

В. П. Иваненко, В. Ю. Кузнецов, И. Д. Зятиков

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА
Выполнение контрольной работы № 1

Санкт-Петербург
2022

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Санкт-Петербургский государственный университет
промышленных технологий и дизайна»
Высшая школа технологии и энергетики
Кафедра автоматизированного электропривода и электротехники

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Выполнение контрольной работы № 1

Методические указания для студентов всех форм обучения
по направлениям подготовки:

- 13.03.01 — Теплоэнергетика и теплотехника
- 15.03.02 — Технологические машины и оборудование
- 15.03.04 — Автоматизация технологических процессов
и производств
- 18.03.01 — Химическая технология
- 18.03.02 — Энерго- и ресурсосберегающие процессы
в химической технологии, нефтехимии
и биотехнологии
- 27.03.04 — Управление в технических системах
- 29.03.03 — Технология полиграфического
и упаковочного производства

Составители:
В. П. Иваненко
В. Ю. Кузнецов
И. Д. Зятиков

Утверждено
на заседании кафедры АЭиЭ
30.11.2021 г., протокол № 6

Рецензент Н. С. Благодарный

Методические указания соответствуют программам и учебным планам дисциплин «Электротехника и промышленная электроника», «Электротехника и промышленная электроника в области охраны окружающей среды» и «Электротехника и электроника» по направлениям подготовки: 13.03.01 – Теплоэнергетика и теплотехника, профиль «Промышленная теплоэнергетика», 15.03.02 – Технологические машины и оборудование, профиль «Машины и аппараты комплексной переработки возобновляемых ресурсов», 15.03.04 – Автоматизация технологических процессов и производств, профиль «Автоматизация технологических процессов и производств», 18.03.01 – Химическая технология, профиль «Химическая и биотехнология переработки растительного сырья», 18.03.02 – Энерго- и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии, профиль «Охрана окружающей среды и рациональное использование природных ресурсов», 27.03.04 – Управление в технических системах, профиль «Системы и средства автоматизации технологических процессов», 29.03.03 – Технология полиграфического и упаковочного производства, профиль «Технология упаковочного производства». Методические указания содержат краткие теоретические сведения, задания и рекомендации по выполнению контрольной работы по темам: «Расчет электрических цепей с источниками постоянного напряжения и тока» и «Расчет электрических цепей однофазного синусоидального тока».

Методические указания предназначены для бакалавров очной и заочной форм обучения.

Утверждено Редакционно-издательским советом ВШТЭ СПбГУПТД в качестве методических указаний

Редактор и корректор М. Д. Баранова

Техн. редактор Д. А. Романова

Темплан 2021 г., поз.5249

Подписано к печати 15.02.2022.

Формат 60x84/16.

Бумага тип № 1.

Печать офсетная.

Печ. л. 1,6.

Уч.-изд. л. 1,6.

Тираж 50 экз.

Изд. № 5249.

Цена «С».

Заказ №

Ризограф Высшей школы технологии и энергетики СПбГУПТД,
198095, Санкт-Петербург, ул. Ивана Черных, 4.

СОДЕРЖАНИЕ

ТЕМА 1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ С ИСТОЧНИКАМИ ПОСТОЯННОГО НАПРЯЖЕНИЯ И ТОКА	4
1.1. Основные законы и методы анализа	4
1.2. ЗАДАНИЕ 1. Расчёт разветвлённой цепи постоянного тока	13
ТЕМА 2. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ОДНОФАЗНОГО СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА	16
2.1. Основные теоретические сведения	16
2.2. ЗАДАНИЕ 2. Расчёт однофазной цепи синусоидального тока.....	24
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	26
Приложение. Требования к оформлению контрольной работы	27

ТЕМА 1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ С ИСТОЧНИКАМИ ПОСТОЯННОГО НАПРЯЖЕНИЯ И ТОКА

1.1 Основные законы и методы анализа

Закон Ома. Напряжение участка цепи U , не содержащего источник энергии (рис.1а), определяется как произведение сопротивления этого участка R на протекающий через него ток I : $U = R \cdot I$.

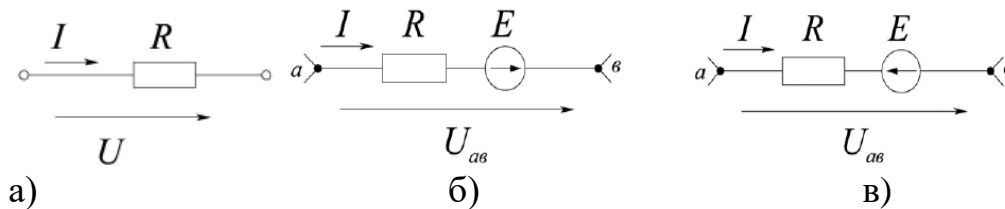


Рис.1.

Закон Ома для участка цепи, содержащей источник энергии (рис.1б и 1в), позволяет определить ток участка цепи по известной разности потенциалов на концах участка цепи и величине ЭДС. В общем случае ток I , протекающий от точки a к точке b , равен:

$$I = I_{ab} = \frac{\varphi_a - \varphi_b + \sum E}{R_{ab}},$$

где $\varphi_a - \varphi_b = U_{ab}$ – напряжение между выводами рассматриваемого участка схемы, совпадающее по направлению с направлением тока;

$\sum E$ – алгебраическая сумма ЭДС, действующих на том же участке; если направление ЭДС совпадает с направлением тока I , ЭДС записывается со знаком плюс, в противном случае – со знаком минус;

R_{ab} – суммарное сопротивление участка схемы между точками a, b .

Первый закон Кирхгофа. Алгебраическая сумма токов в узле равна нулю:

$$\sum_{k=1}^K I_k = 0.$$

Второй закон Кирхгофа. Алгебраическая сумма напряжений контура равна алгебраической сумме ЭДС этого контура:

$$\sum_{m=1}^M R_m \cdot I_m = \sum_{k=1}^K E_k.$$

Баланс мощностей.

Для любой электрической цепи суммарная мощность $P_{и}$, развиваемая источниками электрической энергии (источниками тока и ЭДС), равна суммарной мощности $P_{п}$, расходуемой потребителями (резисторами).

$P_{II} = P_R = U \cdot I = R \cdot I^2 = U^2/R$ – мощность, рассеиваемая резистором.

$P_{II} = P_E = \pm E \cdot I$ – мощность источника ЭДС.

$P_{II} = P_J = \pm U_J \cdot J$ – мощность источника тока.

Мощности, рассеиваемые резисторами, всегда положительны, в то время как мощности источников электрической энергии, в зависимости от

соотношения направлений падения напряжения и тока в них, могут иметь любой знак. Если направление протекания тока через источник противоположно направлению падения напряжения на нём, то мощность источника положительна, т.е. он отдаёт энергию в электрическую цепь. В противном случае мощность источника отрицательна, и он является потребителем электрической энергии.

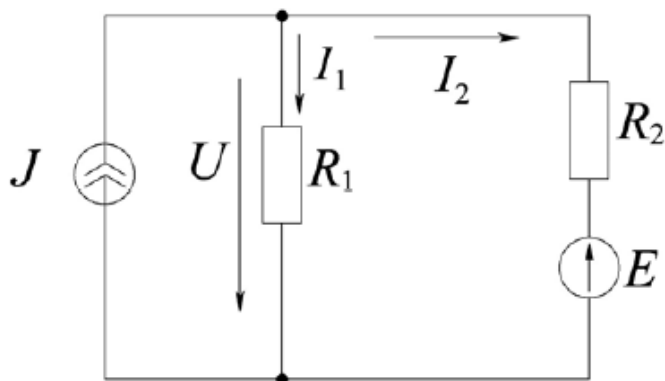


Рис. 2.

Баланс мощностей можно использовать для проверки правильности расчета токов в ветвях электрической схемы. В качестве примера для схемы на рисунке 2 записано уравнение баланса мощностей:

$$UJ - I_2 E = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2, \text{ где } U = R_1 I_1$$

Метод эквивалентных преобразований.

Сущность метода заключается в том, чтобы сложную разветвленную цепь с помощью эквивалентных преобразований привести к простейшей одноконтурной цепи, включающей ветвь с искомым током, значение которого определяется затем по закону Ома. К эквивалентным преобразованиям относятся: а) преобразование представления источников электрической энергии; б) замена последовательных и параллельных соединений одностипных элементов эквивалентными одиночными элементами; в) преобразование соединений «звезда»–«треугольник» и «треугольник»–«звезда».

Пример задачи 1.1

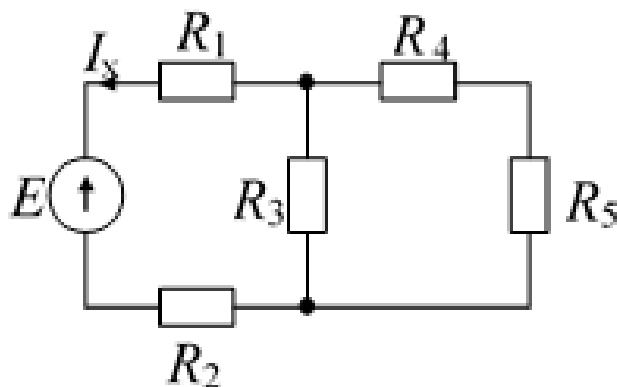


Рис. 3.

Дано: $E=100$ В; $R_1=5$ Ом; $R_2=15$ Ом; $R_3=40$ Ом; $R_4=35$ Ом; $R_5=85$ Ом (рис.3).

Найти: ток через источник E , используя метод эквивалентных преобразований.

Решение: Обозначим положительное направление искомого тока I_x .

Заменяем последовательное соединение сопротивлений R_4 и R_5 эквивалентным сопротивлением R_{31}

$$R_{31} = R_4 + R_5 = 35 + 85 = 120 \text{ [Ом]}.$$

Заменяем параллельное соединение сопротивлений R_3 и R_{31} эквивалентным сопротивлением R_{32} (рис.3.1):

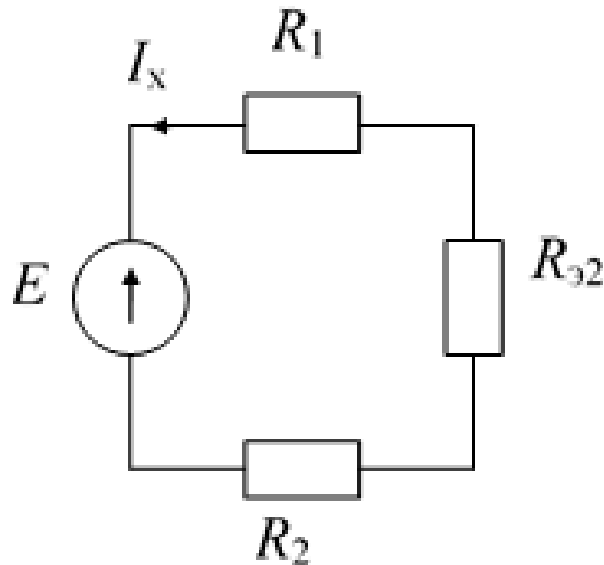


Рис. 3.1.

$$R_{32} = \frac{R_3 \cdot R_{31}}{R_3 + R_{31}} = \frac{40 \cdot 120}{40 + 120} = 30 \text{ [Ом]}.$$

Согласно закону Ома, искомый ток будет определяться как

$$I_x = \frac{-E}{R_1 + R_2 + R_{32}} = \frac{-100}{5 + 15 + 30} = -2 \text{ [А]}.$$

Ответ: $I_x = -2$ [А].

Применение законов Кирхгофа

Устанавливается число неизвестных токов $p = p_v - p_t$, где p_v – общее количество ветвей цепи, p_t – количество ветвей с источниками тока. Устанавливается число узлов q . Устанавливается число независимых контуров $n = p - (q - 1)$.

Для каждой ветви задаются положительным направлением тока. Число уравнений, составленных по первому закону Кирхгофа, составляет $(q - 1)$. Число уравнений, составленных по второму закону Кирхгофа, составляет n . При составлении последних следует выбирать независимые контуры, не содержащие источников тока. Общее количество уравнений, составленных по законам Кирхгофа, должно составлять p .

Пример задачи 1.2

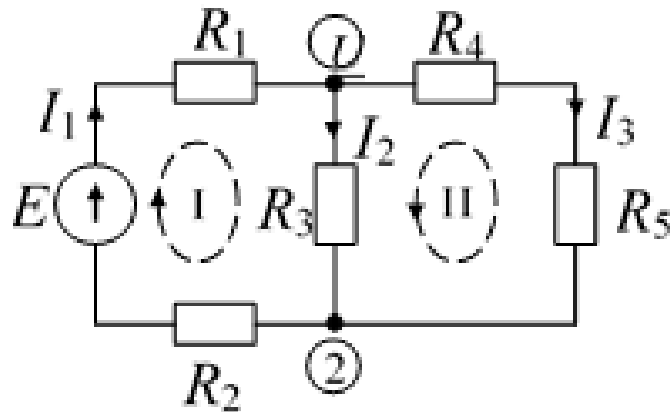


Рис. 4.

Дано: $E=100$ В; $R_1=5$ Ом; $R_2=15$ Ом; $R_3=40$ Ом; $R_4=35$ Ом; $R_5=85$ Ом.
(рис. 4).

Найти: все неизвестные токи, используя законы Кирхгофа; показать, что баланс мощностей имеет место.

Решение: Всего в схеме три ветви $p_b=3$, ветвей с источниками тока нет $p_r=0$, число неизвестных токов равно $p=(p_b-p_r)=3-0=3$, количество узлов $-q=2$, число уравнений по первому закону Кирхгофа $-(q-1)=2-1=1$, число уравнений по второму закону Кирхгофа $-n=p-(q-1)=3-(2-1)=2$.

Выберем положительные направления токов и обозначим их стрелками. Выберем и обозначим стрелками направления обхода двух независимых контуров: I и II. Составим систему уравнений Кирхгофа

$$\begin{aligned} &\text{— для узла 2} && -I_1 + I_2 + I_3 = 0 \\ &\text{— для контура I} && (R_1 + R_2) \cdot I_1 + R_3 \cdot I_2 = E \\ &\text{— для контура II} && R_3 \cdot I_2 - (R_4 + R_5) \cdot I_3 = 0 \end{aligned}$$

Полученные уравнения после подстановки в них числовых значений будут иметь следующий вид:

$$\begin{cases} -I_1 + I_2 + I_3 = 0 \\ 20 \cdot I_1 + 40 \cdot I_2 = 100 \\ 40 \cdot I_2 - 120 \cdot I_3 = 0 \end{cases}$$

Решение данной системы: $I_1 = 2$ [А], $I_2 = 1,5$ [А], $I_3 = 0,5$ [А].

Баланс мощностей для рассматриваемой цепи

$$E \cdot I_1 = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_1^2 + R_3 \cdot I_2^2 + R_4 \cdot I_3^2 + R_5 \cdot I_3^2 \text{ или} \\ 100 \cdot 2 = 5 \cdot 2^2 + 15 \cdot 2^2 + 40 \cdot 1,5^2 + 35 \cdot 0,5^2 + 85 \cdot 0,5^2.$$

Получено тождество $200 = 200$.

Ответ: $I_1 = 2$ [А], $I_2 = 1,5$ [А], $I_3 = 0,5$ [А], $P_{\text{и}} = P_{\text{п}} = 200$ [Вт].

Метод контурных токов.

Метод основывается на том свойстве, что ток в любой ветви цепи может быть представлен в виде алгебраической суммы независимых контурных токов, протекающих по этой ветви. При использовании данного метода вначале выбирают и обозначают независимые контурные токи (по любой ветви цепи

Составим систему уравнений для контуров:

$$\begin{cases} (R_1 + R_2 + R_3) \cdot I_{11} - R_3 \cdot I_{22} = E \\ -R_3 \cdot I_{11} + (R_3 + R_4 + R_5) \cdot I_{22} = 0 \end{cases}$$

После подстановки численных значений имеем:

$$\begin{cases} 60 \cdot I_{11} - 40 \cdot I_{22} = 100 \\ -40 \cdot I_{11} + 160 \cdot I_{22} = 0 \end{cases}$$

Решив эту систему уравнений, найдем контурные токи $I_{11} = 2$ [А], $I_{22} = 0,5$ [А], а затем найдем истинные токи во всех ветвях.

В ветви с E , R_1 и R_2 истинный ток I_1 имеет направление контурного тока I_{11} и равен $I_1 = I_{11} = 2$ [А].

В ветви с R_3 истинный ток I_2 получится сложением контурных токов I_{11} и I_{22} с учётом их направлений и будет равен $I_2 = I_{11} - I_{22} = 2 - 0,5 = 1,5$ [А].

В ветви с R_4 и R_5 истинный ток I_3 имеет направление контурного тока I_{22} и равен $I_3 = I_{22} = 0,5$ [А].

Ответ: $I_1 = 2$ [А], $I_2 = 1,5$ [А], $I_3 = 0,5$ [А].

Метод узловых потенциалов

Метод основан на применении закона Ома и первого закона Кирхгофа. С помощью закона Ома можно определить ток в ветви, если известна разность потенциалов узлов, к которым подключена ветвь, её проводимость и действующая в ветви ЭДС.

Потенциал одного из узлов принимают равным нулю, что позволяет уменьшить количество расчетных уравнений до $n - 1$. В этом случае токи в схеме не изменяются, так как никаких новых ветвей, по которым могли бы протекать токи, не образуется.

При составлении уравнений для $(n - 1)$ узлов пользуются следующим правилом: в левой части уравнения потенциал рассматриваемого узла умножается на сумму проводимостей ветвей, присоединенных к этому узлу; от этого произведения вычитаются произведения потенциалов соседних узлов на сумму проводимостей ветвей между рассматриваемым узлом и соответствующим соседним узлом; правая часть уравнения равна алгебраической сумме произведений ЭДС в каждой ветви на проводимость ветви, присоединенной к рассматриваемому узлу.

Произведение EG записывается с положительным знаком, если ЭДС направлена к узлу, для которого записывается уравнение, и с отрицательным, если ЭДС направлена от узла. Если схема содержит источники тока, то они также учитываются в правой части уравнения, причем с положительным знаком записываются токи источников тока, направленные к рассматриваемому узлу, с отрицательным – от узла. Из полученной системы уравнений определяются потенциалы узлов. Затем произвольно задаются направления токов в ветвях и рассчитывают токи по закону Ома.

Пример задачи 1.4

Составить систему уравнений методом узловых потенциалов для узлов 1, 2 и 3 (рис.6), при $\varphi_4 = 0$.

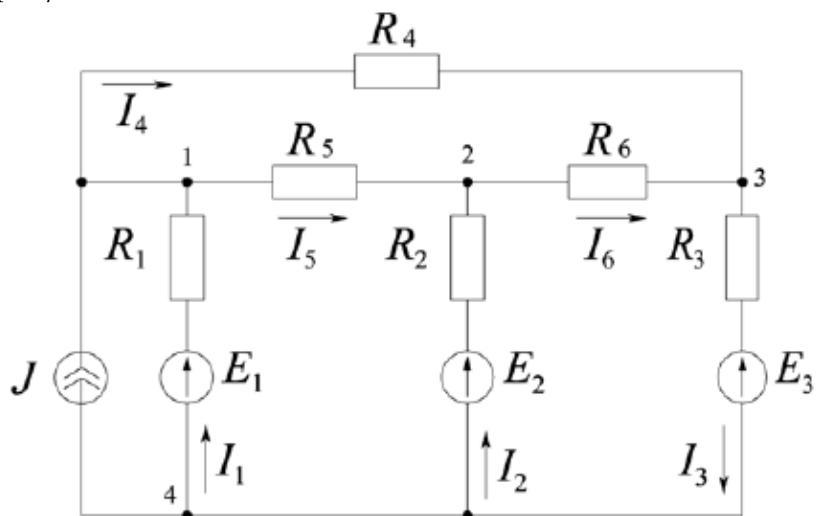


Рис. 6.

В соответствии с указанной методикой получаем следующие уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) - \varphi_2 \frac{1}{R_5} - \varphi_3 \frac{1}{R_4} &= E_1 \frac{1}{R_1} + J; \\ \varphi_2 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \right) - \varphi_1 \frac{1}{R_5} - \varphi_3 \frac{1}{R_6} &= E_2 \frac{1}{R_2}; \\ \varphi_3 \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} \right) - \varphi_2 \frac{1}{R_6} - \varphi_1 \frac{1}{R_4} &= E_3 \frac{1}{R_3}. \end{aligned} \right\}$$

Метод двух узлов.

Метод двух узлов является частным случаем метода узловых потенциалов.

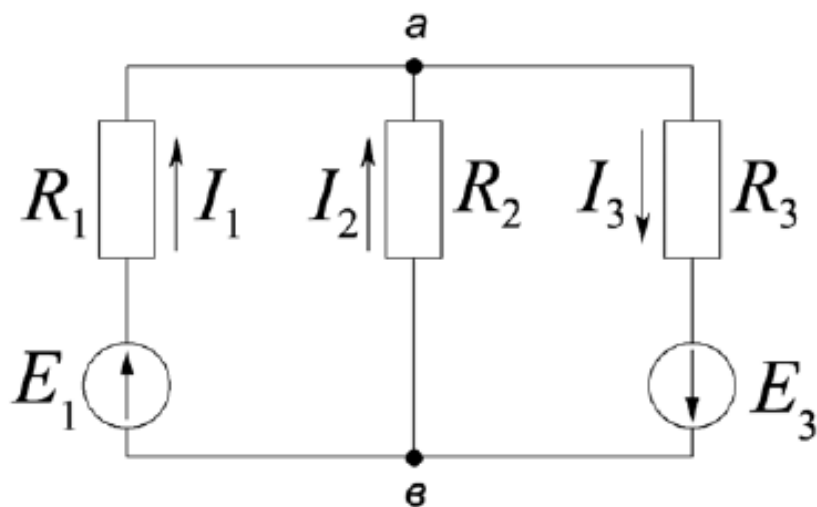


Рис. 7.

Если принять потенциал узла b за ноль ($\varphi_b=0$), (рис.7), тогда потенциал точки a можно определить по общему правилу:

$$U_{ab} = \varphi_a = \frac{\sum E_k G_k + \sum J_k}{\sum G_k}$$

где $\sum E_k G_k$ – алгебраическая сумма произведений ЭДС на проводимость ветви с соответствующей ЭДС (с положительным знаком записываются ЭДС, направленные к узлу a),

$\sum J_k$ – алгебраическая сумма токов источников тока (с положительным знаком записывается ток источника, направленный к узлу a),

$\sum G_k$ – арифметическая сумма проводимостей всех ветвей между двумя узлами.

Метод эквивалентного генератора

Для нахождения тока в произвольной ветви всю внешнюю по отношению к ней электрическую цепь представляют в виде некоторого эквивалентного генератора с ЭДС E_r и с сопротивлением R_r . Тогда ток в этой ветви можно определить по закону Ома.

ЭДС эквивалентного генератора E_r и его внутреннее сопротивление R_r равны соответственно разности потенциалов и сопротивлению между точками (узлами) электрической цепи, к которым подключена ветвь с искомым током в режиме холостого хода, т.е. в режиме, когда эта ветвь отключена.

Искомую ЭДС можно определить любым методом анализа электрических цепей. При определении внутреннего сопротивления R_r источники электрической энергии должны быть заменены эквивалентными сопротивлениями: источники ЭДС – нулевыми сопротивлениями, т.е. коротким замыканием точек их подключения, а источники тока – бесконечно большими сопротивлениями, т.е. разрывом цепи между точками подключения.

Пример задачи 1.5

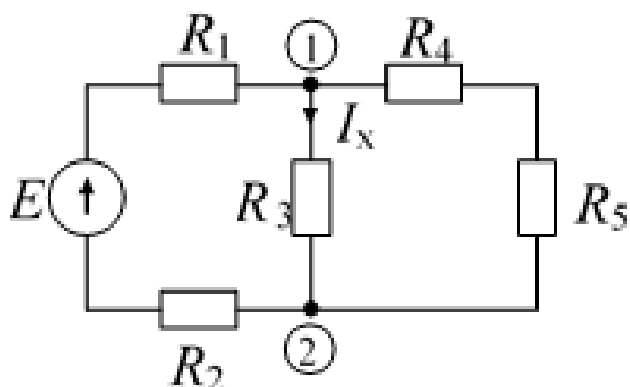


Рис. 8.

Дано: $E=100$ В; $R_1=5$ Ом; $R_2=15$ Ом; $R_3=40$ Ом; $R_4=35$ Ом; $R_5=85$ Ом (рис. 8).

Найти: ток через резистор R_3 , используя метод эквивалентного генератора.

Решение: Нарисуем эквивалентную электрическую схему с эквивалентным генератором. На схеме (рис. 8.1) произвольно выбрано положительно направление ЭДС E_{Γ} .

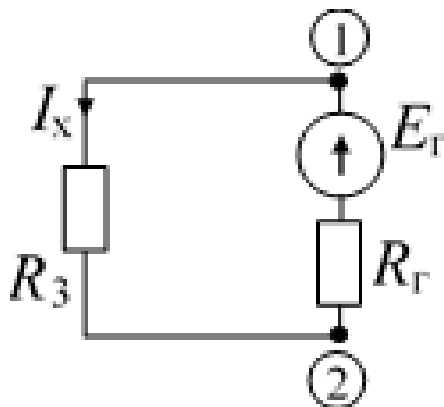


Рис. 8.1.

Это позволяет записать для режима холостого хода эквивалентного генератора с отключенной ветвью

$$E_{\Gamma} = U_{12\text{xx}}.$$

Индекс «xx» указывает на то, что величины соответствуют режиму холостого хода. Развернутая схема режима холостого хода будет выглядеть следующим образом (Рис. 8.2):

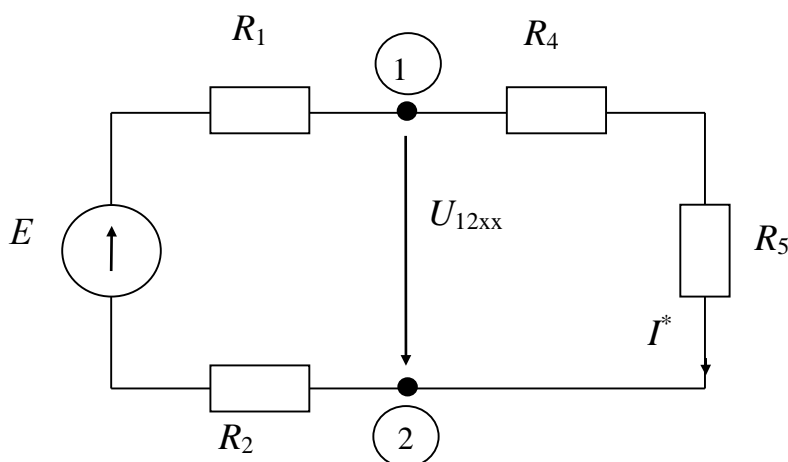


Рис. 8.2

Напряжение холостого хода $U_{12\text{xx}}$, определяющее величину E_{Γ} , будет определяться:

$$U_{12\text{xx}} = (R_4 + R_5) \cdot I^*.$$

Определим ток I^* , используя закон Ома

$$I^* = E / (R_1 + R_2 + R_4 + R_5) = 100 / (5 + 15 + 35 + 85) = 5/7 \text{ [A]}.$$

Тогда

$$U_{12\text{xx}} = (R_4 + R_5) \cdot I^* = (35 + 85) \cdot (5/7) = 600/7 \text{ [В]}.$$

Найдем сопротивление R_r . Для этого преобразуем предыдущую схему, удалив из нее источники энергии (рис. 8.3):

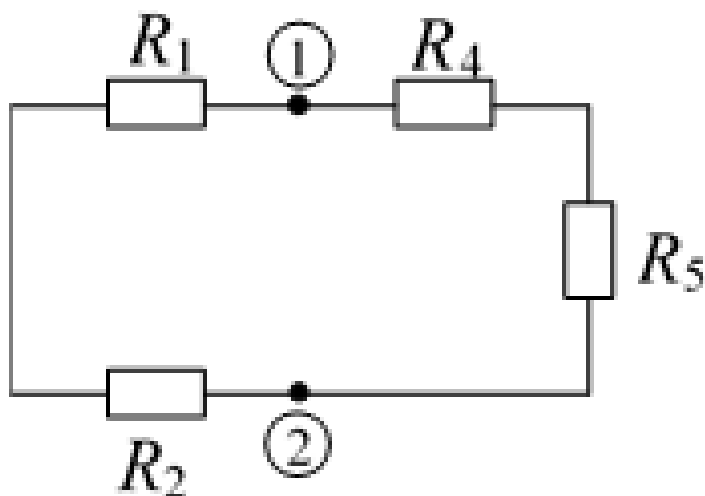


Рис. 8.3.

$$R_r = \frac{(R_1 + R_2) \cdot (R_4 + R_5)}{R_1 + R_2 + R_4 + R_5} = \frac{(5 + 15) \cdot (35 + 85)}{5 + 15 + 35 + 85} = 120/7 \text{ [Ом]}.$$

Возвращаясь к схеме с эквивалентным генератором, находим искомый ток по закону Ома:

$$I_x = \frac{E}{R_3 + R_r} = \frac{600/7}{40 + 120/7} = 1,5 \text{ [A]}.$$

Ответ: $I_x = 1,5 \text{ [A]}$.

1.2. ЗАДАНИЕ 1

Расчет разветвленной цепи постоянного тока

Для электрической схемы, выбранной в соответствии с № варианта:

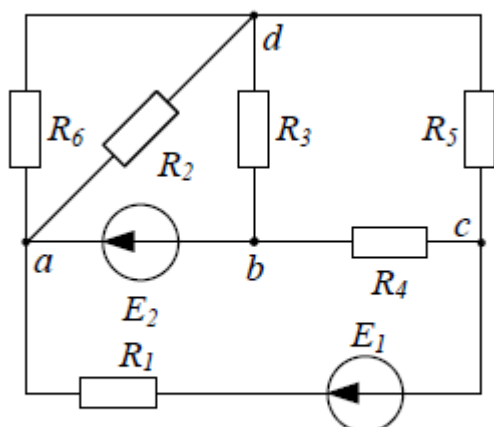
1. Составить систему уравнений для определения токов в ветвях методом законов Кирхгофа.
2. Эквивалентно преобразовать схему до двух контуров.
3. Рассчитать токи во всех ветвях схемы:
 - методом контурных токов;
 - методом узловых потенциалов;
 - методом эквивалентного генератора.
4. Составить баланс мощностей.

Вариант задания соответствует последней цифре номера зачетной книжки студента. Ноль соответствует варианту № 10.

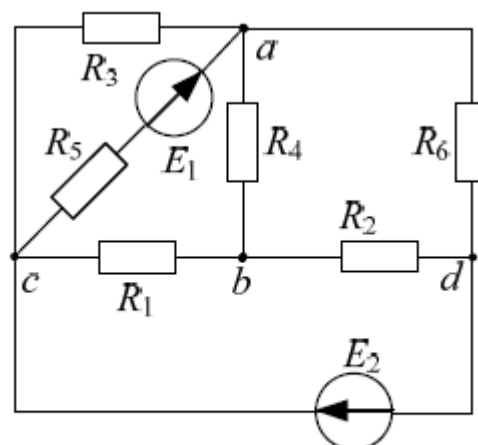
Таблица 1 – Данные для расчета

№ п/п	№ варианта	№ схемы	$E_1, В$	$E_2, В$	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	$R_3, Ом$	$R_4, Ом$	$R_5, Ом$	$R_6, Ом$
1	1	1	40	20	5	2	10	5	6	8
2	2	2	20	40	2	1	30	10	10	2
3	3	3	40	10	4	5	3	3	4	2
4	4	4	10	40	6	3	5	5	10	5
5	5	5	50	20	2	1	30	10	10	2
6	6	6	20	50	6	8	5	10	9	4
7	7	7	60	20	4	2	6	6	8	5
8	8	8	20	60	3	1	2	8	10	4
9	9	9	10	30	5	4	1	4	5	8
10	10	10	30	3	4	10	4	6	3	9

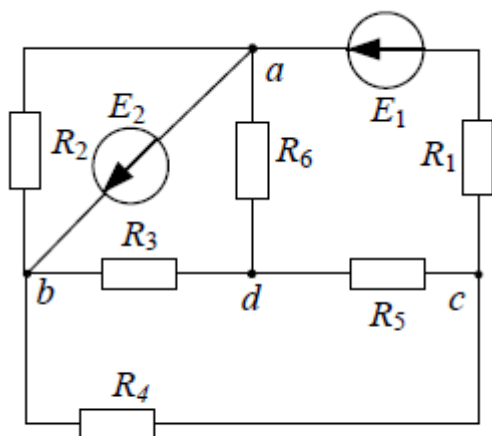
Схемы для расчётов по вариантам:



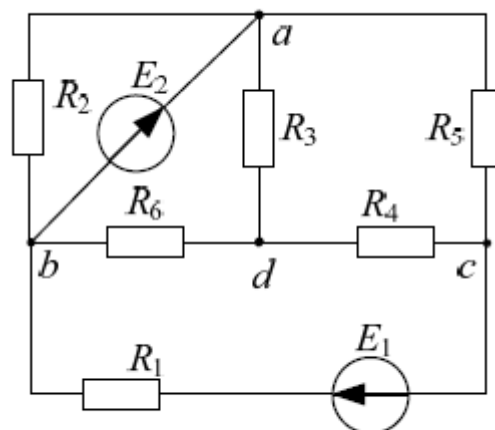
№ 1



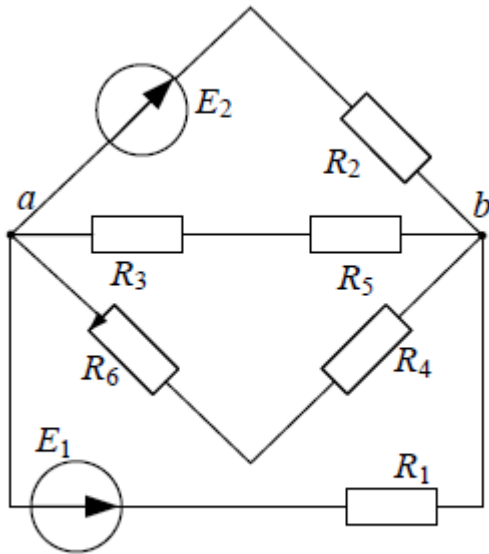
№ 2



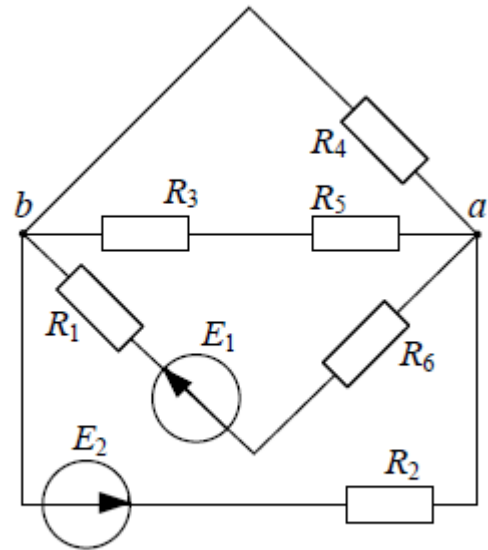
№ 3



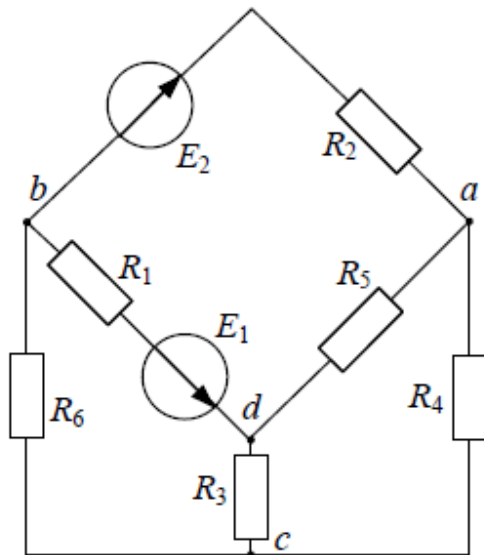
№ 4



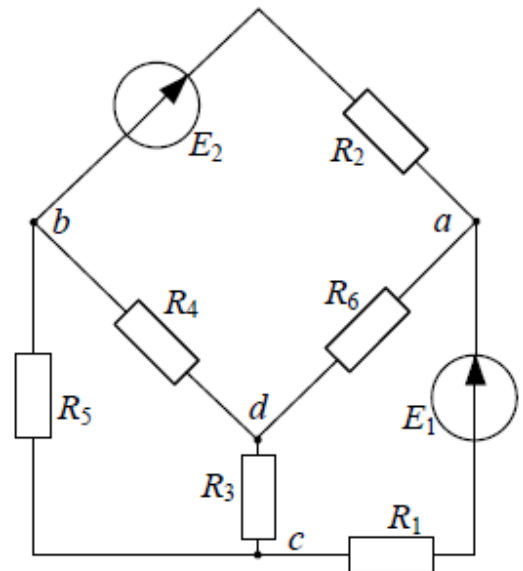
№ 5



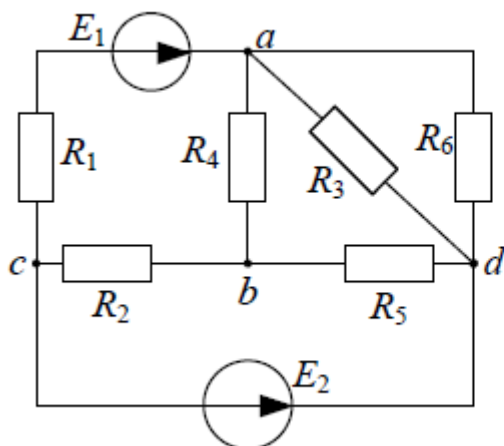
№ 6



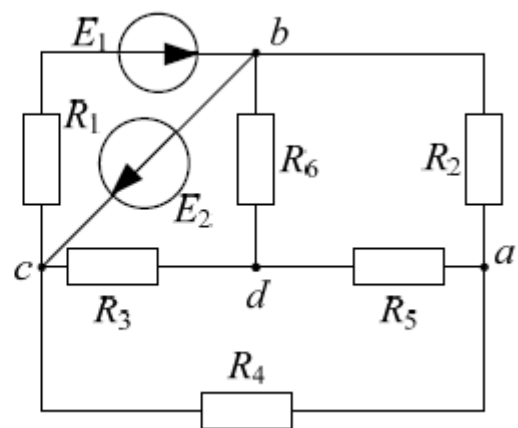
№ 7



№ 8



№ 9



№ 10

ТЕМА 2. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ОДНОФАЗНОГО СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

2.1. Основные теоретические сведения

Мгновенное значение величины, являющейся синусоидальной функцией времени, описывается выражением:

$$X(t) = X_{max} \cdot \sin(\omega t + \varphi_x),$$

где $x(t)$ – мгновенные значения тока (i), напряжения (u) и ЭДС (e);

X_{max} – амплитуда i , u , e ;

$(\omega t + \varphi_x)$ – текущая фаза;

φ_x – начальная фаза;

ω – угловая частота (скорость изменения фазы).

Период T , угловая частота ω и частота f связаны следующими соотношениями:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}; \quad f = \frac{1}{T}$$

Действующие значения синусоидально изменяющихся ЭДС, напряжений и токов равны:

$$E = 0,707E_{max}; \quad U = 0,707U_{max}; \quad I = 0,707I_{max}$$

При расчете электрических цепей синусоидального тока часто используется комплексный метод. Этот метод основан на представлении синусоидального напряжения/тока комплексными числами. Например, синусоидальное напряжение $u = U_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_u)$ изображается как $U_m e^{j\varphi_u} e^{j\omega t} = \dot{U}_m e^{j\omega t}$, где $\dot{U}_m = U_m e^{j\varphi_u}$ – комплексная амплитуда, а $j = \sqrt{-1}$.

Иногда используют комплексное действующее значение $\dot{U} = \frac{\dot{U}_m}{\sqrt{2}}$ (иногда комплексное значение обозначают нижним подчеркиванием \underline{U}).

Комплексное число можно записать соответственно в виде показательной, тригонометрической и алгебраической формах:

$$\dot{U}_m = U_m e^{j\varphi_u} = U_m \cdot (\cos\varphi_u + j\sin\varphi_u) = a + jb,$$

где $U_m = \sqrt{a^2 + b^2} = |\dot{U}_m|$, $\varphi_u = \arctg \frac{b}{a}$, где a – вещественная составляющая комплексного числа, b – мнимая составляющая комплексного числа.

Отношение комплексного напряжения на входных зажимах цепи к комплексному току в этой цепи называется комплексным сопротивлением Z :

$$\underline{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m}$$

Выражение $\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}}$ – это закон Ома в комплексной форме.

$$\underline{Z} = Z e^{j\varphi} = Z \cdot \cos\varphi + j Z \cdot \sin\varphi = R + j X,$$

где $Z = \frac{U}{I} = \frac{U_m}{I_m} = \sqrt{R^2 + X^2} = |\underline{Z}|$ – полное сопротивление цепи;

$\varphi = \psi_u - \psi_i = \arctg \frac{X}{R}$ – фазовый сдвиг между током и напряжением;

$R = Z \cdot \cos\varphi$ – активное сопротивление;

$X = Z \cdot \sin\varphi$ – реактивное сопротивление.

Комплексная величина \underline{Y} , обратная комплексному сопротивлению \underline{Z} , называется комплексной проводимостью.

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{i}{\dot{U}} = \frac{i_m}{\dot{U}_m} = ye^{j\varphi} = y \cdot \cos\varphi - jy \cdot \sin\varphi = g - jb ,$$

где $y = |\underline{Y}| = \frac{I}{U} = \frac{I_m}{U_m} = \sqrt{g^2 + b^2}$ – полная проводимость цепи;

$\varphi = \psi_i - \psi_u = \arctg \frac{b}{g}$ – фазовый сдвиг между током и напряжением;

$g = y \cdot \cos\varphi$ – активная проводимость;

$b = y \cdot \sin\varphi$ – реактивная проводимость.

Комплексное сопротивление индуктивного элемента:

$$\underline{Z}_L = jX_L, \quad X_L = \omega L ,$$

где X_L – индуктивное сопротивление.

Комплексное сопротивление емкостного элемента:

$$\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = -jX_C, \quad X_C = \frac{1}{\omega C} ,$$

где X_C – емкостное сопротивление.

Комплексная проводимость индуктивного элемента:

$$\underline{Y}_L = \frac{1}{\underline{Z}_L} = \frac{1}{j\omega L} = -jb_L ,$$

где $b_L = \frac{1}{\omega L}$ – индуктивная проводимость.

Комплексная проводимость емкостного элемента:

$$\underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_C} = j\omega C = jb_C ,$$

где $b_C = \omega C$ – емкостная проводимость.

Комплексная проводимость активного элемента \underline{Z}_R от частоты не зависит и $\underline{Z}_R = R$, тогда комплексная проводимость $\underline{Y}_R = \frac{1}{\underline{Z}_R} = \frac{1}{R} = g$.

При использовании комплексного метода справедливы законы Ома и Кирхгофа.

Первый закон Кирхгофа в комплексной форме имеет вид:

$$\sum_{k=1}^n i_{mk} = 0 \quad \text{или} \quad \sum_{k=1}^n \dot{i}_k = 0$$

Второй закон Кирхгофа в комплексной форме имеет вид:

$$\sum_{k=1}^n \dot{E}_{mk} = \sum_{k=1}^m \dot{U}_{mk} \quad \text{или} \quad \sum_{k=1}^n \dot{E}_k = \sum_{k=1}^m \dot{U}_k ,$$

где n – количество ЭДС в замкнутом контуре;

m – количество элементов (R, L, C) в этом контуре.

В цепи с последовательным соединением R, L, C (рис. 2.1) комплексное сопротивление \underline{Z} равно:

$$\underline{Z} = R + j(X_L - X_C) = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

Полное сопротивление:

$$Z = |\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Сдвиг фаз между напряжением u_{ab} и током i :

$$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}$$

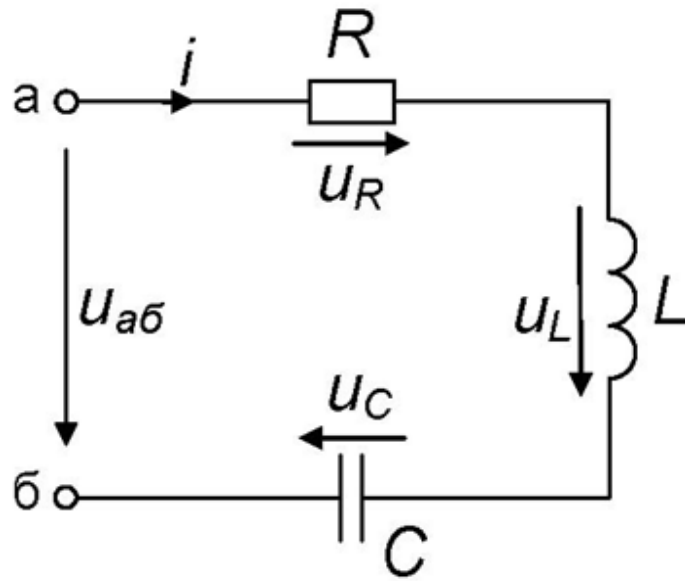


Рис. 2.1.

Векторная диаграмма этой цепи представлена на рисунке 2.2.

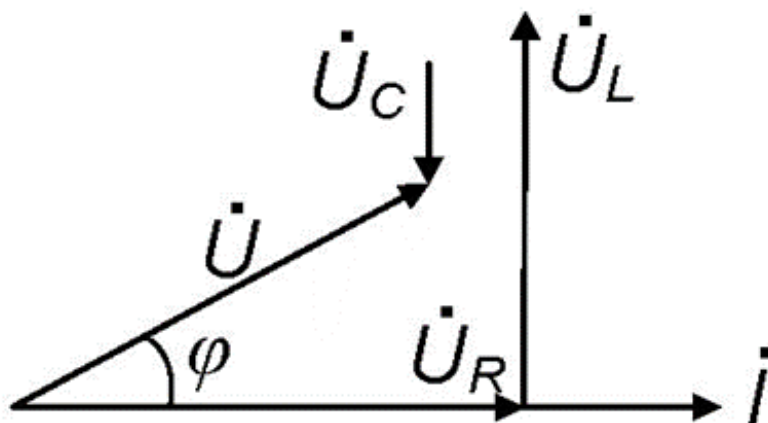


Рис. 2.2.

Рассматривается случай, когда

$$\dot{U}_L > \dot{U}_C, (X_L > X_C),$$

напряжение на входе цепи опережает ток на угол φ .

Цепь носит индуктивный характер.

В цепи с параллельным соединением элементов R , L , C (рис. 2.3) комплексная проводимость \underline{Y} равна:

$$\underline{Y} = g - j(b_L - b_C) = g + j(b_C - b_L).$$

Полная проводимость Y равна:

$$Y = |\underline{Y}| = \sqrt{g^2 + (b_L - b_C)^2}.$$

Сдвиг фаз между напряжением u_{ab} и током i :

$$\varphi = \arctg \frac{b_C - b_L}{g} = \arctg \frac{\frac{1}{\omega C} - \omega L}{g}.$$

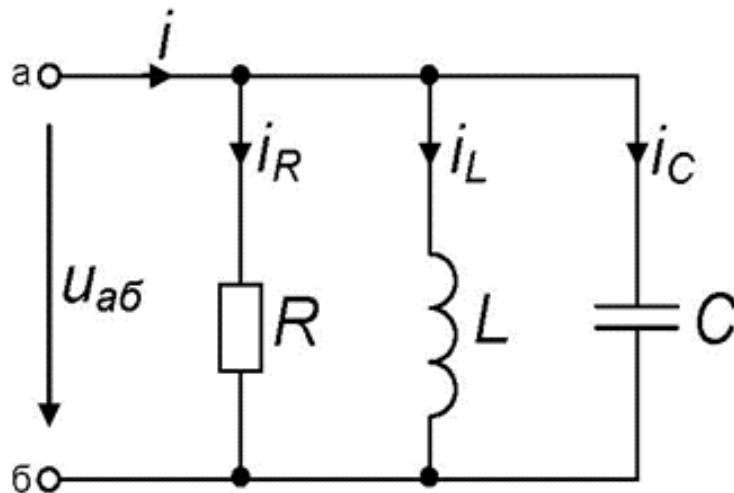


Рис. 2.3.

Векторная диаграмма этой цепи представлена на рисунке 2.4.

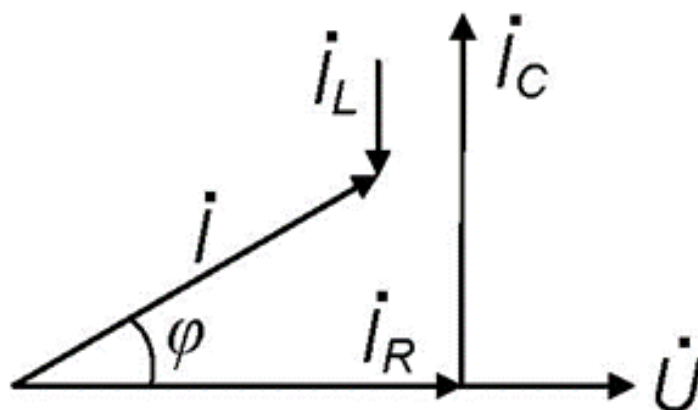


Рис. 2.4.

Рассматривается случай, когда

$$i_C > i_L, (X_C < X_L),$$

ток в общей ветви опережает напряжение на угол φ .

Цепь носит емкостной характер.

В цепях синусоидального тока необходимо рассматривать три вида мощностей:

- активная мощность $P = UI \cdot \cos\varphi = I^2 \cdot R$, (Вт);
- реактивная мощность $Q = UI \cdot \sin\varphi = I^2 \cdot X$, (ВАр);
- полная мощность $S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} = I^2 \cdot Z$, (ВА).

Множитель $\cos\varphi$ называется коэффициентом мощности и равен $\cos\varphi = \frac{P}{S}$

Чем больше $\cos\varphi$, тем больше активная мощность и экономия электроэнергии.

Тогда комплекс полной мощности цепи запишется в виде:

$$S = \dot{U} \cdot \dot{I} = (\underline{Z} \cdot \dot{I}) \cdot \dot{I} = \underline{Z} \cdot I^2 = I^2 R + jI^2 \cdot x = P + jQ, \text{ ВА},$$

где $\dot{I} = I e^{-j\beta}$ – сопряженный комплекс тока.

Для цепи синусоидального тока, так же как и для цепи постоянного тока, можно составить **баланс мощностей**: сумма всех активных мощностей приемников равна сумме активных мощностей источников:

$$P_B = \sum P_{\Pi} = \sum_{k=1}^n I_k^2 R_k;$$

аналогично и для реактивных мощностей:

$$Q_B = \sum Q_{\Pi} = \sum_{k=1}^n I_k^2 \cdot x_k$$

Если в схеме имеется несколько источников ЭДС и источников тока, то вырабатываемая полная мощность определяется в виде:

$$S_B = \sum_n \dot{E}_n \dot{I}_n + \sum_m \dot{U}_{Jm} \dot{J}_m = P_B + jQ_B$$

Относительная погрешность расчетов:

$$\delta_P = \frac{|P_B - P_{\Pi}|}{P_{\Pi}} \cdot 100\% \leq 3\%, \delta_Q = \frac{|Q_B - Q_{\Pi}|}{Q_{\Pi}} \cdot 100\% \leq 3\%$$

Для цепи синусоидального тока, так же как и для цепи постоянного тока, можно составить **баланс мощностей**: сумма всех активных мощностей приемников равна сумме активных мощностей источников:

$$P_B = \sum P_{\Pi} = \sum_{k=1}^n I_k^2 \cdot R_k$$

аналогично и для реактивных мощностей:

$$Q_B = \sum Q_{\Pi} = \sum_{k=1}^n I_k^2 \cdot x_k$$

Если в схеме имеется несколько источников ЭДС и источников тока. то вырабатываемая полная мощность определяется в виде:

$$\dot{S}_B = \sum_n \dot{E}_n \dot{I}_n^* + \sum_m \dot{U}_{Jm} \dot{J}_m^* = P_B + jQ_B$$

Относительная погрешность расчетов:

$$\delta_p = \frac{|P_B - P_{\Pi}|}{P_{\Pi}} * 100\% \leq 3\%, \quad \delta_p = \frac{|Q_B - Q_{\Pi}|}{Q_{\Pi}} * 100\% \leq 3\%.$$

Пример задачи 2.1. В схеме (рис.2.5) рассчитать комплексные сопротивления элементов (круговая частота $\omega=314$ рад/с): $R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 40$ Ом, $L_1 = 64$ мГн, $L_3 = 128$ мГн, $C_2 = 159$ мкФ. Определить полное комплексное сопротивление цепи

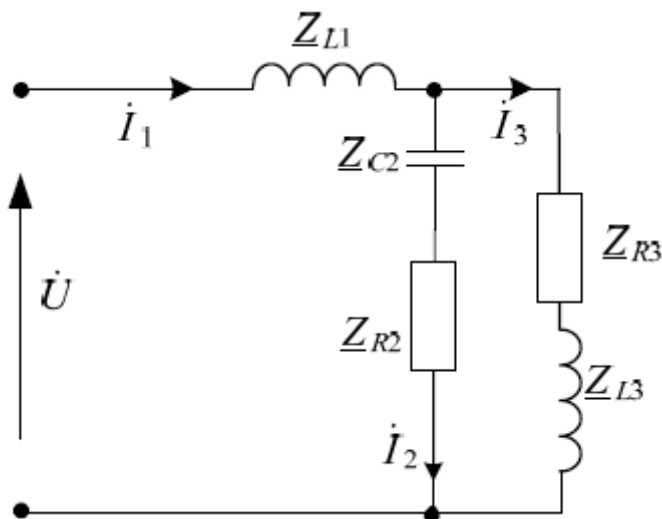


Рис. 2.5.

Решение: В схеме определим комплексные сопротивления элементов:

$$\underline{Z}_{L1} = j\omega L_1 = j314 \cdot 64 \cdot 10^{-3} = 20j, \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{L3} = j\omega L_3 = j314 \cdot 128 \cdot 10^{-3} = 40j, \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{R2} = R_2 = 20 \quad \underline{Z}_{R3} = R_3 = 40, \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{C2} = -\frac{1}{j\omega C_2} = -\frac{1}{j314 \cdot 159 \cdot 10^{-6}} = -20j, \text{ Ом}.$$

Упростим схему за счет сложения последовательно соединенных сопротивлений (рис. 2.6).

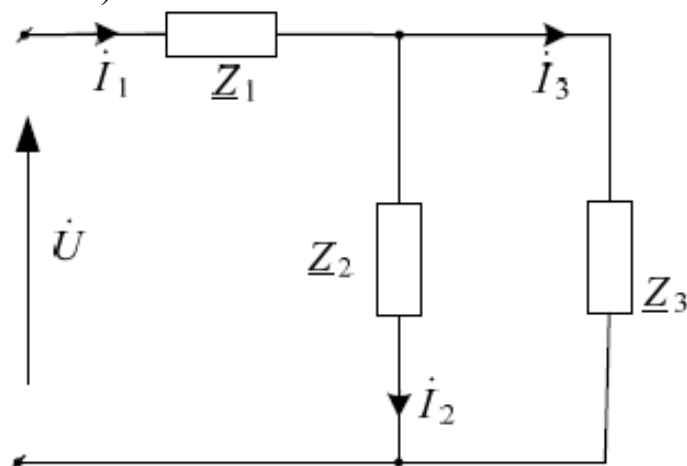


Рис. 2.6.

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_{L1} = 20j = 20e^{j90^\circ}, \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_2 = \underline{Z}_{R2} + \underline{Z}_{C2} = 20 - 20j = 28e^{-j45^\circ}, \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_3 = \underline{Z}_{R3} + \underline{Z}_{L3} = 40 + 40j = 56e^{j45^\circ}, \text{ Ом}$$

Теперь можно сложить параллельно соединенные сопротивления Z_2, Z_3 :

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{23} &= \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{28e^{-j45^\circ} \cdot 56e^{j45^\circ}}{20 - 20j + 40 + 40j} = \frac{1568}{60 + 20j} = \frac{1568}{63,24e^{j18,3^\circ}} = \\ &= 24,8e^{-j18,3^\circ} = 24,8 \cos 18,3^\circ + j 24,8 \sin 18,3^\circ = \\ &= 23,5 + j7,8, \text{ Ом}; \end{aligned}$$

Сопротивления Z_1 и Z_{23} соединены последовательно:

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{23} = 20j + 23,5 + j7,8 = 23,5 + j27,8 = 36e^{j50^\circ}.$$

Пример задачи 2.2. В схеме 2.6 известно $Z_1 = 40 - 20j$, Ом, $Z_2 = 10 + 20j$, Ом, $Z_3 = 50$, Ом, $U = 282 \cdot e^{j45^\circ}$ В. Определить токи ветвей.

Решение: Определим эквивалентное сопротивление. Сопротивления Z_2 и Z_3 соединены параллельно, а Z_{23} и Z_1 соединены последовательно:

$$\underline{Z}_{23} = \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{50(10 + j20)}{50 + 10 + j20} = 12,5 + 12,5j, \text{ Ом.}$$

$$\underline{z} = \underline{z}_{23} + \underline{z}_1 = 12,5 + 12,5j + 40 - 20j = 52,5 - 7,5j = 53 \cdot e^{-j8^\circ}, \text{ Ом.}$$

Находим входной ток \dot{I}_1 по закону Ома:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{\underline{z}} = \frac{282 \cdot e^{j45^\circ}}{53 \cdot e^{-j8^\circ}} = 5,32 \cdot e^{j53^\circ} = 3,2 + 4,25j, \quad \text{А.}$$

Ток \dot{I}_2 определим по правилу разброса (правилу параллельных ветвей):

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{I}_1 \cdot \underline{z}_3}{\underline{z}_3 \cdot \underline{z}_2} = \frac{5,32 \cdot e^{j53^\circ} \cdot 50}{50 + 10 + 20j} = 5,32 \cdot e^{j53^\circ} = 3,46 + 2,39j = 4,2 \cdot e^{j35^\circ}, \text{ А}$$

Ток \dot{I}_3 определим по I закону Кирхгофа:

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_1 - \dot{I}_2 = 3,2 + 4,25j - (3,46 + 2,39j) = +0,26 + 1,86j = 1,88 \cdot e^{j98^\circ}, \text{ А.}$$

Пример задачи 2.3. Для схемы 2.7 определить полную, активную и реактивную мощности, если $u(t) = 282 \sin(\omega t + 20^\circ)$, В, $R = 8$ Ом, $X_L = 6$ Ом.

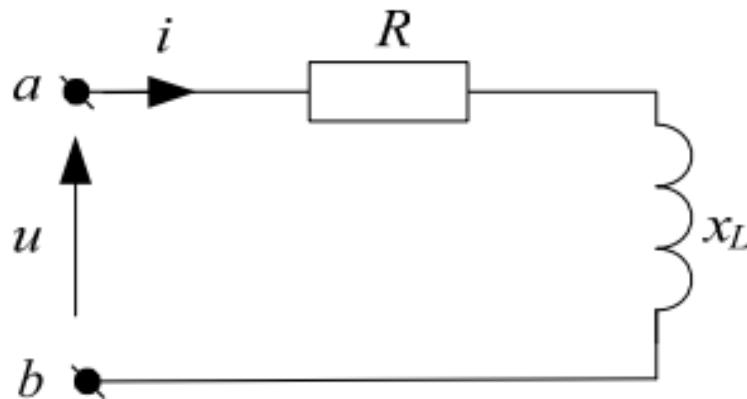


Рис. 2.7

Расчет ведем в комплексной форме.

- Комплекс входного действующего напряжения:

$$\dot{U} = \frac{282}{\sqrt{2}} e^{j20^\circ} \text{ В}$$

- Комплекс входного сопротивления цепи:

$$\underline{Z} = R + jx_L = 8 + j6 = 10e^{j36.87^\circ} \text{ Ом}$$

- Комплекс действующего значения тока найдем по закону Ома:

$$\underline{i} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{200e^{j20^\circ}}{10e^{j36.87^\circ}} = 20e^{-j16.87^\circ} \text{ А.}$$

- Активная мощность:

$$P = I^2 \cdot R = 20^2 \cdot 8 = 3200 \text{ Вт.}$$

- Реактивная мощность:

$$Q = I^2 \cdot x_L = 20^2 \cdot 6 = 2400 \text{ Вар.}$$

- Полная мощность:

$$S = U \cdot I = 200 \cdot 20 = 4000 \text{ ВА,}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3200^2 + 2400^2} = 4000 \text{ ВА.}$$

- Комплекс полной мощности (вырабатываемая мощность):

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = 200e^{j20^\circ} \cdot 20e^{j16.87^\circ} = 4000e^{j36.87^\circ} = 3160 + j2400, \text{ ВА.}$$

Проверка:

$$\varphi = \alpha - \beta = 20 - (16.87^\circ) = 36.87^\circ$$

$$P = S \cdot \cos\varphi = 4000 \cdot \cos 36.87^\circ = 3200 \text{ Вт}$$

$$Q = S \cdot \sin\varphi = 4000 \cdot \sin 36.87^\circ = 2400 \text{ Вар}$$

Погрешность вычисления не превышает 3%.

2.2. ЗАДАНИЕ 2

Расчет однофазной цепи синусоидального тока

Для электрической схемы (рис. 2.8) в соответствии с вариантом *):

1. Начертить комплексную расчетную схему.
2. Рассчитать комплексные сопротивления элементов цепи для частоты тока и напряжения 50 Гц.
3. Выбрать любой метод расчета и определить в комплексной форме токи и напряжения во всех ветвях.
4. Проверить результаты расчета, рассчитав баланс мощности цепи.
5. Определить показание ваттметра.
6. Построить векторную диаграмму токов и напряжений, соответствующую рассчитанной схеме.

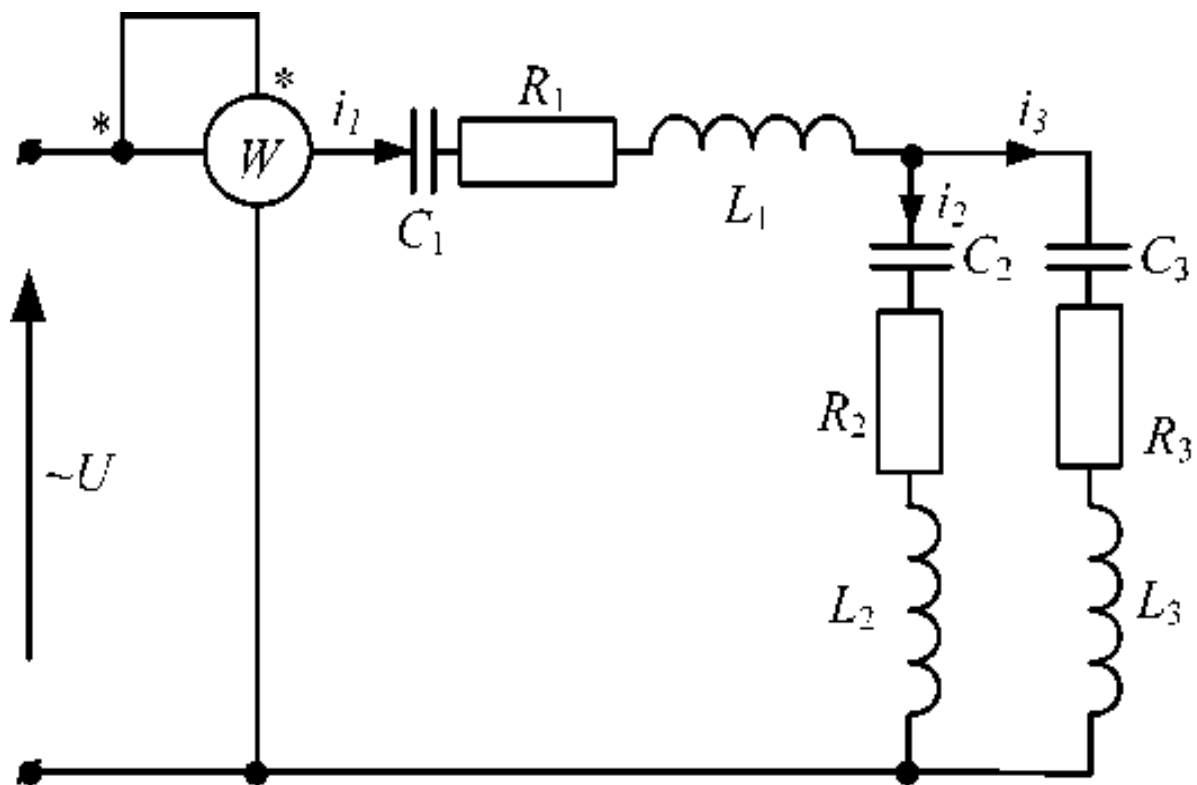


Рис. 2.8. Общая схема задания.

Таблица 2 – Данные для расчётов

№ п/п	№ варианта	U, В I, А	R1 Ом	R2 Ом	R3 Ом	L1, мГн	L2мГ н	L3 мГн	C1, мкФ	C2, мкФ	C3, мк Ф
1	1	$U = 70,7 \cdot e^{j45^\circ}$	13	0	0	0	32	0	-	-	64
2	2	$I_2 = 2,1 \cdot e^{-j92}$	20	51	24	32	0	0	-	-	-
3	3	$U = 80 \cdot e^{j60^\circ}$	0	25	50	175	0	0	-	-	-
4	4	$U = 25 \cdot e^{j35^\circ}$	0	25	60	48	0	0	106	-	-
5	5	$U = 282 \cdot e^{-j45^\circ}$	0	47	23	0	0	0	64	-	-
6	6	$I_3 = 1 e^{-j62^\circ}$	50	55	100	0	0	0	70	-	-
7	7	$I_2 = 10 \cdot e^{j80^\circ}$	61	0	0	0	0	64	-	106	-
8	8	$I_2 = j \cdot e^{j0^\circ}$	0	25	50	0	0	207	-	-	-
9	9	$I_3 = 4 \cdot e^{-j30^\circ}$	0	72	3	83	0	0	-	-	-
10	10	$U = 100 \cdot e^{j60^\circ}$	7	0	0	0	0	0	-	318	159

*) Вариант задания соответствует последней цифре номера зачетной книжки студента. Ноль соответствует 10-му варианту.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Учебная литература

а) основная учебная литература:

1. Гордеев-Бургвиц, М. А. Общая электротехника и электроника [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Гордеев-Бургвиц М. А.— Электрон. текстовые данные. — М.: Московский государственный строительный университет, Ай Пи Эр Медиа, ЭБС АСВ, 2015.— 331 с. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/35411> - ЭБС «IPRbooks»

2. Бутырин П. А. Основы электротехники [Электронный ресурс]: учебник для студентов средних и высших учебных заведений профессионального образования по направлениям электротехники и электроэнергетики/ Бутырин П. А., Толчеев О. В., Шакирзянов Ф. Н. — Электрон. текстовые данные. — М.: Издательский дом МЭИ, 2014. — 360 с. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/33220> - ЭБС «IPRbooks»

б) дополнительная учебная литература:

3. Алиев И. И. Электротехника и электрооборудование [Электронный ресурс]: справочник: Учебное пособие для вузов/ Алиев И. И.— Электрон. текстовые данные.— Саратов: Вузовское образование, 2014.— 1199 с. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/9654> - ЭБС «IPRbooks»

4. Усольцев А. А. Линейные электрические цепи: Учебное пособие. – СПб.: НИУ ИТМО, 2013. – 151 с.

5. Усольцев А. А. Общая электротехника: Учебное пособие. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – СПб.: НИУ ИТМО, 2013. – 305 с.

6. Жаворонков, М. А. Электротехника и электроника: Учебное пособие для студ. вузов. / М. А. Жаворонков, А. В. Кузин. – М.: «Академия», 2005. – 400 с.

7. Касаткин, А. С. Электротехника: учебник для вузов. / А. С. Касаткин, М. В. Немцов. – М.: «Академия», 2007. – 544 с.

8. Макенова, Н. А. Решебник по электротехнике: учебное пособие / Н. А. Макенова, Т. Е. Хохлова / Томской политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2015. – 165 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Требования к оформлению контрольной работы

Контрольная работа – это один из видов проверки знаний студента, который показывает, на каком уровне он владеет материалом по научной дисциплине, а также может объяснять и использовать полученные знания.

Контрольная работа оформляется в соответствии с государственными стандартами.

Контрольная работа состоит из следующих частей:

- титульный лист;
- задание;
- содержание;
- основная часть работы;
- заключение;
- список литературы.

На титульном листе указываются:

- название учебного заведения;
- название кафедры;
- тема работы;
- ФИО студента;
- номер зачетной книжки;
- год и место выполнения.

Содержание работы помещают после титульного листа и задания контрольной работы. В содержании указывается перечень всех разделов работы.

Контрольная работа оформляется *с использованием компьютера* на одной стороне листа белой бумаги формата А4 через 1,5 интервала. Цвет шрифта – черный, шрифт – Times New Roman, размер 14.

Текст контрольной работы следует печатать, соблюдая следующие размеры полей: левое – 30 мм, правое – 10 мм, нижнее – 20 мм, верхнее – 20 мм. Основной текст работы выравнивается «по ширине». Отступ абзаца – 12,5 мм от левой границы текста.

Написание формул осуществляется только с помощью редактора формул (встроенное средство MS Word).

Иллюстрации могут быть в компьютерном исполнении, в том числе и цветные. На все иллюстрации должны быть даны ссылки в работе. Иллюстрации следует нумеровать арабскими цифрами сквозной нумерацией. Если иллюстрация в работе одна, то она все равно обозначается с присвоением ей номера, например, рисунок 1. В конце наименования иллюстрации точку не ставят (пример, рисунок б).

Все страницы работы нумеруются арабскими цифрами, соблюдая сквозную нумерацию по всему тексту, включая приложения. Номер страницы проставляется по середине нижнего поля листа. Титульный лист включается в общую нумерацию страниц, но номер на первой странице на нем не проставляется.

Список литературы является составной частью работы и отражает степень изученности рассматриваемой проблемы. При этом в список литературы включаются, как правило, не только те источники, на которые в работе имеются библиографические ссылки, но и те, которые изучены при исследовании темы работы.