МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОМЫШЛЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ДИЗАЙНА»

ВЫСШАЯ ШКОЛА ТЕХНОЛОГИИ И ЭНЕРГЕТИКИ

Кафедра физики

Физика
Лабораторные работы 1-11, 1-21, 1-22

Методические указания
к лабораторным работам
для бакалавров всех направлений

Санкт-Петербург
2020

УДК 531(07)

Физика. Лабораторные работы 1-11, 1-21, 1-22: методические указания к лабораторным работам /сост: Яшкевич Е. А., Федоров А. В., Гусарова Т. С ; ВШТЭ СПбГУПТД - СПб., 2020. – 26 с.

Пособие содержит описание лабораторных работ по курсу «Физика. Механика». Предназначено для студентов всех направлений.

Рецензент: профессор кафедры физики ВШТЭ СПбГУПТД

д-р. физ.-мат. наук В.И. Лейман.

Подготовлено и рекомендовано к печати кафедрой физики ВШТЭ СПбГУПТД .

Утверждено к изданию методической комиссией института энергетики и автоматизации ВШТЭ СПбГУПТД.

ТЕМА 1-1. ЗАКОНЫ ДИНАМИКИ. ВИДЫ СИЛ

Динамика исследует законы и причины, вызывающие движение тел, т. е. изучает движения материальных тел под действием приложенных к ним сил. Согласно теории относительности пространство и время взаимосвязаны и связь эта устанавливается непрерывным движением материи в пространстве и во времени. Поскольку теория относительности отрицает изолированность и абсолютность этих понятий, то пространственно-временное описание процессов необходимо отнести к какой-либо выбранной системе тел и уже в этой системе рассматривать течение данного процесса. Таким образом, любое механическое движение является относительным. Под *системой отсчета* понимается совокупность системы координат и набора синхронизированных часов, размещённых в разных точках координатной системы. Иначе говоря, понятие *системы отсчёта* включает в себя пространственно-временную характеристику положения тела, при этом пространственная характеристика даётся с помощью координат, а временная – с помощью набора синхронизированных часов.

Простейшими прямолинейными координатами являются прямоугольные декартовы координаты (x, y. z), а простейшими криволинейными – полярные координаты ($\boldsymbol{r}, \varphi$). В обоих случаях принципиально важным является выбор точки, в которую помещается начало отсчёта системы координат.

Следует помнить, что в природе нет абсолютно неподвижных тел, поэтому какое-либо тело условно считают неподвижным и принимают его за тело отсчёта. Связывая с этим телом систему координат, получают систему отсчёта.

С учётом вышесказанного дадим определение механического движения. *Механическим движением* называется изменение взаимного расположения тел (частей тела) относительно друг друга в пространстве с течением времени.

При описании динамики механического движения к кинематическим величинам (перемещение, пройденный путь, время, скорость движения, ускорение) добавляются величины сила $\vec{F}$ и масса m тела.

В основе классической динамики лежат *три закона Ньютона*, являющиеся обобщением опытных данных. С помощью *законов Ньютона* устанавливается связь между кинематическими и динамическими закономерностями движения.

Первый закон Ньютона (закон инерции): *существуют системы отсчета, в которых всякое тело сохраняет состояние относительного покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока внешние воздействия не изменят этого состояния*. Такие системы отсчета называются *инерциальными*. Например, гелиоцентрическая система отсчёта, в которой за начало координат принимают Солнце, а оси проводятся в направлении звёзд, которые считаются неподвижными. Инерциальной будет и другая система, которая движется относительно выбранной инерциальной системы равномерно и прямолинейно-поступательно.

Напомним, что под инерцией понимают явление, при котором тело сохраняет состояние равномерного прямолинейного движения или покоя, если отсутствуют действия на него других тел.

Все законы динамики справедливы только в инерциальных системах отсчета

Заметим также, что проверить опытным путём первый закон мешают внешние воздействия, например притяжение Земли, сопротивление среды, окружающей движущееся тело.

В инерциальных системах отсчета ускорение тела может быть вызвано только механическим воздействием на него со стороны каких-либо других тел или полей. Мерой интенсивности такого взаимодействия тел или полей является *сила*. Это воздействие проявляется в изменении скорости движущегося тела или изменении формы и размеров тела. Таким образом, понятие силы уже заложено в первом законе Ньютона. Поэтому можно сказать, что причиной ускорения тела является действующая на него сила $\vec{F}$. Но ускорение тела зависит также от свойств самого тела: одни тела легко изменяют свою скорость при слабом воздействии - говорят, что они обладают малой инерцией; для изменения движения других тел требуется сильное воздействие - эти тела обладают большой инерцией. Величиной, определяющей меру инертности, является *масса m* тела.

Второй закон Ньютона непосредственно устанавливает взаимосвязь между кинематическими и динамическими параметрами движения: *ускорение, с которым тело движется относительно инерциальной системы отсчёта, прямо пропорционально равнодействующей всех сил, действующих на тело, обратно пропорционально массе тела и по направлению совпадает с направлением равнодействующей всех сил*. Обратите внимание, что тело приобретает ускорение под действием всех сил, приложенных к нему и что ускорение векторная величина, характеризующаяся не только численным значением, но и направлением. В векторной форме второй закон Ньютона записывается так:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}, \qquad (1)$$

где $\vec{F}$ - равнодействующая всех сил, приложенных к телу. Если на тело действуют несколько сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, ...\vec{F}_n$, то под величиной $\vec{F}$ в формуле (1) понимается их равнодействующая, равная векторной сумме этих сил:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n .$$

Каждая сила действует на тело так, как если бы других сил не было (принцип независимости действия сил). Результирующее ускорение такое, как если бы на тело действовала одна сила, равная равнодействующей.

Единицей силы в Международной системе единиц (СИ) является ньютон (Н). *Ньютон* – это такая сила, которая сообщает телу массой 1 кг ускорение 1 м/с^2.

При решении задач динамики следует выяснить, какие силы действуют на тело и от чего они зависят, написать второй закон Ньютона в векторной форме. Часто для подобных расчётов удобнее использовать формулу: $m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n$, которую называют уравнением движения или основным уравнением динамики. Затем следует выбрать оси координат и перейти к проекциям на них. Если имеется несколько тел, то следует это проделать для каждого тела.

Третий закон Ньютона утверждает, *что силы, с которыми два тела действуют друг на друга, равны и направлены в противоположные стороны*. Если на тело 1 действует тело 2 с силой $F_{1,2}$, то и тело 1, в свою очередь, действует на тело 2 с силой $F_{2,1}$, т.е. силы взаимодействий всегда появляются попарно. Третий закон Ньютона можно представить равенством

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \qquad (2)$$

При взаимодействии тел наблюдается как прямое действие, так и действие на расстоянии. Примером действия на расстоянии является взаимное притяжение Земли и Солнца. И в этом случае силы будут равны и противоположно направлены.

Рассмотрим некоторые виды сил.

1. *Гравитационные силы*. Между любыми телами действуют силы притяжения. Две материальные точки притягиваются с силой, прямо пропорциональной произведению их масс m_1 и m_2 и обратно пропорциональной квадрату расстояния *r* между ними:

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}, \qquad (3)$$

где $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11} м/кг \cdot с^2$ - гравитационная постоянная. Формула (3) справедлива также для однородных шаров любых размеров.

Из закона всемирного тяготения следует, что сила тяжести, т.е. сила притяжения к Земле (либо к любой другой планете), пропорциональна массе тела. Следовательно, все тела свободно падают равноускоренно с одинаковым ускорением – ускорением свободного падения *g*. Из (3) получаем

$$mg = \gamma \frac{mM}{R^2} \text{ и } g = \gamma \frac{M}{R^2}. \qquad (4)$$

Здесь M и R - масса и радиус Земли. Это выражение верно, если расстояние тела от поверхности Земли много меньше её радиуса, при этом ускорение свободного падения можно считать постоянным. На больших высотах (h) ускорение меньше, и в формуле (4) следует R заменить на $r=R+h$.

2. *Силы упругости.* Наблюдаются при деформации тел (удлинение или сжатие). Для малых деформаций выполняется *закон Гука:* упругая сила прямо пропорциональна деформации x (удлинению или сжатию) и направлена в противоположную сторону:

$$F = -kx\ , \tag{5}$$

где k - жесткость тела, измеряемая в Н/м.

3. *Выталкивающая сила.* Для лучшего понимания природы данной силы воспользуемся *Законом Архимеда,* который гласит: на всякое тело, погруженное в жидкость или газ, действует выталкивающая сила, равная весу жидкости (газа), вытесненной телом:

$$F_A = \rho_{ж} g V\ , \tag{6}$$

где $\rho_{ж}$ - плотность жидкости; V - объем вытесненной телом жидкости.

4. *Сила трения скольжения.* Возникает при скольжении одного тела по поверхности другого тела:

$$F_{тр} = \mu N\ , \tag{7}$$

где μ – коэффициент трения скольжения; N – сила нормального давления, прижимающая трущиеся поверхности друг к другу. Сила трения направлена вдоль поверхности соприкосновения против относительного движения тела.

5. *Сила сопротивления.* Действует на тело, движущееся в газе или жидкости.

Эта сила направлена против вектора скорости тела относительно среды и тормозит движение. При малых скоростях движения сила сопротивления прямо пропорциональна скорости тела υ относительно среды:

$$F = -K\upsilon\,. \tag{8}$$

Здесь K - коэффициент сопротивления, зависящий от формы, размеров, состояния поверхности тела и свойств среды - её вязкости. Найти величину K для тел сложной формы теоретически крайне сложно, её обычно измеряют. Д.Стокс показал, что силу сопротивления, действующую на небольшой шар радиуса r, который движется в вязкой жидкости с малой скоростью υ, математически можно представить в следующем виде:

$$F = 6\pi\eta r\upsilon\,, \tag{9}$$

где η - коэффициент вязкости жидкости, который зависит от природы жидкости или газа и ее температуры. Формула Стокса применима лишь в случае тел достаточно малых размеров и малых скоростей их движения. При больших скоростях вокруг движущихся тел возникают сложные вихревые движения, а сила сопротивления возрастает пропорционально квадрату скорости.

Рассмотрим это более подробно. Поток вязкой жидкости (газа) может быть ламинарным или турбулентным. В случае ламинарного (слоистого) течения каждый слой потока перемещается, не перемешиваясь с другими слоями. При турбулентном (вихревом) течении происходит образование вихрей и перемешивание различных слоёв жидкости или газа.

С увеличением скорости потока ламинарное течение может перейти в турбулентное, а скорость, при которой происходит этот переход, называется критической.

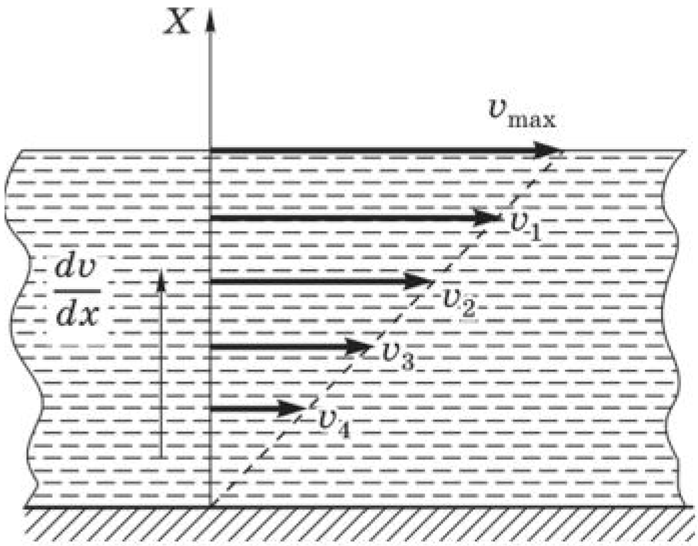

Рис.1

Экспериментально установлено, что важнейшей характеристикой течения является безразмерная величина, называемая числом Рейнольдса. При малых значениях числа Рейнольдса наблюдается ламинарное течение. При величине, превышающей критическое значение – турбулентное.

При течении по трубе слои жидкости скользят один по другому, перемещаясь с разными скоростями. При этом слои жидкости, прилегающие к стенам трубы, движутся медленнее, чем слои, удалённые от стен. Наибольшая скорость слоёв наблюдается вдоль оси трубы (Рис.1). Такое различие скоростей обусловлено наличием трения слоёв жидкости друг о друга, которое называется внутренним трением.

В различных жидкостях силы внутреннего трения неодинаковы. При этом считают, что жидкости обладают разной вязкостью.

Ньютон установил, что сила трения между слоями жидкости, движущимися с разными скоростями, зависит от площади соприкосновения слоёв и быстроты, с которой меняется скорость при переходе от одного слоя к другому в направлении, перпендикулярном оси трубы. Эта последняя величина носит название градиента скорости. Он измеряется отношением разности скоростей течения двух близких слоёв жидкости к кратчайшему расстоянию между ними, т.е.

$$grad\upsilon = \frac{d\upsilon}{dx}.$$

Следовательно, согласно выводам Ньютона сила внутреннего трения определяется соотношением $F = \eta \dfrac{d\upsilon}{dx} \cdot S$, (10)

где η - коэффициент вязкости (внутреннего трения); $\dfrac{d\upsilon}{dx}$ - градиент скорости, т.е. изменение скорости на единицу длины в направлении, перпендикулярном скорости слоев (рис.1); S -площадь соприкосновения слоев.

Таким образом, коэффициент вязкости (динамическая вязкость) численно равен силе внутреннего трения, действующей на единицу площади параллельно движущихся слоёв, когда скорость их движения уменьшается на единицу в направлении, перпендикулярном к перемещению слоя, на единицу длины. Т.е. $F = \eta$ при $\dfrac{d\upsilon}{dx} = 1$ и $S = 1$.

Размерность коэффициента вязкости в СИ можно определить из формулы (10):

v

$$[\eta] = \frac{[F]\cdot[\Delta x]}{[S]\cdot[\upsilon]} = \frac{Н \cdot м}{м^2 \cdot м/с} = \frac{Н \cdot с}{м^2} = \frac{кг \cdot м \cdot с}{с^2 \cdot м^2} = \frac{кг}{м \cdot с} .$$

Или [$Н \cdot с/м^2 = Па \cdot с$] .

Значение коэффициента вязкости имеет практический интерес, так как он определяет силу сопротивления движения тел в жидкостях, силу трения в подшипниках скольжения при наличии смазки и т. д.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1-11

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ПО МЕТОДУ СТОКСА

Цель работы:

1. Изучить движение тела под воздействием нескольких сил.
2. Экспериментально определить коэффициент вязкости глицерина по скорости падения в нем твердого шарика (метод Стокса).

Падение шарика в вязкой среде

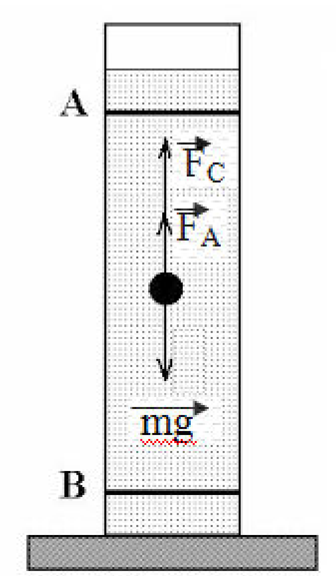

Рис. 2

Рассмотрим движение шара малого радиуса r в вязкой жидкости при малой скорости. На шарик массой m, падающий в жидкости (рис.2), действуют три силы: сила тяжести $\overrightarrow{mg}$, выталкивающая сила (Архимедова сила) $\vec{F}_A$, сила вязкого трения $\vec{F}_C$. Основное уравнение динамики для такого движения шарика выражается формулой:

$$\overrightarrow{mg} + \vec{F}_A + \vec{F}_c = m\vec{a} \quad . \tag{1}$$

Переходя к проекциям на ось X, выбранную по направлению ускорения, получим

$$mg - F_\text{А} - F_\text{С} = ma \, . \tag{2}$$

Так как ускорение $a = d\upsilon / dt$, то перепишем (2) в виде

$$m\frac{d\upsilon}{dt} = mg - F_\text{А} - F_\text{С} \, . \tag{3}$$

g

В формулу (3) подставим выражение для m, F_A, F_c:

$$m = \rho_1 V = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_1 \, ;$$

$$F_\text{А} = \rho_2 g V = \frac{4}{3}\pi \rho_2 g r^3 \, ;$$

$$F_\text{С} = 6\pi\eta r\upsilon \, ,$$

где ρ_1 - плотность материала шарика; ρ_2 - плотность жидкости; r - радиус шарика; $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ - объем шарика.

После элементарных алгебраических преобразований получим:

$$\frac{d\upsilon}{dt}=\frac{(\rho_1-\rho_2)g}{\rho_1}-\frac{9}{2}\frac{\eta}{r^2\rho_1}\upsilon\,. \qquad (4)$$

Решение этого уравнения определяет зависимость скорости от времени и имеет вид

$$\upsilon=\frac{2}{9}gr^2\,\frac{\rho_1-\rho_2}{\eta}\left(1-e^{-\frac{g}{2}\cdot\frac{\eta t}{\rho_1 r^2}}\right). \qquad (5)$$

В справедливости этого выражения можно убедиться непосредственной подстановкой (5) в (4).

Зависимость скорости от времени, заданная уравнением (5), показана на рис.3. В начале движения скорость шарика мала, мала и сила трения F_C, которая прямо пропорциональна скорости. Сила тяжести оказывается больше суммы сил F_A и F_C, шарик движется вниз с ускорением. Но по мере увеличения скорости шарика сила трения возрастает, ускорение шарика уменьшается, и наступает момент, когда ускорение тела обращается в нуль.

С этого момента скорость шарика перестаёт изменяться, он движется равномерно с некоторой установившейся скоростью. Ее значение получим из

$F_C=mg-F_A$ (6).

Подставим теперь в (6) математическое выражение для всех сил:

$$6\pi\eta Rv=\frac{4}{3}\pi R^3(\rho_1-\rho_2)g\,.$$

Отсюда

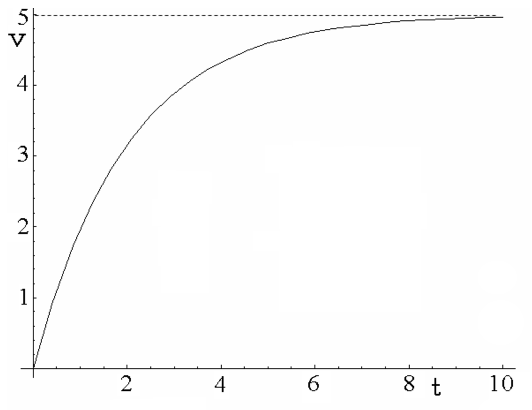

Рис. 3

$$\upsilon_{уст}=\frac{2}{9}gr^2\,\frac{\rho_1-\rho_2}{\eta}\,. \qquad (7)$$

Это совпадает со значением скорости, получаемым из (5) при $t\to\infty$.

Таким образом, определив скорость равномерного падения шарика, можно определить коэффициент вязкости жидкости

$$\eta=\frac{2}{9}gr^2\,\frac{\rho_1-\rho_2}{\upsilon}\,. \qquad (8)$$

Движение шарика в нашей работе происходит в стеклянном цилиндре, заполненном испытуемой жидкостью, на стенках цилиндра нанесены метки

A и B (см. рис.2). Метка A нанесена на таком расстоянии от поверхности жидкости, что шарик, брошенный в неё, в этом месте движется уже равномерно.

Порядок выполнения работы

I. Измеряют диаметр шарика d микрометром. Вращать барабан микрометра следует очень осторожно, чтобы не смять свинцовый шарик.

2. Бросают шарик в стеклянный цилиндр, при наблюдении глаз должен быть на уровне верхней метки A.

3. Когда шарик доходит до метки A, пускают секундомер и переводят глаз на уровень нижней метки B.

4. Когда шарик доходит до верхнего края метки B, останавливают секундомер и определяют время τ.

5. Приложив линейку к цилиндру, измеряют расстояние l между верхними краями меток A и B .

6. По данным, полученным в пп.4 и 5, вычисляется скорость равномерного падения шарика: $\upsilon = l/\tau$, где τ – время падения шарика.

7. Операции, описанные в пп.1-6, проделывают с пятью шариками. Результаты измерений заносят в Таблицу 1. По результатам каждого измерения вычисляют значение коэффициента вязкости η . Для этого расчетную формулу (6) лучше записать в виде

$$\eta_i = k\frac{r_i^2}{\upsilon_i}, \qquad (9)$$

где $k = \frac{2}{9} g(\rho_1 - \rho_2)$ - величина, одинаковая для всех измерений. Поэтому будет рациональным сначала вычислить k, а затем определить η по формуле (9) . Значения плотностей ρ_1 и ρ_2 задаются в лаборатории.

8. Полученные значения коэффициента вязкости η_i записывают в Таблицу 2 и рассчитывают погрешность выполненных измерений, используя принцип многократных косвенных измерений. Систематической ошибкой η_i пренебрегают. В окончательном результате указывают температуру окружающей среды $t^\circ C$, так как из-за большой зависимости коэффициента вязкости жидкости от температуры любое его значение имеет смысл только при указании температуры, при которой он был рассчитан.

Таблица 1

№ n/n	ρ_1=		ρ_2=		$t^\circ C =$
	d, мм	*r , м*	*τ,* с	*V, м/с*	η_i
1					
2					
3					
4					
5					
Сред.					

Таблица 2

№ п/п	η_i ,	$\Delta\ \eta_i$	$(\Delta\ \eta_i)^2$	Погрешности и результат
1 . . . 5				$S_{\bar{h}} = ...$ $\Delta h_{сист} = 0$ $\Delta\bar{h} = ...$
Средне е		$S_{\bar{h}}^2 = ...$		$\bar{h} \pm \Delta\bar{h} = ...$

Вопросы и задачи по теме 1-1

1. Предположим, что шарик сделан из вещества более лёгкого, чем жидкость, и вводится в цилиндр снизу. Опишите зависимость скорости шарика от времени движения в жидкости. Представьте эту зависимость в виде графика $\upsilon(t)$.

2. Как меняется со временем ускорение шарика, падающего в жидкости? Как выглядит график зависимости $a = f(t)$?

3. В одну и ту же жидкость бросают два шарика одинаковой плотности, причем диаметр одного из них в два раза больше диаметра другого. Найти отношение скоростей шариков.

4. Шарик всплывает с постоянной скоростью в жидкости, плотность которой в 4 раза больше плотности материала шарика. Во сколько раз сила трения, действующая на всплывающий шарик, больше приложенной к шарику силы тяжести?

5. Шарик массой m падает в жидкости плотностью ρ с постоянной скоростью υ. С какой силой нужно тянуть этот шарик, чтобы он поднимался в той же жидкости со скоростью 2υ?
Объём шарика равен V.

6. Два одинаковых шарика связаны невесомой нитью, перекинутой через невесомый блок, причем один из них погружен в сосуд с жидкостью. С какой установившейся скоростью υ будут двигаться шарики, если известно, что установившаяся скорость падения одиночного шарика в той же жидкости равна υ_0? Плотность жидкости $\rho_{ж}$, плотность материала шариков ρ.

7. Тело падает в воздухе равномерно со скоростью 20 м/с. Найдите ускорение тела при падении со скоростью 10 м/с, при подъеме со скоростью 10 и 20 м/с. Выталкивающей силой можно пренебречь.

8. На тело массой 0,2 кг действуют две взаимно перпендикулярные силы $F_1 = 4H$ и $F_2 = 3H$. Найти ускорение тела.

9. Найти ускорение свободного падения на поверхности планеты, масса которой в два раза меньше массы Земли, а радиус в 4 раза меньше.

10. Найти силу притяжения спутника массой 100 кг к Земле, если спутник вращается по круговой орбите на высоте $h = 0{,}4R$, где R - радиус Земли. Найдите скорость спутника.

11. Как изменяется ускорение тела при его падении в следующих случаях: а) тело падает с высоты 3000 км в вакууме; б) тело падает с высоты 1 км в вакууме; в) тело падает с высоты 1 км в воздухе?

ТЕМА 1-2. ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЁРДОГО ТЕЛА

Механика определяет твердое тело как тело, взаимное расположение частей которого не изменяется в течение всего времени движения. Ограничимся рассмотрением вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси, когда траектории отдельных точек тела представляют собой окружности с центрами на оси вращения.

Линейные характеристики движения - пройденный путь *S,* линейная скорость $\upsilon = dS/dt$, тангенциальное ускорение $a_\tau = d\upsilon/dt$ - различны для точек с разными радиусами вращения, поэтому в дополнение к ним используют угловые параметры движения - угол поворота φ, угловую скорость ω и угловое ускорение *ε,* которые одинаковы для всех точек вращающегося твердого тела.

Угловая скорость ω равна углу поворота за единицу времени $\omega_{\text{ср}} = \Delta\varphi/\Delta t$, где $\Delta\varphi$ - угол поворота тела за время Δt. При неравномерном вращении эта формула дает среднюю скорость на интервале Δt.

При неравномерном вращении *мгновенная угловая скорость* определяется соотношением

$$\omega = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}. \qquad (1)$$

Угловое ускорение ε характеризует изменение угловой скорости за единицу времени и задается выражением

$$\varepsilon = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}. \qquad (2)$$

Связь между линейной и угловой скоростью точки имеет вид

$$\upsilon = \omega r, \qquad (3)$$

где r - радиус описываемой точкой окружности.

Взяв производную от левой и правой частей (3) и учитывая, что $a_\tau = d\upsilon/dt$ - тангенциальное (касательное) ускорение точки, получим

$$a_\tau = \varepsilon r. \qquad (4)$$

Для вращательного движения твердого тела выполняются законы, аналогичные законам Ньютона, т.е. если на тело не действуют никакие другие тела, то оно вращается равномерно либо покоится. В динамике вращательного движения помимо рассмотренных кинематических характеристик, вводятся две новые величины – момент силы и момент инерции.

Действие других тел приводит к изменению скорости вращения, т.е. к появлению ускорения. Мерой воздействия других тел является сила, но вращательное действие силы зависит не только от ее величины и направления, но и от точки приложения силы. Вращательное действие силы определяется моментом силы. *Момент силы* относительно оси, проходящей через точку O называется величина, равная произведению составляющей силы F на длину перпендикуляра l (плечо), восстановленного от O на направление силы F (рис. 4):

$$M = Fl = Fr\sin\alpha \tag{5}$$

(в СИ измеряется в Н·м).

Момент силы – вектор. Он направлен вдоль оси, причём вектора F и M образуют правовинтовую систему. Момент силы положителен, если сила вращает тело по часовой стрелке, и отрицателен в обратном случае.

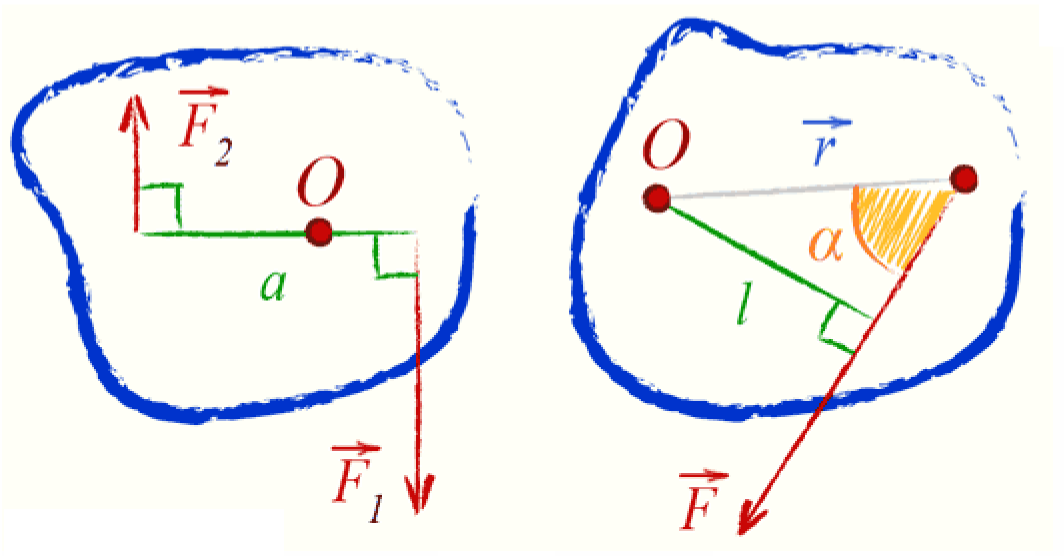

Рис. 4

Если на тело действует несколько сил, то характер его вращения будет определяться алгебраической суммой всех приложенных моментов. В частном случае, когда алгебраическая сумма моментов этих сил относительно оси вращения равна нулю, тело будет находиться в равновесии

Угловое ускорение ε вращающегося тела определяется приложенным к нему моментом силы и инертными свойствами тела, и для вращательного движения выполняется закон, аналогичный второму закону Ньютона – *основной закон динамики вращательного движения: угловое ускорение тела прямо пропорционально моменту сил, действующих на тело, и обратно пропорционально моменту инерции тела:*

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{J}\ . \tag{6}$$

Мерой инертности тела при вращательном движении является *момент инерции* J. Он зависит не только от массы, но и от ее распределения относительно оси вращения. Момент инерции материальной точки относительно оси пропорционален ее массе и квадрату расстояния до оси.

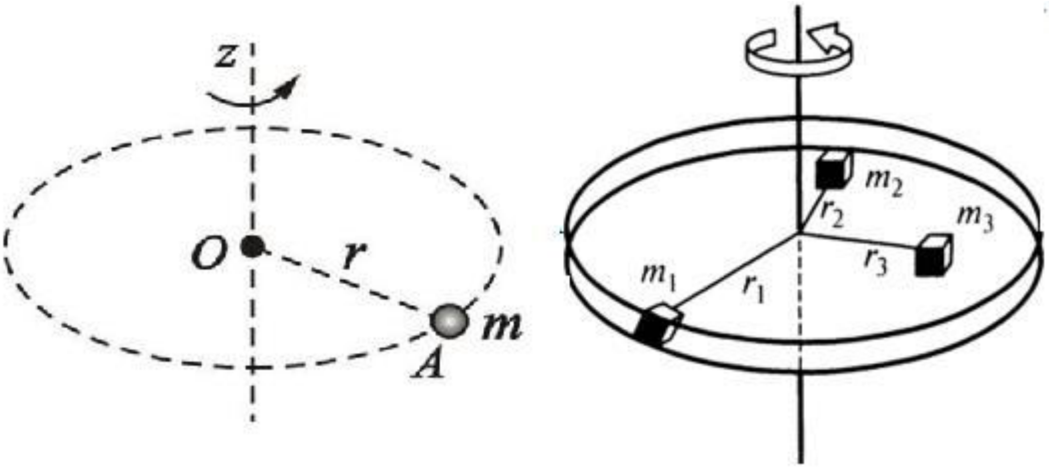

Рис. 5

Для вычисления момента инерции тела разобьем его на малые части, такие, чтобы каждую часть можно было принять за материальную точку (рис. 5) . Тогда момент инерции тела относительно оси, проходящей через точку О, будет равен сумме моментов инерции всех этих частей относительно этой же оси, т. е.

$$J = \Delta m_1 r_1^2 + \Delta m_2 r_2^2 + \ldots + \Delta m_i r_i^2 + \ldots + \Delta m_n r_n^2 = \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i r_i^2 , \qquad (7)$$

где $\Delta m_1, \Delta m_2, \ldots, \Delta m_i, \ldots, \Delta m_n$, - массы этих частей, а r_i - расстояние от i-й частицы до оси вращения (рис. 5).

Единица измерения момента инерции в СИ - $кг \cdot м^2$.

В общем случае, если тело сплошное, оно представляет собой совокупность множества точек с бесконечно малыми массами dm и момент тела определяется интегралом:

$$J = \int r^2 dm .$$

Пределы интегрирования зависят от формы и размеров тела.

Итак, момент *инерции* тела зависит от его массы, размеров, формы и положения оси. Интегрирование (8) наиболее легко выполнить для тех случаев, когда ось проходит через центр тяжести тела. Приведём результаты интегрирования некоторых простейших (геометрических правильных) форм твёрдого тела, масса которого равномерно распределена по объёму

1. Момент инерции диска (сплошного цилиндра) относительно оси, перпендикулярной к его плоскости и проходящей через его центр (ось симметрии), равен

$$J_g = \frac{mR^2}{2}, \qquad (8)$$

где m - масса диска; R - его радиус.

2. Момент инерции толстого кольца относительно оси симметрии

$$J_K = \frac{m\left(R_1^2 + R_2^2\right)}{2}, \qquad (9)$$

где m – масса кольца; R_1 - внутренний радиус кольца; R_2 - наружный радиус кольца.

3. Для тонкостенного обруча (кольца) $R_1 \approx R_2 = R$, поэтому формула (9) примет вид:

$$J_{\text{обр}} = mR^2. \qquad (10)$$

Момент импульса: при вращательном движении тела каждая его частица с массой Δm_i описывает окружность радиуса r_i, имея при этом линейную скорость $\upsilon_i = \omega r_i$, где ω - угловая скорость вращения, общая для всех точек тела. Известно, что величина $m\vec{\upsilon}$ есть импульс тела. Величина $L = m\upsilon r$ называется *моментом импульса* материальной точки. Тогда момент импульса, вращающего тело, равен сумме моментов импульсов отдельных его частиц:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i \vec{\upsilon}_i \vec{r}_i = \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i \vec{\omega} r_i r_i = \vec{\omega} \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i r_i^2 = J\vec{\omega}.$$

Итак, момент импульса вращающегося тела

$$\vec{L} = J\vec{\omega}. \qquad (11)$$

Учитывая, что $\vec{\varepsilon} = d\vec{\omega}/dt$, и считая момент инерции тела постоянным, можно переписать уравнение (6) в виде:

$$J\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{M} \quad \text{или} \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d(J\vec{\omega})}{dt} = \vec{M}, \qquad (12)$$

т. е. изменение момента импульса тела за единицу времени равно сумме моментов сил, действующих на тело.

Закон сохранения момента импульса: если суммарный момент импульса внешних сил $\vec{M} = 0$, то $d(J\vec{\omega})/dt = 0$, откуда

$$\vec{L} = J\vec{\omega} = const,$$

т. е. в этом случае полный момент импульса постоянен.

Этот результат можно распространить на любую изолированную систему взаимодействующих тел, он выражает закон сохранения момента импульса

$$\sum_{i=1}^{n} J_i \vec{\omega}_i = const \quad . \tag{13}$$

Если суммарный момент всех внешних сил, действующих на систему, равен нулю, то момент импульса системы сохраняется.

Закон изменения момента импульса (12) является более фундаментальным, чем основной закон динамики вращательного движения (6). Для абсолютно твердого тела (J=*const*) они эквивалентны, но если момент инерции изменяется, то выполняется только (12).

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № I-2I

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА МЕТОДОМ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы: экспериментальное определение момента инерции твердого тела методом крутильных колебаний.

Описание установки и метода крутильных колебаний

Одним из способов опытного определения момента инерции тела является метод крутильных колебаний, применяемый в настоящей работе. Если груз, подвешенный на упругой нити или проволоке, закрутить на некоторый угол и отпустить его, то груз начнет совершать крутильные колебания. Колебания происходят благодаря упругим свойствам закручивавшейся нити, такая система представляет собой крутильный маятник.

При закручивании нити возникает вращающий момент сил, пропорциональный углу поворота φ :

$$M = -f\varphi \;,$$

где f - модуль кручения проволоки.

Период колебаний T крутильного маятника можно найти по аналогии с пружинным маятником, период колебаний которого

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \;.$$

При крутильных колебаниях роль массы тела играет момент инерции J, а роль коэффициента жесткости пружины k играет модуль кручения нити f. Таким образом, период крутильных колебаний маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{f}}\,. \tag{1}$$

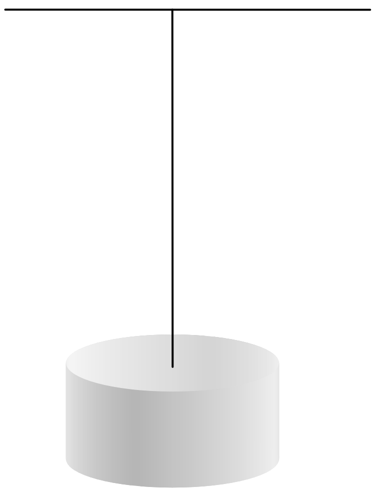

Рис.6

Из (1) следует, что если известен модуль кручения проволоки, то, измерив период крутильных колебаний тела, подвешенного на ней, легко определить момент инерции тела. Но модуль кручения зависит от длины проволоки и его трудно сохранить постоянным. Поэтому целесообразно измерять его в процессе работы. Для этого достаточно иметь тело с известным моментом инерции, например, диск. Измерив период крутильных колебаний этого диска, можно рассчитать модуль кручения.

В настоящей работе к стержню, жестко укрепленному в стене, прикреплена проволока, на нижнем конце которой закрепляется диск, имеющий момент инерции J_g. Если закрутить диск на некоторый угол и отпустить его, то диск будет совершать крутильные колебания с периодом

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{J_g}{f}}\,. \tag{2}$$

Если на диск наложить исследуемое тело (кольцо) с моментом инерции J_x и снова закрутить его на некоторый угол, то система диск-тело будет совершать крутильные колебания с периодом

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{J_g + J_x}{f}}\,. \tag{3}$$

Исключая из уравнений (2), (3) неизвестный модуль кручения f и решая их относительно J_X, получим

$$J_X = J_g \frac{T_2^2 - T_1^2}{T_1^2} \quad . \qquad (4)$$

Измерив T_1, T_2 и учитывая, что $J_g = mR^2/2$, можно определить момент инерции испытуемого тела.

Порядок выполнения работы

1. Подвесьте диск, закрутите его на угол $\varphi = 60 - 120^\circ$ и отпустите. Пропустив несколько колебаний, включите секундомер и отсчитайте время десяти колебаний диска t_1. Полным колебанием считается такое, в котором диск из крайнего, например, левого положения возвращается снова в левое положение. Время десяти колебаний следует измерять до десятых долей секунды, а период колебаний - до сотых долей секунды. Следует учитывать, что случайная погрешность измерения времени не превышает десятых долей секунды. Поэтому, если два измерения времени отличаются на секунду и более, то измерения должны быть переделаны. Период колебания диска определяется 5 раз, результаты вносятся в Таблицу 1.

Таблица 1

№ п/п	T_1, c	ΔT_1	$(\Delta T_1)^2$	Погрешности и окончательный результат
1 . . . 5				$S_{\bar{T}} = \ldots$ $\Delta T_1 = 0.01$ с $\Delta\bar{T} = \ldots$
Среднее		$S_{\bar{T}}^2 = \ldots$		$\bar{T} \pm \Delta\bar{T} = \ldots$

2. Положите на диск испытуемое тело и таким же способом, как в п.1, определите период T_2 колебаний системы диск-тело, значения T_2 занесите в Таблицу 2.

Таблица 2

№ п/п	T_2, c	ΔT_2	$(\Delta T_2)^2$	Погрешности и окончательный результат
1 . . . 5				$S_{\bar{T}} = \ldots$ ΔT_2 =0.01 с $\Delta\bar{T} = \ldots$
Среднее		$S_{\bar{T}}^2 = \ldots$		$\bar{T} \pm \Delta\bar{T} = \ldots$

3. Масса диска m_g приведена на установке. Запишите ее в Таблицу 3.

4. Измерьте штангенциркулем радиус диска R_g, запишите его значение в таблицу 2.

5. Вычислите момент инерции диска J_g и его погрешность.

Таблица 3

Обозначение величины	R_g, м	m_g, кг	J_g, кг·м^2
Результат измерения			
Погрешность			

6. Вычислите момент инерции тела по формуле (4).

Определите погрешность J_X по общим правилам определения погрешности косвенных измерений.

Вопросы и задачи к лабораторной работе I-21

1. Почему описанный в работе метод крутильных колебаний можно применять только для определения момента инерции тел правильной формы, масса которых распределена симметрично относительно оси вращения?

2. Период крутильных колебаний диска равен 2 с. Чему равен период колебаний диска с наложенным на него концентрическим кольцом, если момент инерции кольца в 3 раза больше момента инерции диска?

3. Два сплошных диска, сделанные из разных материалов с плотностями ρ_1 и ρ_2 $(\rho_2 = 2\rho_1)$, имеют одинаковую массу и толщину. Найти отношение их моментов инерции относительно осей симметрии.

4. На упругой нити подвешен диск. Некоторая сила, приложенная к поверхности диска, закручивает нить на угол φ. Эта же сила, приложенная в положении равновесия, сообщает диску ускорение ε. Найти период крутильных колебаний диска

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1-22

ИЗУЧЕНИЕ ОСНОВНОГО ЗАКОНА ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

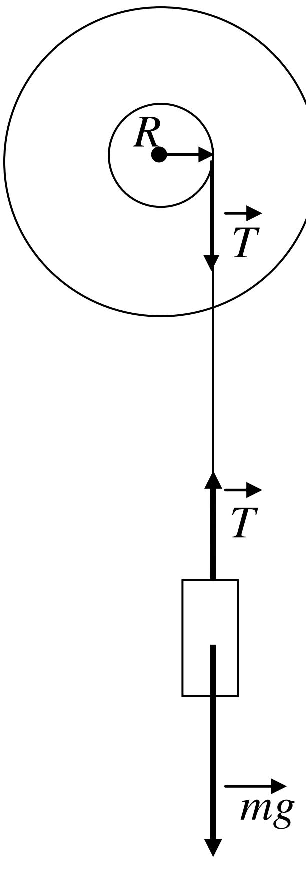

Рис. 7

Цель работы: 1) проверка основного закона динамики вращательного движения; 2) определение момента инерции используемого в установке диска.

Описание установки

Установка представляет собой диск, насаженный на горизонтальную ось. Диск имеет два шкива с радиусами R_1 и R_2. На один из шкивов навивается нить (рис. 7). К концу нити подвешивается груз массой m. Груз натягивает нить, которая в свою очередь приводит во вращение диск.

Основной закон динамики вращательного движения выражается формулой

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{J}. \tag{1}$$

В нашем случае момент, приводящий во вращение диск, создается силой натяжения нити T

$$M = TR$$

(В данном случае плечо силы равно радиусу шкива R). Сила натяжения нити не пропорциональна весу груза и зависит от ускорения, с которым падает груз. Ее можно найти из второго закона Ньютона для груза (в проекциях на ось X) $ma = mg - T$, отсюда

$$M = TR = m(g - a)R, \tag{2}$$

где a-ускорение, с которым движется груз.

При расчете мы пренебрегли силами трения. Для того чтобы рассчитать величину момента силы, нужно знать ускорение a, с которым опускается груз. Путь при равноускоренном движении без начальной скорости $S = \frac{at^2}{2}$, где t - время движения. Отсюда

$$a = \frac{2S}{t^2}. \tag{3}$$

Угловое ускорение находится из соотношения

$$\varepsilon = a / R. \tag{4}$$

Значения R_1, R_2, массы грузов m и длины пройденного объектами пути S задаются в лаборатории. Время движения груза t измеряется электрическим секундомером, который включается и выключается автоматически с помощью реле. В начале опыта диск удерживается электромагнитом. Переключатель *К* разрывает цепь электромагнита и одновременно включает электрический секундомер. В нижней части шкалы имеется платформа, о которую ударяется груз, при этом автоматически выключается секундомер.

Порядок выполнения работы

1. Включают в сеть секундомер и выпрямитель, питающий электромагнит.

2. Навивают нить на шкив, прикрепляют к нити груз m_1 и устанавливают его у верхней (нулевой) отметки.

3.Нажимают на кнопку, отпускающую диск и включающую секундомер.

4. После удара груза о платформу снимают показания секундомера, после чего возвращают стрелки на нуль нажатием рычажка с правой стороны секундомера. Измерение времени падения груза повторяют два раза и результаты записывают в таблицу. Если результаты отличаются более, чем на 5 %, то измерения следует выполнить снова. Для расчетов используют среднее значение двух измерений времени.

5.Измерения проделывают со вторым и третьим грузом m_2 и m_3.

6.Таким же образом проделывают опыты с тремя грузами на шкиве другого радиуса. Результаты всех измерений S заносятся в табл.1.

Таблица 1

№ п/п	m *кг*	R *м*	t_1 *с*	t_2 *с*	$t_{ср}$ *с*	a *м/с*^{2}	ε *с*$^{-2}$	M *Н·м*
1 . . 6								

7. Выполняют расчеты величин a, ε, M, результаты заносят в табл.1. Строят график зависимости $\varepsilon = f(M)$.

8. Момент инерции диска определяют по формуле $J = M / \varepsilon$ для всех шести измерений и заносят в табл.2. Результат и погрешности рассчитывают как для многократных косвенных измерений.

Таблица 2

№ п/п	J_i, кг·м^2	ΔJ_i	$(\Delta J_i)^2$	Погрешности и результат
1 . . . 5				$S_{\bar{J}} = \dots$ $\Delta J_{сист} = 0$ $\Delta \bar{J} = \dots$
Среднее		$S_{\bar{J}}^2 = \dots$		$\bar{J} \pm \Delta \bar{J} = \dots$

Задачи по теме 1-2

1. Найти угловое ускорение диска массой 2 кг и радиусом 0,1 м под действием силы $F = 3H$, приложенной к концу радиуса и составляющей угол 30 °, 45 °, 60 ° с радиусом.

2. На концах и в центре невесомого стержня закреплены три материальные точки массами $m_1 = 0{,}5\,кг$, $m_2 = 0{,}3\,кг$, $m_3 = 0{,}2\,кг$. В этих же точках действуют силы $F_1 = 2\,H$, $F_2 = 5\,H$ и F_3=3 H. Длина стержня 2 м. Ось проходит на расстоянии 0,6 м от левого конца. Найдите угловое ускорение стержня.

3. Найдите скорость груза в данной установке после падения с высоты S, используя закон сохранения энергии.

4. В установке (с. 27) момент инерции маховика - 0,5 кг. м^2, масса груза - 0,2 кг, радиус шкива - 0,1 м. Найдите ускорение груза и силу натяжения, если на маховик действует момент сил трения 0,05 Нм.

5.Стержень закреплен на горизонтальной оси, проходящей через его конец. Найдите ускорение другого конца стержня, при угле отклонения 30˚, 45˚, 60˚.

6.Два диска свободно вращаются вокруг вертикальной оси в противоположные стороны, делая по 15 об./мин. Затем верхний диск падает на нижний, и они начинают вращаться с одинаковой скоростью. Найдите эту скорость вращения. Диски сделаны из одного материала и имеют одинаковую толщину. Радиус нижнего диска R_2=1,4·R_1, где R_1 - радиус верхнего диска.

7. Стержень расположен горизонтально, и через один его конец проходит горизонтальная ось. Стержень отпустили. Найдите скорость второго конца стержня при прохождении положения равновесия. Используйте закон сохранения энергии.

8. Тело равномерно вращается вокруг горизонтальной оси. В каких случаях скорость вращения тела увеличится:

а) на тело подействовала сила, приложенная слева от оси и направленная вниз;

б) на тело подействовала сила, приложенная справа от оси и направленная вниз;

в) на тело подействовала сила, приложенная снизу от оси и направленная влево?

г) уменьшился момент инерции тела.

Библиографический список

1.Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики. Т.1. Механика, молекулярная физика, колебания и волны: учебное пособие для вузов. Изд. 7-е, стер. – СПб.: «Лань», 2007.-352 с.

2. Савельев И.В. Курс общей физики: Т.1,- М.: « Астрель», 2006.

3. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. - Изд.7-е.- М., 2008.

Содержание

Тема 1-1.Законы динамики. Виды сил……………………………....................... 3

Лабораторная работа № 1 – 11. Определение коэффициента вязкости по методу Стокса...9

Вопросы и задачи по теме 1 – 1……………………………………........................13

Тема 1 –2. Динамика вращательного движения...……….............………...14

Лабораторная работа № 1 – 21. Определение момента инерции твердого тела методом крутильных колебаний..…18

Лабораторная работа № 1 – 22. Изучение основного закона динамики вращательного движения.......…...22

Задачи по теме 1 – 2……………………..............…………………….... 25

Библиографический список…………………………………………………. 26

Учебное издание

Физика

Лабораторные работы 1-11, 1-21, 1-22

Методические указания
к лабораторным работам
для бакалавров всех направлений

Редактор и корректор В.А. Басова Темплан 2020 г., поз.79
Техн. редактор Л.Я. Титова

Подп. к печати 17.06.2020. Формат 60×84/16. Бумага тип. №1.
Печать офсетная. Объем 1,75 печ. л; 1,75 уч.-изд. л.
ЭИ. Изд. № 79. Цена «С». Заказ №

Ризограф Высшей школы технологии и энергетики СПбГУПТД,
198095, Санкт-Петербург, ул. Ивана Черных, 4.