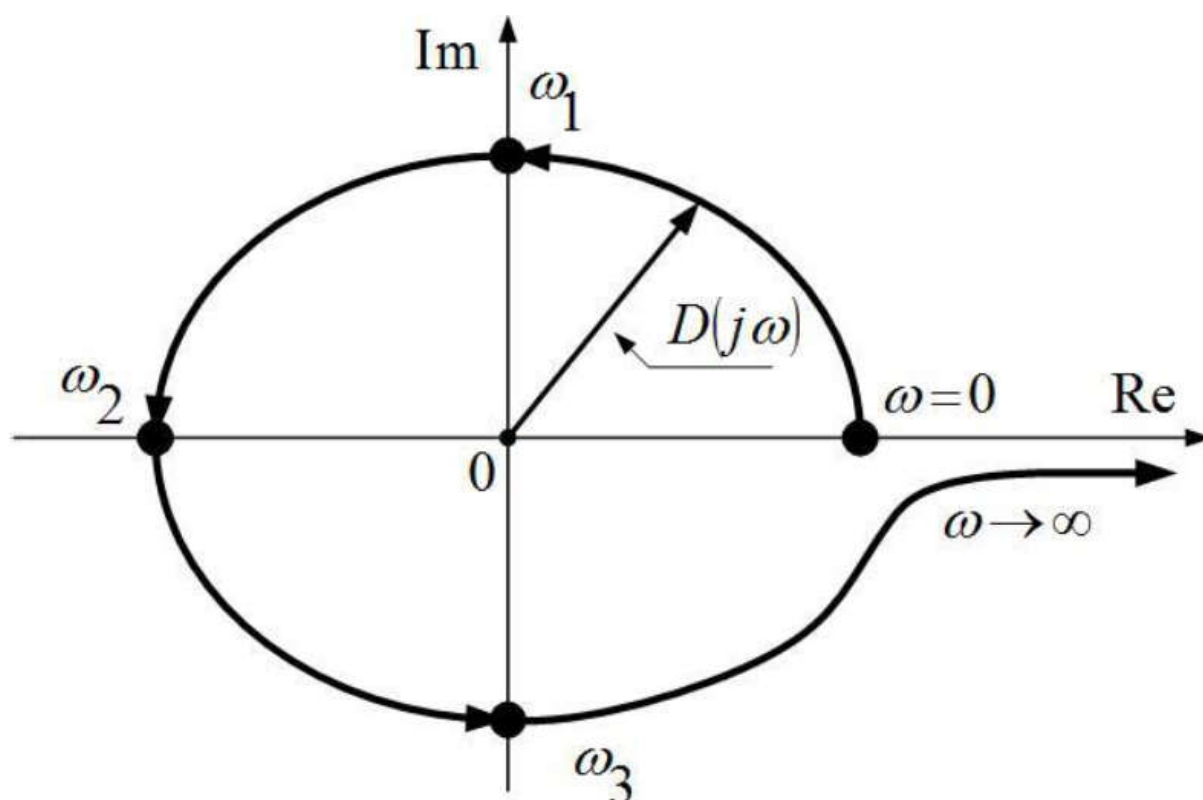


Д.А. Ковалёв, О.П. Томчина, В.А. Шаряков, О.Л. Шарякова

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ

Учебно-методическое пособие для выполнения лабораторных работ



Санкт-Петербург
2019

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПРОМЫШЛЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ДИЗАЙНА»

ВЫСШАЯ ШКОЛА ТЕХНОЛОГИИ И ЭНЕРГЕТИКИ

Кафедра автоматизации технологических процессов и производств

Д.А. Ковалёв, О.П. Томчина, В.А. Шаряков, О.Л. Шарякова

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ

Учебно-методическое пособие для выполнения лабораторных работ

Санкт-Петербург
2019

УДК 681.3(07)
ББК 32.97р
Т 338

Ковалёв Д.А., Томчина О.П., Шаряков В.А., Шарякова О.Л. Теория автоматического управления. Линейные системы: учебно-методическое пособие для выполнения лабораторных работ / ВШТЭ СПбГУПТД. – СПб., 2019. – 72 с.

Учебно-методическое пособие предназначено для выполнения лабораторного практикума по курсу «Теория автоматического управления. Линейные системы», составленного в целях практического закрепления знаний об основных свойствах линейных систем во временной и частотной областях. Практикум выполняется на персональных компьютерах с использованием пакетов расширения MATLABControl System Toolbox и Robust Control Toolbox.

Предназначено для студентов направления подготовки 15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств».

Рецензенты: профессор кафедры ИИТСУ ВШТЭ, д-р техн. наук,
профессор Кондрашкова Г.А.

Подготовлено и рекомендовано к печати кафедрой автоматизации технологических процессов и производств Института энергетики и автоматизации Высшей школы технологии и энергетики СПбГУПТД (протокол №4 от 18.04.2019).

Утверждено к изданию методической комиссией Института энергетики и автоматизации Высшей школы технологии и энергетики СПбГУПТД (протокол №9 от 5.06.2019).

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом Высшей школы технологии и энергетики Санкт-Петербургского государственного университета промышленных технологий и дизайна в качестве учебно-методического пособия.

©Высшая школа технологии и энергетики
СПбГУПТД, 2019
© Ковалёв Д.А., Томчина О.П.,
Шаряков В.А., Шарякова О.Л., 2019

СОДЕРЖАНИЕ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1. Изучение системы имитационного моделирования MATLAB	5
1.1. Основные сведения	5
1.2. Порядок выполнения работы	8
1.3. Содержание отчета о работе	20
1.4. Контрольные вопросы	20
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2. Исследование основных характеристик типовых динамических звеньев	21
2.1. Основные сведения	21
2.2. Порядок выполнения работы	25
2.3. Варианты заданий	31
2.4. Содержание отчета о работе	33
2.5. Контрольные вопросы	33
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3. Анализ устойчивости САУ частотными методами.....	34
3.1. Основные сведения	34
3.2. Порядок выполнения работы	37
3.3. Варианты заданий	41
3.4. Содержание отчета о работе	41
3.5. Контрольные вопросы	43
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4. Исследование зависимости показателей качества в переходном режиме от изменения параметров следящей системы.....	44
4.1. Основные сведения	44
4.2. Порядок выполнения работы	46
4.3. Варианты заданий	51
4.4. Содержание отчета о работе	51
4.5. Контрольные вопросы	52
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5. Исследование настроек регуляторов в замкнутом контуре	53
5.1. Основные сведения	53
5.2. Порядок выполнения работы	60
5.3. Содержание отчета о работе	69
5.4. Контрольные вопросы	69
5.5. Пример листинга работы	69
Библиографический список	72

Предисловие

Настоящее учебно-методическое пособие адресовано студентам университета, выполняющим лабораторные и курсовые работы по теории линейных систем автоматического управления и автоматизированному электроприводу. Целью практикума является закрепление знаний теоретического материала по дифференциальным уравнениям, передаточным функциям, временным и частотным характеристикам звеньев и автоматических систем, их устойчивости, влиянию параметров и структуры систем на показатели качества процессов управления в переходном и установившемся режимах функционирования, исследованию систем с запаздыванием.

Лабораторные работы, приведенные в пособии, целесообразно выполнять на персональных компьютерах с использованием системы MATLAB и ее пакетов расширения, позволяющих автоматизировать процесс анализа систем управления, представленных в виде структурных динамических схем.

Пособие предусматривает выполнение пяти лабораторных работ для приобретения практических навыков при анализе основных свойств линейных систем управления во временной и частотной областях.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.

Изучение системы имитационного моделирования MATLAB

Цель работы. Ознакомление с системой MATLAB, приобретение практических навыков исследования систем автоматического управления (САУ) с помощью языка MATLAB – Control System Toolbox и Robust Control Toolbox.

1.1. Основные сведения

Название «MATLAB» произошло от сокращения слов «MATRIXLABORATORY».

MATLAB представляет собой язык программирования высокого уровня, разработанный для решения технических задач. Он широко используется в учебном процессе, в научной и инженерной деятельности. Важнейшее достоинство системы MATLAB заключается в возможности ее расширения путем создания пакетов расширения (toolboxes), ориентированных на конкретные области науки и техники. Создание современных систем управления и регулирования немислимо без детальных расчетов, для выполнения которых создан ряд пакетов расширения, таких как Simulink, Control System Toolbox и Robust Control Toolbox. Умение владеть этими инструментами обязательно для инженера и научного работника, занятого в различных областях техники.

Control System Toolbox содержит функции-команды, предназначенные для разработки линейных систем автоматического управления с постоянными параметрами. Этот пакет представляет собой набор алгоритмов, написанных на языке MATLAB (так называемых m-файлов), решающих задачи анализа, синтеза и моделирования систем управления. Удобный графический интерфейс пользователя упрощает решение многих типовых задач. Системы управления могут моделироваться своими уравнениями в фазовом пространстве или как передаточные функции различной формы, как непрерывные или дискретные системы [4].

В пакетах расширения Control System Toolbox, Robust Control Toolbox системы MATLAB приняты следующие способы описания линейных динамических систем с постоянными параметрами: система уравнений первого порядка в фазовом пространстве, или в пространстве состояний системы (SS – *state-space*), передаточная функция системы в виде отношения двух полиномов (TF – *transferfunction*), передаточная функция в так называемом виде нуль/полюс/ коэффициент усиления (ZPK) [4].

Технологические системы в общем случае имеют несколько входов и выходов и относятся к так называемым ММО системам (multiple-input — multiple-output). Частным, но достаточно распространенным на практике является применение систем с одним входом и одним выходом (SISO

системы). Методы анализа и синтеза МИМО систем могут быть применены к SISO системам, однако последние более простые, и для работы с ними могут быть использованы специальные методы [4].

Обычно технологическая система состоит из нескольких звеньев, соединенных последовательно, параллельно и встречно-параллельно. Для получения возможности исследования такой системы необходимо получить ее единую передаточную функцию.

В случае последовательно соединенных звеньев (рис. 1) используют следующие соотношения:

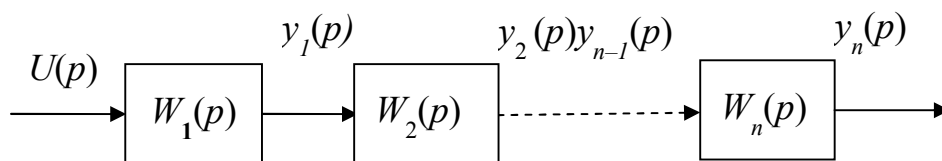


Рис. 1. Система из последовательно соединенных звеньев

$$\left. \begin{aligned} y_1(p) &= W_1(p)u(p) \\ y_2(p) &= W_2(p)y_1(p) \\ &\vdots \\ y_n(p) &= W_n(p)y_{n-1}(p) \end{aligned} \right\}$$

Передаточная функция последовательно включенных звеньев равна произведению их передаточных функций.

В Control System Toolbox для получения передаточной функции последовательно соединенных звеньев используют следующие команды:

```
>> Wn=W1*W2*...*Wn
```

Или

```
>> series(W1,W2) % последовательное соединение двух звеньев.
```

Если система состоит из параллельно соединенных звеньев (рис. 2) используют следующие соотношения:

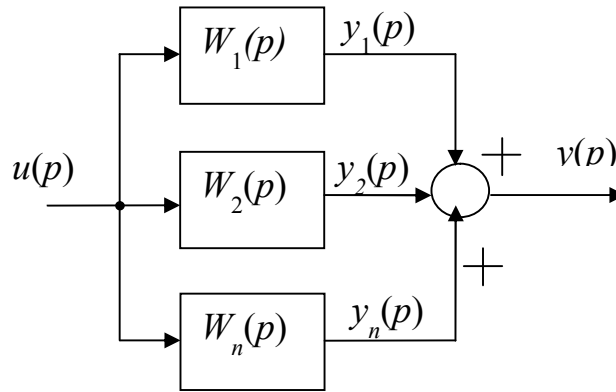


Рис. 2. Система из параллельно соединенных звеньев

$$\begin{aligned}
 y(p) &= y_1(p) + y_2(p) + \dots + y_n(p) = \\
 &= W_1(p)u(p) + W_2(p)u(p) + \dots + W_n(p)u(p) = \\
 &= [W_1(p) + W_2(p) + \dots + W_n(p)]u(p) \\
 y(p) &= y_1(p) + y_2(p) + \dots + y_n(p) = \\
 &= W_1(p)u(p) + W_2(p)u(p) + \dots + W_n(p)u(p) = \\
 &= [W_1(p) + W_2(p) + \dots + W_n(p)]u(p)
 \end{aligned}$$

Передаточная функция такой системы равна сумме передаточных функций звеньев, входящих в соединение:

$$y(p) = [W_1(p) + W_2(p) + \dots + W_n(p)] \cdot u(p) = \sum_{i=1}^n W_i(p) \cdot u(p)$$

В Control System Toolbox для получения передаточной функции параллельно соединенных звеньев используют следующие команды:

`>>Wn=W1+W2+...+Wn`

Или

`>>parallel(W1,W2)` % параллельное соединение двух звеньев.

При встречно-параллельно соединенных звеньях (рис. 3) используют следующие соотношения:

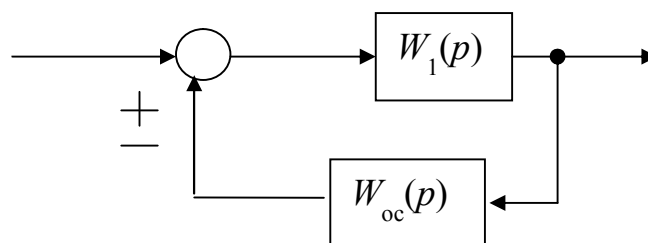


Рис. 3. Система из встречно-параллельно соединенных звеньев

$$\begin{aligned}
y(p) &= W_1(p)e(p); \\
e(p) &= u(p) \pm y_{oc}(p); \\
y_{oc}(p) &= W_{oc}(p)y(p); \\
y(p) &= W_1(p)(u(p) \pm W_{oc}(p)y(p)); \\
y(p) \mp W_1(p)W_{oc}(p)y(p) &= W_1(p)u(p); \\
y(p)(1 \mp W_1(p)W_{oc}(p)) &= W_1(p)u(p). \\
W(p) &= \frac{y(p)}{u(p)} = \frac{W_1(p)}{(1 \mp W_1(p)W_{oc}(p))}.
\end{aligned}$$

В Control System Toolbox для получения передаточной функции встречно-параллельно соединенных звеньев с отрицательной обратной связью используют следующие команды:

```
>>Wn=W1/(1+W1*Woc)
```

Или

```
>>feedback(W1,W2,sign) % формирует передаточную
функцию для двух звеньев с обратной связью, без указания знака система
имеет отрицательную обратную связь.
```

Справку по командам MATLAB в целом можно найти в меню HelpDesk, а также в [3, 4].

1.2. Порядок выполнения работы

1. Включите компьютер.
2. Находясь в ОС Windows, запустите MATLAB двойным щелчком левой кнопки мыши по соответствующей иконке на рабочем столе. В результате открывается основное окно MATLAB.
3. Работать можно либо непосредственно в командной строке, либо создав новый script (новый проект – m-файл) (рис. 4).

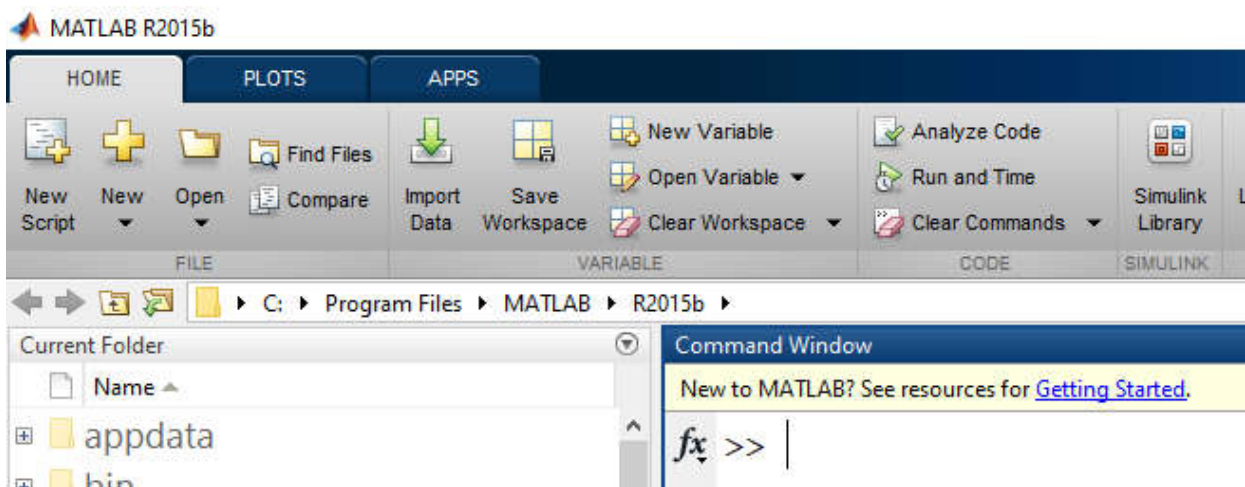
Для открытия существующего m-файла в командном окне нажмите на кнопку с всплывающей подписью Open и в появившемся окне выберите требуемый файл (файлы, созданные в редакторе (Editor), имеют расширение *.m).

4. Создайте структурно-аналитическую схему, описывающую двигатель постоянного тока (рис. 5.), значения его параметров приведены в табл. 1.

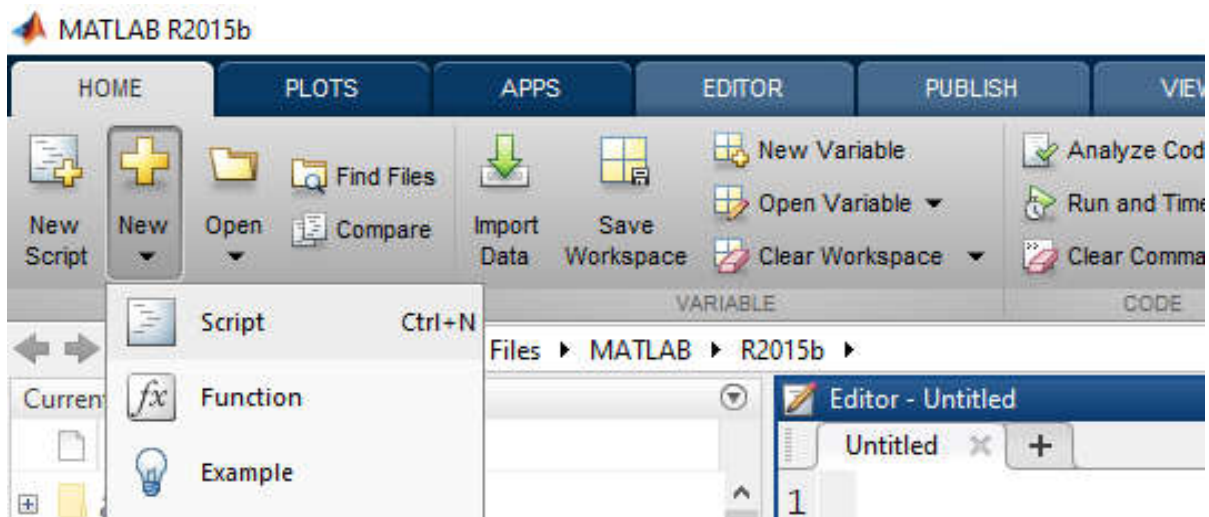
Система уравнений, описывающая двигатель постоянного тока с независимым возбуждением:

$$\begin{cases} U_{\text{я}}(t) = R_{\text{я}} \cdot I_{\text{я}}(t) + k\Phi \cdot \omega(t) + L_{\text{я}} \frac{d}{dt} I_{\text{я}}(t) \\ J \frac{d}{dt} \omega(t) = k\Phi \cdot I_{\text{я}}(t) - M_C(t), \end{cases} \quad (1.1)$$

где $U_{\text{я}}$ – напряжение, прикладываемое к якорной обмотке двигателя; $R_{\text{я}}$ – активное сопротивление якорной обмотки двигателя; $I_{\text{я}}$ – ток, протекающий по якорной обмотки двигателя; $\omega = n_H \cdot \pi / 30$ – частота вращения вала двигателя; $k = 0,2 \dots 0,4$ – конструктивная постоянная двигателя, определяющая магнитный поток машины в случае отсутствия регулирования по цепи возбуждения;



а)



б)

Рис. 4. Окно MATLAB

а) командная строка; б) окно запуска и редактор m-файла

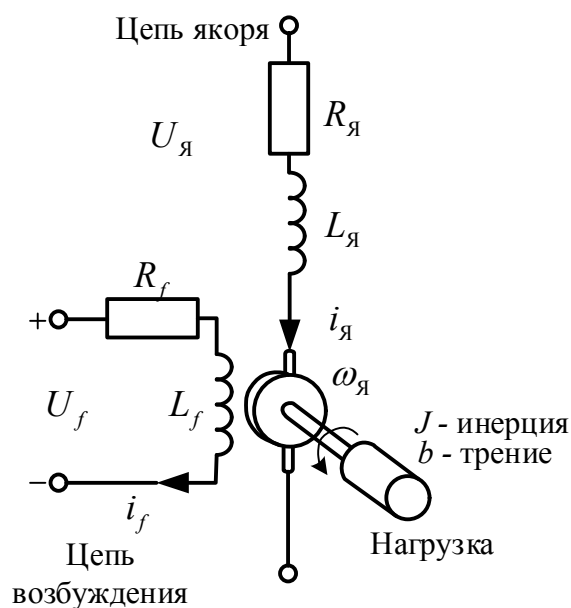


Рис. 5. Двигатель постоянного тока – эквивалентная электрическая схема

$\Phi = (U_{яH} - I_{яH} R_{яH}) / (k \cdot \omega_H)$ – магнитный поток машины;
 $L_{я} = U_{яH} \cdot k / (I_{яH} \cdot R_{яH} \cdot \omega_H)$ – индуктивность рассеяния обмотки якоря;
 J – момент инерции двигателя (приведенный момент инерции механизма и двигателя); M_C – момент сопротивления.

Таблица 1.1

№ Варианта	Тип двигателя	Мощность P_H , кВт	Частота вращения n_H , об/мин	Ток якоря $I_{яH}$, А	КПД, %	Активное сопротивление якорной обмотки $R_{я}$, Ом
1)	4ПФ132М	11.0	1090	30.0	80.0	0,513
2)	4ПФ132S	15.0	1400	41.7	82.0	0,346
3)	4ПФ132L	15.0	1030	40.8	81,0	0,328
4)	4ПФ132М	22.0	1600	59,3	83.0	0,307
5)	4ПФ132L	23.0	1400	64,8	83.0	0,3
6)	4ПФ160L	30.6	1030	77	85.0	0,237
7)	4ПФ160S	30.0	1450	78,6	86.0	0,23
8)	4ПФ180S	37.0	1150	95,7	86.0	0,143
9)	4ПФ180S	45.0	1450	114,0	87.0	0,1
10)	4ПФ180М	45.0	1060	115,6	87.0	0,081

Перейдем из временной области в операторную область, заменив
 $\frac{d}{dt} \Rightarrow p$.

$$\begin{cases} U_{\text{я}}(p) = R_{\text{я}} \cdot I_{\text{я}}(p) + k\Phi \cdot \omega(p) + L_{\text{я}} \cdot p \cdot I_{\text{я}}(p) \\ J \cdot p \cdot \omega(p) = k\Phi \cdot I_{\text{я}}(p) - M_{\text{с}}(p) \end{cases} \quad (1.2)$$

Из первого уравнения (1.2) найдем выражение для определения тока якоря:

$$\begin{aligned} U_{\text{я}} - k\Phi \cdot \omega &= R_{\text{я}} \cdot I_{\text{я}} + L_{\text{я}} \cdot p \cdot I_{\text{я}} = \\ &= (R_{\text{я}} + L_{\text{я}} \cdot p) \cdot I_{\text{я}}; \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$I_{\text{я}} = (U_{\text{я}} - k\Phi \cdot \omega) \cdot \frac{1}{R_{\text{я}} + L_{\text{я}} \cdot p}. \quad (1.4)$$

Учитывая, что передаточной функцией звена (системы) от данного входа $u(t)$ к выходу $y(t)$ называется отношение изображений по Лапласу выходной переменной к входной переменной при нулевых начальных условиях и равенстве нулю прочих входов (1.5), уравнение (1.4) можно записать следующим образом (1.6):

$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} \quad (1.5)$$

$$I_{\text{я}} = (U_{\text{я}} - k\Phi \cdot \omega) \cdot W_1(p), \quad (1.6)$$

где $W_1(p) = \frac{1/R_{\text{я}}}{T_{\text{я}} \cdot p + 1}$ — передаточная функция; $T_{\text{я}} = L_{\text{я}}/R_{\text{я}}$ — постоянная времени двигателя.

Из второго уравнения (1.2) найдем выражение для определения частоты вращения вала двигателя:

$$\begin{aligned} \omega(p) &= \frac{1}{J \cdot p} (k\Phi \cdot I_{\text{я}}(p) - M_{\text{с}}(p)) = \\ &= W_2(p) \cdot (k\Phi \cdot I_{\text{я}}(p) - M_{\text{с}}(p)). \end{aligned} \quad (1.7)$$

Запишем структурно-аналитические схемы для уравнений (1.6) и (1.7)

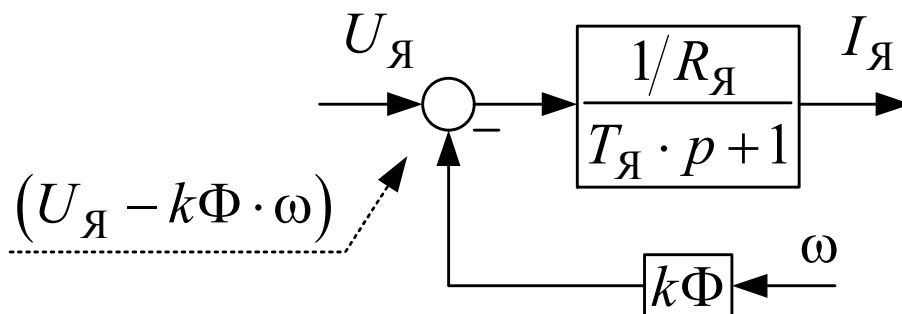


Рис. 6. Структурно-аналитическая схема описывающая, уравнение (1.6)

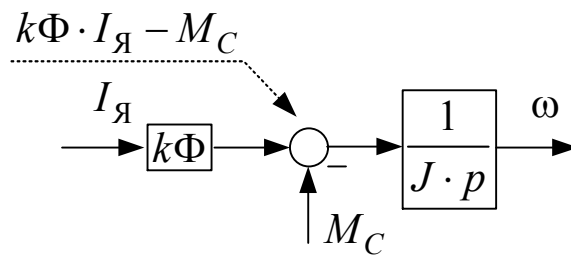


Рис. 7. Структурно-аналитическая схема, описывающая уравнение (1.7)

Соединим структурно-аналитические схемы рис. 6 и рис. 7, получим структурно-аналитическую схему двигателя постоянного тока (рис. 8):

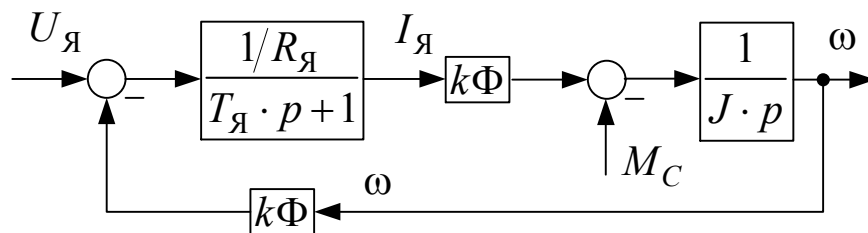


Рис. 8. Структурно-аналитическая схема двигателя постоянного тока

При исследовании полученной структурно-аналитической схемы будем считать, что момент сопротивления M_C отсутствует.

Для получения передаточной функции системы полученную структурно-аналитическую схему необходимо преобразовать, как показано на рис. 9:

На рис. 9 введены следующие передаточные функции:

- $W_3(p) = k\Phi$
- $W_4(p) = W_1(p) \cdot W_3(p) \cdot W_2(p)$,
- $W_5(p) = \frac{W_4(p)}{1 + W_4(p) \cdot W_3(p)}$.

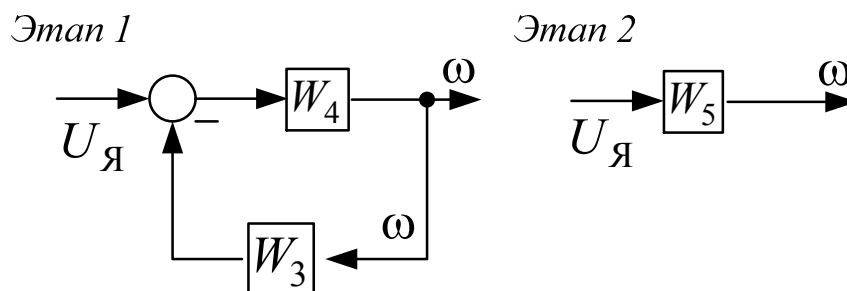


Рис. 9. Этапы преобразования структурно-аналитической схемы

Набор структурной схемы осуществляется следующим образом:

1) в командной строке набираются команды задания постоянных:

```
>>n=1500;  
>> Ia=171;  
>> Ra=0.0666;  
>> Ua=440;  
>> k=0.3;  
>> w=n*pi/30;  
>> F=(Ua-Ia*Ra)/(k*w);  
>> La=(Ua*k)/(Ia*Ra*w);  
>>Ta=La/Ra;  
>>J=3.8;
```

Примечание: команды, набранные в командной строке, выполняются после нажатия клавиши Enter. Для выполнения команд, набранных в редакторе М-файлов, необходимо сохранить и запустить их на выполнение командой SaveandRun меню Debug или клавишей F5.

2) в командной строке набираются передаточные функции $W_1(p)$,

$W_2(p)$, $W_3(p)$:

```
>>W1=tf([1/Ra],[Ta 1])  
>>W2=tf([1],[J 0])  
>>W3=tf([k*F],[0 1])
```

Результат выполнения команд представлен на рис. 10.

W1 =	W2 =	W3 =
15.02	1	
-----	-----	
1.108 s + 1	3.8 s	2.729

Рис. 10.Результат ввода передаточных функций

3) в командной строке набирается команда определения передаточной функции последовательно соединенных звеньев $W_4(p)$:

```
>>W4=W1*W2*W3
```

– результат выполнения команды представлен на рис. 11а.

4) в командной строке набирается команда определения передаточной функции встречно-параллельно соединенных звеньев $W_5(p)$:

```
>>W5=W4/(1+W4*W3)
```

– результат выполнения команды представлен на рис. 11б.

W4 =

W5 =

$$\frac{40.97}{4.21 s^2 + 3.8 s}$$

a)

$$\frac{172.5 s^2 + 155.7 s}{17.72 s^4 + 32 s^3 + 485.1 s^2 + 424.8 s}$$

б)

Рис. 11.Результат ввода передаточных функций

5) введем команду построения графика переходного процесса при реакции на ступенчатое воздействие:

```
>>step(W5*Ua)
```

```
>> grid
```

Полученный график показан на рис. 12.

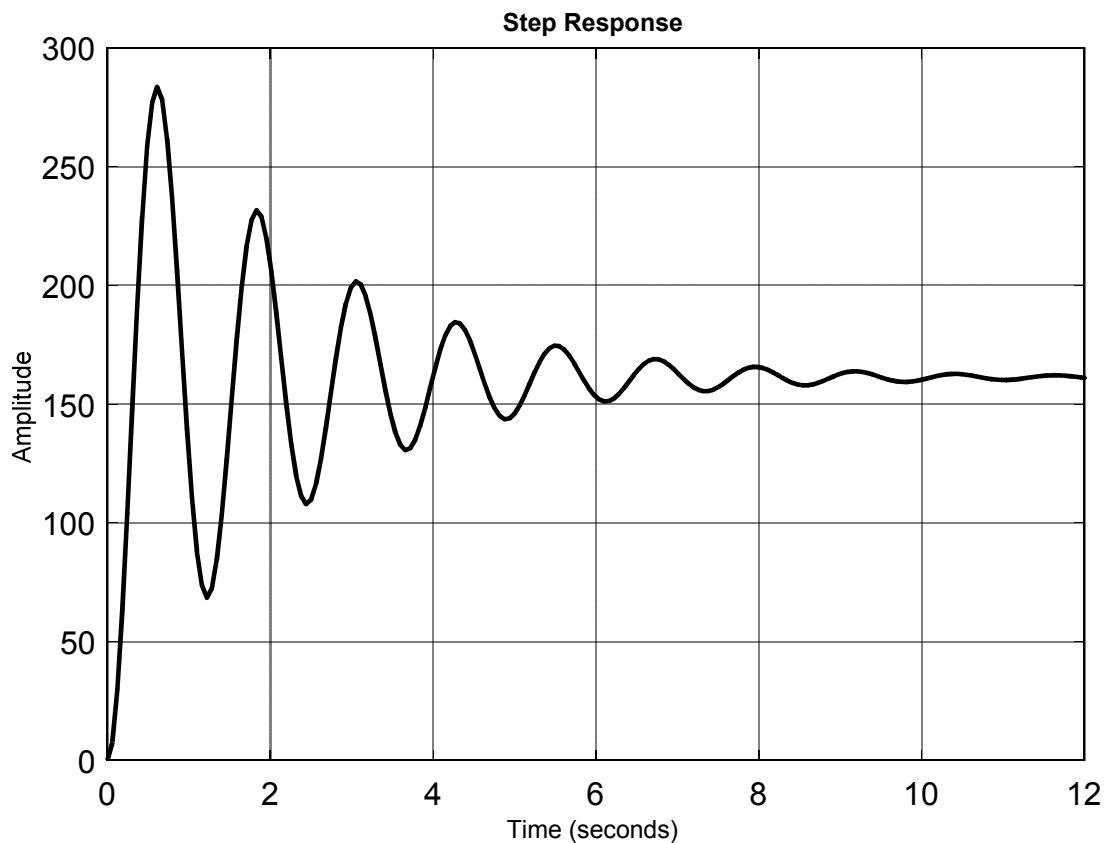


Рис. 12. Окно *Figure 1*, на котором показан график переходного процесса исследуемой системы

б) В открывшемся окне *Figure 1* выберите режим *Edit Plot* (рис. 13.а) и сделайте линии более жирными (рис. 13.б), затем в параметрах страницы – формат «альбом» и заполнение страницы (рис. 13.в).

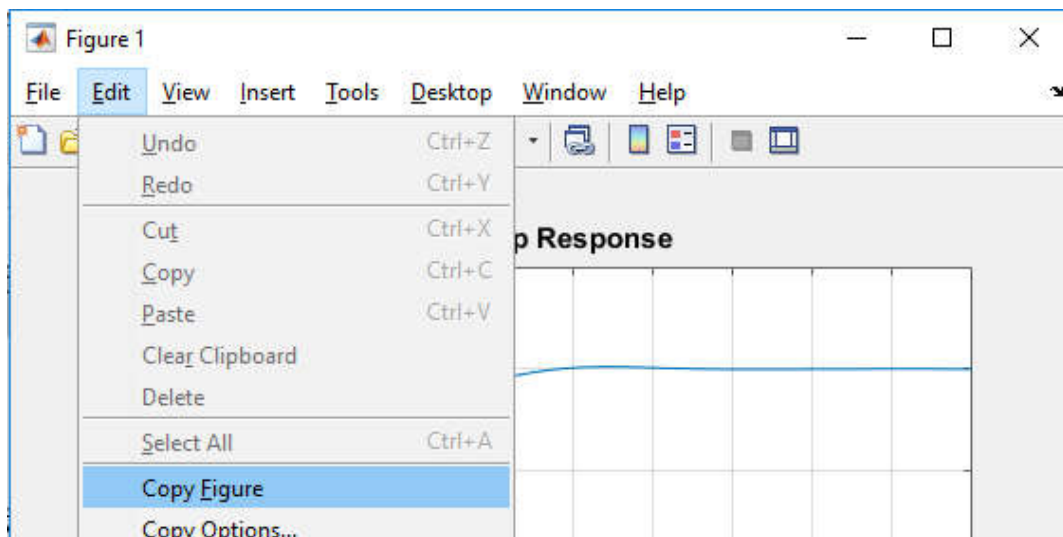


Рис. 14. Команда сохранения рисунка в буфер обмена

– введем команду для построения логарифмической частотной характеристики исследуемой системы.

```
>> bode (W5)
```

```
>> grid
```

Полученный график показан на рис. 15.

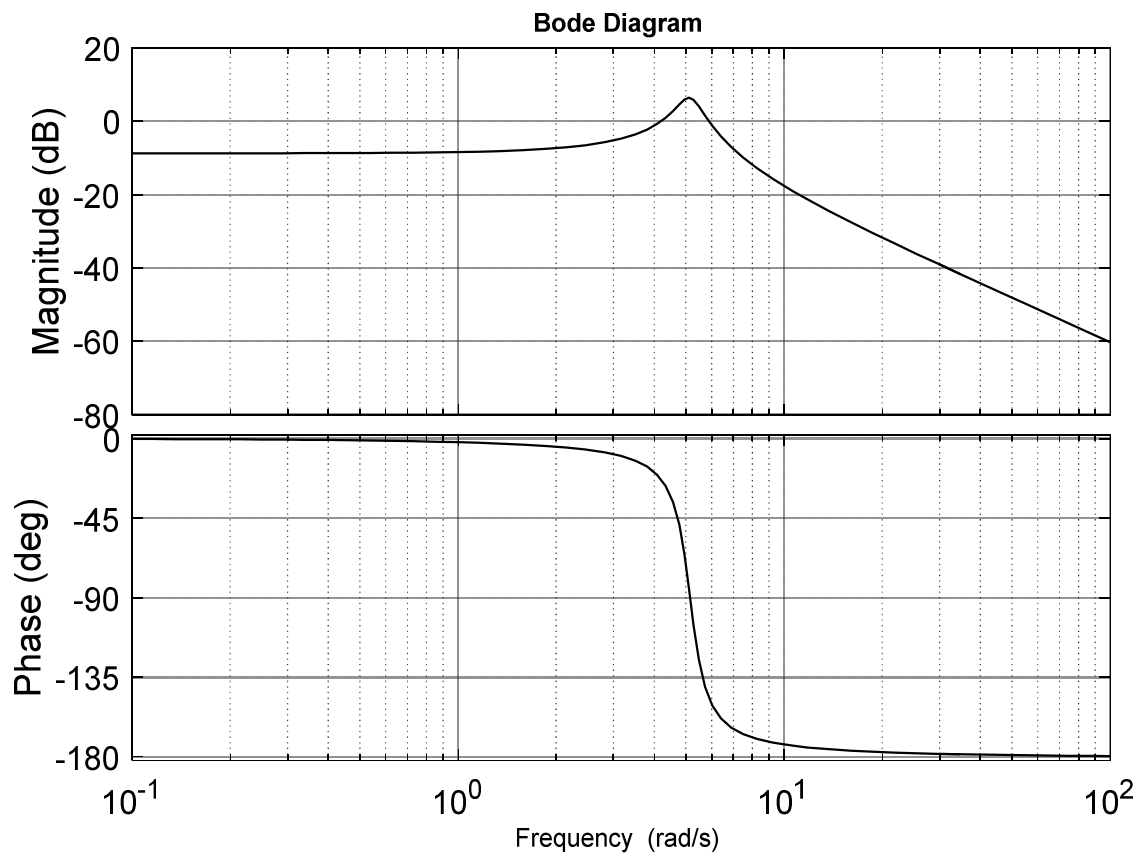


Рис. 15. График логарифмической частотной характеристики исследуемой системы

– введем команду для построения амлитудно-фазовой частотной характеристики

```
>> nyquist(W5)
```

Полученный график показан на рис. 16.

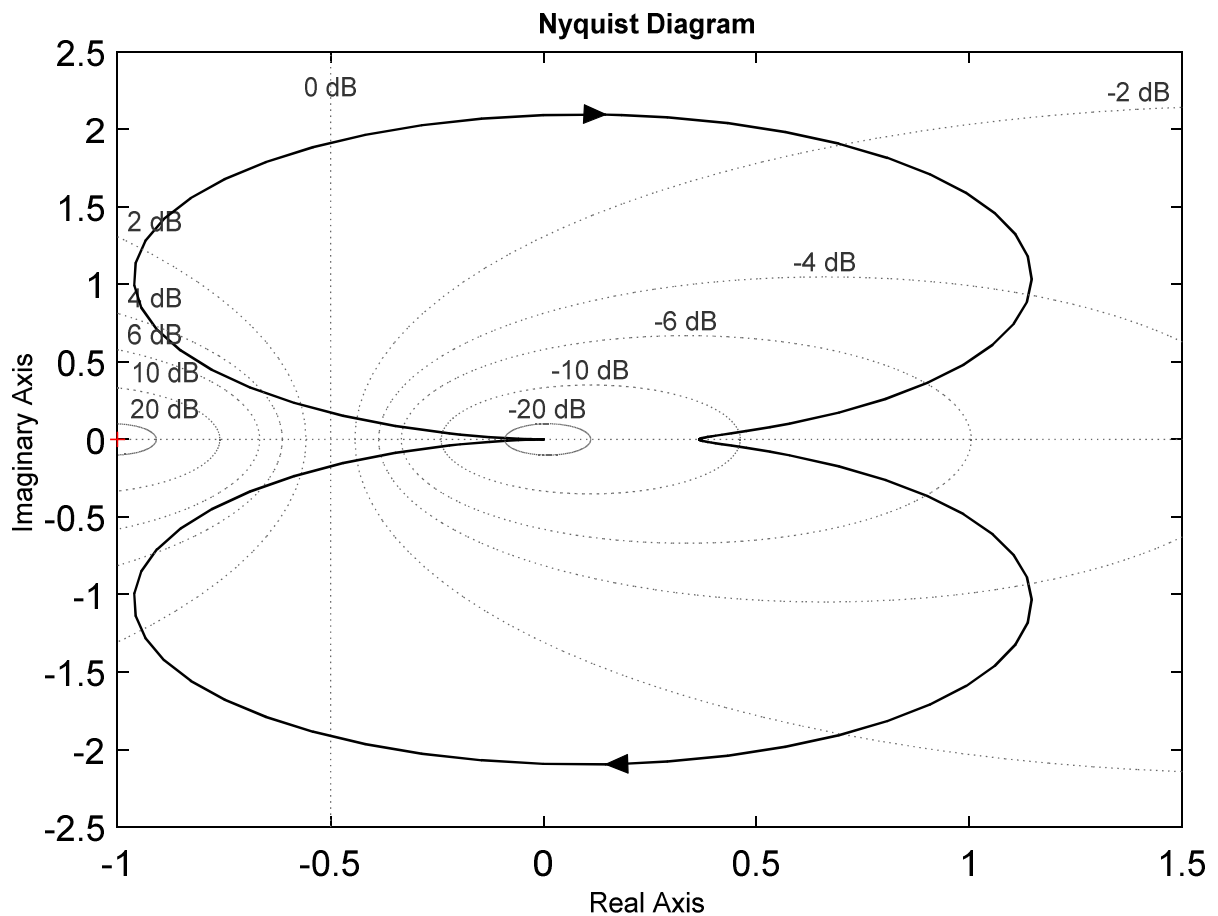


Рис. 16. График амлитудно-фазовой частотной характеристики исследуемой системы

8) В некоторых случаях удобнее для исследования системы воспользоваться командой `ltiview`.

```
>> ltiview(W5)
```

Окно выполнения команды `ltiview` показано на рис. 17..

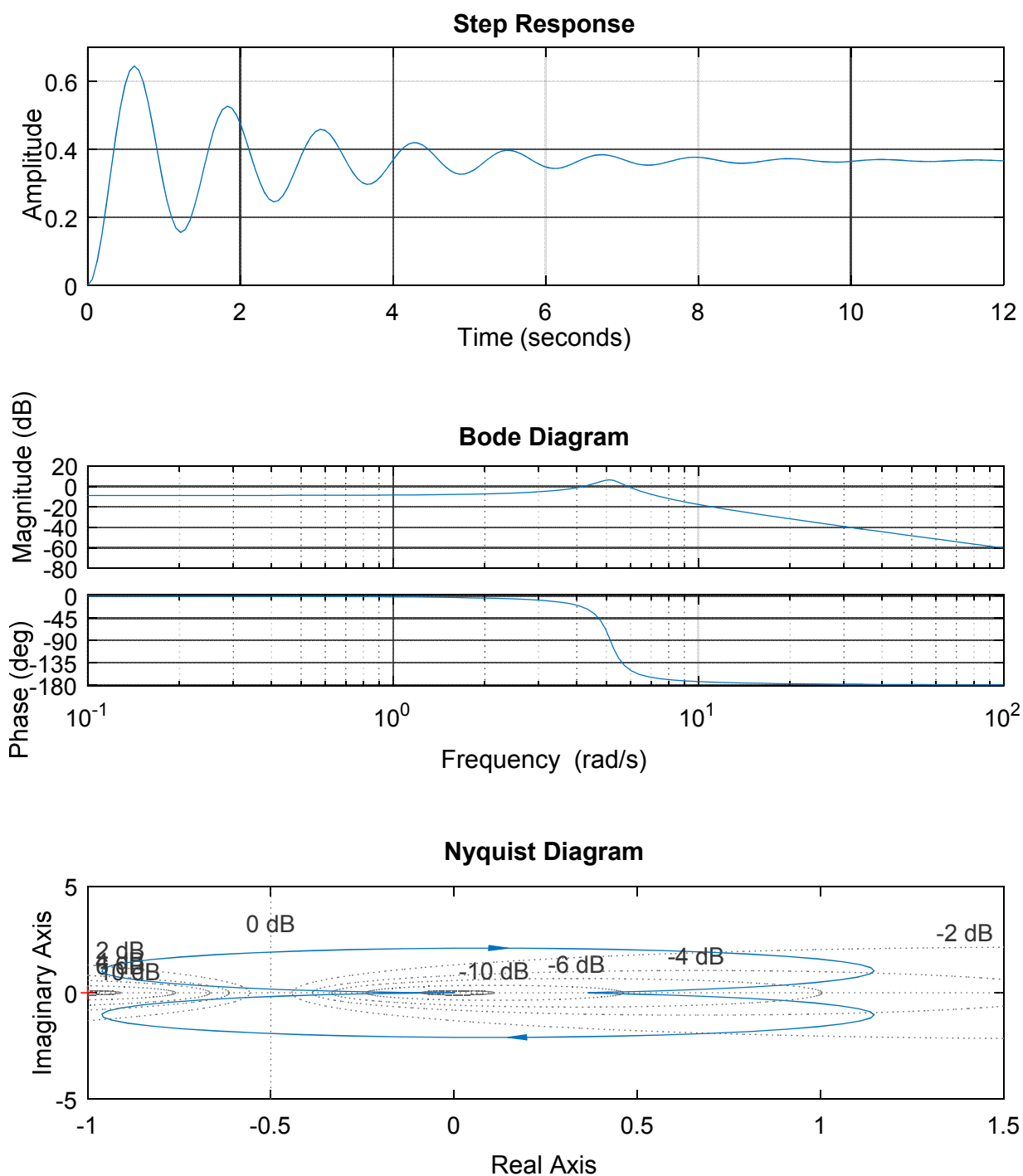


Рис. 17. Окно LinearSystemAnalyzer (ltiview)

– для настройки окна `ltiview` необходимо выполнить команду `Plot Configurations`
рис. 17 а.



Рис. 17 а. Окно настройки ltiview

Окно PlotConfigurations показано на рис. 18.

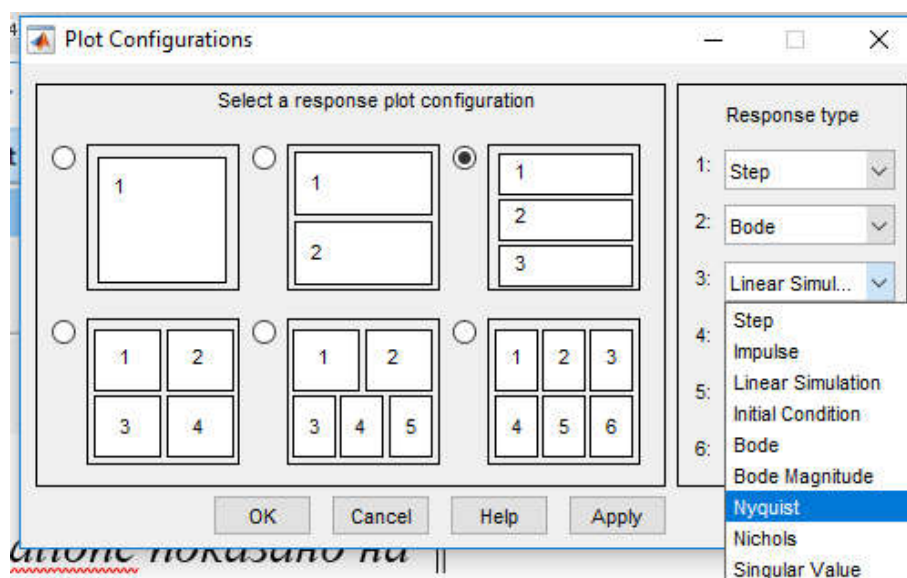


Рис. 18. Окно PlotConfigurations

Для каждого окна можно задать свои характеристики (рис. 19.)

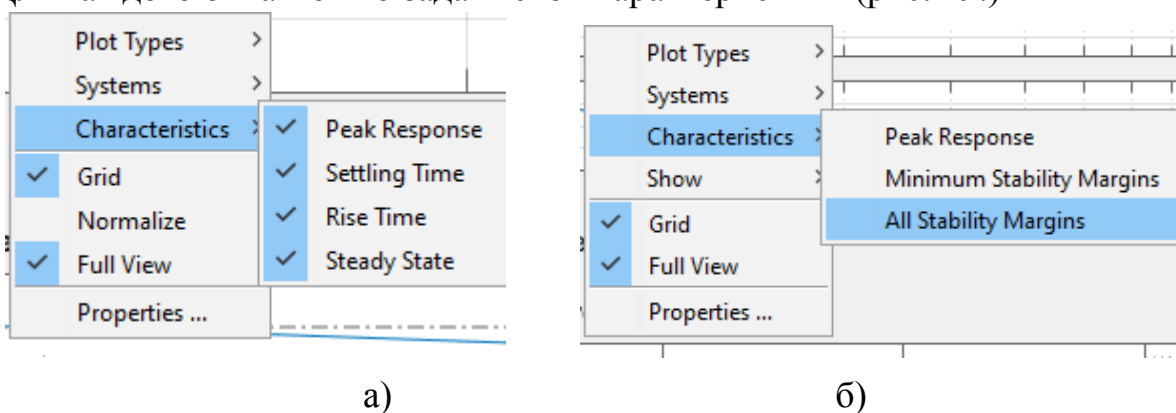


Рис. 19. Характеристики окна ltiview

а) для окна Step; для окна bode / nyquist.

1.3. Содержание отчета о работе

1. Цель работы.
2. Схема исследованной системы с числовыми значениями параметров.
3. Экспериментально полученные графики переходного процесса, ЛЧХ, АФЧХ.
4. Ответы на контрольные вопросы.

1.4. Контрольные вопросы

1. Что из себя представляет система MATLAB и какова область ее применения?
2. С какими видами моделей может работать Control System Toolbox?
3. Каким образом осуществляется построение структурной схемы в Control System Toolbox?
4. Какую команду надо подать на построение звеньев, включенных:
 - параллельно;
 - последовательно;
 - встречно-параллельно?
5. Как в Control System Toolbox осуществляется ввод и редактирование параметров блоков?
6. Как в Control System Toolbox осуществляется построение ЛЧХ и АФЧХ системы?
7. Как осуществляется печать графиков переходных процессов?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2.

Исследование основных характеристик типовых динамических звеньев

Цель работы. Исследование переходных функций, амплитудно-фазовых и логарифмических частотных характеристик интегрирующего, апериодического, реального дифференцирующего и колебательного звеньев.

2.1. Основные сведения

Типовыми динамическими звеньями САУ являются звенья, процессы в которых описываются линейными дифференциальными уравнениями первого и второго порядков с постоянными коэффициентами и в общем случае имеют следующий вид:

$$a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_2 \frac{d^2 x}{dt^2} + b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x, \quad (2.1)$$

где $x(t)$, $y(t)$ - соответственно входной и выходной сигналы звена; a_0 , a_1 , a_2 ; b_0 , b_1 , b_2 - постоянные коэффициенты.

Данное уравнение дает возможность определить передаточную функцию типового звена в виде:

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{b_2 p^2 + b_1 p + b_0}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0}. \quad (2.2)$$

Анализ возможных вариантов задания коэффициентов передаточной функции (2.2) показывает, что к типовым звеньям нулевого и первого порядка, т.е. к звеньям, описываемым уравнениями вида (2.1) при $a_2 = b_2 = 0$, относятся следующие:

1. Безынерционное звено (при $a_1 = b_1 = 0$):

$$W(p) = \frac{b_0}{a_0} = k.$$

2. Дифференцирующее звено (при $a_1 = b_0 = 0$):

$$W(p) = \frac{b_1 p}{a_0} = kp, \quad \text{где } k = \frac{b_1}{a_0}.$$

3. Форсирующее звено (при $a_1 = 0$):

$$W(p) = \frac{b_1 p + b_0}{a_0} = k(Tp + 1), \quad \text{где } k = \frac{b_0}{a_0}; T = \frac{b_1}{b_0}.$$

4. Интегрирующее звено (при $a_0 = b_1 = 0$) (рис. 20):

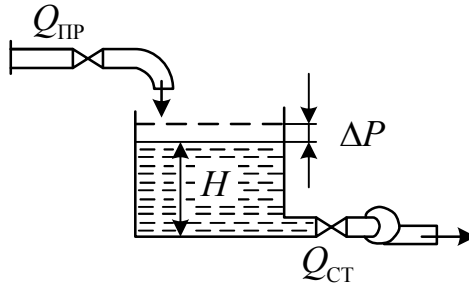


Рис. 20. Пример интегрирующего звена – уровень воды в баке

$$W(p) = \frac{b_0}{a_1 p} = \frac{k}{p}, \quad \text{где } k = \frac{b_0}{a_1}.$$

5. Пропорционально-интегральное звено (при $a_0 = a_2 = b_2 = 0$):

$$W(p) = \frac{b_1 p + b_0}{a_1 p} = k \frac{Tp + 1}{Tp}, \quad \text{где } k = \frac{b_1}{a_1}; T = \frac{b_1}{b_0}.$$

6. Апериодическое звено первого порядка (инерционное звено) (при $b_1 = 0$) (рис. 21):

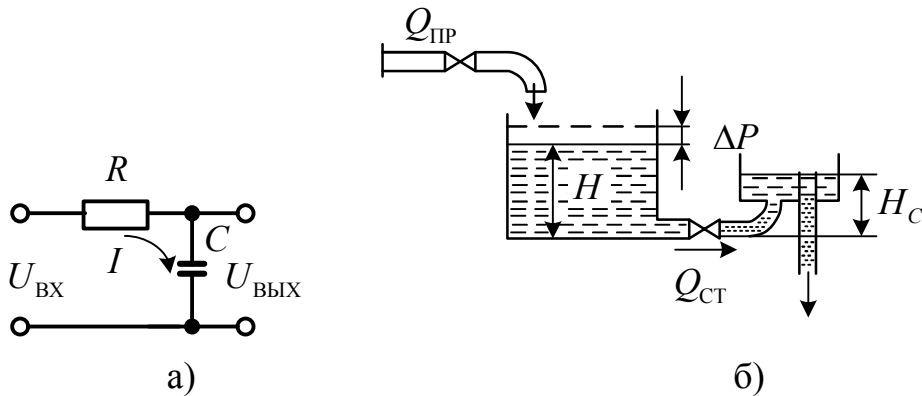


Рис. 21. Примеры апериодического звена первого порядка (инерционное звено)

а) – RC-цепь; б) – односторонний бак с постоянным подпором воды на стоке

$$W(p) = \frac{b_0}{a_1 p + a_0} = \frac{k}{Tp + 1}, \quad \text{где } k = \frac{b_0}{a_0}; T = \frac{a_1}{a_0}.$$

7. Реальное дифференцирующее звено (при $b_0 = 0$) (рис. 22):

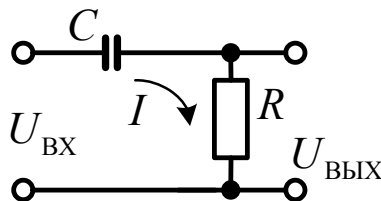


Рис. 22. Пример реального дифференцирующего звена

$$W(p) = \frac{b_1 p}{a_1 p + a_0} = \frac{kp}{Tp + 1}, \quad \text{где } k = \frac{b_1}{a_0}, \quad T = \frac{a_1}{a_0}.$$

Из типовых звеньев второго порядка наибольшее применение нашло колебательное звено (рис. 23) при $b_1 = b_2 = 0$ с передаточной функцией:

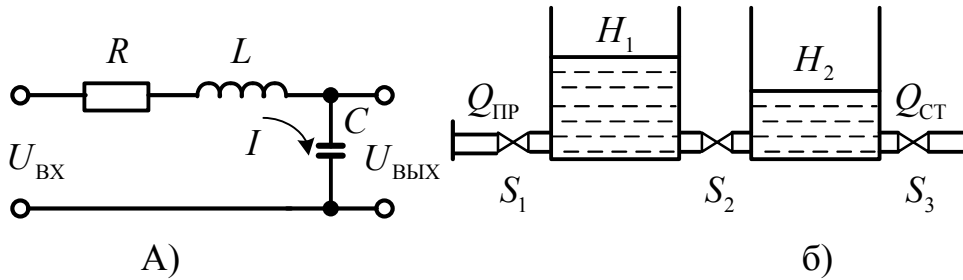


Рис. 23. Примеры колебательного звена

а) – RLC-цепь; б) – технологическая схема из двух емкостей

$$W(p) = \frac{b_0}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0} = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\xi Tp + 1}, \quad \text{где } k = \frac{b_0}{a_0}; \quad T = \sqrt{\frac{a_2}{a_0}};$$

$$\xi = \frac{a_1}{2\sqrt{a_0 a_2}}.$$

ξ -коэффициент демпфирования (затухания), в зависимости от которого различают:

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\xi Tp + 1} \quad \begin{cases} 0 < \xi < 1 - \text{колебательное звено,} \\ \xi = 0 - \text{консервативное звено,} \\ \xi \geq 1 - \text{апериодическое звено 2-го порядка.} \end{cases}$$

Рассмотренная совокупность типовых динамических звеньев первого и второго порядков оказывается достаточной для построения структуры практически любой линейной САУ. При этом сложные реальные звенья могут заменяться последовательным или параллельным соединением нескольких типовых звеньев.

Временными характеристиками являются взаимосвязанные переходная $h(t)$ и весовая $w(t)$ функции, представляющие собой реакции исследуемых звеньев на типовые воздействия в виде единичной ступенчатой функции $1(t)$ и импульсной δ -функции $\delta(t)$. При этом переходная функция дает возможность оценить устойчивость и качество процессов управления, происходящих в исследуемых звеньях при скачкообразных входных воздействиях.

Частотные характеристики, основанные на использовании преобразования Фурье, позволяют чаще всего оценить динамические процессы в звеньях и системах при гармонических входных сигналах.

Для каждой гармоники на входе линейного звена $x(t) = x_0(\omega) \cdot e^{j\omega t}$ реакцией будет совокупность вынужденной и переходной составляющих, последняя из которых по истечении некоторого времени затухает, и на

выходе звена установится синусоидальный сигнал той же частоты, что и на входе,

$$\text{т.е. } y(t) = y_0(\omega) \cdot e^{j(\omega t + \phi(\omega))}.$$

Реакция звена (системы) на гармоники различных частот характеризуется его комплексным коэффициентом передачи, который представляет собой амплитудно-фазовую частотную характеристику (АФХ), которая определяется следующим образом:

$$W(j\omega) = \frac{y_0(\omega)}{x_0(\omega)} \cdot e^{j\phi(\omega)} = A(\omega) \cdot e^{j\phi(\omega)},$$

где $A(\omega)$ и $\phi(\omega)$ - соответственно амплитудная (АЧХ) и фазовая (ФЧХ) частотные характеристики исследуемого звена (системы).

Подставляя выражение для входного и выходного сигналов звена в (2.1), получим уравнение:

$$[a_2(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_0] y_0(\omega) e^{j[\omega t + \phi(\omega)]} = [b_2(j\omega)^2 + b_1(j\omega) + b_0] x_0(\omega) e^{j\omega t},$$

дающее возможность рассчитать АФХ звена через коэффициенты дифференциального уравнения (2.1) следующим образом:

$$W(j\omega) = \frac{b_2(j\omega)^2 + b_1(j\omega) + b_0}{a_2(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_0} = U(\omega) + jV(\omega), \quad (2.3)$$

где $U(\omega)$, $V(\omega)$ - соответственно вещественная (ВЧХ) и мнимая (МЧХ) частотные характеристики исследуемого звена.

При этом очевидны следующие соотношения:

$$A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)}, \quad \phi(\omega) = \arctg \frac{V(\omega)}{U(\omega)}. \quad (2.4)$$

Из (2.2) и (2.3) видно, что для получения АФХ исследуемого звена достаточно использовать соотношения (2.4) и его передаточную функцию:

$$U(\omega) = \Re[W(p)]_{p=j\omega}, \quad V(\omega) = \Im[W(p)]_{p=j\omega}.$$

Таким образом, АФХ, вид которой иллюстрирует рис. 24, представляет собой годограф конца вектора $A(\omega)$, положение которого определяется фазой $\phi(\omega)$ в полярной системе координат или $U(\omega)$ и $jV(\omega)$ в декартовой системе при изменении частоты ω от 0 до ∞ .

Кроме АФХ звеньев (систем), в теории автоматического управления широкое распространение нашли логарифмические амплитудные (ЛАХ) и фазовые (ЛФХ) частотные характеристики (ЛЧХ). При их построении по оси абсцисс откладывается частота в логарифмическом масштабе, а по оси ординат – величина $L(\omega) = 20 \lg A(\omega)$ в децибелах и $\phi(\omega)$. При этом применяют как асимптотические, так и уточненные ЛАХ с учетом поправок [1,2].

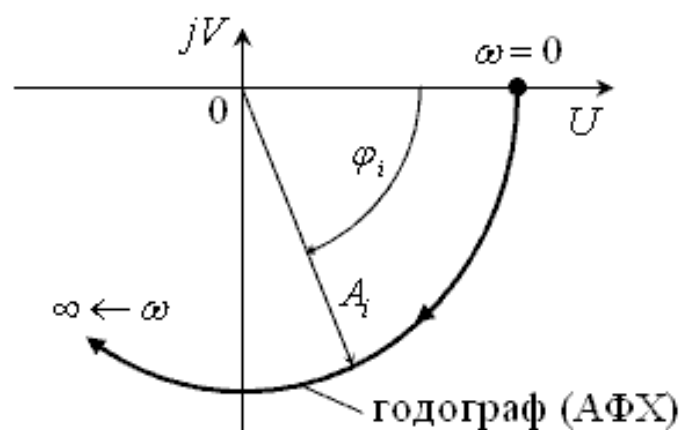


Рис. 24. Вид амплитудно-фазовой частотной характеристики

2.2. Порядок выполнения работы

Перед началом работы следует получить у преподавателя номер варианта параметров исследуемых типовых звеньев.

1. Исследование основных характеристик интегрирующего звена:

а) Определение $h(t)$ при первом значении постоянной времени звена T_1 .

В командном окне введите команду на построение передаточной функции интегрирующего звена (табл. 2.1.):

$$W_1 = \frac{1}{(T_1 \cdot p)}$$

```
>>T1=0.2           %   ввод значения постоянной времени      T1
>>W1=tf([1],[T1 0]) %   команда на построение передаточной
                        функции интегрирующего звена
```

Результат выполнения команды показан на рис. 25

```
w1 =

      1
-----
    0.2 s

Continuous-time transfer function.
```

Рис. 25. Результат выполнения команды на построение передаточной функции интегрирующего звена

Введите команду на запуск Linear System Analyzer

```
>>ltiview(W1)
```

В окне *Plot Configuration* задайте параметры для получения следующих характеристик: переходная функция, импульсная характеристика, логарифмическая частотная характеристика (ЛЧХ), амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ) (рис. 26).

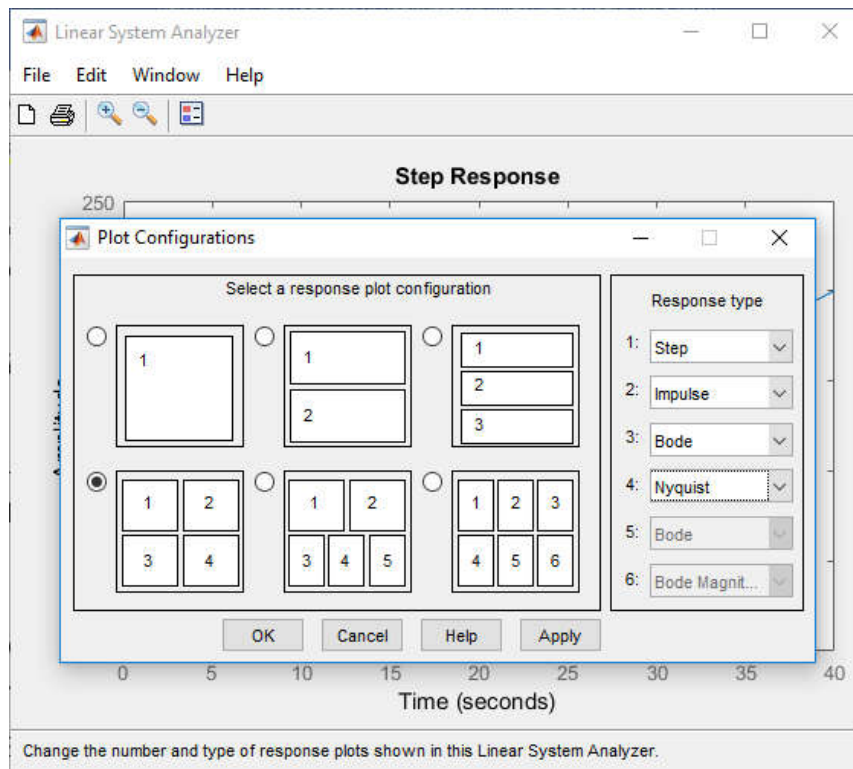


Рис. 26.Окно Plot Configuration

Полученные характеристики показаны на рис. 27

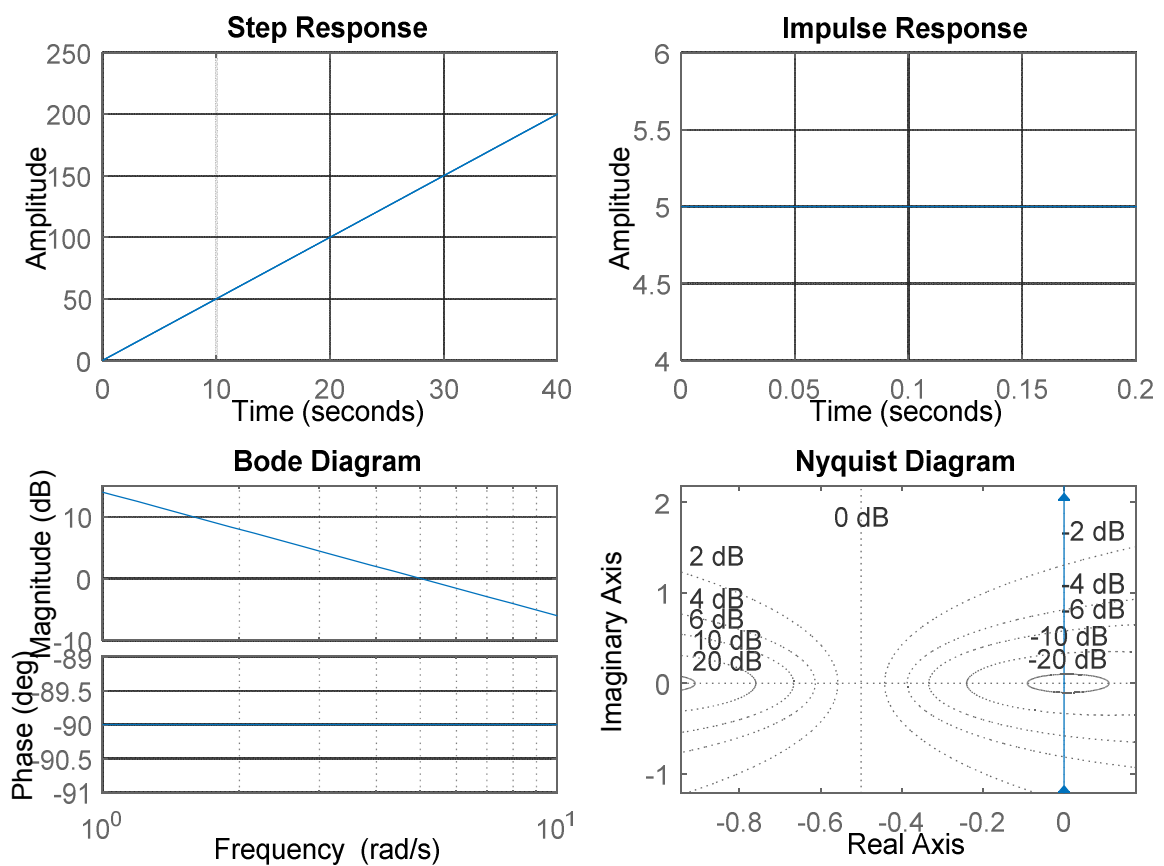


Рис. 27. Временные и частотные характеристики интегрирующего звена

- б) Определение $h(t)$ при втором значении постоянной времени звена T_2 .
- в) Определение $h(t)$ при третьем значении постоянной времени звена T_3 .

2. Исследование основных характеристик апериодического звена первого порядка:

а) Определение $h(t)$ апериодического звена первого порядка при заданной постоянной времени

В командном окне введите команду на построение передаточной функции апериодического звена (табл. 2.2.):

$$W_2 = \frac{k_D}{(T_{ЭМ} \cdot p + 1)}$$

```
>>Tem=0.02           %   ввод значения постоянной времени TЭМ
>>kd=5               %   ввод значения коэффициента усиления kД
>>W2=tf([kd],[Tem 1]) %   команда на построение передаточной
                           функции апериодического звена
```

Результат выполнения команды показан на рис. 28.

```
w2 =

      5
-----
0.02 s + 1

Continuous-time transfer function.
```

Рис. 28. Результат выполнения команды на построение передаточной функции апериодического звена

Введите команду на запуск *Linear System Analyzer*

```
>>Ua=10
>>ltiview(Ua*W2)
```

Сомножитель U_a необходим, так как в стандартных функциях `step` и `ltiview` переходный процесс определяется как реакция на единичное ступенчатое воздействие, поэтому, если к звену приложено воздействие не равное единице, необходимо передаточную функцию умножить на амплитуду сигнала.

Результат выполнения команды с учетом настроек окна `Plot Configuration` (см. п. 1) показан на рис. 29;

б) Определите $h(t)$ и другие характеристики апериодического звена первого порядка при постоянной времени в два раза больше заданной.

В командном окне введите команду на увеличение значения постоянной времени:

```
>>Tem=0.02*2
```

Повторите п. 2а с новым значением постоянной времени.

в) Определите $h(t)$ и другие характеристики апериодического звена первого порядка при уменьшении значения напряжения источника питания в три раза.

В командном окне введите команду на уменьшение значения напряжения источника питания:

`>>Ua=10/3`

Повторите п. 2а с новым значением напряжения источника питания.

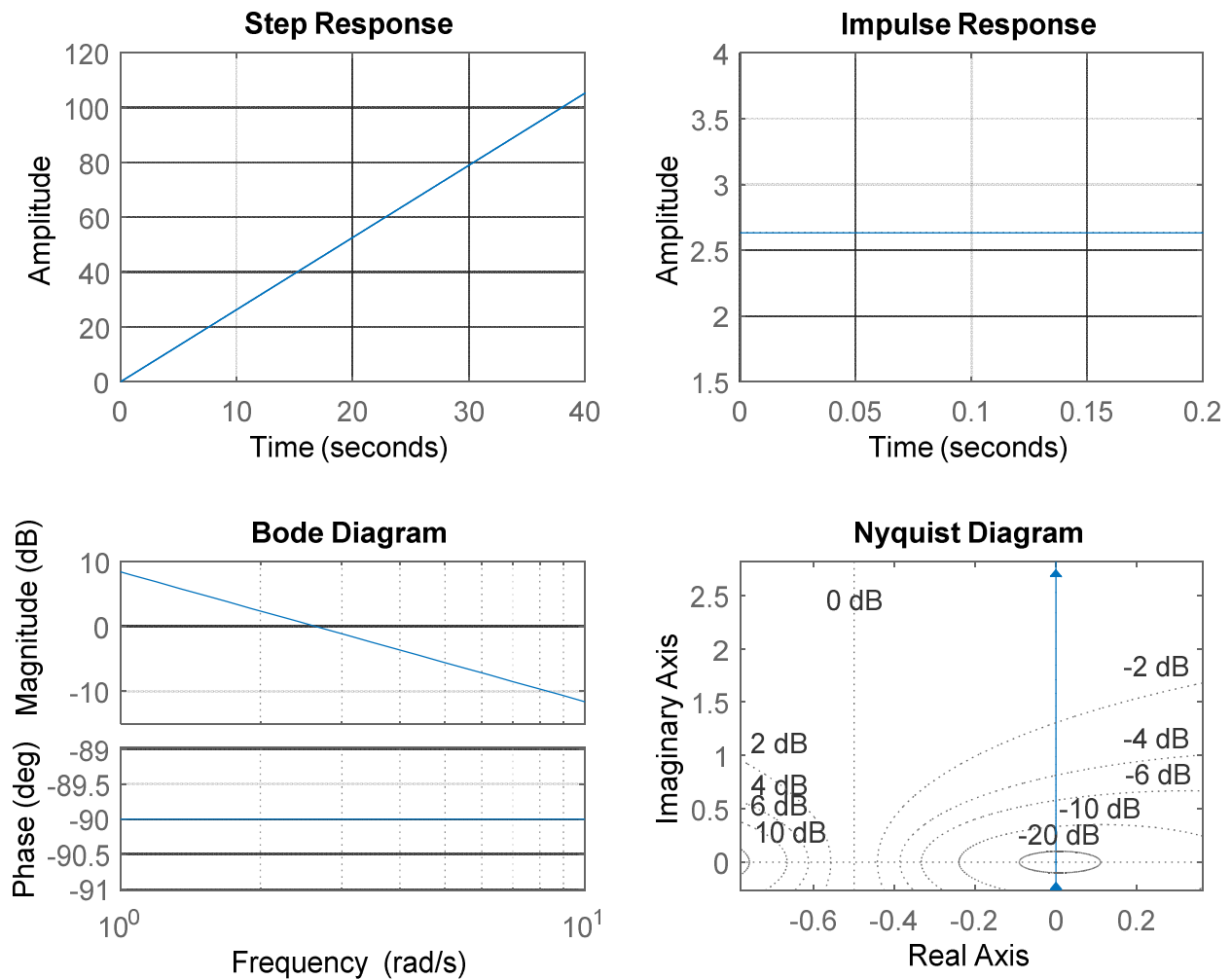


Рис. 29. Временные и частотные характеристики апериодического звена

3. Исследование основных характеристик реального дифференцирующего звена (RC-цепи).

а) Определение $h(t)$ и других характеристик при заданных значениях параметров.

В командном окне введите команду на построение передаточной функции реального дифференцирующего звена (табл. 2.2.)

$$W_3 = \frac{k \cdot p}{(T_H \cdot p + 1)}$$

```
>>Tn=0.02           %   ввод значения постоянной времени
    T_H
>>k=5               %   ввод значения коэффициента усиления
    k
>>W3=tf([k 0],[Tn 1]) %   команда на построение передаточной
                           функции реального дифференцирующего звена
Результат выполнения команды показан на рис. 30.
```

```
w3 =

      5 s
-----
0.02 s + 1

Continuous-time transfer function.
```

Рис. 30. Результат выполнения команды на построение передаточной функции реального дифференцирующего звена

Введите команду на запуск Linear System Analyzer

```
>>U1=0.03
>>ltiview(U1*W3)
```

Результат выполнения команды с учетом настроек (см. п. 1) показан на рис. 31.

б) Определение $h(t)$ при увеличенной постоянной времени T_{MAX} . Выполните п. 3а.

4. Исследование основных характеристик колебательного звена:

а) Определение $h(t)$ и других характеристик при $\xi < 1$.

В командном окне введите команду на построение передаточной функции реального дифференцирующего звена (табл. 2.3.):

$$W_4 = \frac{k}{(2 \cdot T^2 \cdot p^2 + 2 \cdot \xi \cdot T \cdot p + 1)}$$

```
>>T=0.02           %   ввод значения постоянной времени T_H
>>k=5               %   ввод значения коэффициента усиления
    k
>>ksi=0.045        %   ввод значения коэффициента
                           демпфирования ξ
>>W4=tf([k],[2*T*T 2*ksi*T 1]) %   команда на построение
                           передаточной функции колебательного звена
```

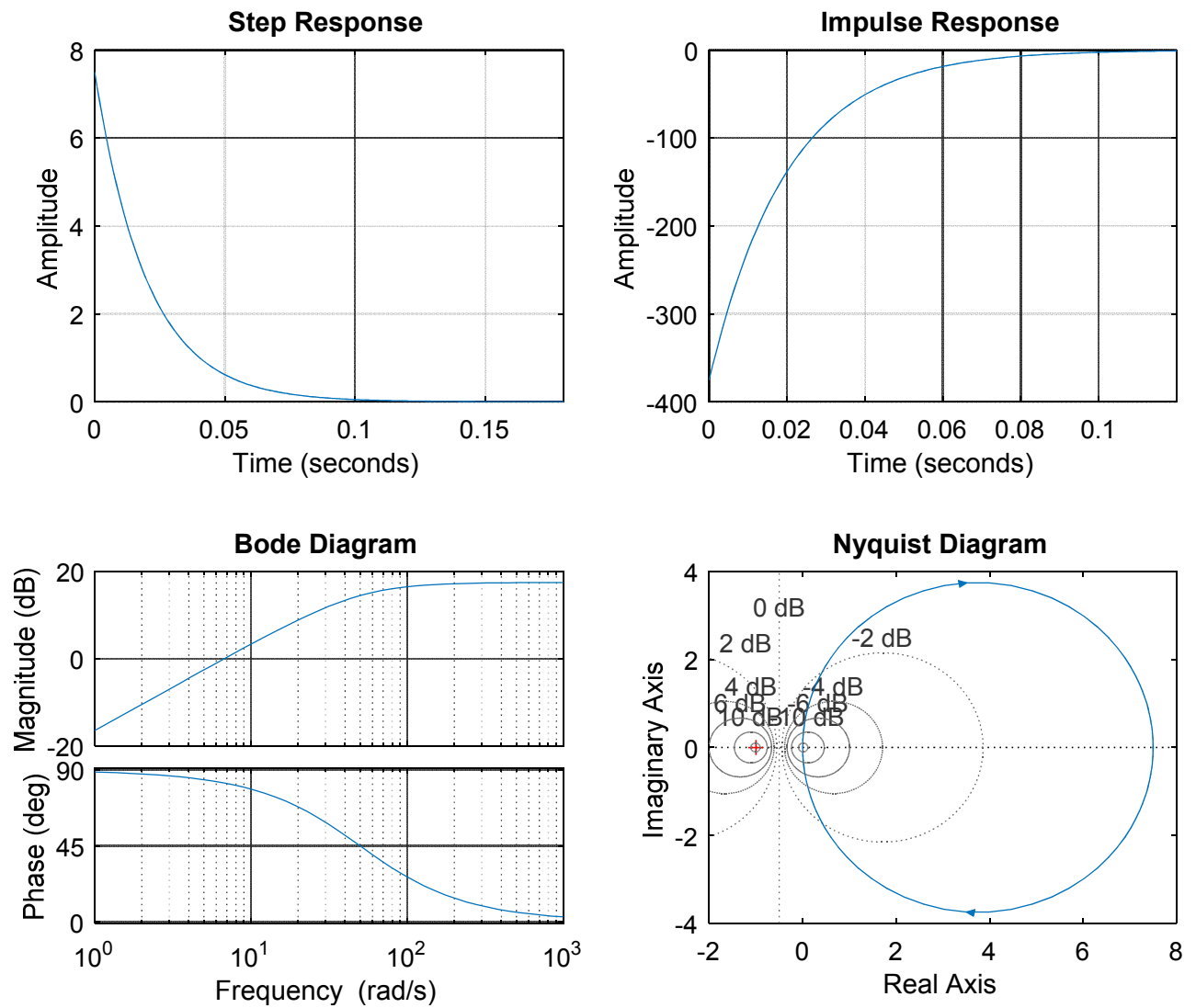


Рис. 31. Временные и частотные характеристики реального дифференцирующего звена

Результат выполнения команды показан на рис. 32

```
w4 = |
      5
      -----
      0.0008 s^2 + 0.0018 s + 1
Continuous-time transfer function.
```

Рис. 32. Результат выполнения команды на построение передаточной функции колебательного звена

Введите команду на запуск Linear System Analyzer

```
>> Ua=45
>> ltiview(Ua*W4)
```

Результат выполнения команды с учетом настроек (см. п.1) показан на рис. 33. **Ошибка! Источник ссылки не найден..**

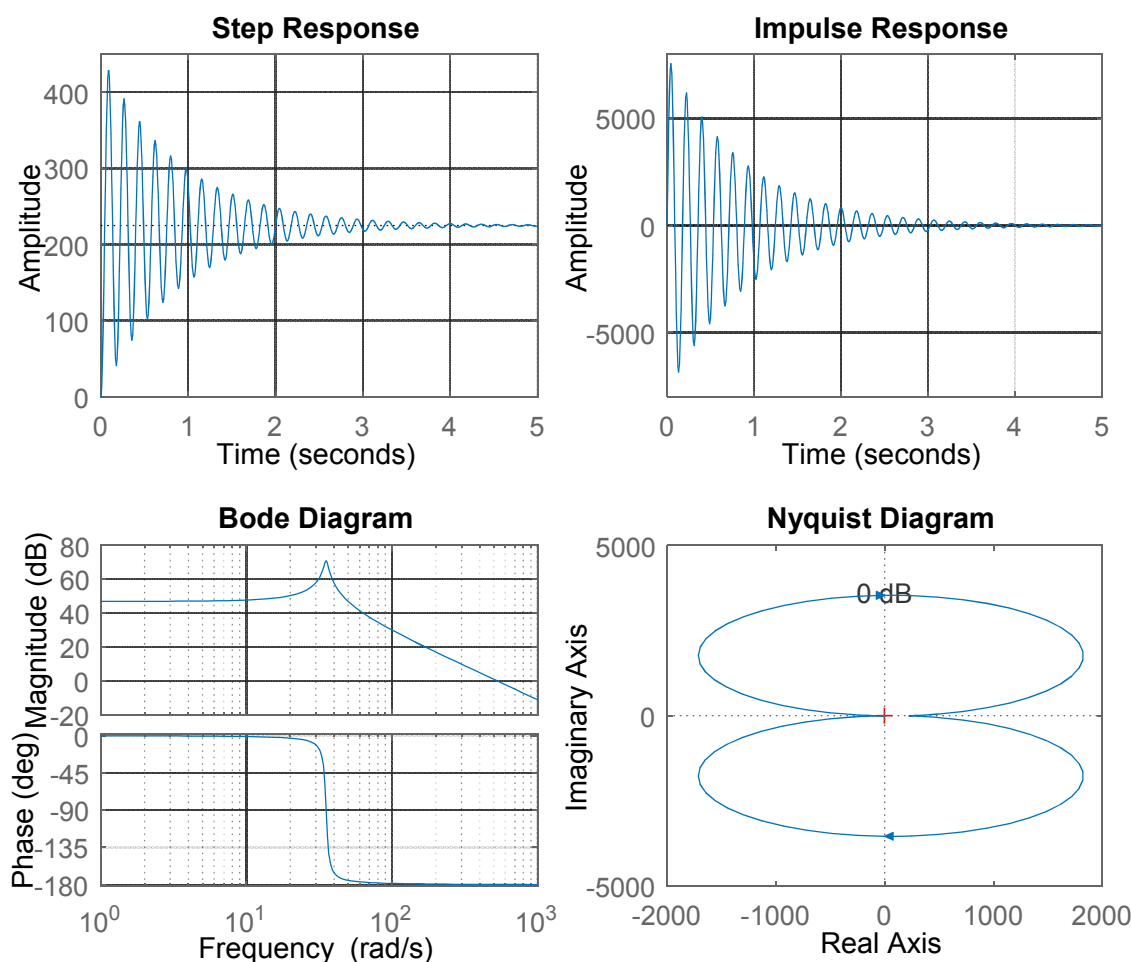


Рис. 33. Временные и частотные характеристики колебательного звена

- б) Определение $h(t)$ и других характеристик при $\xi \cdot 0,1 < 1$. Выполните п. 4а.
- в) Определение $h(t)$ и других характеристик при $\xi = 0$. Выполните п. 4а.
- г) Определение $h(t)$ и других характеристик при $\xi > 1$. Выполните п. 4а.

2.3. Варианты заданий

В данной работе исследуются основные временные и частотные характеристики интегрирующего, апериодического, реального дифференцирующего и колебательного звеньев.

При этом с помощью апериодического звена 1-го порядка описывается двигатель постоянного тока, реального дифференцирующего звена – дифференцирующая RC-цепь, колебательного звена – акселерометр для измерения угловых ускорений. Схемы исследуемых звеньев приведены на рис. 20 - 23

Таблица 2.1

Параметры звена	Номер варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$T_1 [c]$	0,1	0,2	0,15	0,25	0,7	0,8	0,75	0,85	1,3	1,4
$T_2 [c]$	0,3	0,4	0,35	0,45	0,9	1	0,95	1,05	1,5	1,6
$T_3 [c]$	0,5	0,6	0,55	0,65	1,1	1,2	1,15	1,25	1,7	1,8

Таблица 2.2

Номер Варианта	Апериодическое звено			Реальное дифференцирующее звено			
	$k_D \left[\frac{1}{B \cdot c} \right]$	$T_{ЭМ} [c]$	$U_{ЯН} [B]$	$k [c]$	$T_H [c]$	$T_{max} [c]$	$U_1 [B]$
1	3,5	0,10	110	150	0,30	0,65	0,02
2	8,5	0,15	36	1500	0,40	0,85	0,02
3	5,0	0,10	36	15	0,12	0,26	0,50
4	7,0	0,02	110	35	0,40	0,85	0,02
5	1,4	0,25	27	10	0,15	0,35	1,50
6	1,4	0,12	27	10	0,80	1,60	3,00
7	7,5	0,10	220	1000	0,15	0,30	0,0015
8	5,0	0,25	36	10	0,34	0,70	2,00
9	4,2	0,12	36	1	0,12	0,25	2,00
10	2,1	0,13	110	150	0,15	0,35	0,0250

Таблица 2.3

Номер Варианта	Колебательное звено					
	$k \left[\frac{B}{градус} \right]$	$T_{ЭМ} [c]$	ξ			$U_1 [B]$
1	2,0	0,3	0	0,40	1,50	6,30
2	5,0	0,25	0	0,38	1,50	16,00
3	2,0	1,5	0	0,15	1,25	1,20
4	1,5	0,3	0	0,40	1,35	10,00
5	3,0	1,3	0	0,37	1,40	2,50
6	2,0	1,5	0	0,20	1,15	2,00
7	2,5	1,4	0	0,37	1,30	1,80
8	1,8	0,25	0	0,41	1,20	12,00
9	2,5	1,15	0	0,30	1,10	2,60
10	10,0	0,1	0	0,35	1,45	20,00

2.4. Содержание отчета о работе

1. Цель работы.
2. Схемы исследованных типовых звеньев, их передаточные функции с числовыми значениями параметров и экспериментально полученные графики.
3. Ответы на контрольные вопросы.

2.5. Контрольные вопросы

1. Как зависит характер переходной функции интегрирующего звена от постоянной времени звена?
2. Как зависит характер ЛЧХ интегрирующего звена от постоянной времени звена?
3. Чему равна ошибка на сопрягающей частоте при использовании асимптотической ЛАХ?
4. Как влияют параметры апериодического звена k и T на вид АФХ?
5. Как влияют параметры апериодического звена k и T на вид ЛЧХ?
6. Как зависит характер переходной функции от параметров k и T реального дифференцирующего звена?
7. Как зависит вид АФХ и ЛЧХ от параметров k и T реального дифференцирующего звена?
8. Как зависит характер переходной функции колебательного звена от параметров ξ и T ?
9. Как зависит вид АФЧХ колебательного звена от параметров ξ и T ?
10. Как зависит вид ЛЧХ колебательного звена от параметров ξ и T ?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3. Анализ устойчивости САУ частотными методами

Цель работы. Изучение и приобретение практических навыков применения критерия Найквиста и метода ЛЧХ для анализа устойчивости САУ.

3.1. Основные сведения

Процессы управления в линейных САУ описываются уравнениями вида:

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 y = b_m \frac{d^m x}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \dots + b_0 x. \quad (3.1)$$

Общее решение однородного уравнения

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 y = 0$$

имеет вид: $y_i(t) = c_i e^{p_i t}$, $i = 1, \dots, n$, где p_i являются корнями характеристического уравнения

$$A_p(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0 = a_n (p - p_1)(p - p_2) \dots (p - p_n) \quad (3.2)$$

и определяют устойчивость системы, т.е. способность возвращаться в установившееся состояние после снятия управляющих или возмущающих воздействий.

Система является устойчивой, если все корни располагаются в левой полуплоскости комплексной переменной, т.е. являются отрицательными или имеют отрицательные вещественные части. Для определения устойчивости используются различные критерии, позволяющие определять знаки вещественных частей корней без их вычисления.

Наибольшее применение нашли частотные критерии устойчивости, а среди них критерий Найквиста и метод ЛЧХ, основанные на принципе аргумента. При переходе в частотную область заменой $p = j\omega$ изменение аргумента каждого сомножителя $(j\omega - p_i)$ в уравнении (3.2) при $-\infty \leq \omega \leq +\infty$ определяется в среднем следующим выражением:

$$\Delta \arg(j\omega - p_i) = \pm \pi,$$

где знак "+" соответствует корню p_i левой, а "-" – правой полуплоскости (рис. 34).

Если характеристическое уравнение имеет m корней в правой и $(n - m)$ в левой полуплоскости, то

$$\Delta \arg A_p(j\omega) = (n - m)\pi - m\pi = (n - 2m)\pi \text{ при } -\infty \leq \omega \leq +\infty.$$

Для устойчивой системы $m = 0$ (в правой полуплоскости корни отсутствуют), и принцип аргумента с учетом симметрии $A_p(j\omega)$ определяется выражением

$$\Delta \arg A_p(j\omega) = \pi n \text{ при } -\infty \leq \omega \leq +\infty.$$

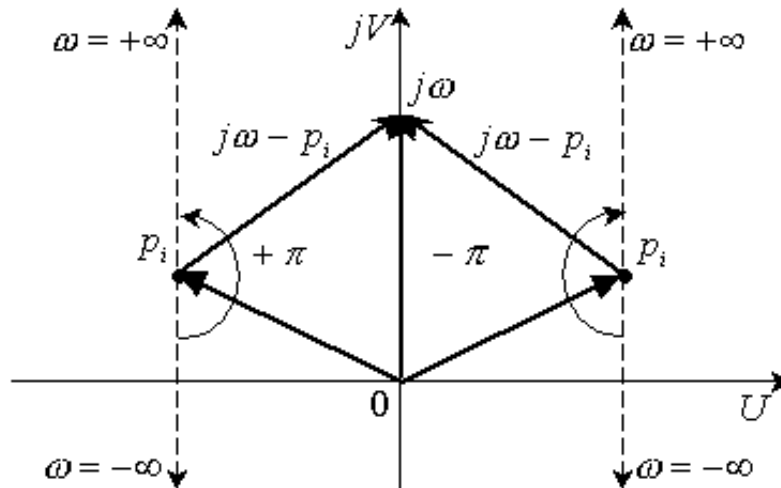


Рис. 34. Изменение аргумента $(j\omega - p_i)$ для корней левой и правой полуплоскостей

Анализ устойчивости замкнутых САУ основывается на применении принципа аргумента к выражению:

$$\phi(p) = 1 + W(p) = \frac{A_p(p) + B_p(p)}{A_p(p)} = \frac{A(p)}{A_p(p)}, \quad (3.3)$$

где $W(p)$ - передаточная функция разомкнутой системы, $A(p)$ - характеристический полином замкнутой системы.

Согласно данному принципу изменение аргумента определяется выражением:

$$\Delta \arg \phi(j\omega) = \Delta \arg A(j\omega) - \Delta \arg A_p(j\omega) \text{ при } -\infty \leq \omega \leq +\infty.$$

При наличии m корней в характеристическом уравнении замкнутой системы, расположенных в правой полуплоскости комплексной переменной, и при условии устойчивости разомкнутой системы справедливо равенство:

$$\Delta \arg \phi(j\omega) = -\pi(n - m) + \pi n = \pi m \text{ при } -\infty \leq \omega \leq +\infty.$$

Отсюда очевидно, что для систем, устойчивых в разомкнутом и замкнутом состояниях, выполняется условие критерия Найквиста:

$$\Delta \arg \phi(j\omega) = 0 \text{ при } -\infty \leq \omega \leq +\infty.$$

Графическая интерпретация этого условия для статической системы показана на рис. 35а.

Переход к АФХ САУ, т.е. к её комплексному коэффициенту передачи, полученному из (3.3) по выражению:

$$K(j\omega) = W(p) \Big|_{p=j\omega} = \phi(j\omega) - 1,$$

дает возможность сформулировать критерий Найквиста следующим образом:

САУ, устойчивая в разомкнутом состоянии, устойчива в замкнутом состоянии в том, и только в том, случае, если АФХ разомкнутой системы, построенная при $-\infty \leq \omega \leq +\infty$, не охватывает критическую точку с координатами $[-1, j0]$ (рис. 35.б).

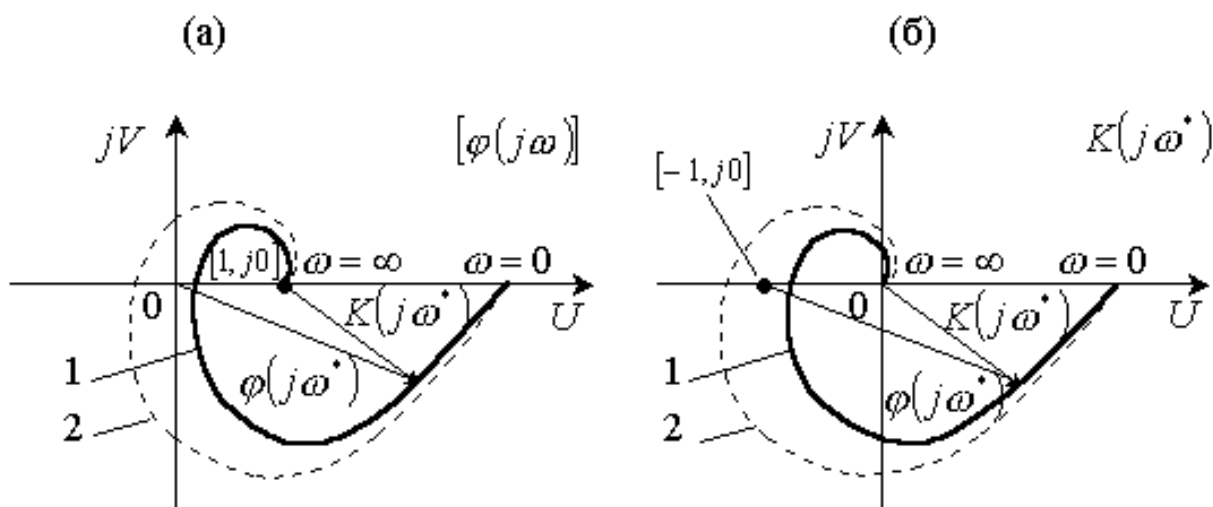


Рис. 35. Критерий устойчивости Найквиста:
а – в плоскости $[K(j\omega)]$; б – в плоскости $[\phi(j\omega)]$;
1 – устойчивая САУ; 2 – неустойчивая САУ

Следует отметить, что при $\omega=0$ АФХ астатических систем претерпевает разрыв. При этом $|K(j\omega)| \rightarrow \infty$, а фаза меняется на $\nu\pi$, где ν - порядок астатизма, за счет того, что нулевой корень $p=0$ относят к левой полуплоскости (рис. 36.а), т.е. производят замену $p = \rho e^{j\phi}$, где $\rho \rightarrow 0$, а ϕ меняется от $-\pi/2$ до $+\pi/2$.

Следовательно, для интегратора справедливо выражение:

$$K(j\omega) = \frac{K}{\rho} e^{-j\phi},$$

объясняющее вид его АФХ, приведенный на рис. 36.б.

Критерий Найквиста, интерпретированный в область ЛЧХ, получил название метода ЛЧХ. Согласно этому методу замкнутая САУ устойчива, когда на частоте среза разомкнутой системы, т.е. частоте, при которой $|K(j\omega)|=1$, $20\lg|K(j\omega)|=0$, фазовый сдвиг $\phi(\omega_c)$ не превосходит значения $-\pi$.

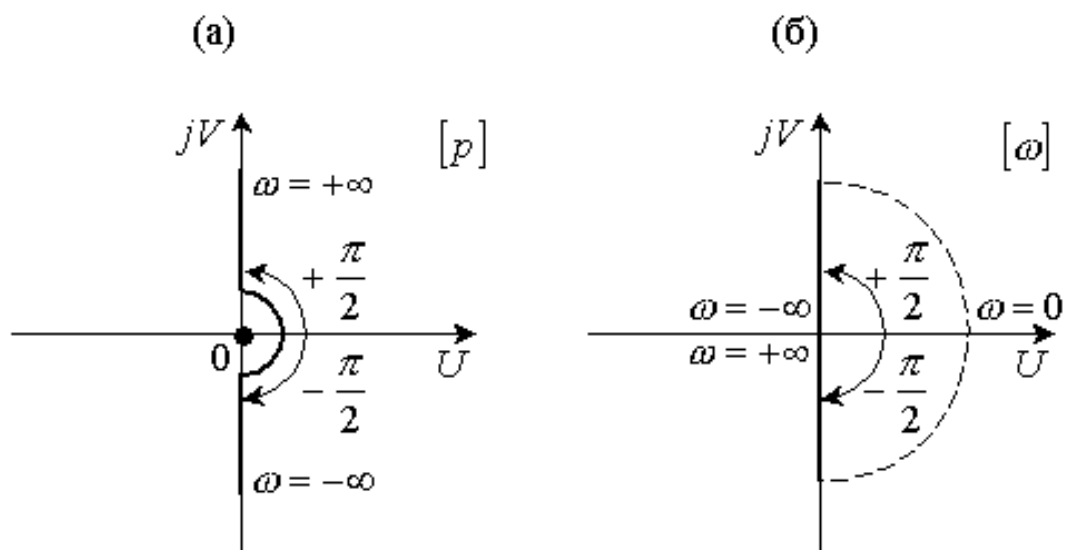


Рис. 36. АФХ интегратора:
а – в плоскости $[p]$; б – в плоскости $[\omega]$

Применение метода ЛЧХ к анализу устойчивости астатической системы первого порядка показано на рис. 37. На этом же рисунке приведено определение запасов устойчивости по фазе $\Delta\varphi$ и по модулю ΔA .

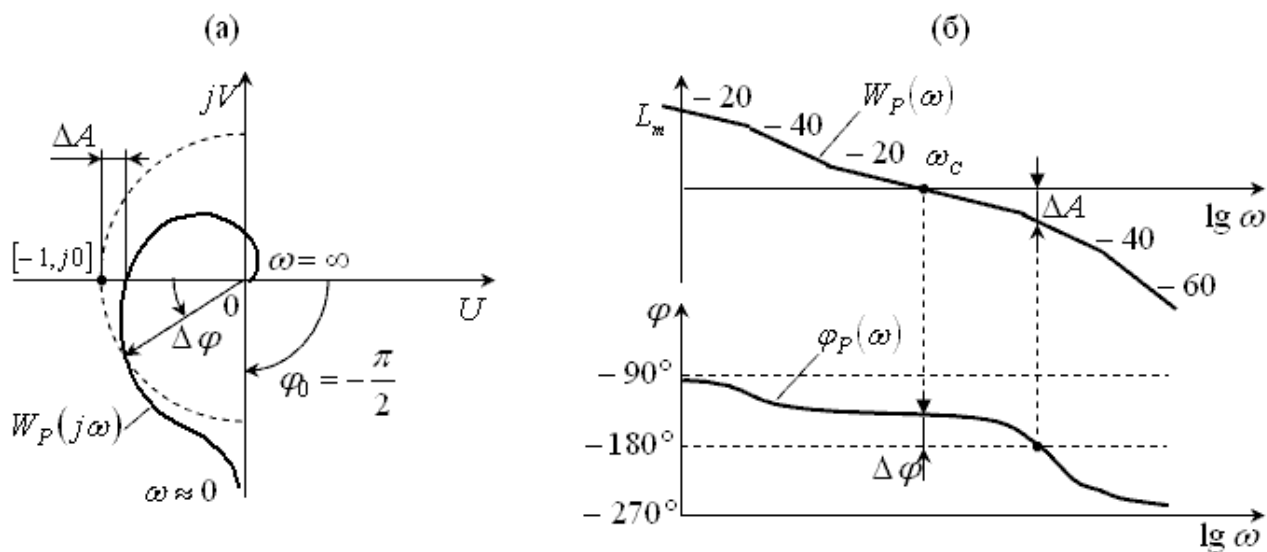


Рис. 37. Интерпретация критерия Найквиста в области ЛЧХ:
а – АФЧХ устойчивой астатической системы с астатизмом первого порядка;
б – ЛЧХ системы

3.2. Порядок выполнения работы

Перед началом работы следует получить у преподавателя номер варианта параметров, исследуемых САУ.

1. Анализ устойчивости статической системы

а) Определение устойчивости методом ЛЧХ

Составить передаточную функцию разомкнутой системы (3.4) согласно значениям коэффициентов приведенным в табл. 3:

$$W_{\text{РАЗ}}(p) = \frac{k(1 + \tau p)^{s-1}}{p^\nu (1 + T_1 p)^{s-\nu} \prod_{i=2}^n (1 + T_i p)} \quad (3.4)$$

Например, $k = 5; \tau = 0,7; s = 3; \nu = 0; T_1 = 0,45; n = 2;$

Тогда передаточная функция разомкнутой системы будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} W_{\text{РАЗ}}(p) &= \frac{5(1 + 0,7p)^{3-1}}{p^0 (1 + 0,45p)^{3-0} \prod_{i=2}^2 (1 + 0,04p)} = \\ &= \frac{5(0,7p + 1)^2}{(0,45p + 1)^3 (0,04p + 1)} = \\ &= \frac{5}{0,45p + 1} \cdot \frac{0,7p + 1}{0,45p + 1} \cdot \frac{0,7p + 1}{0,45p + 1} \cdot \frac{1}{0,04p + 1} = \\ &W_1 \cdot W_2 \cdot W_3 \cdot W_4 \end{aligned}$$

Введите команды на построение передаточной функции разомкнутой системы:

```
>>W1=tf([5],[0.45 1])
>>W2=tf([0.7 1],[0.45 1])
>>W3=tf([0.7 1],[0.45 1])
>>W4=tf([1],[0.04 1])
>>Wrзaz=W1*W2*W3*W4
```

Результат выполнения команд показан на рис. 38.

$W1 = \frac{5}{0.45 s + 1}$	$W2 = \frac{0.7 s + 1}{0.45 s + 1}$	$W3 = \frac{0.7 s + 1}{0.45 s + 1}$	$W4 = \frac{1}{0.04 s + 1}$
$Wrзaz = \frac{2.45 s^2 + 7 s + 5}{0.003645 s^4 + 0.1154 s^3 + 0.6615 s^2 + 1.39 s + 1}$			

Рис. 38. Результат выполнения команд на построение передаточной функции разомкнутой системы

Введите команду на построение логарифмической частотной характеристики разомкнутой системы:

```
>> margin(Wraz), grid
```

Получите ЛЧХ исследуемой системы (рис. 39).

На полученной ЛАХ постройте асимптотическую ЛАХ, определите частоту среза и фазовый сдвиг на этой частоте.

Сделайте вывод об устойчивости исследуемой системы. Для устойчивой системы определите запасы устойчивости по фазе $\Delta\varphi$ и модулю ΔA .

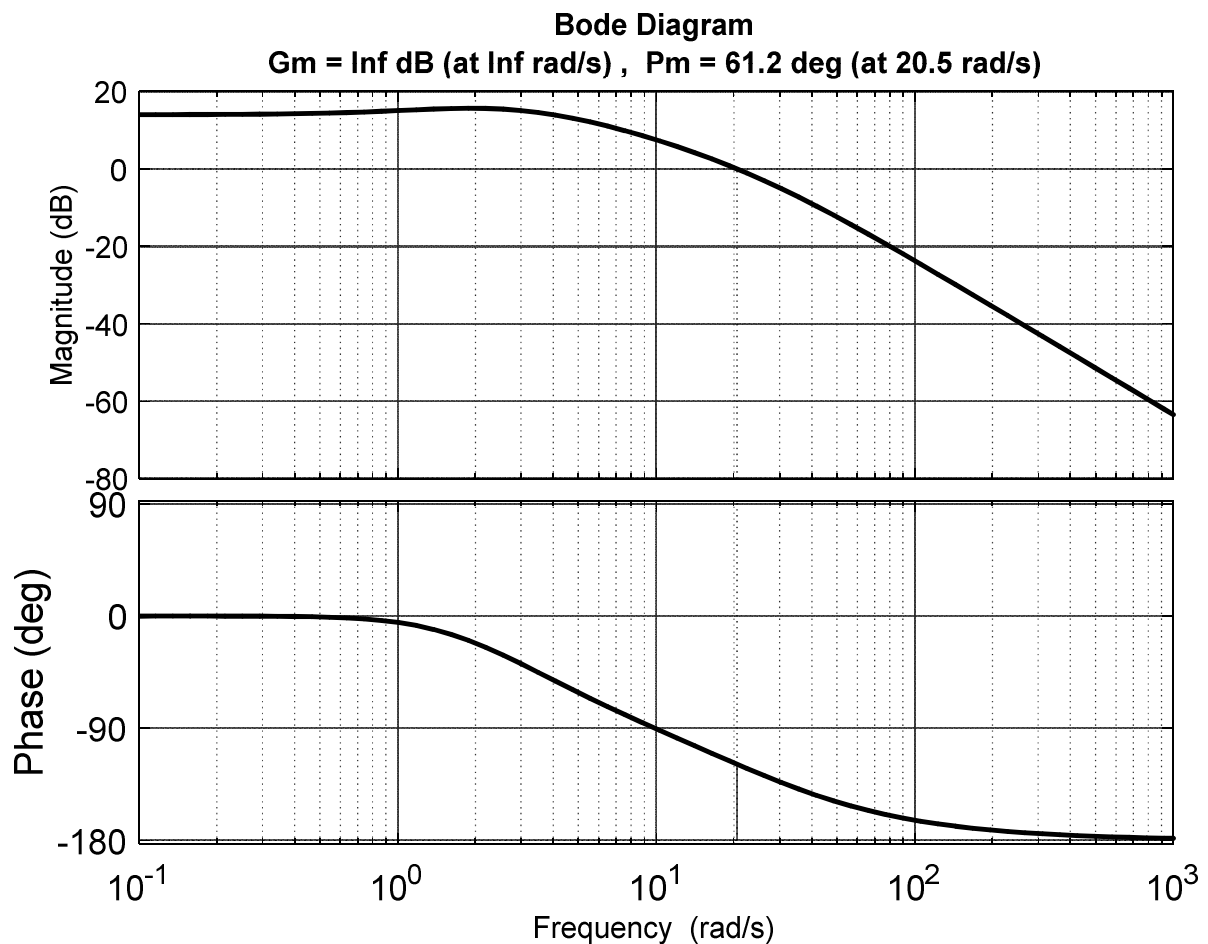


Рис. 39. ЛЧХ исследуемой системы

б) Определение устойчивости по критерию Найквиста

```
>> nyquist(Wraz), grid
```

Получите качественный вид АФХ исследуемой системы при изменении частоты от верхней границы выбранного диапазона частот до минимально необходимого значения (рис. 40).

По полученной АФХ определите фазовый сдвиг на частоте среза.

Сделайте вывод об устойчивости исследуемой системы. Для устойчивой системы определите запасы устойчивости по фазе и по модулю. Сравните результаты с п. 1.а.

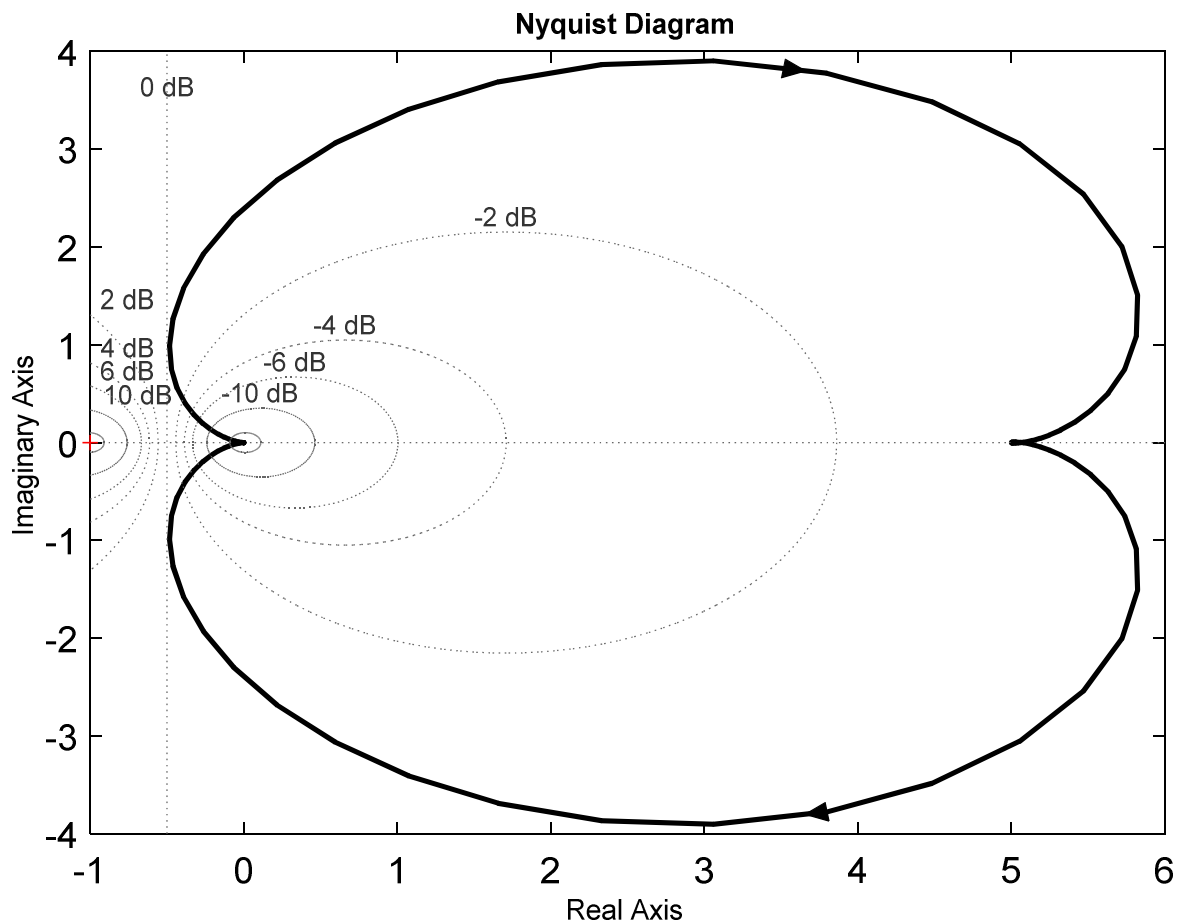


Рис. 40. АФХ исследуемой системы

в) Проверка устойчивости методом моделирования

Проведите имитационное моделирование. Получите график переходной функции, подобрав экспериментально время моделирования, исходя из возможности заключения об устойчивости исследуемой системы (рис. 41). Напечатайте график.

```
>> Wzam=Wraz/(1+Wraz)
```

```
>> step(Wzam,2),grid
```

2. Анализ устойчивости астатической системы первого порядка (табл. 3.2)

Выполните операции п. 1.

3. Анализ устойчивости астатической системы второго порядка (табл. 3.3)

Выполните операции п. 1.

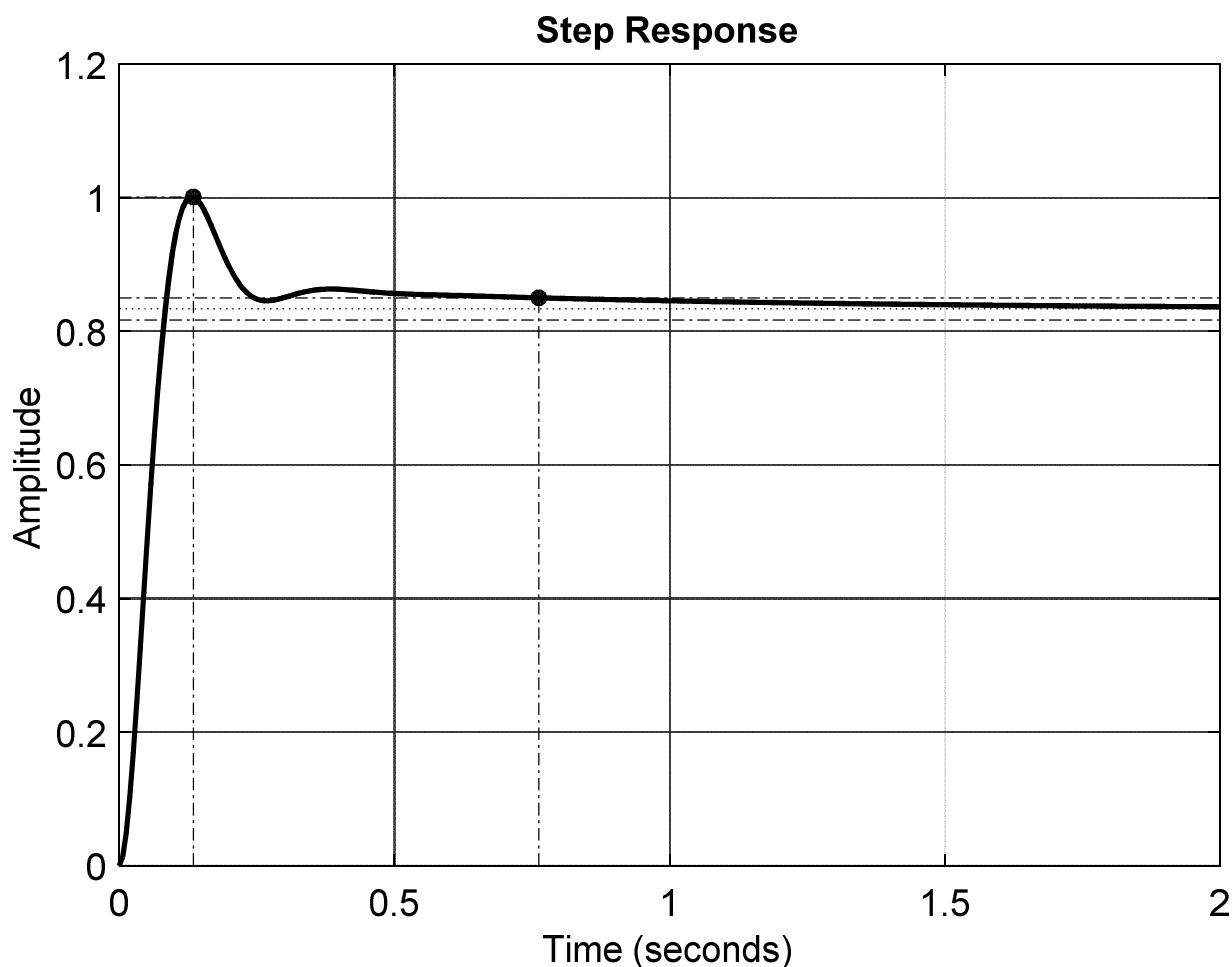


Рис. 41. График переходной функции

3.3. Варианты заданий

В данной работе применяются критерий Найквиста и метод ЛЧХ для анализа устойчивости статических и астатических систем с астатизмом первого ($v=1$) и второго ($v=2$) порядков.

Исходные данные для моделирования указанных систем приведены в табл. 3.1...3.3.

3.4. Содержание отчета о работе

1. Цель работы.
2. Структурные динамические схемы исследованных систем, их передаточные функции с числовыми значениями параметров, расчетные и экспериментально полученные графики АФХ, ЛЧХ и переходных функций.
3. Ответы на контрольные вопросы.

Таблица 3.1

Номер варианта	$\nu=0$						
	S	n	k	$\tau[c]$	$T_1[c]$	$T_2[c]$	$T_3[c]$
1	3	2	1800	0,08	0,900	0,0300	-
2	3	2	100	0,25	0,800	0,0200	-
3	3	2	180	0,08	0,900	0,0300	-
4	2	3	800	0,315	0,635	0,0400	0,020
5	3	3	16000	0,08	0,900	0,0160	0,008
6	2	2	10	0,315	0,635	0,0160	-
7	3	3	2500	0,08	0,900	0,0160	0,008
8	3	3	3	0,08	0,900	0,0160	0,008
9	1	2	10	-	0,635	0,0125	-
10	3	3	160	0,08	0,900	0,0160	0,008

Таблица 3.2

Номер варианта	$\nu=1$						
	S	n	k	$\tau[c]$	$T_1[c]$	$T_2[c]$	$T_3[c]$
1	3	2	180	0,080	0,900	0,0300	-
2	3	3	16000	0,080	0,900	0,0160	0,008
3	3	2	3150	0,080	0,900	0,0300	-
4	3	3	3000	0,080	0,900	0,0160	0,008
5	3	2	180	0,250	0,800	0,0200	-
6	3	3	90	0,080	0,900	0,0160	0,008
7	2	3	400	0,315	0,635	0,0400	0,020
8	1	2	180	-	-	0,0125	-
9	3	3	1	0,080	0,900	0,0160	0,008
10	2	2	30	0,315	0,635	0,0160	-

Таблица 3.3

Номер варианта	$\nu=2$						
	S	n	k	$\tau[c]$	$T_1[c]$	$T_2[c]$	$T_3[c]$
1	2	3	525	0,315	-	0,0400	0,020
2	3	2	250	0,250	0,8	0,0200	-
3	2	2	50	0,315	-	0,0160	-
4	3	2	400	0,250	0,8	0,0200	-
5	1	2	1600	-	-	0,0125	-
6	3	3	21000	0,080	0,9	0,0160	0,008
7	3	3	5000	0,080	0,9	0,0160	0,008
8	3	3	100	0,080	0,9	0,0160	0,008
9	3	2	1	0,250	0,8	0,0200	-
10	3	3	30	0,080	0,9	0,0160	0,008

3.5. Контрольные вопросы

1. На каком принципе основан частотный критерий устойчивости Найквиста?
2. Как формулируется критерий устойчивости Найквиста?
3. В чем особенность построения АФХ для астатических систем?
4. Чему равен фазовый сдвиг вблизи нулевой частоты для статических и астатических систем?
5. К чему стремится АФХ статических и астатических систем при бесконечно большом увеличении частоты ω ?
6. Как определяются запасы по фазе и модулю с помощью АФХ исследуемой системы?
7. Как определяются запасы по фазе и модулю с помощью ЛЧХ исследуемой системы?
8. Какая связь между АФХ и ЛЧХ САУ?
9. В чем физический смысл запасов устойчивости по модулю и фазе?
10. Как определяются порядок САУ и порядок астатизма САУ по АФЧХ и ЛЧХ?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4.

Исследование зависимости показателей качества в переходном режиме от изменения параметров следящей системы

Цель работы. Практическое освоение методики исследования переходных режимов функционирования САУ на структурно-аналитических моделях и приобретение соответствующих знаний о влиянии параметров исследуемой системы на основные показатели качества управления.

4.1. Основные сведения

Исследование САУ заданной структуры в переходном режиме соответствующем реакции на одно из типовых воздействий, проводится с целью оценки показателей качества процессов управления и определения зависимости этих показателей от вариации параметров.

К типовым воздействиям при исследовании САУ относятся следующие функции:

- ступенчатая $x(t) = x_0 1(t)$;
- линейная $x(t) = vt$;
- квадратичная $x(t) = \varepsilon t^2$;
- гармоническая $x(t) = A \sin(\omega t)$.

Обычно качество процессов управления оценивается по реакции системы на ступенчатое воздействие, т.е. по переходной функции, которая в общем случае имеет вид, показанный на рис. 42. При этом качество управления в переходном режиме характеризуется следующими показателями:

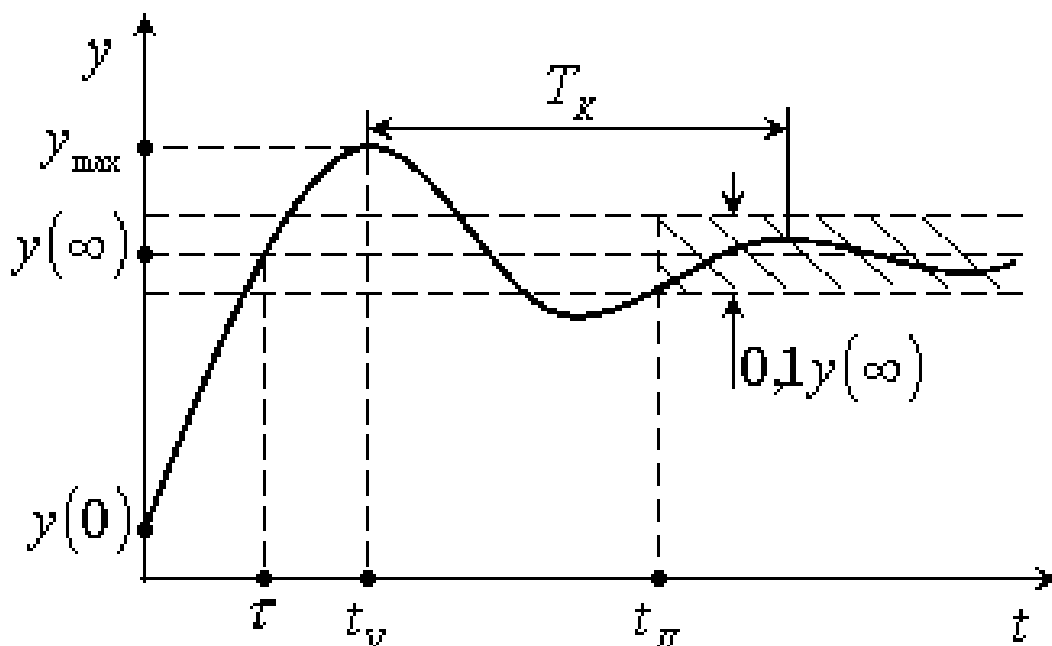


Рис. 42. Определение показателей качества по переходной функции

1. Начальное значение $y(0)$, определяемое выражением:

$$y(0) = \lim_{t \rightarrow 0} y(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} (pY(p)).$$

2. Установившееся значение $y(\infty)$, определяемое выражением:

$$y(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{p \rightarrow 0} (pY(p)).$$

3. Перерегулирование σ , определяемое выражением:

$$\sigma = \frac{y_{\max} - y(\infty)}{y(\infty)} \cdot 100\%,$$

где $y_{\max}$ - максимальное значение регулируемой величины.

4. Время первого согласования τ , исчисляемое от начала процесса до момента, когда регулируемая величина впервые становится равной установившемуся значению.

5. Время установления t_y , определяемое как время достижения переходной функцией первого максимума.

6. Время переходного процесса t_{Π} , отсчитываемое с момента приложения воздействия к системе до момента, после которого в интервале $(t_{\Pi}; +\infty)$ выполняется условие:

$$|y(t) - y(\infty)| \leq 0,05 y(\infty).$$

7. Частота колебаний f_K , определяемая выражением:

$$f_K = \frac{\omega_K}{2\pi} = \frac{1}{T_K},$$

где T_K - период колебаний.

8. Колебательность системы N_K , определяемая числом максимумов или минимумов в течение переходного процесса, т.е.

$$N_K \approx t_{\Pi} / T_K.$$

Основными показателями качества в рассматриваемом режиме функционирования САУ являются перерегулирование σ и время переходного процесса t_{Π} .

Определение отмеченных показателей качества предполагает анализ переходной функции исследуемой системы, методы получения которой делятся на следующие основные группы:

- аналитические, графические и графоаналитические методы решения дифференциальных уравнений САУ, из которых наибольшее распространение получил операторный метод на основе преобразования Лапласа;

- частотные методы, наиболее известным из которых является метод использования вещественных частотных характеристик;

- метод математического моделирования.

Рассматриваемый в данной работе метод математического моделирования, реализуемый средствами цифровой вычислительной техники, при наличии развитого программного обеспечения значительно снижает трудоемкость и повышает эффективность проводимых исследований.

4.2. Порядок выполнения работы

Перед началом работы следует получить у преподавателя номер варианта параметров исследуемой системы.

1. Получение переходной функции при заданных значениях параметров исследуемой системы:

а) Создайте script-файл (в текстовом редакторе написать программу MatLab) для этого в окне New выберите вкладку New script(рис. 43)

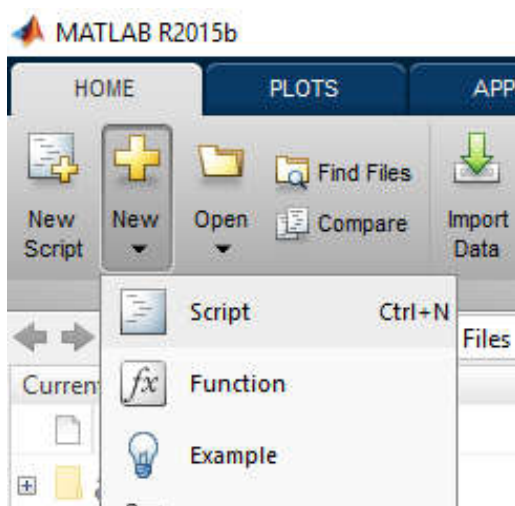


Рис. 43. Создание script-файл

В окне MatLab откроется окно Editor (рис. 44)

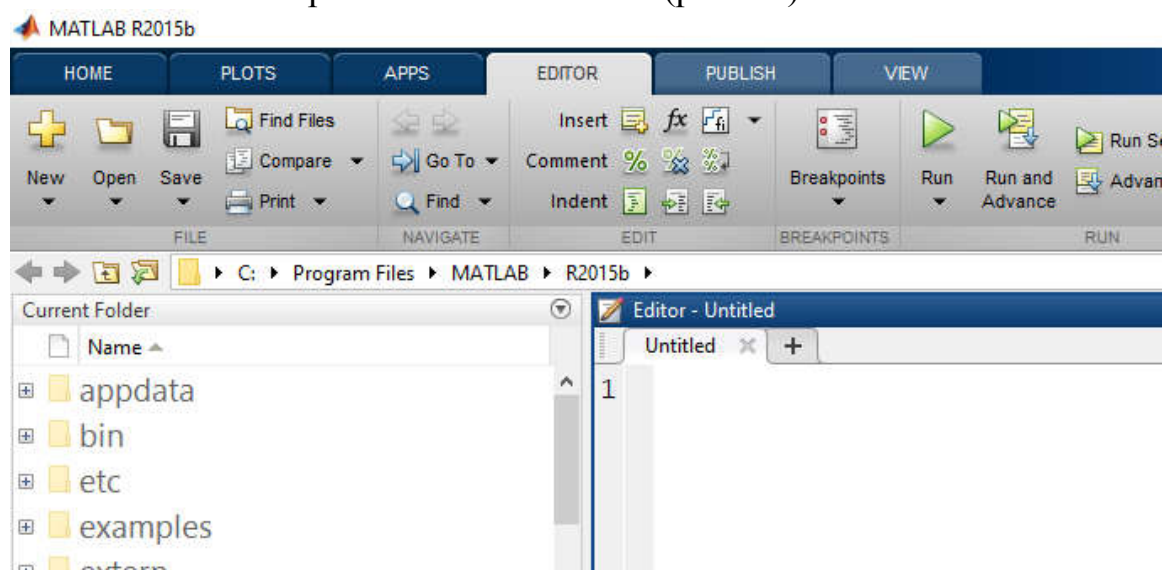


Рис. 44. Окно Editor

Для построения передаточной функции исследуемой системы необходимо преобразовать структурно-аналитическую модель, состоящую из отдельных звеньев (рис. 45).

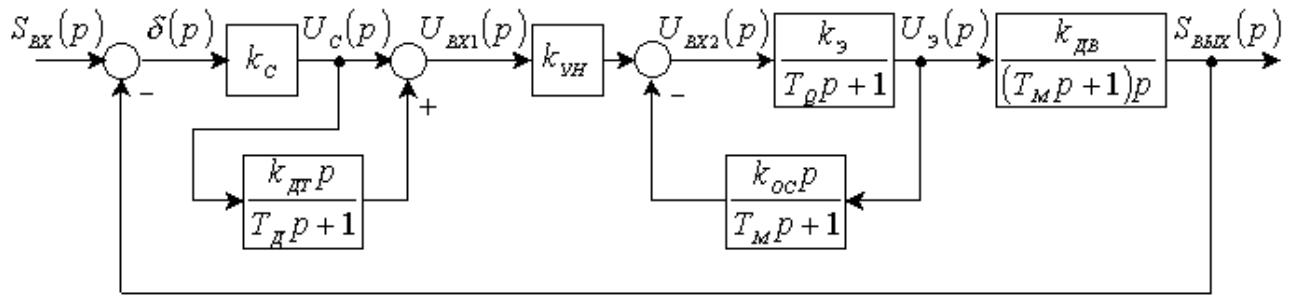


Рис. 45. Структурно-аналитическая схема исследуемой системы

В редакторе script-файл введем команды для построения передаточных функций в соответствии со схемой преобразования рис. 46:

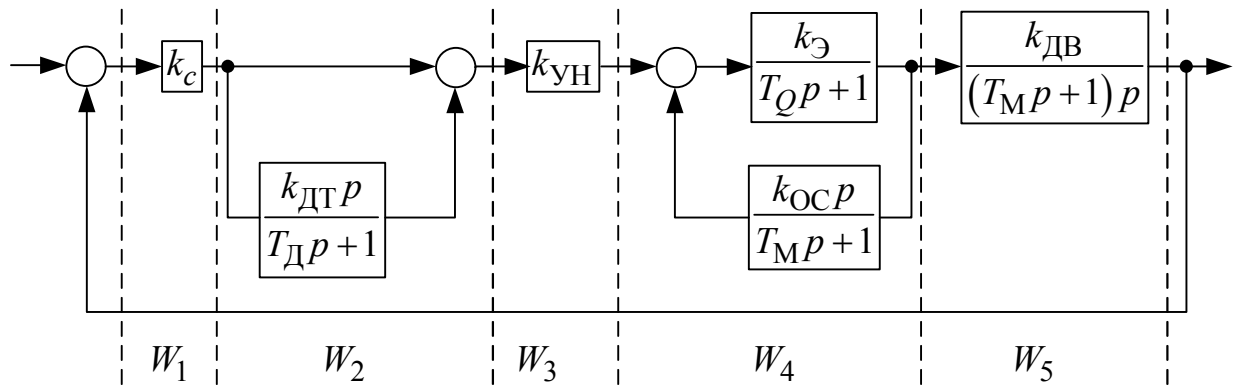


Рис. 46. Схема преобразования структурно-аналитической схемы

$$\begin{aligned}
 W_1 &= k_c \\
 W_{21} &= 1 \\
 W_{22} &= \frac{k_{дт}p}{T_{д}p+1} \\
 W_2 &= W_{21} + W_{22} \\
 W_3 &= k_{уН} \\
 W_{41} &= \frac{k_{э}}{T_{э}p+1} \\
 W_{42} &= \frac{k_{ос}p}{T_{м}p+1} \\
 W_4 &= \frac{W_{41}}{1 + W_{41} \cdot W_{42}}
 \end{aligned}$$

$$W_5 = \frac{k_{ДВ}}{(T_M p + 1) p}$$

$$W_{РАЗ} = W_1 \cdot W_2 \cdot W_3 \cdot W_4 \cdot W_5$$

$$W_{ЗАМ} = \frac{W_{РАЗ}}{1 + W_{РАЗ}}$$

Листинг команд script-файл, реализующий указанные преобразования и построение передаточной функции, показан на рис. 48.

Для получения возможности контроля правильности ввода передаточных функций в конце строки с командой не ставить символ «;». После первого запуска проверить соответствие введенных передаточных функций заданным (рис. 47).

$$\begin{array}{lcl}
 W1 = & & \\
 10 & & \\
 W21 = & & \\
 1 & & \\
 W22 = & & W2 = \\
 & & \frac{0.104 s}{0.0405 s + 1} \quad \frac{0.1445 s + 1}{0.0405 s + 1} \\
 W41 = & & W42 = \\
 & & \frac{42}{0.045 s + 1} \quad \frac{0.056 s}{0.234 s + 1} \\
 W3 = & & \\
 4 & & \\
 W4 = & & \\
 & & \frac{0.4423 s^2 + 11.72 s + 42}{0.0004738 s^3 + 0.1289 s^2 + 2.676 s + 1} \\
 W5 = & & \\
 & & \frac{0.034}{0.234 s^2 + s}
 \end{array}$$

Рис. 47. Передаточные функции в соответствии со схемой преобразования

```

%Ввод параметров модели
Kc=10;
Kdt=0.104;
Kyn=4;
Ke=42;
Kdv=0.034;
Koc=0.056;
Td=0.0405;
Tq=0.045;
Tm=0.234;
%Ввод передаточных функций
W1=tf([Kc],[1])%Построение первой
%передаточной функции
W21=tf([1],[1])%Построение единичной
%передаточной функции прямого пути при
%параллельном соединении звеньев
W22=tf([Kdt 0],[Td 1])%Построение
%передаточной функции второй ветви
%параллельно соединенных звеньев
W2=W21+W22%Построение результирующей
%передаточной функции двух звеньев
%включенных параллельно
W3=tf([Kyn],[1])%Построение третьей
%передаточной функции
W41=tf([Ke],[Tq 1])%Построение
%передаточной функции первой ветви
%встречно-параллельно соединенных звеньев
W42=tf([Koc 0],[Tm 1])%Построение
%передаточной функции второй ветви
%встречно-параллельно соединенных звеньев
W4=W41/(1+W41*W42)%Построение
%передаточной функции встречно-параллельно
%соединенных звеньев - отрицательная
%обратная связь
W5=tf([Kdv],[Tm 1 0])%Построение пятой
%передаточной функции
Wraz=W1*W2*W3*W4*W5%Построение
%передаточной функции разомкнутой системы
Wzam=Wraz/(1+Wraz)%Построение
%передаточной функции замкнутой системы
step(Wzam,10);
grid;

```

Рис. 48. Листинг команд script-файл

б) Проведите имитационное моделирование, подобрав время решения, исходя из получения на экране переходной функции исследуемой системы. Напечатайте график и определите по нему показатели качества процесса управления (рис. 49).

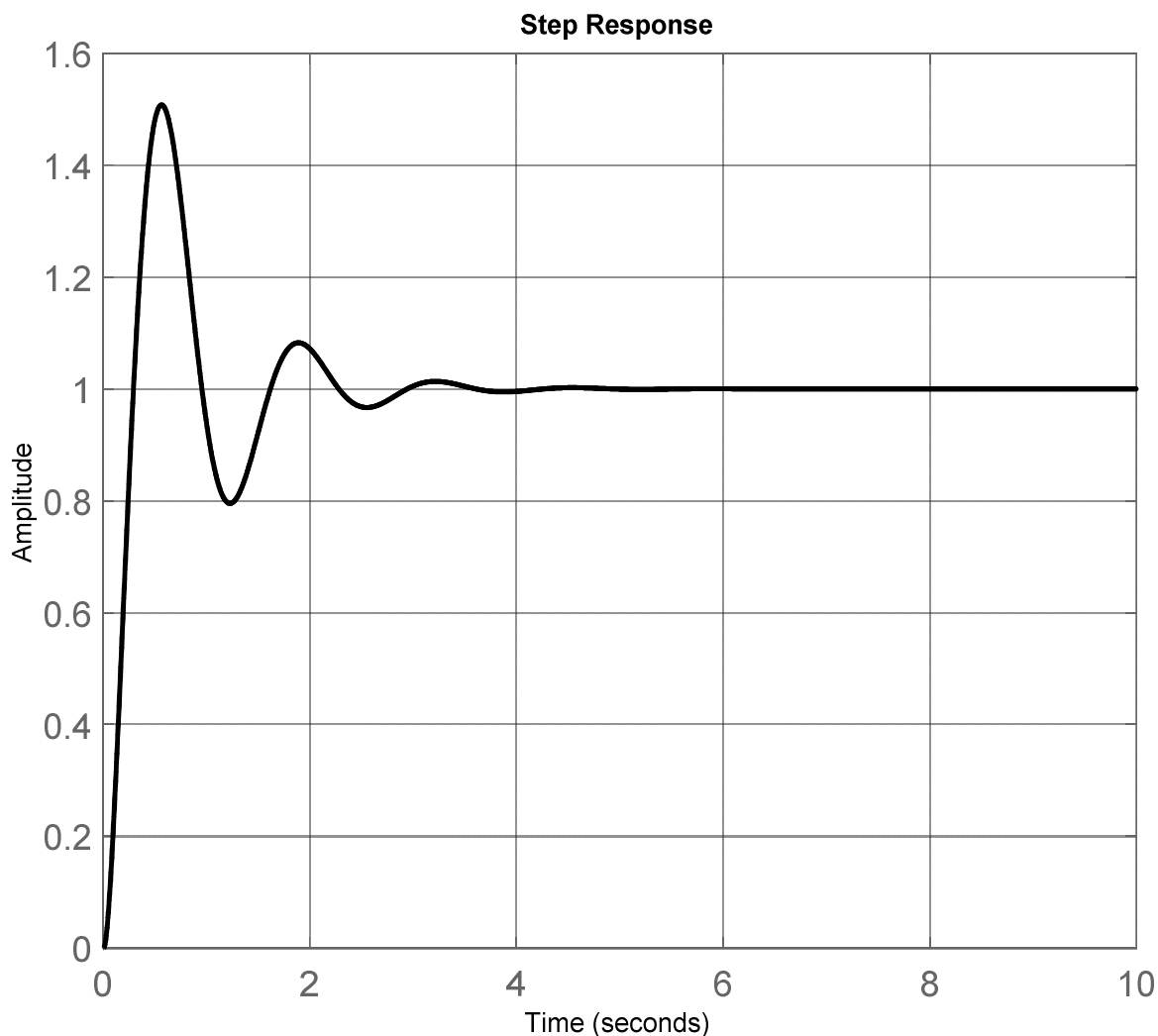


Рис. 49. График переходного процесса

2. Получение зависимости основных показателей качества от изменения добротности исследуемой системы:

а) Изменяя коэффициент передачи прямой цепи k_c и оставляя неизменными прочие параметры системы, установите такое его значение, при котором визуально наблюдается заметное изменение переходной функции.

По полученной переходной функции определите основные показатели качества, т.е. перерегулирование σ и время переходного процесса t_n .

б) Проанализируйте качественно влияние изменения параметра k_c на указанные преподавателем промежуточные величины моделируемой системы.

в) Подобным образом получите три – пять переходных функций, отличающихся друг от друга и дающих представление основных показателей качества и промежуточных величин от изменяемого параметра k_c системы.

г) Постройте график зависимости перерегулирования и времени переходного процесса от изменяемого параметра.

д) Установите номинальное значение изменяемого параметра, обеспечивающее исходный вид переходной функции.

3. Определение зависимости основных показателей качества от изменения коэффициента передачи цепи положительной прямой связи. Выполните п.2, изменяя коэффициент передачи демпфирующего трансформатора $k_{дт}$ аналогично изменению коэффициента передачи k_c .

4. Определение зависимости основных показателей качества от изменения коэффициента передачи k_{oc} цепи гибкой обратной связи.

Выполните п. 2, изменяя коэффициент передачи k_{oc} аналогично изменению коэффициента передачи прямой цепи k_c .

4.3. Варианты заданий

В данной работе исследуются переходные режимы работы следящей системы копировально-фрезерного станка, структурная динамическая схема которой приведена на рис. 45.

Исходные данные для моделирования указанной системы приведены в табл. 4.1.

Таблица 4.1

№ ва р.	Параметры									
	$S_{ВХ} (t)$ [мм]	k_c [$\frac{В}{мм}$]	$k_{дт} [с]$	$k_{ун}$	$k_{э}$	$k_{дв}$ [$\frac{мм}{В}$]	k_{oc}	$T_{д} [с]$	$T_{м} [с]$	$T_{Q} [с]$
1	7	10	0,104	6,3	35,6	0,053	0,027	0,0303	0,0616	0,134
2	4	10	0,104	63	35,6	0,053	0,027	0,0152	0,0616	0,134
3	5	10	0,104	63	35,6	0,053	0,027	0,0303	0,1232	0,134
4	6	10	0,104	3,15	35,6	0,053	0,027	0,0303	0,0616	0,134
5	2	10	0,104	63	35,6	0,053	0,027	0,0303	0,0308	0,134
6	1	10	0,104	63	35,6	0,053	0,027	0,0606	0,0616	0,134
7	3	10	0,104	12,6	35,6	0,053	0,027	0,0303	0,0616	0,134
8	8	10	0,104	6,3	35,6	0,053	0,027	0,0303	0,0308	0,134
9	10	10	0,104	9,45	35,6	0,053	0,027	0,0606	0,0616	0,134
10	3	10	0,104	6,3	35,6	0,053	0,027	0,0303	0,0616	0,134

4.4. Содержание отчета о работе

1. Цель работы.
2. Схема исследуемой системы с числовыми значениями параметров и экспериментально полученные графики.
3. Ответы на контрольные вопросы.

4.5. Контрольные вопросы

1. Какие воздействия являются типовыми при исследовании САУ?
2. По реакции на какое воздействие чаще всего оценивается качество процессов управления?
3. Какими показателями характеризуется качество процессов управления в переходных режимах работы САУ?
4. Какие показатели качества динамики являются основными?
5. Какими методами можно получить переходную функцию исследуемой системы для анализа качества процессов управления?
6. Что такое добротность следящей САУ и как зависит вид переходной функции исследуемой системы от изменения её добротности?
7. Как зависят основные показатели качества исследуемой системы от вариации коэффициента передачи цепи положительной прямой связи?
8. Как зависят основные показатели качества исследуемой системы от коэффициента передачи цепи гибкой обратной связи?
9. Как зависит вид указанных преподавателем промежуточных величин моделируемой системы от изменения добротности и коэффициентов передачи положительной и отрицательной обратной связи?
10. Изменение какого из исследуемых параметров системы сказывается наиболее сильно на её устойчивости?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.

Исследование настроек регуляторов в замкнутом контуре

Цель работы: изучение метода Циглера–Никольса для расчета параметров П-, ПИ- и ПИД- регуляторов и сравнительное исследование системы автоматического управления (САУ) с различными типами регуляторов.

5.1. Основные сведения

Замкнутый контур управления состоит из объекта управления, регулятора и исполнительного устройства:

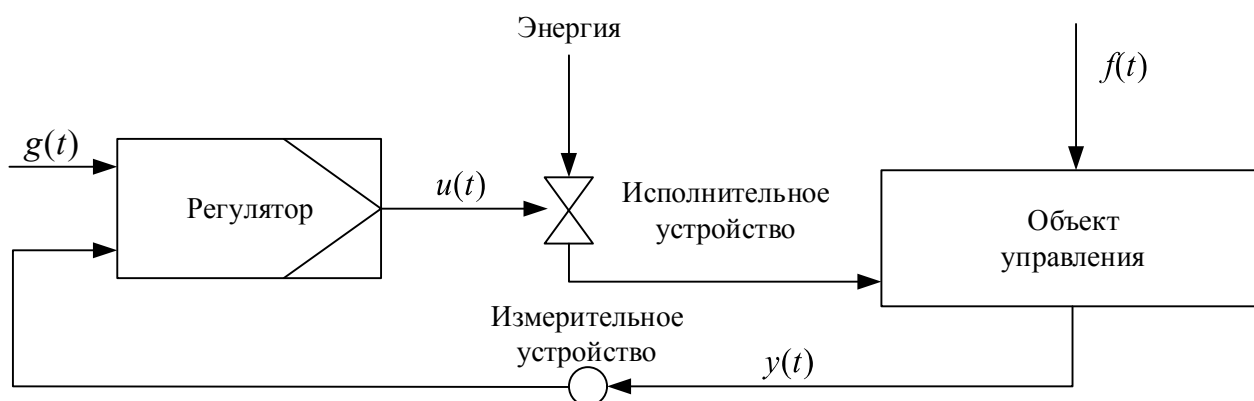


Рис. 50. Замкнутый контур управления

Объект управления является той частью установки, где необходимо управлять регулируемой величиной $y(t)$.

В контуре управления можно влиять на фактическое значение при помощи управляющего воздействия $u(t)$.

В большинстве случаев регулятор не может непосредственно задавать управляющее воздействие, поэтому используются исполнительные устройства. Регулятор управляет исполнительными устройствами посредством управляющего сигнала $u(t)$.

Если регулятор выдает управляющий сигнал 100 %, то на объект управления подается максимальный расход управляющей среды. Аналогично при управляющем сигнале 50 % в объект подается вдвое меньшее количество энергии.

Задача регулятора обеспечить равенство фактического значения установленному в регуляторе заданному значению $g(t)$. Разность между заданным и фактическим значением $g(t) - y(t)$ называется рассогласованием управляемой величины $e(t)$ – ошибкой.

Возмущающее воздействие $f(t)$ воздействует на объект управления, вызывая изменение регулируемой величины.

Структурно-аналитическая схема САУ показана на рис. 51.

Объект управления с одним управляющим $u(t)$ и одним возмущающим $f(t)$ воздействиями описывается уравнением:

$$y(t) = W_{OY}(p) \cdot u(t) - W_{OB}(p) \cdot f(t). \quad (5.1)$$

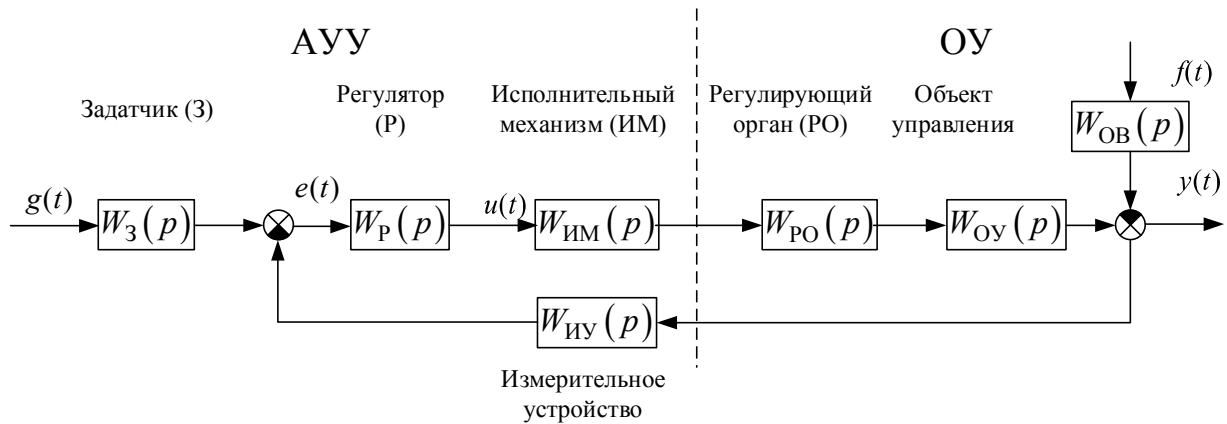


Рис. 51. Структурно-аналитическая схема САУ

На рис. 51 введены следующие обозначения: $y(t)$ – регулируемая величина; $W_{OY}(p)$ – передаточная функция объекта по управляющему воздействию; $W_{OB}(p)$ – передаточная функция объекта по возмущающему воздействию.

Автоматическое управляющее устройство (АУУ) состоит из измерительного устройства, элемента сравнения, исполнительного устройства и регулятора. Измерительное устройство осуществляет преобразование регулируемой переменной $y(t)$ в переменную, удобную для сравнения с задающим воздействием $g(t)$. Измерительное устройство может обладать инерционными свойствами, поэтому в общем случае описывается передаточной функцией $W_{ИУ}(p)$. Если измерительное устройство является безынерционным, то ошибка

$$e(t) = k_3 \cdot g(t) - k_{ИУ} \cdot y(t), \quad (5.2)$$

где $k_{ИУ}$ – коэффициент передачи измерительного устройства; k_3 – коэффициент передачи задатчика.

Регулятор, на вход которого поступает сигнал ошибки $e(t)$, формирует управляющее воздействие $u(t)$ непосредственно на объект управления (регулирующий орган объекта управления) в соответствии с заданным алгоритмом (законом) управления. Алгоритм управления описывается передаточной функцией $W_p(p)$.

Регулятор формирует управляющее воздействие и передает его на исполнительное устройство, состоящее из исполнительного механизма и регулирующего органа (в ряде случаев регулирующий орган может быть включен в объект управления).

Обычно объект управления представляет собой типовое звено первого или второго порядка и содержит, как правило, одну большую постоянную времени контура.

Пропорциональный регулятор (П-регулятор)

Управляющее воздействие $u(t)$, формируемое в регуляторе, пропорционально сигналу ошибки $e(t)$:

$$u(t) = k_{\Pi} \cdot e(t), \quad (5.3)$$

где k_{Π} – коэффициент передачи регулятора. В некоторой литературе используют для обозначения коэффициента передачи символ – β

Передаточная функция регулятора:

$$W_p(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = k_{\Pi}. \quad (5.4)$$

Если объект управления не содержит интегрирующих звеньев, то система с П-регулятором является статической. Регулирование в этом случае характеризуется наличием статической ошибки, уменьшение которой ограничено условиями устойчивости.

Пропорционально-интегральный регулятор (ПИ-регулятор)

Управляющее воздействие $u(t)$, формируемое на выходе регулятора, содержит пропорциональную и интегральную составляющие:

$$u(t) = k_{\Pi} + k_{\text{И}} \int_0^t e(\tau) \cdot d\tau, \quad (5.5)$$

где $k_{\text{И}}$ – коэффициент передачи для интегральной составляющей.

Передаточная функция регулятора:

$$W_p(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = k_{\Pi} + k_{\text{И}} \cdot \frac{1}{p} = \frac{k_{\Pi} \cdot p + k_{\text{И}}}{p}. \quad (5.6)$$

Если $k_{\Pi} = \beta$ и $k_{\text{И}} = \frac{\beta}{\tau}$, то передаточную функцию регулятора записывают следующим образом:

$$W_p(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = \beta \frac{(\tau \cdot p + 1)}{\tau \cdot p}. \quad (5.7)$$

Достоинством ПИ-регулятора является то, что он устраняет статическую ошибку, обусловленную возмущением. Однако введение интегральной составляющей в регулятор ухудшает условия устойчивости.

Пропорционально-интегрально-дифференциальный регулятор (ПИД-регулятор)

Управляющее воздействие $u(t)$, формируемое регулятором, содержит, кроме пропорциональной и интегральной составляющих, третью составляющую, пропорциональную производной сигнала ошибки:

$$u(t) = k_{\Pi} \cdot e(t) + k_{\text{И}} \int_0^t e(\tau) \cdot d\tau + k_{\text{Д}} \frac{de(\tau)}{dt}. \quad (5.8)$$

Здесь $k_{\text{Д}}$ – коэффициент передачи, определяющий величину воздействия по производной.

Регулятор описывается передаточной функцией:

$$\begin{aligned} W_{\text{Р}}(p) &= \frac{U(p)}{E(p)} = k_{\Pi} + \frac{k_{\text{И}}}{p} + k_{\text{Д}} \cdot p = \\ &= \frac{k_{\text{Д}} \cdot p^2 + k_{\Pi} \cdot p + k_{\text{И}}}{p} = \frac{\beta \cdot (\tau_1 \cdot p + 1)(\tau_2 \cdot p + 1)}{\tau_1 \cdot p}. \end{aligned} \quad (5.9)$$

Так как выполнить идеальное дифференцирование сигнала ошибки $e(t)$ нельзя, в реальных системах передаточная функция ПИД-регулятора принимает вид:

$$W_{\text{Р}}(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = k_{\Pi} + \frac{k_{\text{И}}}{p} + \frac{k_{\text{Д}} \cdot p}{T_{\text{Д}} \cdot p + 1} = \frac{\beta(\tau_1 \cdot p + 1)(\tau_2 \cdot p + 1)}{\tau_1 \cdot p(T_{\text{Д}} \cdot p + 1)}, \quad (5.10)$$

где $T_{\text{Д}}$ – постоянная времени, характеризующая инерционные свойства реального дифференцирующего звена.

В большинстве случаев с помощью правильно настроенного ПИД-регулятора удастся выполнить все требования к системе. Согласно статистике более 90 % промышленных регуляторов представляют собой именно ПИД-регуляторы.

Метод Циглера–Никольса настройки параметров регулятора

Этот метод, предложенный в 1943 г., относится к эмпирическим и основан на использовании данных, полученных экспериментально на реальном объекте или его модели. Наибольшую известность получили два варианта настройки параметров регулятора по методу Циглера–Никольса.

Основан на использовании запасов устойчивости. В этом варианте процедура настройки начинается с экспериментального исследования системы, состоящей из П-регулятора и заданного объекта регулирования. Коэффициент передачи k_{Π} П-регулятора увеличивается до тех пор, пока на выходе системы не установятся колебания с постоянной амплитудой колебаний, то есть система не окажется на границе устойчивости. Фиксируется и обозначается через k_{Π}^* значение коэффициента передачи регулятора, при котором система находится на границе устойчивости. Измеряется период T^* установившихся в системе колебаний [9].

Значения параметров регулятора выбранного типа рассчитываются по формулам, приведенным в табл. 5.1.

Для ряда типовых объектов управления предложены типовые настройки регуляторов табл. 5.2 [8].

Таблица 5.1

Параметры типовых регуляторов, определенные по методу Циглера–Никольса

	k_{Π}	$k_{\text{И}}$	$k_{\text{Д}}$
П-регулятор	$0.5 \cdot k_{\Pi}^*$		
ПИ-регулятор	$0.45 \cdot k_{\Pi}^*$	$0.54 \cdot k_{\Pi}^* / T^*$	
ПИД-регулятор	$0.60 \cdot k_{\Pi}^*$	$1.2 \cdot k_{\Pi}^* / T^*$	$0.075 \cdot k_{\Pi}^* \cdot T^*$

Таблица 5.2

Параметры типовых регуляторов, обеспечивающих настройку на оптимум по модулю для объектов без запаздывания

Объект	$W_{\text{ОУ}}(p) = \frac{K_{\text{ОУ}}}{T_{\text{ОУ}} \cdot p}$	$W_{\text{ОУ}}(p) = \frac{K_{\text{ОУ}}}{T_{\text{ОУ}} \cdot p + 1}$	$W_{\text{ОУ}}(p) = \frac{k_{\text{ОУ}}}{(T_{\text{ОУ1}}p + 1)(T_{\text{ОУ2}}p + 1)}$
Регулятор			
П-регулятор	$k_{\Pi} = \frac{T_0}{2k_{\mu}k_0T_{\mu}}$		
ПИ-регулятор		$k_{\Pi} = \frac{T_0}{2k_{\mu}k_0T_{\mu}}$ $k_{\text{И}} = \frac{k_{\Pi}}{T_0}$	
ПИД-регулятор			$k_{\Pi} = \frac{T_{\text{ОУ1}}}{2T_{\mu}k_{\mu}k_{\text{ОУ}}}$ $\tau_1 = T_{\text{ОУ1}}$ $\tau_2 = T_{\text{ОУ2}}$

k_{μ} – коэффициент передачи звена с малой постоянной времени $T_{\text{ОУ}} \ll T_{\mu}$

Настройка на оптимум по модулю (ОМ) обеспечивает при ступенчатом управляющем воздействии достижение выходной координаты в первый раз установившегося значения через время $4,7T_{\mu}$ при перерегулировании 4,3 %, и запас устойчивости по фазе составляет $\Delta\varphi=63^\circ$.

В САУ для описания ряда объектов вводят звенья с запаздыванием. Системы с запаздыванием отличаются от обычных линейных САУ наличием одного или нескольких звеньев, величина на выходе которых $y_{\tau}(t)$ начинает меняться при изменении величины на входе $x(t)$ с некоторой постоянной временной задержкой τ , т.е. $y_{\tau}(t) = x \cdot (t - \tau)$.

Подобные звенья с "чистым" запаздыванием имеют передаточную функцию вида:

$$W_{\tau}(p) = \frac{Y_{\tau}(p)}{X(p)} = \frac{X(p)}{X(p)} \cdot e^{-p \cdot \tau} = e^{-p \cdot \tau}. \quad (5.11)$$

Технические устройства, обладающие свойством «задержки» во времени поступающего на вход сигнала без изменения его значения, относятся к звеньям транспортного или чистого запаздывания. Примером звена транспортного запаздывания на тепловых электрических станциях служат также сравнительно длинные участки трубопроводов, ленточные транспортеры (рис. 52).

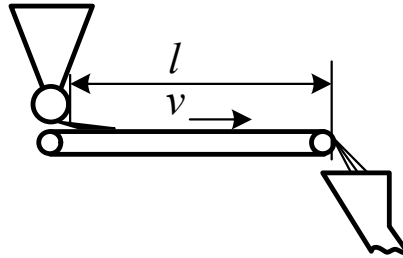


Рис. 52. Пример звена с запаздыванием – транспортер

Для объектов первого порядка с запаздыванием расчет параметров регуляторов может быть проведен с помощью специальных таблиц (табл. 5.3) [2, 6].

В случае САУ с объектом управления в виде интегрирующего звена параметр $K_{\text{И}}$ можно определить следующим образом (рис. 53):

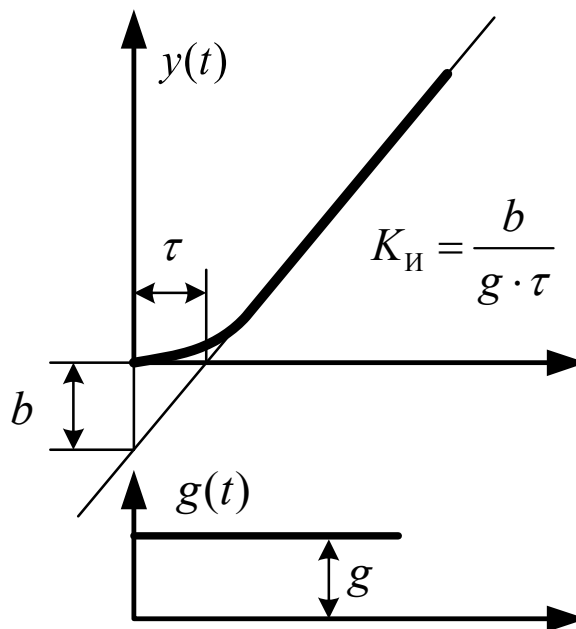


Рис. 53. Определение параметров САУ с интегрирующим звеном

Таблица 5.3

Параметры типовых регуляторов, обеспечивающих настройку на оптимум по модулю для объектов с запаздыванием

Объект	$W_{\text{ОУ}}(p) = \frac{K_{\text{ОУ}} \cdot e^{-p \cdot t}}{T_{\text{ОУ}} \cdot p}$	$W_{\text{ОУ}}(p) = \frac{K_{\text{ОУ}} \cdot e^{-p \cdot t}}{T_{\text{ОУ}} \cdot p + 1}$		
		Характеристики переходного процесса		
		Монотонный	Колебательный $\sigma = 20\%$	Колебательный с минимальной интегральной ошибкой
П-регулятор	$k_{\text{п}} = \frac{0,5}{K_{\text{И}}}$	$k_{\text{п}} = \frac{0,3}{K_{\text{ОУ}} \cdot \frac{\tau}{T_{\text{ОУ}}}}$	$k_{\text{п}} = \frac{0,7}{K_{\text{ОУ}} \cdot \frac{\tau}{T_{\text{ОУ}}}}$	$k_{\text{п}} = \frac{0,9}{K_{\text{ОУ}} \cdot \frac{\tau}{T_{\text{ОУ}}}}$
ПИ-регулятор	$k_{\text{п}} = \frac{0,4}{1,1 \cdot K_{\text{И}}}$ $k_{\text{И}} = \frac{k_{\text{п}}}{3,3 \cdot \tau}$	$k_{\text{п}} = \frac{0,6}{K_{\text{ОУ}} \cdot \frac{\tau}{T_{\text{ОУ}}}}$ $k_{\text{И}} = \frac{k_{\text{п}}}{0,8 \cdot \tau + 0,5 \cdot T_{\text{ОУ}}}$	$k_{\text{п}} = \frac{0,7}{K_{\text{ОУ}} \cdot \frac{\tau}{T_{\text{ОУ}}}}$ $k_{\text{И}} = \frac{k_{\text{п}}}{\tau + 0,3 \cdot T_{\text{ОУ}}}$	$k_{\text{п}} = \frac{1,0}{K_{\text{ОУ}} \cdot \frac{\tau}{T_{\text{ОУ}}}}$ $k_{\text{И}} = \frac{k_{\text{п}}}{\tau + 0,35 \cdot T_{\text{ОУ}}}$
ПИД-регулятор	$k_{\text{п}} = \frac{1}{0,8 \cdot K_{\text{И}}}$ $k_{\text{И}} = \frac{k_{\text{п}}}{2,5 \cdot \tau}$ $k_{\text{Д}} = 0,35 \cdot \tau$	$k_{\text{п}} = \frac{0,95}{K_{\text{ОУ}} \cdot \frac{\tau}{T_{\text{ОУ}}}}$ $k_{\text{И}} = \frac{k_{\text{п}}}{2,4 \cdot \tau}$ $k_{\text{Д}} = 0,4 \cdot \tau$	$k_{\text{п}} = \frac{1,2}{K_{\text{ОУ}} \cdot \frac{\tau}{T_{\text{ОУ}}}}$ $k_{\text{И}} = \frac{k_{\text{п}}}{2,0 \cdot \tau}$ $k_{\text{Д}} = 0,4 \cdot \tau$	$k_{\text{п}} = \frac{1,4}{K_{\text{ОУ}} \cdot \frac{\tau}{T_{\text{ОУ}}}}$ $k_{\text{И}} = \frac{k_{\text{п}}}{1,3 \cdot \tau}$ $k_{\text{Д}} = 0,5 \cdot \tau$

Предложенные настройки параметров регуляторов не во всех случаях обеспечивают требуемое качество переходного процесса, достаточно часто требуется корректировка параметров, если использовался ПИ-регулятор, то можно воспользоваться следующими рекомендациями (рис. 54):

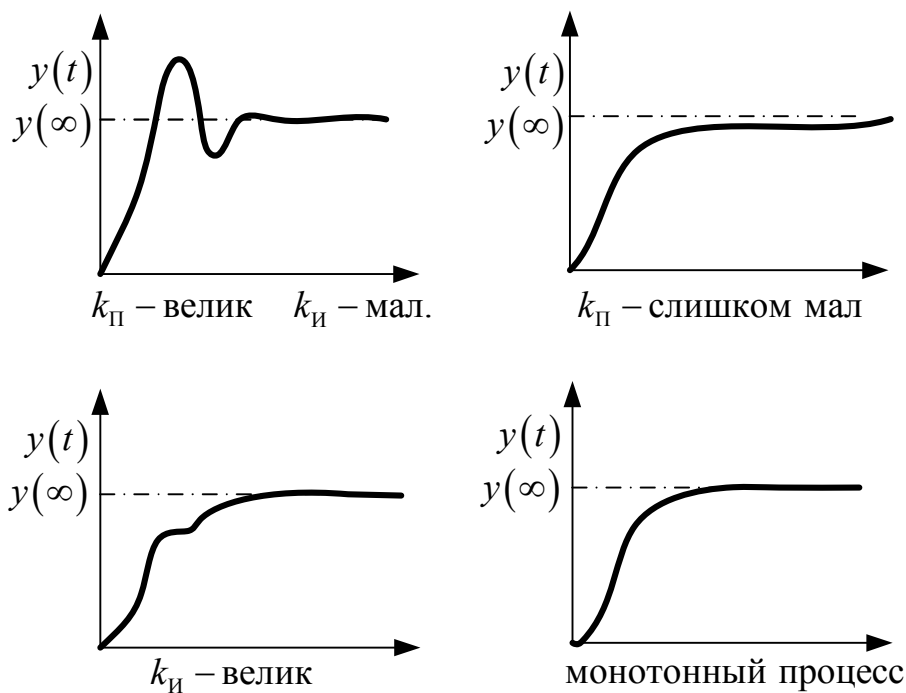


Рис. 54. Коррекция параметров ПИ-регулятора по графику переходного процесса

5.2. Порядок выполнения работы

Перед началом работы следует получить у преподавателя номер варианта параметров исследуемой системы – стабилизация уровня питательной воды в барабане (рис. 55).

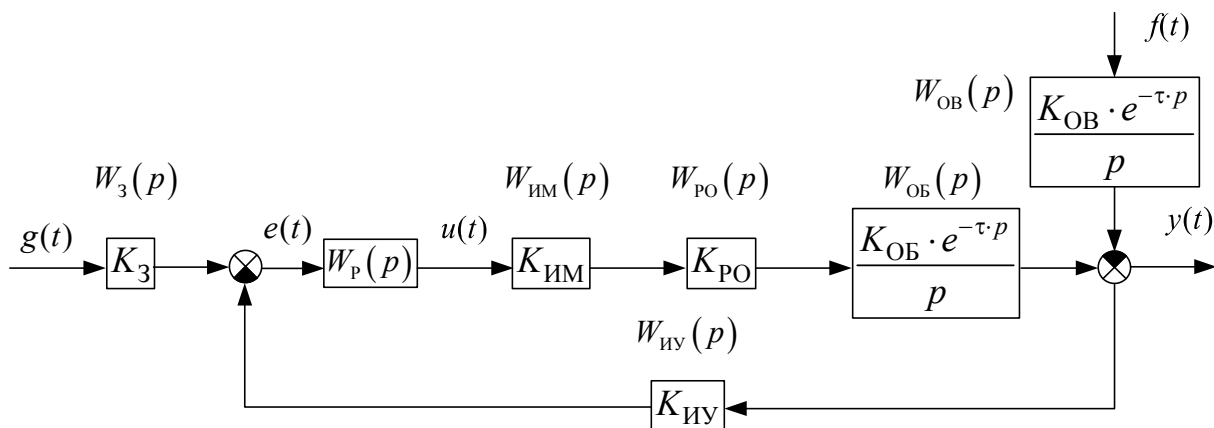


Рис. 55. Исследуемая система – стабилизация уровня питательной воды в барабане котла

1. Получение переходной функции при заданных значениях параметров исследуемой системы (табл. 5.2):

1) Создайте script-файл.

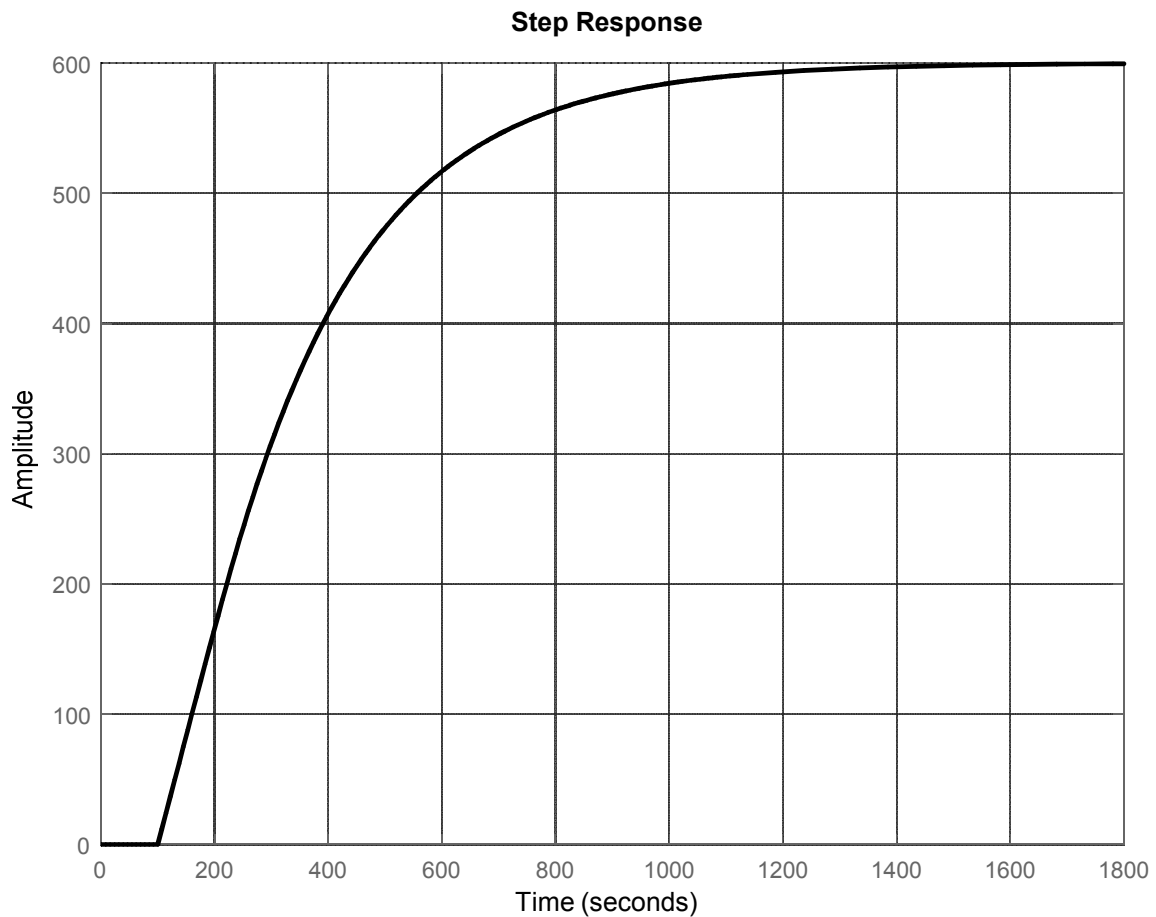


Рис. 58. Результат построения переходной характеристики по управляющему воздействию

- 5) Провести настройку регулятора $W_p(p)$ (5.13) в соответствии с описанными выше методом Циглера-Никольса (табл. 5.1) и построить переходные характеристики при использовании регуляторов П, ПИ и ПИД.

$$6) W_p(p) = \begin{cases} k_{\Pi} \\ k_{\Pi} + \frac{k_{\text{И}}}{p} \\ k_{\Pi} + \frac{k_{\text{И}}}{p} + k_{\text{Д}} \cdot p \end{cases} \quad (5.13)$$

- 7) Подбором коэффициента k_{Π} необходимо вывести систему на границу устойчивости (рис. 59).
- 8) По графику переходной характеристики определить период T^* установившихся в системе колебаний.

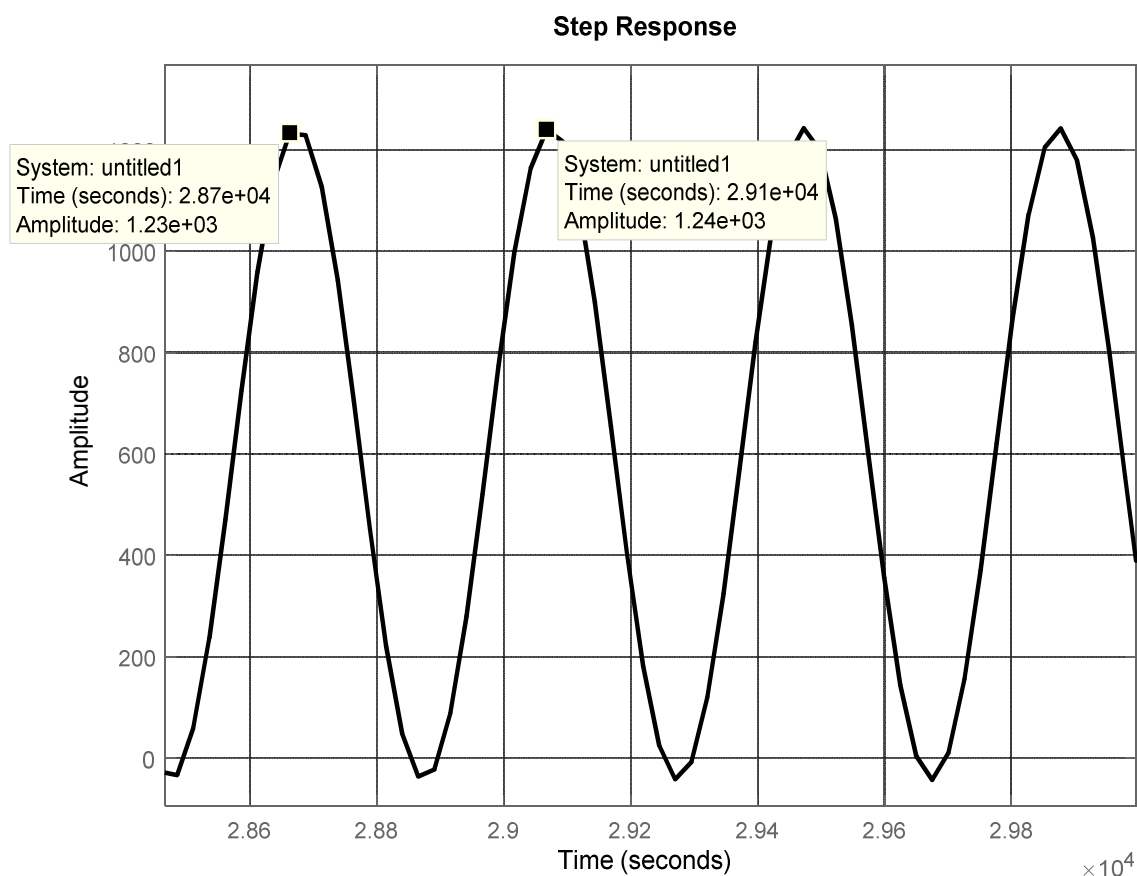


Рис. 59. Переходная характеристика, когда система находится на границе устойчивости

- 9) Согласно табл. 5.1 найти значения коэффициентов регуляторов.
- 10) Построить переходные характеристики для каждого регулятора (рис. 60) и определить временные характеристики
- 11) Построить частотные характеристики разомкнутой системы (рис. 61) и определить запасы устойчивости

$$W_{raz_ch} = W_{ou} * W_{po} * W_{im} * W_p * W_d$$

$$bode(W_{raz_ch})$$

$$nyquist(W_{raz_ch})$$
(5.14)
- 12) Напишите программу определения передаточной функции по возмущающему воздействию:

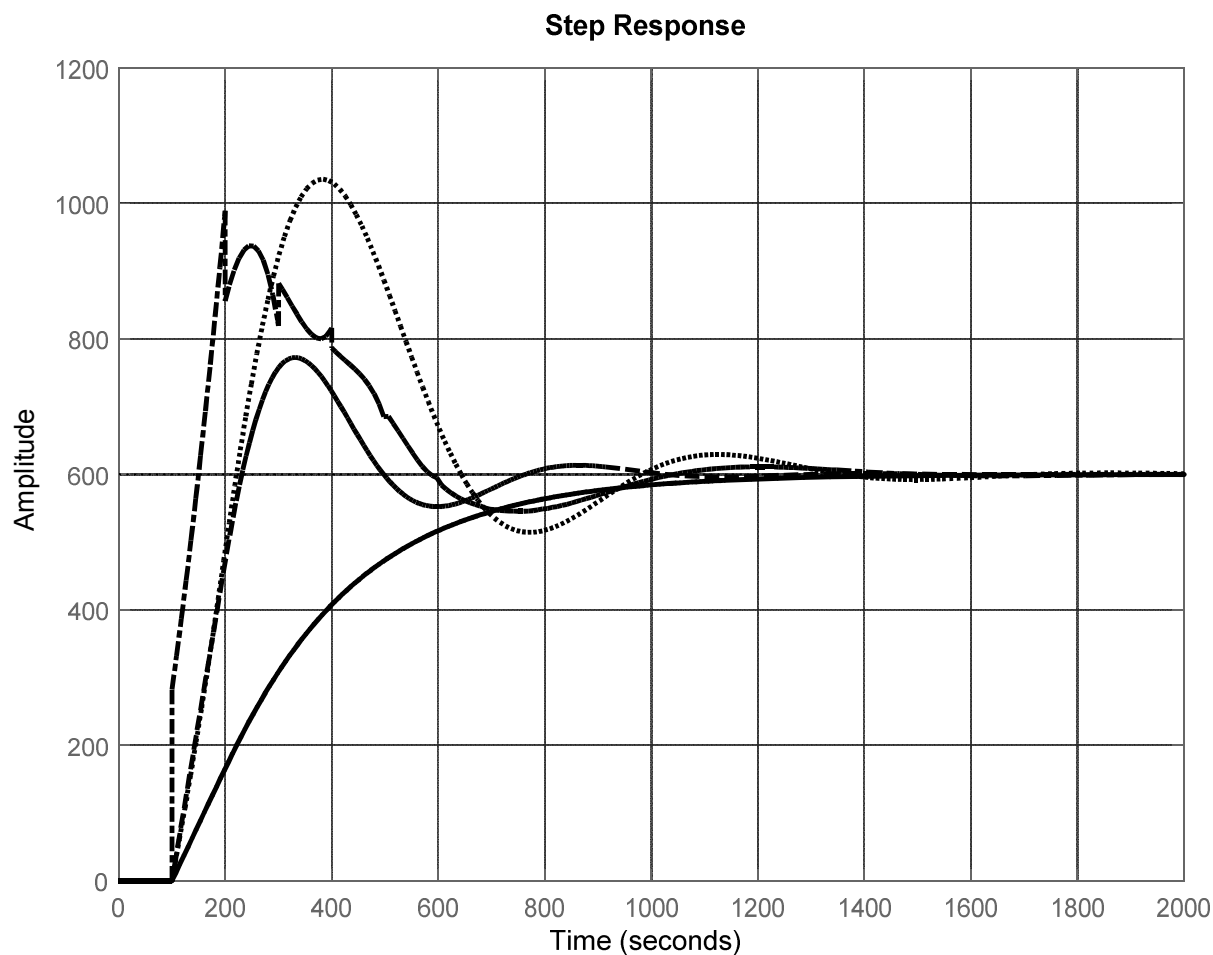


Рис. 60. Переходные характеристики системы: без регулятора – _____;
с использованием: П-регулятора – ____; ПИ-регулятора –;
ПИД-регулятора – _._._.

$$\begin{aligned}
 W_{\text{БВ}}(p) &= \frac{y(p)}{f(p)} = \\
 &= - \frac{W_{\text{ОБ}}(p)}{1 + [W_{\text{ИУ}}(p) \cdot W_{\text{Р}}(p) \cdot W_{\text{ИМ}}(p) \cdot W_{\text{РО}}(p) \cdot W_{\text{ОБ}}(p)]} = \\
 &= \frac{W_{\text{ОБ}}(p)}{1 + W_{\text{ПАЗ}}(p) \cdot W_{\text{ИУ}}(p)} \quad (5.15) \\
 W_{\text{раз_ов}} &= W_{\text{ов}} \\
 W_{\text{vv}} &= W_{\text{ов}} / (1 + W_{\text{раз}} \cdot W_{\text{д}})
 \end{aligned}$$

- 13) Определите переходную характеристику по возмущающему воздействию – `step(Wvv), grid` (рис. 62) и ее временные характеристики.

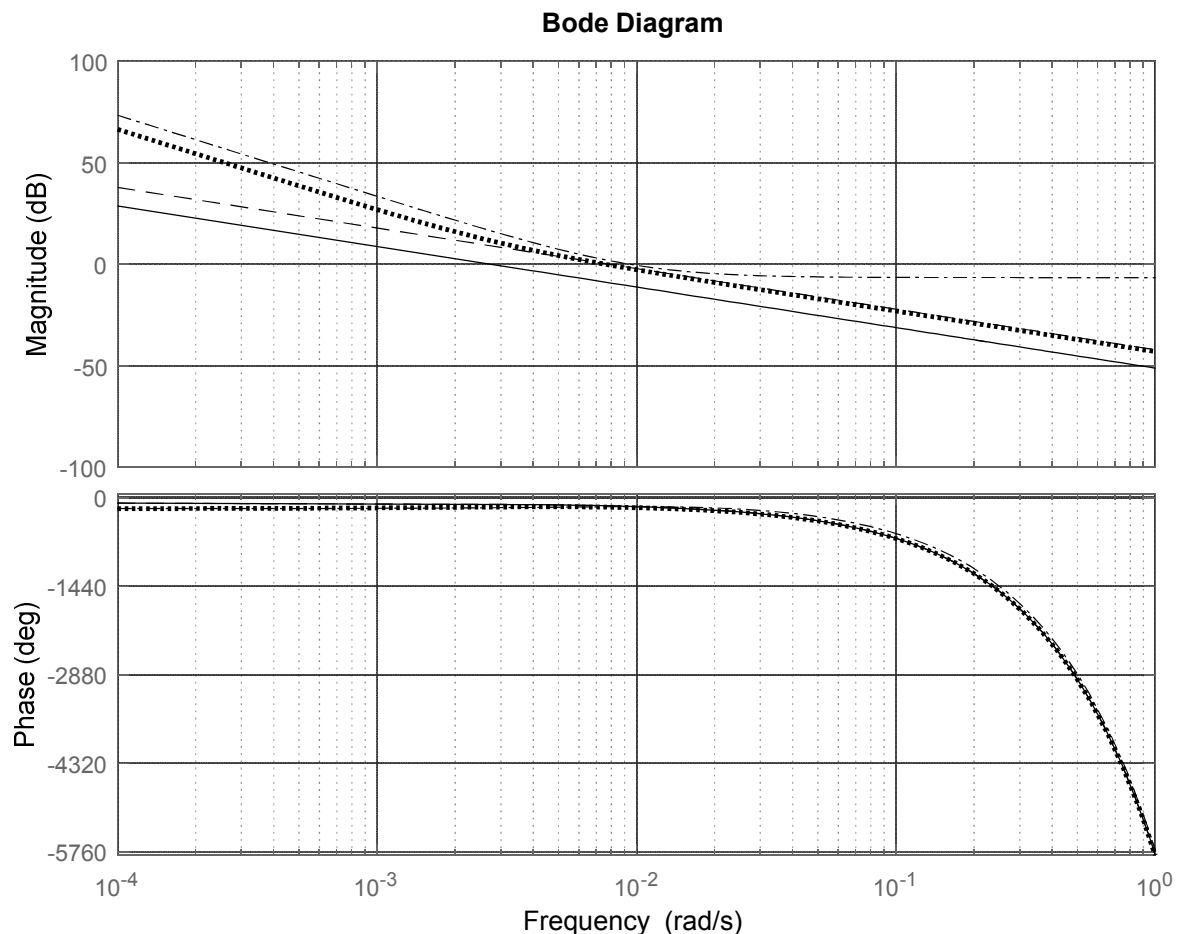


Рис. 61. Логарифмические характеристики с системы:

без регулятора – ____;
с использованием: П-регулятора – __ __; ПИ-регулятора –;
ПИД-регулятора – _ . _ . _ .

- 14) Провести настройку регулятора $W_p(p)$ (5.13) в соответствии с (табл. 5.3) и построить переходные характеристики при использовании регуляторов П, ПИ и ПИД.
- 15) Определить параметр $K_{И}$, для этого построить переходную характеристику разомкнутой САУ:


```
Wraz_sau=Wou*Wpo*Wim;
step(Wraz_sau*g*Kz,500),grid
```
- 16) Согласно табл. 5.2 найти значения коэффициентов регуляторов.
- 17) Построить переходные характеристики для каждого регулятора (рис. 64) и определить временные характеристики.
- 18) Построить частотные характеристики разомкнутой системы (рис. 65) и определить запасы устойчивости.
- 19) Определить переходную характеристику возмущающему воздействию – `step(Wvv),grid` (рис. 66) и определить временные характеристики.

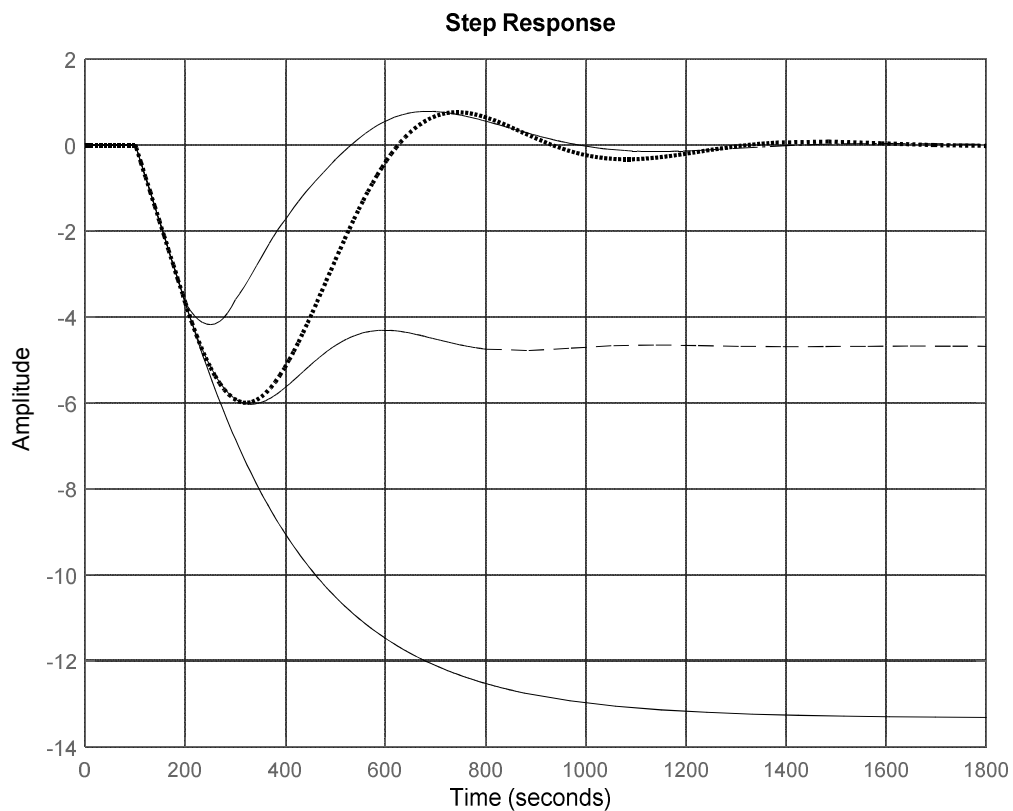


Рис. 62. Переходные характеристики системы по возмущению без регулятора – ____; с использованием: П-регулятора – ____ ; ПИ-регулятора –; ПИД-регулятора – _._._.

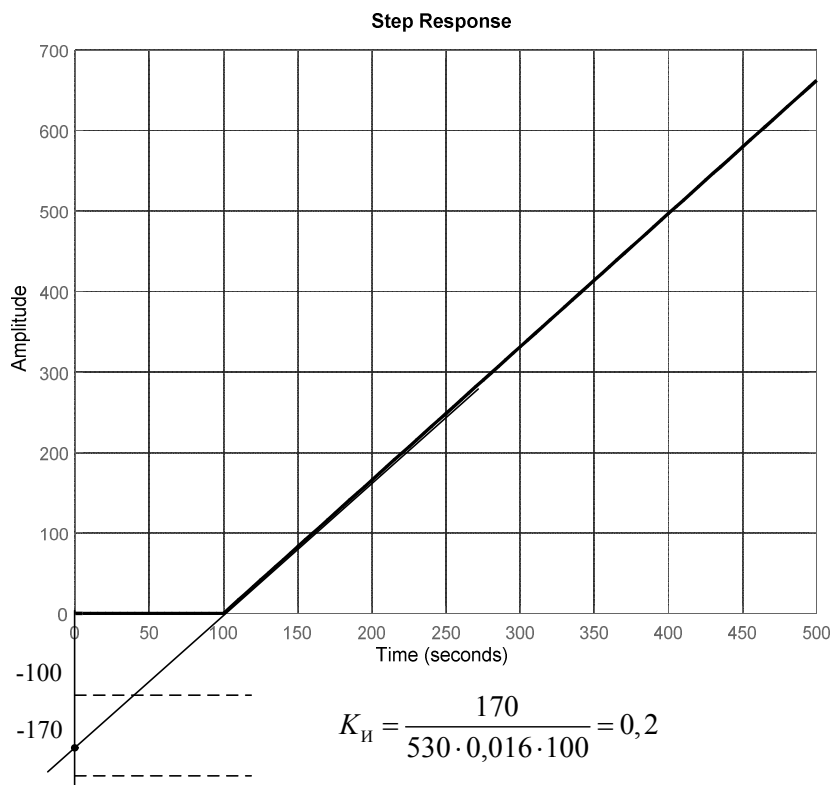


Рис. 63. Определение параметра K_I

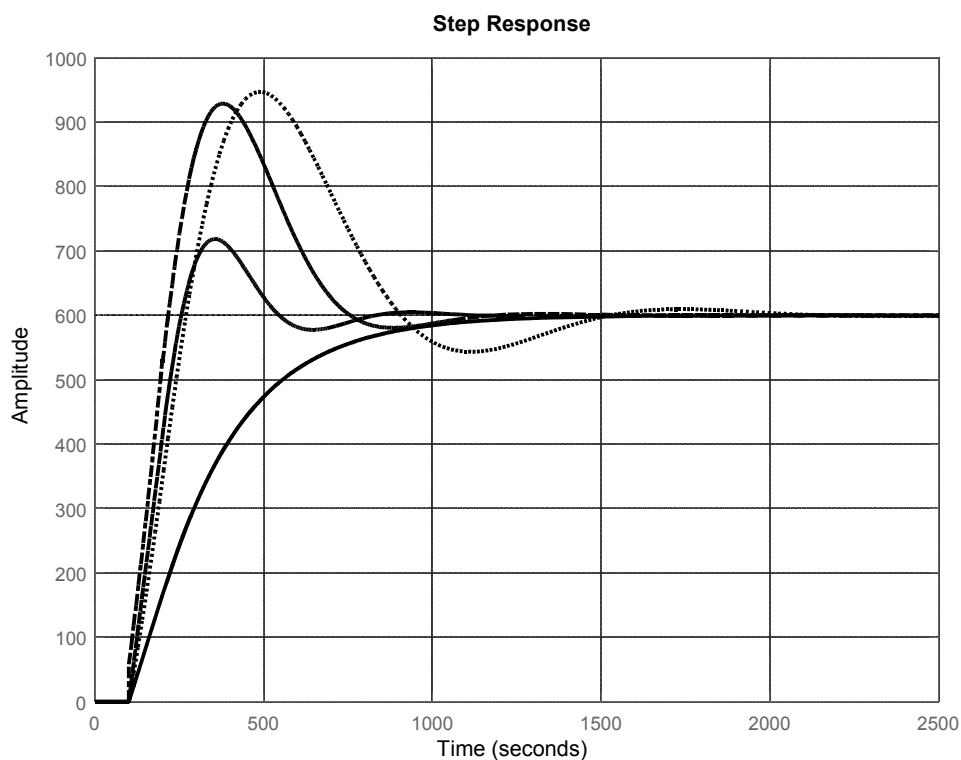


Рис. 64. Переходные характеристики системы: без регулятора – _____;
с использованием: П-регулятора – ____; ПИ-регулятора –;
ПИД-регулятора – _._._.

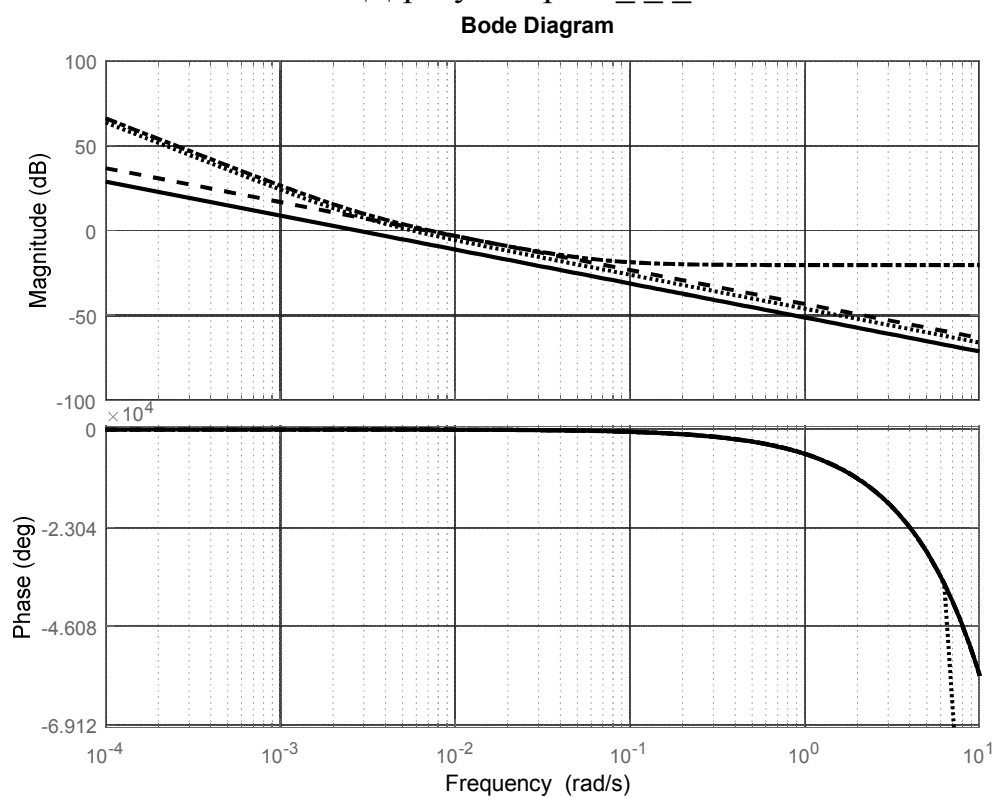


Рис. 65. Логарифмические характеристики системы: без регулятора – _____; с использованием: П-регулятора – ____;
ПИ-регулятора –; ПИД-регулятора – _._._.

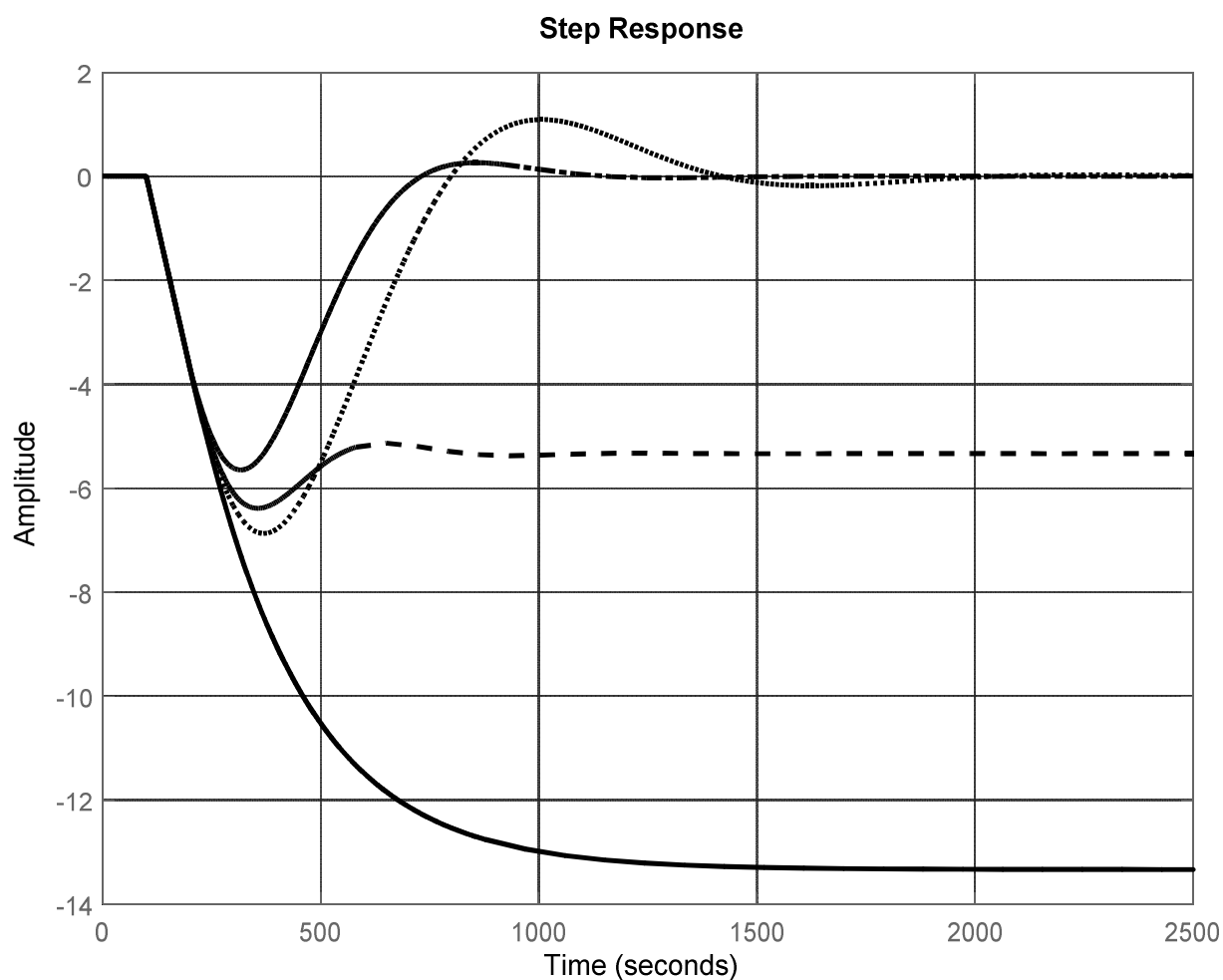


Рис. 66. Переходные характеристики системы по возмущению
 без регулятора – ____; с использованием: П-регулятора – ____;
 ПИ-регулятора –; ПИД-регулятора – _._._.

Таблица 5.2

№ Вар.	$g(t)$ [мА]	$K_{ИМ}$ [%/мА]	$K_{РО}$ [$\frac{T/ч}{\%}$]	$K_{ОБ}$ [$\frac{мм/с}{T/ч}$]	τ [с]	$K_{ОБ}$ [$\frac{мм/с}{T/ч}$]	$K_{ИУ}$ [мА/мм]
1	550	3.19	0.89	0.057	76	0.031	0.009
2	530	11.72	0.91	0.038	95	0.049	0.019
3	530	3.76	1.37	0.031	143	0.054	0.022
4	500	12.34	0.59	0.051	85	0.064	0.030
5	600	7.91	0.73	0.028	108	0.057	0.019
6	540	10.94	0.74	0.026	50	0.068	0.012
7	510	6.23	0.85	0.025	52	0.055	0.015
8	500	9.71	1.22	0.053	51	0.030	0.019
9	550	3.79	1.13	0.031	89	0.030	0.020
10	590	9.11	0.57	0.019	108	0.060	0.029

5.3. Содержание отчета о работе

1. Цель работы.
2. Схема исследуемой системы с числовыми значениями параметров и экспериментально полученные графики.
3. Ответы на контрольные вопросы.

5.4. Контрольные вопросы

1. Какие функции выполняет регулятор в системе автоматического регулирования?
2. С какой целью в регулятор вводится интегрирующее звено (интегральная составляющая в управляющее воздействие)?
3. С какой целью в регулятор вводится дифференцирующее звено (воздействие по производной в управление)?
4. Как влияет увеличение (уменьшение) значения коэффициента k_{Π} регулятора на временные частотные характеристики?
5. Как влияет увеличение (уменьшение) значения коэффициента $k_{\text{И}}$ регулятора на временные частотные характеристики?
6. Как влияет увеличение (уменьшение) значения коэффициента $k_{\text{Д}}$ регулятора на временные частотные характеристики?

5.5. Пример листинга работы

```
Ko=0.0368;
tau=100;
Kpo=0.75;
Kd=0.016;
Kim=6.25;
g=600;
Kz=Kd;
Kp=1;
Kpp=5.6895;
Trp=(2.91e04)-(2.87e04);
Wo=tf([Ko],[1 0]);
%Wou=set(Wo,'ioDelay',tau)
Wou=set(Wo,'OutputDelay',tau);
Wpo=tf([Kpo],[1]);
Wd=tf([Kd],[1]);
Wim=tf([Kim],[1]);
Wp=tf([Kp],[1]);
%Wpr=tf([Kpp],[1]);%регулятор для нахождения Kpp -
граница устойчивости
%
%Настройка регуляторов по методу Циглера-Никольсона
%Wpr=tf([Kpp*0.5],[1]);% П-регулятор
%Wpi_p=tf([Kpp*0.45],[1]);% пропорциональная часть ПИ-
регулятора
```

```

%Wpi_i=tf([Kpp*0.54/Trp],[1 0]);% интегральная часть
ПИ-регулятора
%Wp=Wpi_p+Wpi_i;%ПИ-регулятор
%Wpid_p=tf([Kpp*0.6],[1]);% пропорциональная часть ПИД-
регулятора
%Wpid_i=tf([Kpp*1.2/Trp],[1 0]);% интегральная часть
ПИД-регулятора
%Wpid_d=tf([Kpp*0.075*Trp 0],[1]);% интегральная часть
ПИД-регулятора
%Wp=Wpid_p+Wpid_i+Wpid_d;%ПИД-регулятор
%
%Настройка регуляторов по табл. 5.3
%
Ki=0.2;
%Wp=tf([0.5/Ki],[1]);% П-регулятор
%ПИ-регулятор
%Kp_pi=0.4/(1.1*Ki);%ПИ-регулятор
%Wpi_p=tf([Kp_pi],[1]);% пропорциональная часть ПИ-
регулятора
%Ki_pi=Kp_pi/(tau*3.3);
%Wpi_i=tf([Ki_pi],[1 0]);% интегральная часть ПИ-
регулятора
%Wp=Wpi_p+Wpi_i;%ПИ-регулятор
%ПИД-регулятор
%
Kp_pid=0.4/(0.8*Ki);
Ki_pid=Kp_pi/(tau*2.5);
Kd_pid=0.35*tau;
Wpid_p=tf([Kp_pid],[1]);% пропорциональная часть ПИД-
регулятора
Wpid_i=tf([Ki_pid],[1 0]);% интегральная часть ПИД-
регулятора
Wpid_d=tf([Kd_pid 0],[1]);% интегральная часть ПИД-
регулятора
Wp=Wpid_p+Wpid_i+Wpid_d;%ПИД-регулятор
%
Wraz=Wou*Wpo*Wim*Wp;
Wuv=Wraz/(1+Wraz*Wd);%передаточная функция по
управляющему воздействию
Wraz_ch=Wraz*Wd;
Wvv=-(Wou/(1+Wraz*Wd));%передаточная функция по
возмущающему воздействию
Wuv=feedback(Wraz,Wd);
Wraz_sau=Wou*Wpo*Wim;

```

```

%step(Wraz_sau*g*Kz,500),grid;%Команда для нахождения
параметра Ки
%step(Wuv*g*Kz),grid%переходная характеристика по
управляющему воздействию
step(Wvv),grid%переходная характеристика по
возмущающему воздействию
hold on
%bode(Wraz_ch),grid

```

Библиографический список

1. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического управления. – СПб.: Профессия, 2003. – 752 с.
2. Буйлов Г.Л., Доронин В.А., Серебряков Н.П. Автоматика и автоматизация производственных процессов целлюлозно-бумажных производств: учебное пособие для вузов. - М.: Экология, 1995. - 320 с.
3. Воронов А. А. Основы теории автоматического управления. – М.: Высшая школа. – Часть I. – 1986. – 312 с.
4. Перельмутер В. М. Пакеты расширения MATLAB. Control System Toolbox и Robust Control Toolbox. – М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2008. – 224 с.: ил.. – (Серия «Библиотека профессионала»).
5. Первозванский А. А. Курс теории автоматического управления. – М.: Наука, 1986. – 616 с.
6. Плетнев Г. П. Автоматическое регулирование и защита теплоэнергетических установок: учебник для энергетических и энергостроительных техникумов – Изд. 2-е, перераб. и доп. –М.: Энергия, 1976.
7. Цыпкин Я. З. Основы теории автоматических систем. – М.: Наука, 1977. – 559 с.
8. Томчина О. П., Шарякова О. Л., Епишкин А. Е., Шаряков В. А. Теория автоматического управления. Линейные системы: методические указания к выполнению лабораторных работ по курсу ТАУ для студентов всех специальностей. – Санкт-Петербургский институт машиностроения: ЛМЗ-ВТУЗ 2006. – 41 с.
9. Настройка типовых регуляторов по методу Циглера–Никольса: методические указания к выполнению лабораторных работы для студентов, обучающихся по направлениям 210100 «Электроника и наноэлектроника» и 201000 «Биотехнические системы и технологии» / сост. О.С. Вадутов; Национальный исследовательский Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2014. – 10 с.

Учебное издание

Ковалёв Дмитрий Александрович
Томчина Ольга Петровна
Шаряков Владимир Анатольевич
Шарякова Ольга Леонидовна

**ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ
ЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ**

Учебно-методическое пособие
к выполнению лабораторных работ

Редактор и корректор В.А. Басова
Технический редактор Л.Я. Титова

Темплан 2019 г., поз. 30

Подп. к печати 03. 10. 2019.

Формат 60x84/16.

Бумага тип.№1. Печать офсетная.

Печ. л. 4,5.

Уч. – изд. л. 4,5.

Тираж 100 экз. Изд.№ 30.

Цена «С»

Заказ №

Ризограф Высшей школы технологии и энергетики Санкт-Петербургского государственного университета промышленных технологий и дизайна, 198095, СПб., ул. И. Черных, 4.