \frac{\sqrt{1{,}04\cdot10^{-13}\left(1{,}04\cdot10^{-13} + 2\cdot0{,}82\cdot10^{-13}\right)}}{3\cdot10^8} = 5{,}55\cdot10^{-22}\ \text{кг·м/с}.$$

Задача 2. Фотон с энергией ε_1 = 0,75 МэВ рассеялся на свободном электроне под углом $\theta = 60^0$. Принимая, что кинетическая энергия и импульс электрона до соударения с фотоном пренебрежимо малы, определить энергию рассеянного фотона, кинетическую энергию электрона отдачи и направление его движения.

Дано:	**СИ:**
$\varepsilon_1 = 0{,}75$ МэВ	$1{,}2\cdot10^{-13}$ Дж
$\theta = 60^0$	
$\varepsilon_2 = = ?$	
$T = ?$	

Решение:

Энергию рассеянного фотона найдем, воспользовавшись формулой Комптона:

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{2\pi\hbar}{m_0c}\left(1 - cos\,\theta\right). \qquad (1)$$

Выразив длины волн λ_1 и λ_2 через энергии $\varepsilon_1 = \frac{hc}{\lambda_1} = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda_1}$ и $\varepsilon_2 = \frac{hc}{\lambda_2} = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda_2}$ соответствующих фотонов, получим:

$$\frac{2\pi\hbar c}{\varepsilon_2} - \frac{2\pi\hbar c}{\varepsilon_1} = \frac{2\pi\hbar}{mc}\left(1 - cos\,\theta\right). \qquad (2)$$

Разделим обе части равенства (2) на $2\pi\hbar c$:

$$\frac{1}{\varepsilon_2} - \frac{1}{\varepsilon_1} = \frac{1 - cos\,\theta}{mc^2}.$$

Отсюда, обозначив энергию покоя электрона $E_0 = m_0c^2$, найдем:

$$\varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_1}{\frac{\varepsilon_1}{E_0}\left(1-\cos\theta\right)+1}. \qquad (3)$$

Подставив числовые значения величин, получим:

$$\varepsilon_2 = \frac{0,75}{\frac{0,75}{0,511}\left(1-\frac{1}{2}\right)+1} = 0,43 \text{ МэВ}.$$

Кинетическая энергия электрона отдачи, как следует из закона сохранения энергии, равна разности между энергией падающего фотона и энергией рассеянного фотона:

$$T = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = 0,75 - 0,43 = 0,32 \text{ МэВ}.$$

Направление движения электрона отдачи найдем, применив закон сохранения импульса, согласно которому импульс падающего фотона $\vec{p}_1$ равен векторной сумме импульсов рассеянного фотона $\vec{p}_2$ и электрона отдачи $\vec{p}_e$.

Векторная диаграмма импульсов изображена на рисунке 24. Все векторы проведены из точки *O*, где находился электрон в момент соударения с фотоном. Угол φ определяет направление движения электрона отдачи.

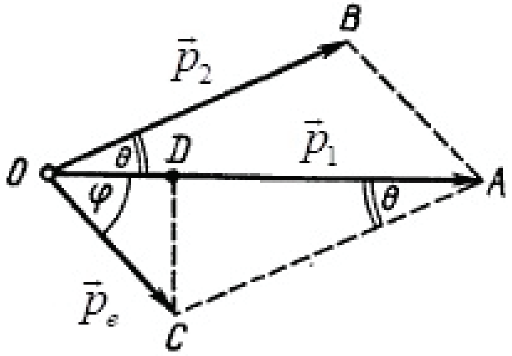

Рис. 24. Векторная диаграмма импульсов

Из треугольника OCD находим:

$$tg\varphi = \frac{|CD|}{|OD|} = \frac{|CA|\sin\theta}{|OA|-|CA|\cos\theta}, \text{ или}$$

$$tg\varphi = \frac{p_2\sin\theta}{p_1 - p_2\cos\theta} = \frac{\sin\theta}{\frac{p_1}{p_2}-\cos\theta}.$$

Так как $p_1 = \frac{\varepsilon_1}{c}$ и $p_2 = \frac{\varepsilon_2}{c}$, то

$$tg\varphi = \frac{\sin\theta}{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}-\cos\theta}, \qquad (4)$$

Преобразуем формулу (4) так, чтобы угол φ выражался непосредственно через величины ε_1 и θ, заданные в условии задачи.

Из формулы (3) следует:

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}=\frac{\varepsilon_1}{E_0}\left(1-cos\theta\right)+1. \qquad (5)$$

Заменим в формуле (4) отношение $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$ по формуле (5):

$$tg\varphi=\frac{sin\theta}{\left(1+\frac{\varepsilon_1}{E_0}\right)\left(1-cos\theta\right)}.$$

Учитывая, что $sin\theta=2sin\frac{\theta}{2}cos\frac{\theta}{2}$ и $1-cos\theta=2sin^2\frac{\theta}{2}$, после соответствующих преобразований получим:

$$tg\varphi=\frac{ctg\frac{\theta}{2}}{1+\frac{\varepsilon_1}{E_0}}. \qquad (6)$$

Произведя вычисления по формуле (6), найдем $tg\varphi=\frac{\sqrt{3}}{1+\frac{0,75}{0,511}}=0,701$, откуда $\varphi=arctg0,701=35^0$.

Ответ: $\varepsilon_2=0,43$ МэВ; $T=$ 0,32 МэВ; $\varphi=35^0$.

Задача 3. В результате эффекта Комптона фотон при соударении с электроном был рассеян на угол θ = 90⁰. Энергия рассеянного фотона равна 0,4 МэВ. Определить энергию фотона до рассеяния.

Дано:	**СИ:**
$\varepsilon_2=1,2$ МэВ	$1,92\cdot10^{-13}$ Дж
$\theta=90^0$	
$\varepsilon_1=?$ $T=?$ $p_e=?$	

Решение:

Для определения энергии первичного фотона воспользуемся формулой Комптона в виде:

$$\lambda_2-\lambda_1=2\frac{2\pi\hbar}{mc}sin^2\frac{\theta}{2}. \qquad (1)$$

Формулу (1) преобразуем следующим образом: 1) выразим длины волн через энергии соответствующих фотонов, воспользовавшись соотношениями $\varepsilon_1=\frac{hc}{\lambda_1}=\frac{2\pi\hbar c}{\lambda_1}$, $\varepsilon_2=\frac{hc}{\lambda_2}=\frac{2\pi\hbar c}{\lambda_2}$; 2) умножим числитель и знаменатель правой части формулы (1) на c. Тогда получим:

$$\frac{2\pi\hbar c}{\varepsilon_2}-\frac{2\pi\hbar c}{\varepsilon_1}=2\frac{2\pi\hbar c}{mc^2}sin^2\frac{\theta}{2}.$$

Сократив на $2\pi\hbar c$, выразим из этой формулы искомую энергию:

$$\varepsilon_1=\frac{\varepsilon_2\cdot mc^2}{mc^2-\varepsilon_2\cdot 2sin^2\frac{\theta}{2}}=\frac{\varepsilon_2 E_0}{E_0-2\varepsilon_2 sin^2\frac{\theta}{2}}, \qquad (2)$$

где $E_0 = m_0 c^2 = 0{,}511$ МэВ – энергия покоя электрона.

Вычисления по формуле (2) удобнее вести во внесистемных единицах

$$\varepsilon_1 = \frac{0{,}4 \cdot 0{,}511}{0{,}511 - 2 \cdot 0{,}4 \cdot \frac{1}{2}} = 1{,}84 \text{ МэВ}.$$

Ответ: $\varepsilon_1 = \dfrac{0{,}4 \cdot 0{,}511}{0{,}511 - 2 \cdot 0{,}4 \cdot \frac{1}{2}} = 1{,}84$ МэВ.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Какова была длина волны рентгеновского излучения, если при комптоновском рассеянии этого излучения графитом под углом 60^0 длина волны рассеянного излучения оказалась равной 25,4 пм? Ответ: 24,2 пм.
2. Рентгеновские лучи с длиной волны 20 пм испытывают комптоновское рассеяние под углом 90^0. Найти изменение длины волны рентгеновских лучей при рассеянии, а также энергию и импульс электрона отдачи. Ответ: 2,42 пм; 6,6 кэВ; $4{,}4 \cdot 10^{-23}$ кг·м/с.
3. Фотон с энергией, равной энергии покоя электрона, рассеялся на свободном электроне на угол 120^0. Определить энергию рассеянного фотона и кинетическую энергию электрона отдачи (в единицах m_0c^2). Ответ: 0,4 m_0c^2; 0,6 m_0c^2.
4. Определить угол рассеяния фотона, испытавшего соударение со свободным электроном, если изменение длины волны при рассеянии 0,363 нм. Ответ: 120^0 или 240^0.
5. Определить максимальное изменение длины волны при комптоновском рассеянии на свободных электронах; свободных протонах. Ответ: 4,84 пм; 2,64 фм.
6. Угол рассеяния фотона 90^0. Угол отдачи электрона 30^0. Определить энергию падающего фотона. Ответ: 0,37 МэВ.
7. Энергия рентгеновских лучей равна 0,6 МэВ. Найти энергию электрона отдачи, если известно, что длина волны рентгеновских лучей после комптоновского рассеяния изменилась на 20 %. Ответ: 0,1 МэВ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Решение задач по физике способствует запоминанию определений, законов, правил, развитию логического мышления и таких мыслительных операций, как анализ и синтез. Умение решать задачи – очень мощное средство при изучении физики, которое активно и систематично используется на практике. Если решение задачи сопровождается комментариями о том, каким способом, методом, с помощью какого приема она была решена, то при решении аналогичной задачи студент может сразу вспомнить алгоритм ее решения. Представленные в работе алгоритмы решения задач являются одним из средств повышения эффективности обучения физике и могут быть использованы для подготовки бакалавров очной и заочной форм обучения по направлениям подготовки: 01.00.00 «Математика и механика», 13.00.00 «Электро- и теплоэнергетика», 15.00.00 «Машиностроение», 18.00.00 «Химические технологии», 20.00.00 «Техносферная безопасность и природообустройство» и 29.00.00 «Технологии легкой промышленности».

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Зисман, Г. А. Курс общей физики. В 3-х тт. Т.3 Оптика. Физика атомов и молекул. Физика атомного ядра и микрочастиц [Текст] : учебное пособие / Г. А Зисман, О. М. Тодес. – СПб.: Лань, 2007. – 512 с.

2. Савельев, И. В. Курс общей физики. В 3 т. Том 3. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела [Текст]: учебное пособие / И. В. Савельев. – СПб.: Лань, 2019. – 320 с.

3. Трофимова, Т. И. Физика. Краткий курс [Текст] : учебное пособие / Т. И. Трофимова. – М.: Издательство «КноРус», 2023. – 272 с.

4. Трофимова, Т. И. Курс физики. Задачи и решения [Текст] / Т. И. Трофимова, А. В. Фирсов. – М.: Издательский центр «Академия», 2011. – 592 с.

Учебное издание

Дёмина Маргарита Юрьевна
Крюков Кирилл Александрович
Яшкевич Екатерина Александровна

Физика
Оптика

Учебное пособие

Редактор и корректор М. Д. Баранова
Техн. редактор Д. А. Романова

Учебное электронное издание сетевого распространения

Системные требования:
электронное устройство с программным обеспечением
для воспроизведения файлов формата PDF

Режим доступа: http://publish.sutd.ru/tp_get_file.php?id=202016, по паролю.
- Загл. с экрана.

Дата подписания к использованию 10.05.2023 г. Рег. № 5035/23

Высшая школа технологии и энергетики СПбГУПТД
198095, СПб., ул. Ивана Черных, 4.