

В.К. Пономаренко

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

ЧАСТЬ II

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

**Санкт-Петербург
2011**

Министерство образования и науки Российской Федерации

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ РАСТИТЕЛЬНЫХ ПОЛИМЕРОВ**

В.К. Пономаренко

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА ЧАСТЬ II

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

**Санкт-Петербург
2011**

УДК 621.3
П 563
ББК 31.21

Пономаренко В.К. Электротехника: учебное пособие / СПбГТУРП.- СПб., 2011. Часть II.- 95с.

В учебном пособии рассмотрены следующие разделы: резонанс в электрических цепях, трехфазные электрические цепи. Все расчетные методы сопровождаются примерами.

Пособие предназначено для студентов специальности 140604 «Электропривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов», изучающих дисциплину «Теоретические основы электротехники», а также для студентов других специальностей всех форм обучения, изучающих дисциплину «Электротехника».

Рецензенты:

канд. техн. наук, доцент кафедры радиолокационных станций Санкт-Петербургского высшего военного училища радиоэлектроники (военный институт) В.Н. Степанов;

канд. техн. наук, доцент кафедры автоматизированного электропривода и электротехники Санкт-Петербургского государственного технологического университета растительных полимеров Н.Я. Елизов.

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом университета в качестве учебного пособия.

© В.К. Пономаренко, 2011
© ГОУВПО Санкт-Петербургский
государственный технологический
университет растительных полимеров, 2010

Введение

Настоящее учебное пособие является продолжением пособия «Электротехника, часть I».

В первой главе рассматриваются режимы резонанса напряжений и токов: условия резонанса; токи, напряжения и мощности; а также энергетические процессы при соответствующем резонансе. Подробно рассмотрены вопросы построения векторных диаграмм для последовательного и параллельного контуров при различном характере сопротивлений электрической цепи. Рассматриваются и анализируются частотные характеристики контуров и их резонансные характеристики при изменении частоты и емкости. В режиме резонанса токов рассматриваются контуры с идеализированной индуктивной катушкой и реальной, учитывающей активные потери в обмотке. Теоретические сведения сопровождаются анализом и соответствующими расчетами, большое внимание уделяется физике процессов. Приводятся основные понятия о резонансах в электрических цепях, в которых имеются несколько индуктивных катушек и конденсаторов.

Во второй главе подробно рассмотрены основные понятия, определения и методы расчета трехфазных электрических цепей, включенных звездой и треугольником. Сначала рассматривается симметричный режим работы трехфазных цепей с соответствующими расчетами и построением векторных диаграмм, а затем – несимметричные режимы. Подробно рассказывается об особенностях работы несимметричной трехфазной цепи, соединенной звездой без нейтрального провода и с нейтральным проводом с соответствующими расчетами и построением векторных диаграмм. Рассматриваются аварийные режимы в трехфазных цепях. Отдельный параграф посвящен вопросам расчета и измерения мощности в симметричных и несимметричных трехфазных цепях. Рассмотрена методика расчета несимметричных трехфазных цепей методом симметричных составляющих, а также вопросы, связанные с высшими гармониками в трехфазных цепях.

В конце каждой главы приводятся примеры расчетов и анализа наиболее характерных задач.

Глава 1

РЕЗОНАНС В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

1.1. Последовательный колебательный контур. Резонанс напряжений

Резонансом называют режим электрической цепи, содержащей индуктивные и емкостные элементы, при котором сдвиг фаз φ между напряжением и током на входе равен нулю. Следовательно, электрическая цепь ведет себя как активное сопротивление, поэтому ток и напряжение на ее входе совпадают по фазе. Различают два основных резонансных режима: резонанс напряжений (при последовательном соединении реактивных элементов L и C) и резонанс токов (при параллельном соединении реактивных элементов L и C).

Рассмотрим последовательное соединение резистивного, индуктивного и емкостного элементов (рис.1.1). Такую цепь называют последовательным колебательным контуром. Комплексное сопротивление цепи:

$$\underline{Z} = R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C} = R + j(X_L - X_C) = R + jX.$$

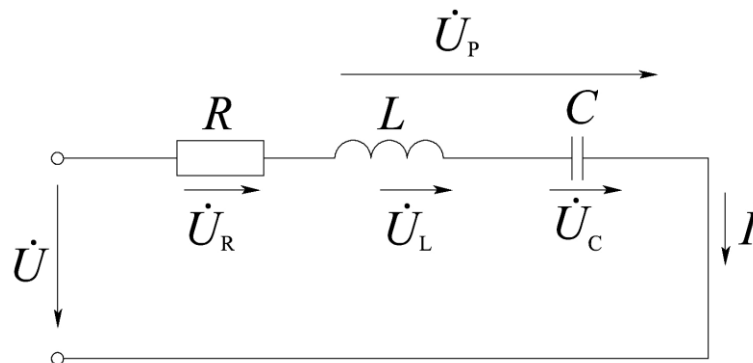


Рис.1.1. Последовательное соединение R , L и C

Чтобы входное сопротивление схемы было чисто активным, необходимо выполнить условие $X_L = X_C$. Следовательно, условием резонанса напряжений является равенство нулю реактивного сопротивления цепи:

$$X = 0, \quad \omega L = \frac{1}{\omega C}, \quad (1.1)$$

откуда угловая частота резонанса:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (1.2)$$

а резонансная частота:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (1.3)$$

При $X_L = X_C$ напряжения на индуктивности и емкости равны по величине и противоположны по фазе, т.е. компенсируют друг друга, поэтому резонанс в последовательной цепи называют резонансом напряжений. В этом случае сдвиг фаз между входным напряжением и током $\varphi = \arctg X/R = 0$.

Сопротивление реактивного элемента при резонансной частоте называется характеристическим сопротивлением ρ последовательного контура:

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho. \quad (1.4)$$

Характеристическое сопротивление не зависит от частоты, а определяется параметрами реактивных элементов.

Отношение характеристического сопротивления к активному сопротивлению контура называется добротностью последовательного контура:

$$Q = \frac{\rho}{R}. \quad (1.5)$$

Величина, обратная добротности, называется затуханием контура:

$$d = \frac{1}{Q}.$$

Как следует из уравнения (1.1), резонанса можно достичь не только изменением частоты напряжения питания, но и изменением индуктивности или емкости.

Рассмотрим характерные особенности режима резонанса напряжений, полученного изменением частоты.

Полное сопротивление цепи Z_0 при резонансе ($f = f_0$) равно активному сопротивлению цепи R и является минимальным:

$$Z_0 = \sqrt{R^2 + X^2} = R.$$

Действующее значение тока при резонансе имеет максимальное значение:

$$I_0 = \frac{U}{Z_0} = \frac{U}{R} \quad (1.6)$$

Действующие значения напряжений на элементах цепи:

$$Q = U_{Ro} = U_{ao} = RI_0 = U; \quad (1.7)$$

$$U_{Lo} = \omega_0 LI_0 = \omega_0 L \frac{U}{R} = QU; \quad (1.8)$$

$$U_{Co} = \frac{1}{\omega_0 C} I_0 = \frac{1}{\omega_0 C} \frac{U}{R} = QU. \quad (1.9)$$

Равные напряжения на реактивных элементах при резонансе противоположны по фазе, поэтому комплексное действующее значение реактивного напряжения цепи

$$\dot{U}_{po} = \dot{U}_{Lo} + \dot{U}_{Co} = 0.$$

Активное напряжение цепи U_{ao} определяется напряжением на сопротивлении R , при резонансе оно равно входному напряжению.

Если $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \rho > R$, то $Q > 1$. Таким образом, добротность Q контура показывает, во сколько раз действующее значение напряжения на реактивном элементе при резонансе больше действующего значения напряжения на входе схемы:

$$Q = U_{Lo}/U = U_{Co}/U. \quad (1.10)$$

Значительное повышение напряжения на реактивных элементах при резонансе может привести к пробое изоляции, что необходимо учитывать.

Физическая причина возникновения повышенных напряжений – это колебания значительной энергии, запасаемой попеременно в электрическом поле емкости и магнитном поле индуктивности. Энергия, поступающая от источника для покрытия потерь, может быть мала по сравнению с энергией колебаний.

Для пояснения энергетических процессов при резонансе можно определить сумму мгновенных значений энергий магнитного W_L и электрического W_C полей в некоторый момент времени.

Предположим, что при резонансе мгновенный ток в контуре $i = I_m \sin \omega_0 t$, тогда напряжение на емкости $u_c = U_{cm} \sin(\omega_0 t - \pi/2) = -U_{cm} \cos \omega_0 t$.

Амплитудное напряжение на емкости

$$U_{cm} = \frac{1}{\omega_0 C} I_m = \rho I_m = \sqrt{L/C} I_m.$$

Определим суммарную энергию электрического и магнитного полей реактивных элементов:

$$W_L + W_C = \frac{Li^2}{2} + \frac{Cu_c^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2} \sin^2 \omega_0 t + \frac{CU_{cm}^2}{2} \cos^2 \omega_0 t,$$

где $\frac{LI_m^2}{2} = \frac{CU_{cm}^2}{2}$ – максимальная энергия, запасаемая в магнитном (электрическом) поле индуктивности (емкости).

Следовательно,

$$W_L + W_C = \frac{LI^2}{2} = \frac{CU_c^2}{2} = const.$$

Таким образом, сумма энергий магнитного и электрического полей при резонансе является постоянной. Уменьшение энергии электрического поля сопровождается увеличением энергии магнитного поля и наоборот. В результате имеет место непрерывный переход энергии из электрического поля емкости в магнитное поле индуктивности и обратно. В цепи не происходит обмена энергией между источником и реактивными элементами, вся электрическая энергия, поступающая от источника, расходуется в сопротивлении R в виде тепла.

Активная мощность при резонансе $P_0 = RI_0^2$ максимальна, так как ток имеет максимальное значение. Реактивная мощность $Q_0 = (X_L - X_C)I_0^2 = XI_0^2 = 0$, так как $X = 0$.

На рис. 1.2 показана векторная диаграмма последовательного контура R, L, C при резонансе ($f = f_0$).

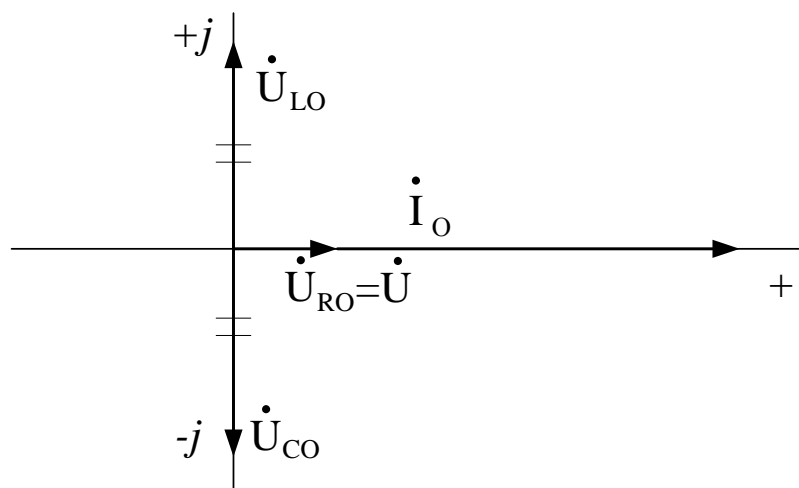


Рис.1.2. Векторная диаграмма последовательного контура при резонансе напряжений

Диаграмма строится с учетом особенностей режима резонанса напряжений:

$$\varphi = 0; \dot{U}_{Ro} = \dot{U}_{ao} = \dot{U}; \dot{U}_{Co} = -\dot{U}_{Lo} (U_{Lo} = U_{Co} = QU); \dot{U}_{po} = 0.$$

Ток \dot{I}_0 при резонансе имеет максимальное значение (начальная фаза тока принята за нуль).

Для частот $f > f_0$ цепь носит индуктивный характер ($U_L > U_C$), ток $I < I_0$; для частот $f < f_0$ цепь носит емкостной характер ($U_L < U_C$), ток $I > I_0$.

Векторные диаграммы последовательной цепи R, L, C для указанных областей частот изображены на рис.1.3.

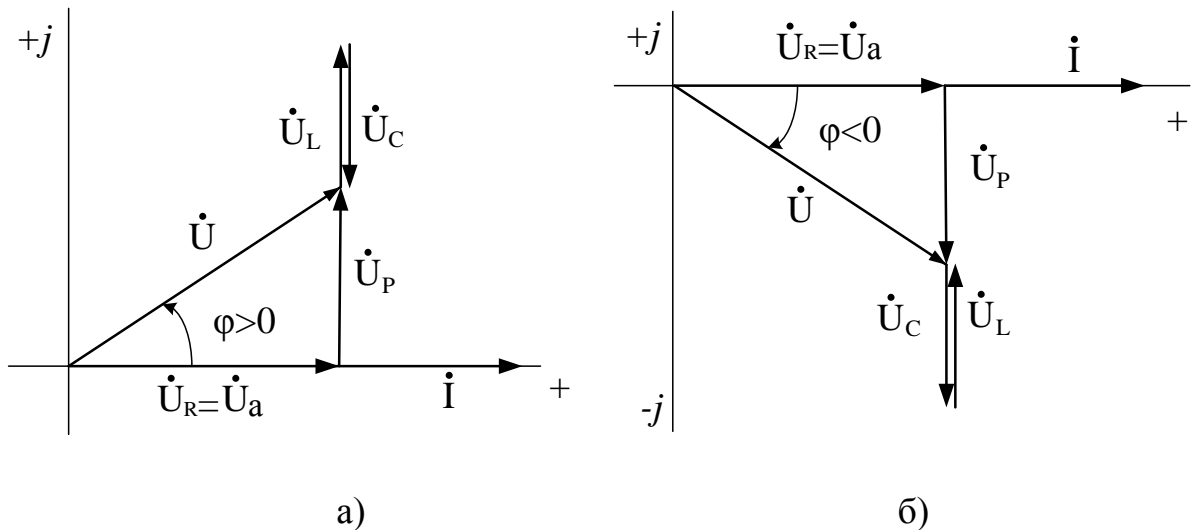


Рис. 1.3. Векторные диаграммы для последовательного соединения R, L, C при $X > 0$ (а) и $X < 0$ (б)

Рассмотрим частотные характеристики и резонансные кривые последовательного контура.

Предположим, что к контуру приложено синусоидальное напряжение $u = U_m \sin \omega t$, амплитуда которого неизменна, а частота может изменяться от 0 до ∞ . Частотными характеристиками называются зависимости параметров цепи от частоты. Активное сопротивление R от частоты не зависит. Зависимости индуктивного и емкостного сопротивлений от угловой частоты определяются выражениями:

$$X_L = \omega L, \quad X_C = 1/\omega C.$$

При угловой частоте $\omega < \omega_0$ ($X_L < X_C$) реактивное сопротивление цепи $X = X_L - X_C$ носит емкостной характер ($X < 0$). При $\omega = \omega_0$ наступает режим резонанса напряжений ($X_L = X_C, X = 0$), сопротивление контура – чисто активное. При $\omega > \omega_0$ ($X_L > X_C$) реактивное сопротивление X носит индуктивный характер ($X > 0$).

Изменение реактивного сопротивления цепи с изменением частоты приводит к изменению полного сопротивления цепи $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$, а так же угла сдвига фаз φ между током и входным напряжением.

На рис.1.4 построены частотные характеристики $X_L(\omega)$, $X_C(\omega)$, $X(\omega)$ и $Z(\omega)$. На рис.1.5 изображена зависимость $\varphi(\omega)$, из которой видно, что при $\omega < \omega_0$ цепь носит емкостной характер ($\varphi < 0$), а при $\omega > \omega_0$ – индуктивный характер ($\varphi > 0$).

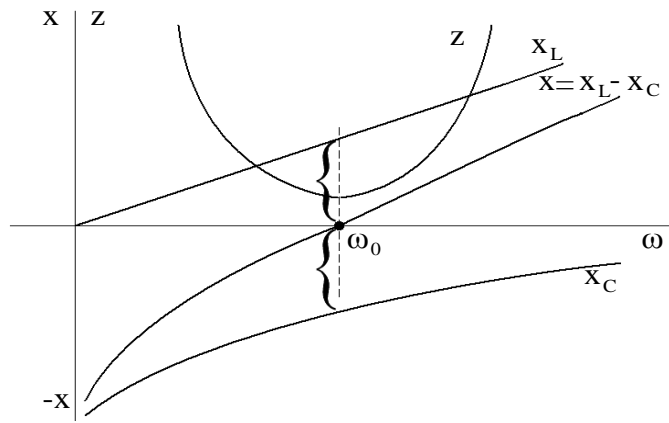


Рис.1.4. Частотные характеристики последовательного контура

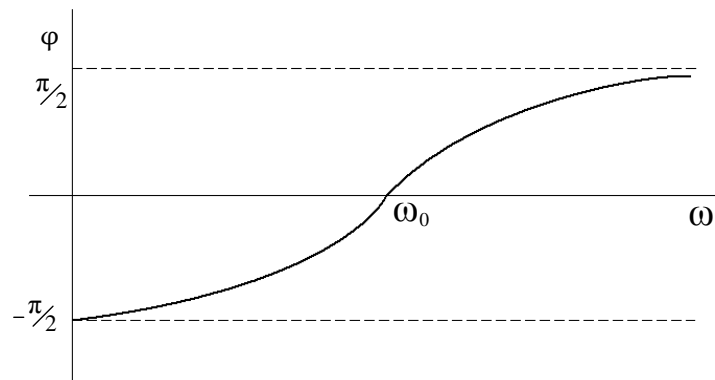


Рис.1.5. Зависимость $\varphi(\omega)$ последовательного контура

Зависимости действующих значений тока и напряжений от частоты называют резонансными кривыми (рис.1.6).

Ток в цепи определяется законом Ома:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}. \quad (1.11)$$

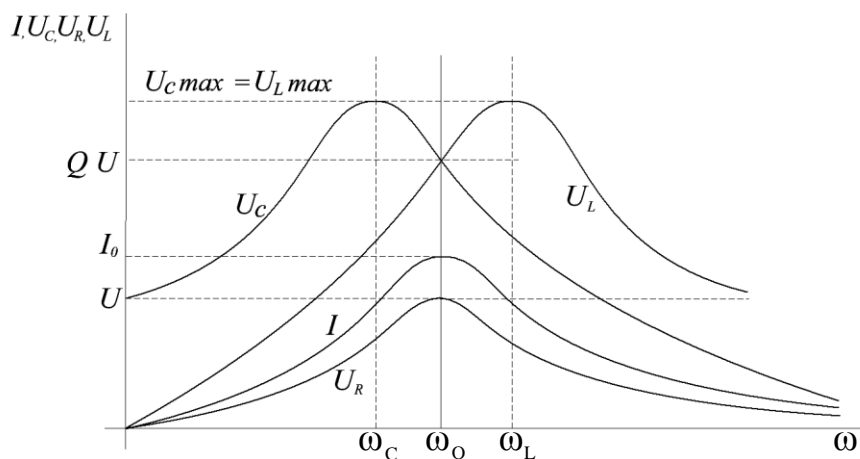


Рис.1.6. Резонансные характеристики последовательного контура

При изменении угловой частоты меняется реактивное сопротивление цепи X и полное сопротивление Z : при $\omega \rightarrow 0$ сопротивление $X \rightarrow -\infty$ (рис.1.4) и ток $I \rightarrow 0$ (рис.1.6); при $\omega = \omega_0$ сопротивление $X=0$, ток максимален и равен $I_0 = U/R$; при $\omega \rightarrow \infty$ сопротивление $X \rightarrow \infty$, ток $I \rightarrow 0$.

Напряжение на резистивном элементе

$$U_R = RI = \frac{RU}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} \quad (1.12)$$

повторяет график тока; при $\omega = \omega_0$ напряжении $U_R = U$.

Напряжение на индуктивном элементе

$$U_L = \omega LI = \frac{\omega LU}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} = \frac{LU}{\sqrt{\frac{1}{\omega^2} [R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2]}}. \quad (1.13)$$

При угловой частоте $\omega=0$ индуктивное сопротивление $X_L = \omega L = 0$, следовательно, напряжение $U_L = 0$. При увеличении угловой частоты от нуля до ω_0 сопротивление X_L и ток I увеличиваются, напряжение U_L возрастает. На угловой частоте резонанса ω_0 напряжение $U_L = QU$. Анализ показывает, что если добротность $Q > 1/\sqrt{2}$, то кривая $U_L(\omega)$ проходит через максимум на угловой частоте $\omega_L > \omega_0$. В диапазоне частот $\omega_0 \div \omega_L$ ток уменьшается, но за счет роста ωL напряжение U_L возрастает до U_{Lmax} . При $\omega \rightarrow \infty$ индуктивное сопротивление $X_L \rightarrow \infty$, емкостное сопротивление $X_C \rightarrow 0$, ток $I \rightarrow 0$, следовательно, $U_L \rightarrow U$ (входное напряжение будет приложено к индуктивности).

Наибольшему значению напряжения U_{Lmax} соответствует угловая частота ω_L , при которой значение подкоренного выражения в уравнении (1.13) минимально. Следовательно, для определения угловой частоты ω_L нужно взять первую производную от подкоренного выражения по $1/\omega^2$ и приравнять ее нулю (при этом вторая производная больше нуля).

В результате получим:

$$\omega = \omega_L = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - 1/2Q^2}}, \quad (1.14)$$

где Q – добротность последовательного контура.

Если в уравнение (1.13) вместо ω подставить ω_L , то получим максимальное напряжение на индуктивности

$$U_{L \max} = \frac{QU}{\sqrt{1 - 1/4Q^2}}. \quad (1.15)$$

Напряжение на емкостном элементе

$$U_C = \frac{I}{\omega C} = \frac{U}{\omega C \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} = \frac{U}{C \sqrt{\omega^2 [R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2]}}. \quad (1.16)$$

При $\omega = 0$ тока в цепи нет, а напряжение $U_L = 0$, поэтому $U_C = U$. С увеличением угловой частоты напряжение U_C увеличивается, пока ток растет быстрее, чем ω (с ростом ω сопротивление $X_C = 1/\omega C$ уменьшается). Если добротность $Q > 1/\sqrt{2}$, то кривая U_C проходит через максимум $U_C = U_{C \max}$ на угловой частоте $\omega_c < \omega_0$.

Наибольшему значению $U_{C \max}$ соответствует угловая частота ω_c , при которой значение подкоренного выражения в уравнении (1.16) минимально. Следовательно, для определения ω_c нужно приравнять нулю первую производную от подкоренного выражения по ω^2 . В результате получим:

$$\omega = \omega_c = \omega_0 \sqrt{1 - 1/2Q^2}. \quad (1.17)$$

Если в уравнение (1.16) вместо ω подставить ω_c , то получим максимальное напряжение на емкости:

$$U_{C \max} = \frac{QU}{\sqrt{1 - 1/4Q^2}} = U_{L \max}. \quad (1.18)$$

При $\omega > \omega_c$ с ростом угловой частоты до ω_0 ток увеличивается в меньшей степени, чем ω , поэтому напряжение U_C начинает уменьшаться. На угловой частоте резонанса $\omega = \omega_0$ напряжение $U_{C_0} = U_{L_0} = QU$. При $\omega \rightarrow \infty$ напряжение $U_C \rightarrow 0$ ($X_C = 1/\omega C \rightarrow 0, I = 0$).

Из уравнений (1.14), (1.17) видно, что

$$\omega_c \omega_L = \omega_0^2.$$

График зависимости тока от угловой частоты показывает, что контур имеет наименьшее сопротивление для тока той частоты, которая наиболее близка к резонансной. Полосой пропускания резонансного контура называют полосу частот $\omega_{\text{в}} \div \omega_{\text{н}} = \Delta\omega$ (рис.1.7), на границах которой отношение

$I/I_0 = 1/\sqrt{2} = 0,707$ (ω_B – верхняя граничная угловая частота, ω_H – нижняя граничная угловая частота).

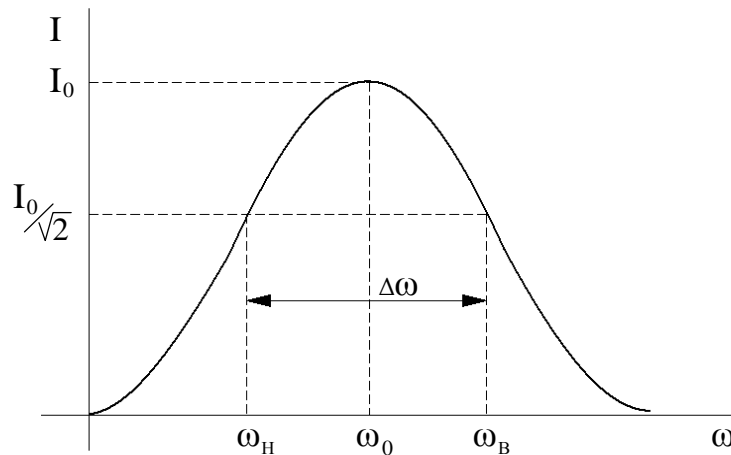


Рис.1.7. Полоса пропускания резонансного контура

Чем выше добротность контура, тем меньше полоса пропускания контура:

$$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}. \quad (1.19)$$

Относительной расстройкой частоты по отношению к резонансной частоте контура называется величина

$$\delta = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = \frac{\omega}{\omega_0} - 1.$$

В электроэнергетических устройствах в большинстве случаев резонанс напряжений – явление нежелательное, связанное с возможностью перенапряжений. Но в радиотехнике, автоматике резонанс напряжений применяется для настройки цепей на заданную частоту.

Предположим, что у последовательного контура R, L, C (рис.1.1) напряжение и частота источника энергии остаются постоянными, а изменяется емкость C . Условие резонанса напряжений по-прежнему определяется уравнением (1.1). Рассмотрим резонансную кривую тока для этого случая (рис.1.8).

Ток в контуре

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}$$

равен нулю при $C=0$ ($X_C=\infty$); с увеличением емкости ток растет до резонансного максимального значения $I_0 = U/R$ при $C=C_{рез}$, а затем

уменьшается при дальнейшем увеличении емкости. При $C \rightarrow \infty$ сопротивление $X_C = 1/\omega C \rightarrow 0$, а ток стремится к значению

$$I_\infty = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}.$$

Из уравнения (1.1) можно определить резонансное значение емкости:

$$C_{рез} = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{4\pi^2 f^2 L}.$$

Рассмотрим резонансные кривые напряжений (рис.1.8).

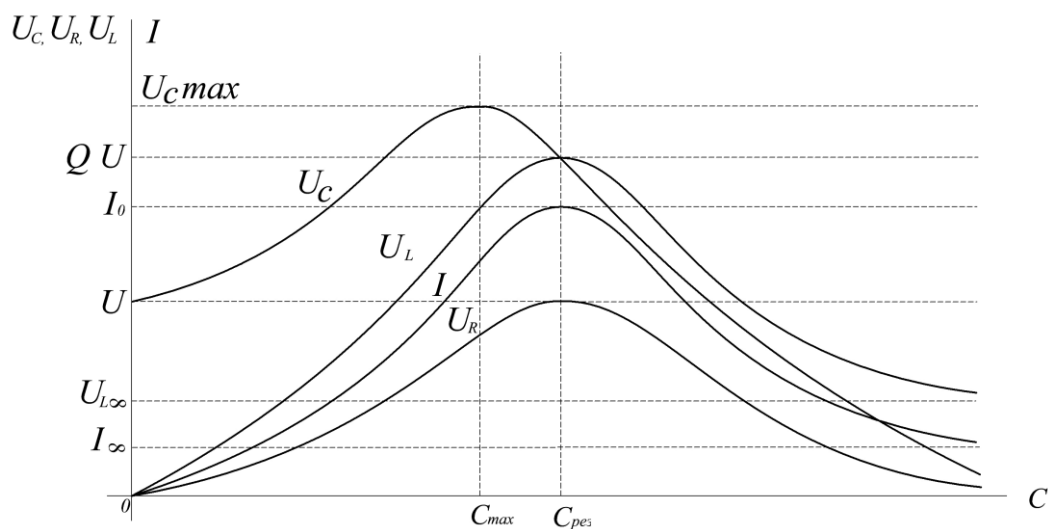


Рис.1.8. Резонансные кривые тока и напряжений в последовательном контуре при изменении емкости

Напряжение $U_R = RI$ повторяет форму кривой тока и при $C=C_{рез}$ $U_R = U$ (реактивное напряжение при резонансе равно нулю).

Напряжение на индуктивности $U_L = \omega LI$ также повторяет форму кривой тока ($\omega L = const$). При $C=C_{рез}$ напряжение на индуктивности имеет максимальное значение

$$U_{Lmax} = \omega LI_0 = \omega L \frac{U}{R} = QU.$$

При дальнейшем увеличении C за счет уменьшения тока напряжение U_C уменьшается. При $C \rightarrow \infty$ напряжение на индуктивности стремится к $U_{L\infty} = \omega LI_\infty < U$.

При $C=0$ напряжение на емкости $U_C = U$, так как ток $I=0$, емкостное сопротивление $X_C = \infty$ и все входное напряжение приложено к емкости. С увеличением емкости C напряжение U_C возрастает за счет преобладающего роста тока и при $C=C_{max} < C_{рез}$ достигает максимального значения $U_{Cmax} > QU$

(если $Q > 1$). При дальнейшем увеличении емкости напряжение U_c уменьшается за счет преобладающего уменьшения сопротивления X_c , и в режиме резонанса ($C = C_{рез}$) напряжение $U_c = U_{Lmax} = QU$. При $C \rightarrow \infty$ напряжение $U_c \rightarrow 0$ ($X_c \rightarrow 0$). При $Q > 10$ с погрешностью менее 1% можно считать, что максимальное значение напряжения на емкости получается при $C = C_{рез}$, т.е. равно QU .

1.2. Параллельный колебательный контур. Резонанс токов

Рассмотрим параллельное соединение резистивного, индуктивного и емкостного элементов (рис.1.9). Такую цепь называют параллельным колебательным контуром, для которого закон Ома в комплексной форме определяется уравнением

$$\dot{I} = \dot{U}[G - j(B_L - B_c)] = \dot{U}(G - jB) = \dot{U} \underline{Y}, \quad (1.20)$$

где $G = 1/R$ – активная проводимость цепи,

$1/\omega L = 1/X_L = B_L$ – индуктивная проводимость цепи,

$1/X_c = \omega C = B_c$ – емкостная проводимость цепи,

$B = (B_L - B_c)$ – реактивная проводимость цепи,

$\underline{Y} = (G - jB)$ – комплексная проводимость цепи в алгебраической форме.

Полная проводимость контура равна:

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2}.$$

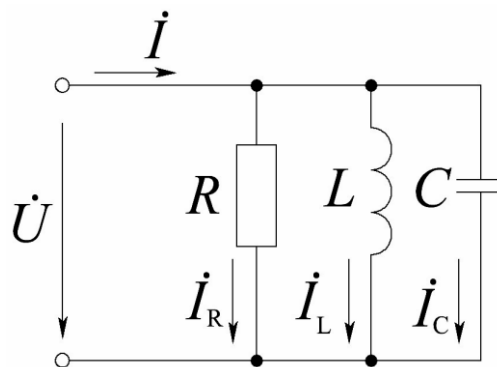


Рис.1.9. Схема электрической цепи с параллельным соединением элементов R, L, C

В режиме резонанса токов электрическая цепь, несмотря на наличие реактивных элементов L и C , должна иметь активную проводимость. Следовательно, условием резонанса в параллельном контуре является равенство нулю реактивной проводимости цепи:

$$B=0, \text{ т.е. } \frac{1}{\omega L} = \omega C, \quad (1.21)$$

откуда угловая частота резонанса токов $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, что соответствует уравнению (1.2) для резонанса напряжений. Следовательно, справедливым является и уравнение (1.3) для резонансной частоты f_0 . При резонансе угол сдвига фаз $\varphi = \arctg\left(\frac{B}{G}\right) = 0$.

Общий ток I_o имеет минимальное значение, так как полная проводимость цепи при резонансе $Y=G$ минимальна:

$$I_o = UY = UG = \frac{U}{R}. \quad (1.22)$$

Ток через резистивный элемент равен току I_o :

$$I_{Ro} = \frac{U}{R} = I_o, \quad (1.23)$$

он определяет активную составляющую $I_o = I_{ao}$ общего тока.

Токи через реактивные элементы:

$$I_{Lo} = UB_L = \frac{U}{\omega_o L} = \frac{RI_o}{\omega_o L} = QI_o, \quad (1.24)$$

$$I_{Co} = UB_C = U\omega_o C = RI_o\omega_o C = QI_o, \quad (1.25)$$

где $Q = \frac{R}{\omega_o L} = R\omega_o C$ – добротность параллельного контура.

Следовательно, добротность параллельного контура является величиной, обратной по отношению к добротности последовательного контура. Если $Q > 1$, то добротность при резонансе токов показывает, во сколько раз действующее значение тока через реактивный элемент больше действующего значения входного (общего) тока. Таким образом, при резонансе равные по величине и противоположные по фазе реактивные токи компенсируют друг друга, поэтому комплексное действующее значение реактивного тока в цепи равно нулю:

$$\dot{I}_{po} = \dot{I}_{Lo} + \dot{I}_{Co} = 0,$$

и резонанс называется резонансом токов.

Энергетическая сторона процесса при резонансе токов аналогична резонансу напряжений: суммарная энергия, запасенная в L и C , постоянна и равна максимальной энергии электрического поля емкости, равной в свою

очередь максимальной энергии магнитного поля индуктивности. Колебания энергии в емкости и индуктивности противоположны по фазе, и в цепи происходит непрерывный обмен энергиями между ними. Источник энергии в этом обмене не участвует, он лишь доставляет энергию активному сопротивлению.

Резонанс токов в отличие от резонанса напряжений – явление обычно безопасное для электроэнергетических установок. Большие токи в ветвях при резонансе токов возникают только при больших реактивных проводимостях ветвей. Резонанс токов находит применение в радиотехнике, автоматике.

На рис.1.10 представлена векторная диаграмма напряжения ($\psi_u = 0$) и токов при резонансе токов.

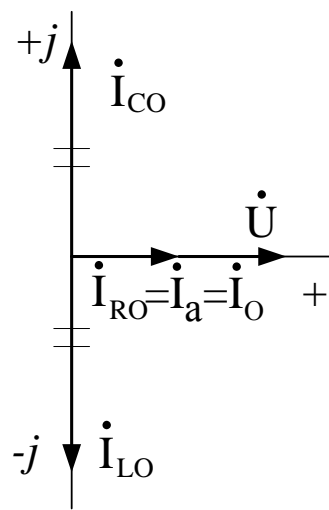


Рис.1.10. Векторная диаграмма параллельного контура при резонансе токов

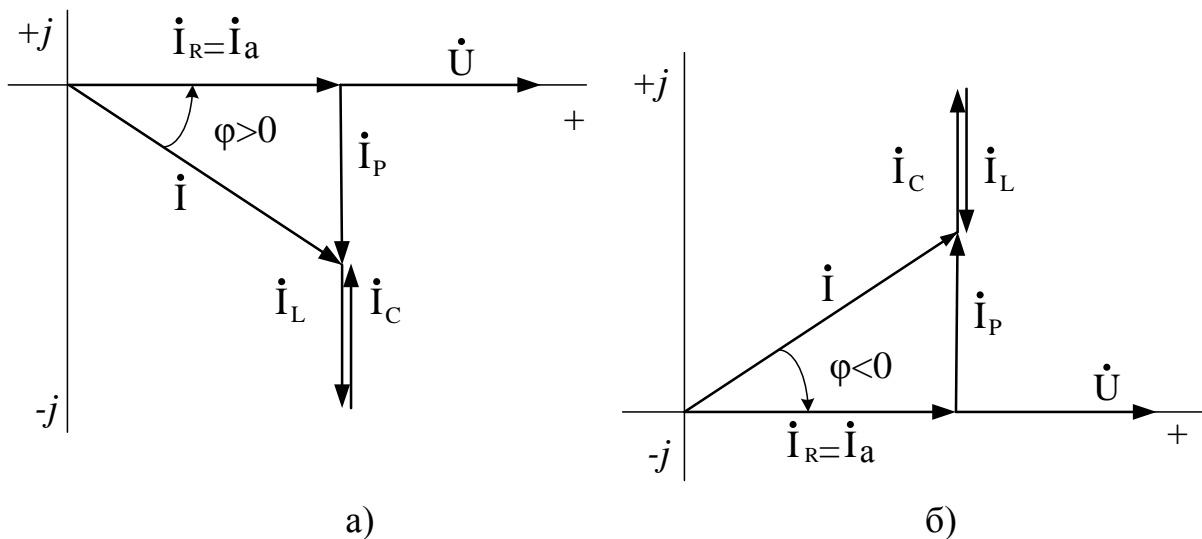


Рис.1.11. Векторные диаграммы для параллельного соединения R, L, C при $B > 0$ (а) и $B < 0$ (б)

При резонансе цепь носит чисто активный характер ($Y=G, B=0$); угол сдвига фаз между входным (общим) током и напряжением $\varphi=0$; ток I_0 имеет минимальное значение. Реактивные токи равны по величине и противоположны по фазе, реактивная составляющая входного тока $I_{p0}=0$.

Для частот $f > f_0$ цепь носит емкостной характер ($B_C > B_L, B=(B_L - B_C) < 0$), ток $I > I_0$; для частот $f < f_0$ цепь носит индуктивный характер ($B_C < B_L, B > 0$), ток $I > I_0$. Векторные диаграммы для указанных случаев представлены на рис.1.11а,б.

На рис.1.12 показаны частотные характеристики реактивных проводимостей параллельного контура: индуктивной проводимости $B_L=1/\omega L$, емкостной проводимости $B_C=\omega C$ и реактивной проводимости цепи $B=B_L - B_C$. При изменении угловой частоты ω от 0 до резонансного значения ω_0 реактивная проводимость цепи $B > 0$, цепь носит индуктивный характер; при $\omega = \omega_0$ реактивная проводимость цепи $B=0$; при возрастании угловой частоты от ω_0 реактивная проводимость цепи $B < 0$, цепь носит емкостной характер.

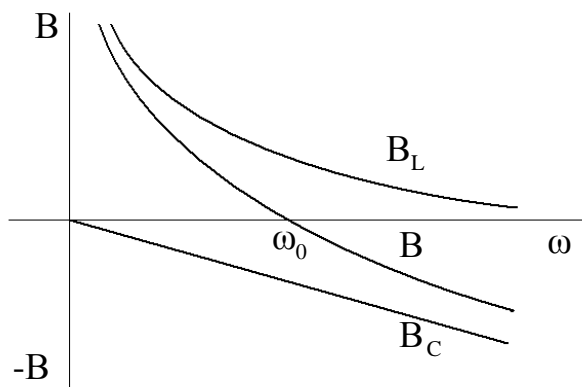


Рис.1.12. Частотные характеристики реактивных проводимостей параллельного контура

Резонансные кривые токов при изменении угловой частоты изображены на рис.1.13а.

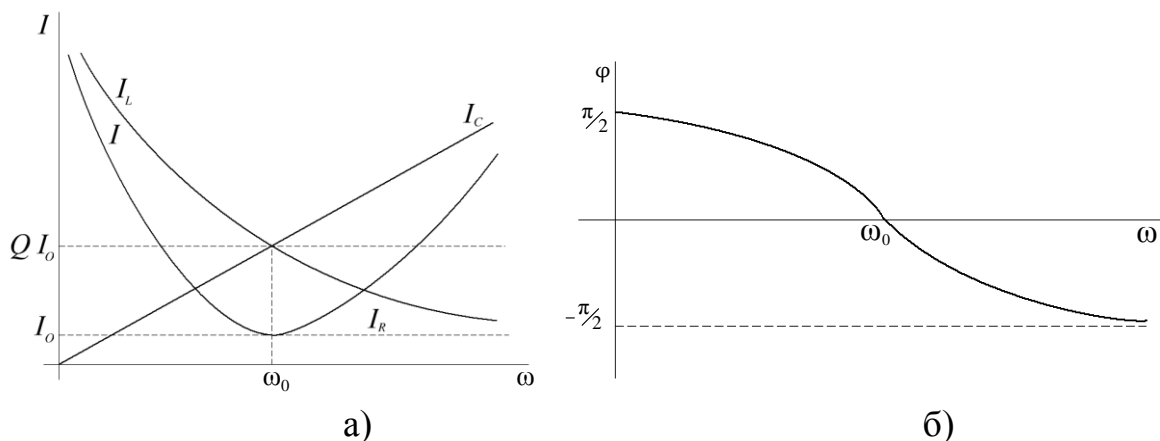


Рис.1.13. Резонансные кривые параллельного контура (а) и зависимость $\varphi(\omega)$ (б)

Ток $I_C=UB_C=U\omega C$ линейно зависит от угловой частоты. Ток $I_L=UB_L=U/\omega L$ с увеличением ω уменьшается. На угловой частоте резонанса реактивные токи $I_{L0}=I_{C0}=QI_0$. Ток через резистивный элемент $I_R=UG=U/R$ не зависит от частоты.

Действующее значение общего тока цепи определяется законом Ома:

$$I = UY = U\sqrt{G^2 + B^2} = U\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}. \quad (1.26)$$

На угловой частоте ω_0 ток $I=I_0=UG$ имеет наименьшее значение, при увеличении или уменьшении частоты относительно ω_0 реактивная проводимость цепи B возрастает, что приводит к увеличению общего тока I .

На рис. 1.13б представлен график зависимости угла сдвига фаз φ между общим током и напряжением от угловой частоты. При $0 < \omega < \omega_0$ проводимость контура имеет индуктивный характер ($\varphi > 0$), на частоте резонанса $\varphi = 0$, при $\omega_0 < \omega < \infty$ проводимость контура имеет емкостной характер ($\varphi < 0$).

Из уравнения (1.21) видно, что резонанс токов можно получить не только изменением частоты, но и изменением L или C .

Предположим, что параллельный контур (рис. 1.14) состоит из индуктивной катушки с активным сопротивлением R_k , индуктивностью L и конденсатора, емкость C которого может изменяться. Активные потери в конденсаторе не учитываются.

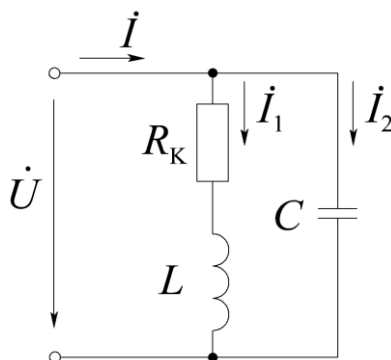


Рис. 1.14. Параллельный контур с индуктивной катушкой (R_k, L) и конденсатором

Преобразуем последовательное соединение R_k и L в эквивалентное параллельное. Получим схему, показанную на рис. 1.15, в которой проводимости ветвей определяются следующими выражениями:

$$G_k = \frac{R_k}{R_k^2 + (\omega L)^2} = \frac{R_k}{Z_k^2} - \text{активная проводимость катушки,}$$

$$B_{Lk} = \frac{\omega L}{R_k^2 + (\omega L)^2} = \frac{\omega L}{Z_k^2} - \text{индуктивная проводимость катушки,}$$

$Z_k = \sqrt{R_k^2 + (\omega L)^2}$ – полное сопротивление индуктивной катушки.

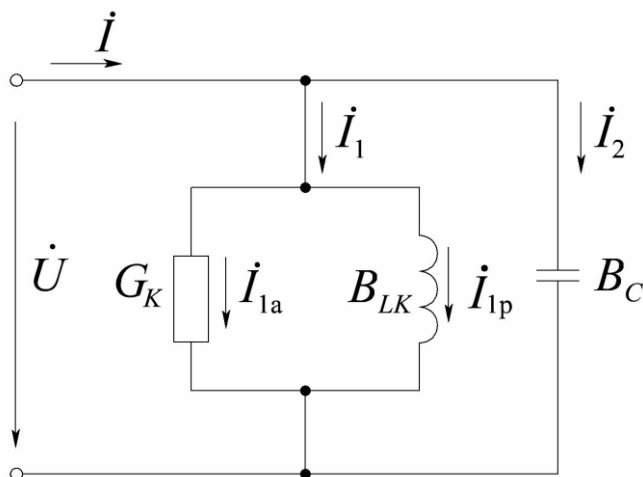


Рис.1.15. Схема, эквивалентная рис.1.14

Ветвь с емкостью C представлена емкостной проводимостью

$$B_c = 1/X_c = \omega C.$$

Реактивная проводимость цепи, изображенная на рис.1.15,

$$B = B_{Lk} - B_c = \frac{\omega L}{R_k^2 + (\omega L)^2} - \omega C. \quad (1.27)$$

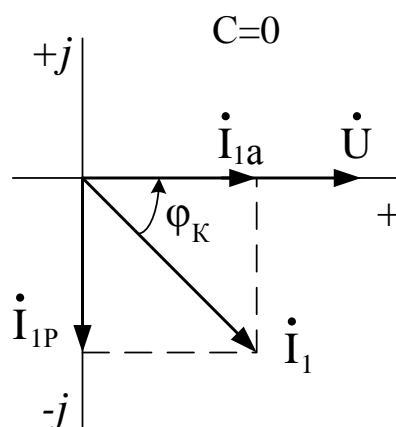


Рис.1.16. Векторная диаграмма параллельной схемы замещения индуктивной катушки

Векторная диаграмма напряжения (для $\psi_u = 0$) и токов индуктивной катушки представлена на рис.1.16. Это диаграмма для схемы, изображенной

на рис.1.15 при $C=0$ ($\dot{I}_2 = 0, \dot{I} = \dot{I}_1$). Активная составляющая \dot{I}_{1a} тока \dot{I}_1 совпадает по фазе с напряжением \dot{U} , а реактивная составляющая \dot{I}_{1p} отстает от напряжения на угол 90° . Угол сдвига фаз между током \dot{I}_1 и напряжением \dot{U} на индуктивной катушке определяется выражением:

$$\varphi_\kappa = \arctg\left(\frac{B_{L\kappa}}{G}\right) = \arctg\frac{\omega L}{R_\kappa} = \arctg\frac{I_{1p}}{I_{1a}}.$$

При резонансе токов для схемы, показанной на рис.1.15, при наличии емкости C выполняется условие $B_{L\kappa}=B_C$ ($B=0$):

$$\frac{\omega L}{Z_\kappa^2} = \omega C, \quad (1.28)$$

откуда резонансное значение емкости

$$C_{рез} = \frac{L}{Z_\kappa^2}. \quad (1.29)$$

Определим комплексные действующие значения токов для схемы, показанной на рис.1.15:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{1a} + \dot{I}_{1p} = \dot{U} G_\kappa - j \dot{U} B_{L\kappa};$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_{2p} = j \dot{U} B_C;$$

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{I}_a + \dot{I}_p; \quad \dot{I}_a = \dot{I}_{1a} (\dot{I}_{2a} = 0); \quad \dot{I}_p = \dot{I}_{1p} + \dot{I}_{2p},$$

где \dot{I}_a, \dot{I}_p – активная и реактивная составляющие тока \dot{I} .

Действующие значения токов:

$$I_{1a} = U G_\kappa = I_1 \cos \varphi_\kappa; \quad I_{1p} = U B_{L\kappa} = I_1 \sin \varphi_\kappa; \quad I_1 = \sqrt{I_{1a}^2 + I_{1p}^2};$$

$$I_2 = I_{2p} = U B_C; \quad I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = U Y = U \sqrt{G_\kappa^2 + B^2},$$

где $I_a = I_{1a}; \quad I_p = I_{1p} - I_{2p}; \quad B = B_{L\kappa} - B_C$.

Сдвиг фаз между напряжением \dot{U} и током \dot{I} определяется по формуле:

$$\varphi = \arctg\left(\frac{B}{G}\right).$$

Векторные диаграммы для схемы, представленной на рис.1.15, при $C=C_{рез}$, $C<C_{рез}$, $C>C_{рез}$, изображены на рис.1.17а,б,в. Резонансные зависимости токов от величины емкости C приведены на рис.1.18.

Ток I_1 и его составляющие (I_{1a}, I_{1p}) не зависят от величины C , ток $I_2 = I_{2p} = U\omega C$ линейно нарастает с увеличением емкости.

В режиме резонанса ($C=C_{рез}$) реактивные токи \dot{I}_{1p} и \dot{I}_{2p} равны по величине ($I_{1p} = I_{2p}$) и противоположны по фазе, поэтому реактивная составляющая I_p общего тока равна нулю (рис.1.17 а; рис.1.18). Общий ток $I_{рез} = I_{1a} = I_a$ совпадает по фазе с напряжением ($\varphi = 0$); полная проводимость цепи $Y = G_K = \frac{R_K}{Z_K^2}$ имеет минимальное значение, поэтому действующее значение общего тока $I_{рез} = UG_K$ также имеет минимальное значение.

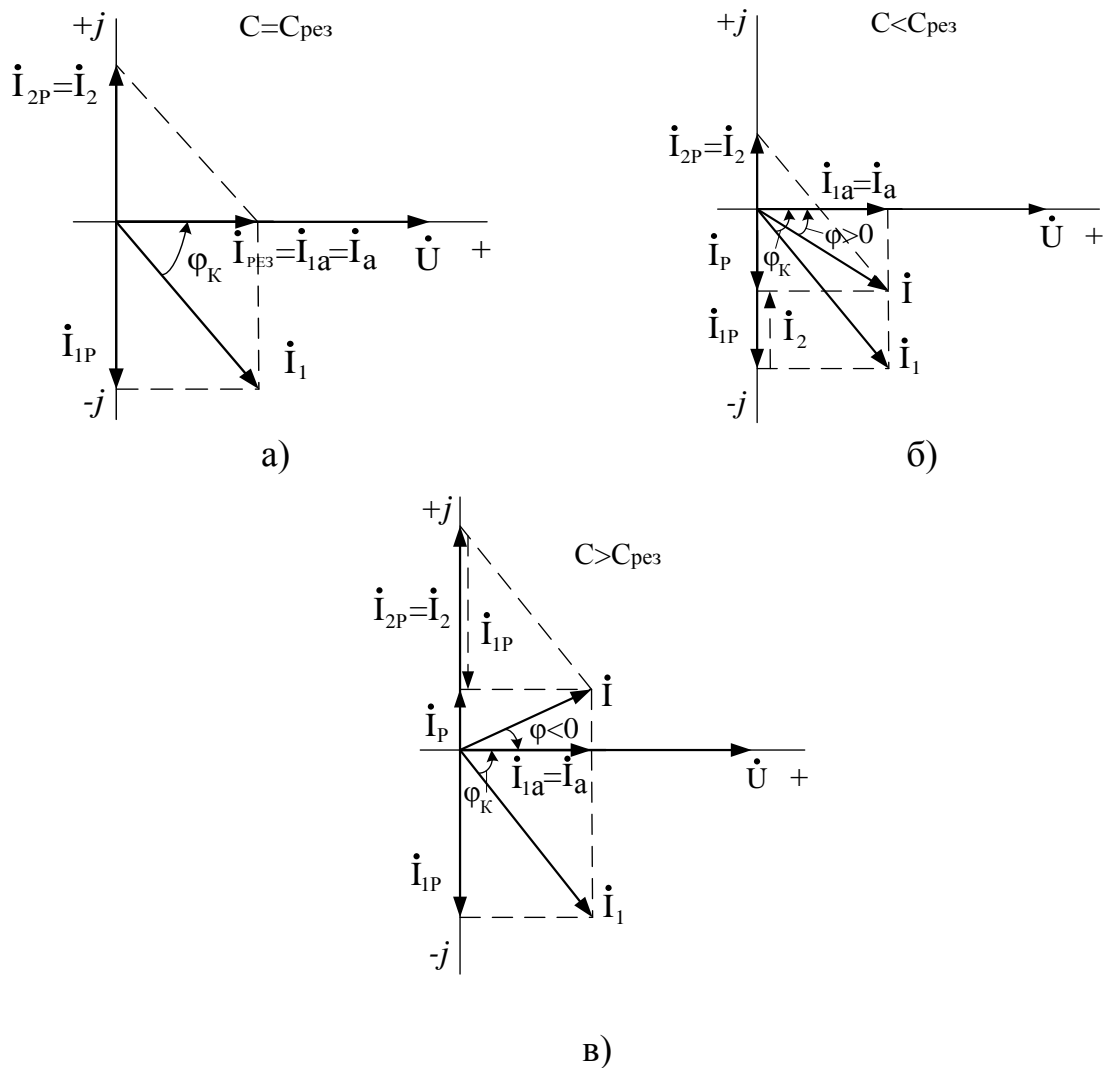


Рис.1.17. Векторные диаграммы при $C=C_{рез}$ (а), $C<C_{рез}$ (б), $C>C_{рез}$ (в)

С уменьшением величины емкости относительно $C_{рез}$ емкостная проводимость B_C уменьшается, а так как $B_{LK} = const$, то реактивная проводимость цепи $B = (B_{LK} - B_C) > 0$ и возрастает (цепь имеет индуктивный

характер). В результате ток I_{1p} становится больше I_{2p} , появляется реактивная составляющая общего тока $I_p=(I_{1p}-I_{2p})>0$, отстающая от напряжения на 90^0 (рис.1.17б; 1.18). Общий ток $\dot{I} = \dot{I}_a + \dot{I}_p = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$ по величине больше резонансного тока и отстает от напряжения \dot{U} на угол $\varphi > 0$.

При $C > C_{рез}$ емкостная проводимость $B_C > B_{LK}$, реактивная проводимость цепи $B < 0$, цепь носит емкостной характер. Реактивный ток I_{2p} становится больше тока I_{1p} ; реактивная составляющая общего тока $I_p < 0$ и опережает напряжение на угол 90^0 (рис.1.17в; 1.18). Общий ток \dot{I} по величине больше резонансного и опережает напряжение \dot{U} на угол $\varphi < 0$. С увеличением емкости C ток I возрастает (рис.1.18).

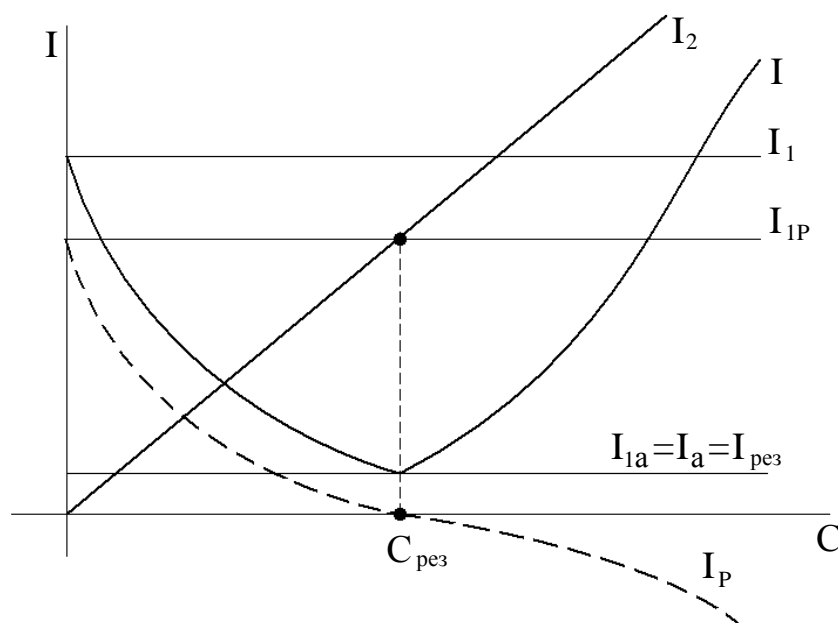


Рис. 1.18. Резонансные кривые токов при изменении емкости C

Таким образом, при уменьшении или увеличении емкости относительно резонансной увеличивается по абсолютной величине реактивная проводимость цепи B , что приводит к возрастанию тока I .

Если в схеме, изображенной на рис.1.15, для получения резонанса токов изменять не емкость, а частоту, то условие резонанса по-прежнему определяется формулой (1.28), откуда угловая частота резонанса

$$\omega_{рез} = \frac{1}{L} \sqrt{L/C - R_K^2}. \quad (1.30)$$

В этом случае минимум общего (входного) тока I , соответствующий минимуму полной проводимости, наступает не при резонансной частоте, а на угловой частоте $\omega_{мин} > \omega_{рез}$. Чем меньше сопротивление R_K , тем ближе $\omega_{рез}$ к

угловой частоте $\omega_{мин}$. Явление резонанса возможно только в случае, если подкоренное выражение уравнения (1.30) имеет положительный знак.

В схеме, приведенной на рис.1.15, потребляемая активная мощность не зависит от величины емкости:

$$P = U^2 G_K = I_{1a} U.$$

Индуктивный и емкостной элементы потребляют реактивные мощности соответственно:

$$Q_L = UI_{1p}, \quad Q_C = -UI_2.$$

Суммарная реактивная мощность цепи с учетом знаков:

$$Q = Q_L - Q_C,$$

при резонансе токов $Q = 0$.

Полная мощность цепи

$$S = UI$$

при неизменном напряжении пропорциональна общему току I . Поэтому зависимость S от величины емкости C в схеме повторяет по форме график тока I (рис.1.18), при резонансе полная мощность имеет минимальную величину ($S=P$).

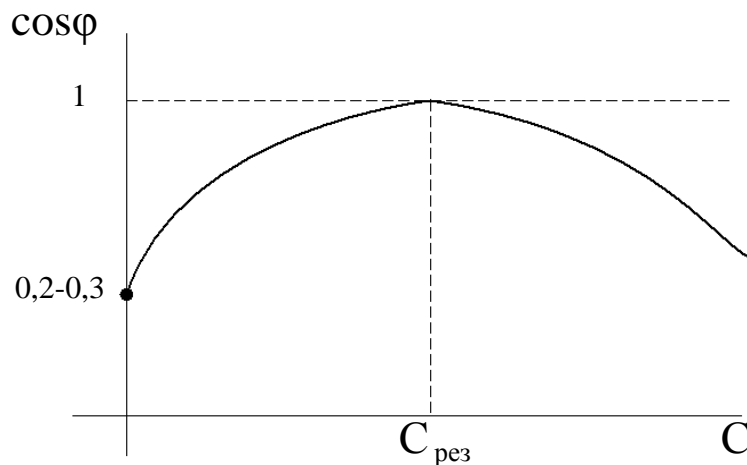


Рис.1.19. Зависимость коэффициента мощности от величины емкости конденсатора, подключенного параллельно активно-индуктивной нагрузке

Обычно приемники электрической энергии имеют активно-индуктивный характер, т.е. потребляют активную и реактивную мощности. Для того чтобы уменьшить потребляемый ими ток (при неизменной величине активной мощности $P=UI\cos\varphi$) за счет снижения его реактивной

составляющей и снизить потери энергии в источнике и подводящих проводах, параллельно приемнику включают батарею конденсаторов. При этом уменьшается угол сдвига фаз между общим током и напряжением приемника и увеличивается коэффициент мощности $\cos \varphi = P/S$ до значений, близких к единице (характер цепи приемника остается активно-индуктивным).

Зависимость коэффициента мощности от величины C при $P=\text{const}$ представлена на рис.1.19. Значения $C < C_{рез}$ соответствуют области недокомпенсации, значения $C > C_{рез}$ – области перекомпенсации.

1.3. Понятие о резонансе в сложных цепях

В разветвленной цепи с несколькими индуктивными катушками и конденсаторами на разных частотах возможны резонансы напряжений и токов. Резонансные частоты определяются из условий соответствующего резонанса:

$$X = 0 \quad \text{или} \quad B = 0$$

Режимы резонанса токов и резонанса напряжений чередуются. Если в схеме есть путь для прохождения постоянного тока, то при плавном увеличении частоты, начиная с нуля, первым наступит резонанс токов, если нет – резонанс напряжений. Число резонансных частот для канонических схем (после эквивалентного преобразования схема имеет минимально возможное число элементов L и C) на единицу меньше числа реактивных элементов.

В качестве примера рассмотрим схему, изображенную на рис.1.20 (активными потерями пренебрегаем). Так как число реактивных элементов – три, то возможное число резонансных частот – два. В схеме есть путь для постоянного тока (L_3, L_1), поэтому при увеличении частоты от нуля сначала наступит резонанс токов, а затем – резонанс напряжений.

Входное сопротивление схемы является чисто реактивным:

$$\underline{Z}_{\text{вх}} = j\omega L_3 + \frac{j\omega L_1(-j/\omega C_2)}{j\omega L_1 - j/\omega C_2} = j \left[\omega L_3 - \frac{\omega L_1}{\omega^2 L_1 C_2 - 1} \right] = jX.$$

Входная реактивная проводимость цепи

$$\underline{Y}_{\text{вх}} = \frac{1}{\underline{Z}_{\text{вх}}} = 1/jX = -j/X.$$

Резонансными будут частоты, обращающие X в бесконечность ($B=0$) или в нуль ($X=0$). В данном случае $X = \infty$, если $\omega^2 L_1 C_2 - 1 = 0$, откуда

резонансная угловая частота при резонансе токов

$$\omega_{резт} = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_2}}. \quad (1.31)$$

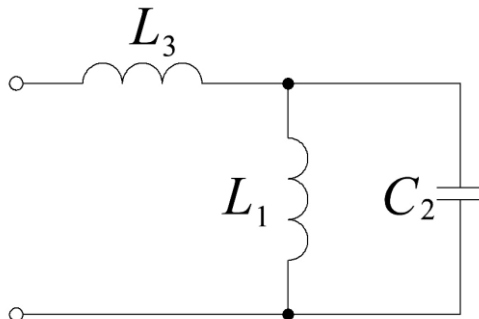


Рис.1.20. Разветвленная цепь с реактивными элементами

При этой угловой частоте сначала наступает резонанс токов в параллельной ветви L_1 и C_2 .

Реактивное сопротивление цепи $X=0$, если $\omega L_3 = \frac{\omega L_1}{\omega^2 L_1 C_2 - 1}$, откуда резонансная угловая частота резонанса напряжений

$$\omega_{резн} = \sqrt{\frac{(L_1 + L_3)}{L_1 L_3 C_2}}. \quad (1.32)$$

При этой угловой частоте имеет место резонанс напряжений в последовательном контуре с индуктивностью L_3 и емкостью, эквивалентной двум параллельным ветвям L_1, C_2 .

1.4. Примеры решения задач

Задача 1

Индуктивная катушка с параметрами $R=100$ Ом, $L=5,05$ мГн и конденсатор емкостью $C=0,05$ мкФ соединены последовательно (рис.1.21). Действующее значение входного напряжения $U=10$ В.

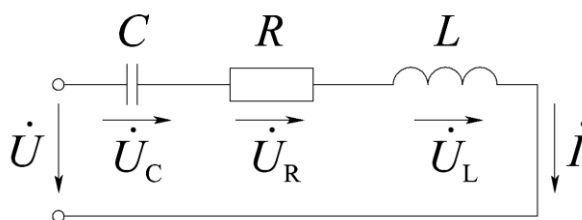


Рис.1.21. Последовательный контур R, L, C

Вычислить резонансную частоту, характеристическое сопротивление, затухание контура, ток и напряжения на элементах цепи при резонансе; частоты, при которых напряжения на реактивных элементах достигнут максимума, сами максимальные напряжения, полосу пропускания контура.

Резонансная частота

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{5,05 \cdot 10^{-3} \cdot 0,05 \cdot 10^{-6}}} = 10^4 \text{ Гц};$$

характеристическое сопротивление

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{5,05 \cdot 10^{-3}}{0,05 \cdot 10^{-6}}} = 318 \text{ Ом};$$

добротность

$$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{318}{100} = 3,18;$$

затухание

$$d = \frac{1}{Q} = \frac{1}{3,18} = 0,314;$$

ток при резонансе

$$I_0 = \frac{U}{R} = \frac{10}{100} = 0,1 \text{ А};$$

напряжения на реактивных элементах

$$U_{L0} = U_{C0} = QU = 3,18 \cdot 10 = 31,8 \text{ В}; \quad U_{R0} = RI_0 = 100 \cdot 0,1 = 10 \text{ В};$$

частоты, при которых напряжения на реактивных элементах максимальны:

$$f_L = \frac{f_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}} = \frac{10^4}{\sqrt{1 - \frac{1}{2 \cdot 3,18^2}}} = 10256 \text{ Гц},$$

$$f_C = f_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} = 10^4 \sqrt{1 - \frac{1}{2 \cdot 3,18^2}} = 9750 \text{ Гц};$$

максимальные напряжения на реактивных элементах

$$U_{L\max} = U_{C\max} = \frac{U_{L0}}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}} = \frac{31,8}{\sqrt{1 - \frac{1}{4 \cdot 3,18^2}}} = 32,2 \text{ В};$$

полоса пропускания контура

$$\Delta f = \frac{f_0}{Q} = \frac{10^4}{3,18} = 3145 \text{ Гц.}$$

Задача 2

В схеме, приведенной на рис.1.22, $\omega L = 30 \text{ Ом}$, $R_1 = 40 \text{ Ом}$, $\frac{1}{\omega C} = 15 \text{ Ом}$, $U = 20 \text{ В}$.

Определить R_2 при резонансе токов, реактивные и активные токи в ветвях и общий ток при резонансе. Рассчитать полное сопротивление цепи при резонансе. Построить векторную диаграмму токов и напряжения при резонансе.

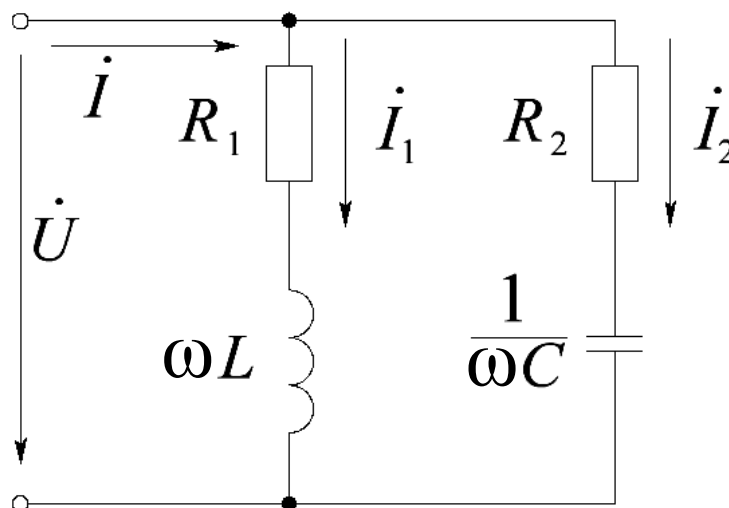


Рис.1.22. Параллельный контур с активными потерями

При резонансе токов реактивная проводимость цепи равна нулю:

$$B = B_L - B_C = \frac{\omega L}{R_1^2 + \omega^2 L^2} - \frac{\frac{1}{\omega C}}{R_2^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} = 0;$$

$$\frac{30}{40^2 + 30^2} - \frac{15}{R_2^2 + 15^2} = 0, \quad \text{откуда} \quad R_2 = 32 \text{ Ом.}$$

При резонансе токов реактивные токи в ветвях равны по величине и противоположны по фазе:

$$I_{1P} = I_{2P} = UB_L = 20 \frac{30}{40^2 + 30^2} = 0,24 \text{ А.}$$

Активные составляющие токов в ветвях и общий ток при резонансе:

$$I_{1a} = UG_1 = U \frac{R_1}{R_1^2 + \omega^2 L^2} = 20 \frac{40}{40^2 + 30^2} = 0,32 \text{ А;}$$

$$I_{2a} = UG_2 = U \frac{R_2}{R_2^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} = 20 \frac{32}{32^2 + 15^2} = 0,51 \text{ А;}$$

$$I = I_{1a} + I_{2a} = 0,32 + 0,51 = 0,83 \text{ А.}$$

Полное сопротивление цепи при резонансе токов

$$R_{рез} = \frac{1}{G_1 + G_2} = \frac{1}{\frac{40}{40^2 + 30^2} + \frac{32}{32^2 + 15^2}} = 24 \text{ Ом.}$$

Векторная диаграмма для режима резонанса представлена на рис.1.23.

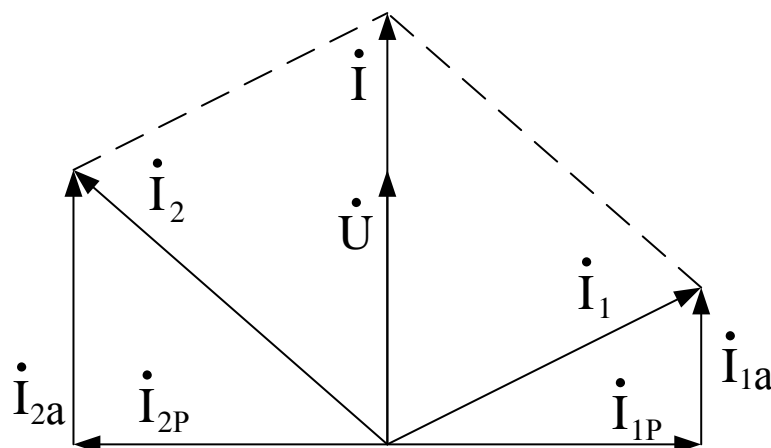


Рис.1.23. Векторная диаграмма при резонансе токов в схеме, приведенной на рис.1.22

Глава 2 ТРЕХФАЗНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

2.1. Основные понятия и определения

Под трехфазной электрической цепью понимается совокупность трех электрических цепей, в которых действуют три синусоидальные ЭДС одной и той же частоты, сдвинутые относительно друг друга по фазе и созданные общим источником электроэнергии.

Каждую из частей трехфазной системы, характеризующуюся одинаковым током, называют фазой. Таким образом, понятие «фаза» имеет в электротехнике два значения: аргумент синусоидально изменяющейся величины либо часть трехфазной цепи. В трехфазной цепи отдельные фазы электрически соединяются друг с другом (связанная трехфазная система). При этом различают фазы генератора и приемника.

Совокупность трех синусоидальных ЭДС, действующих в трехфазной цепи, называется трехфазной системой ЭДС. Если ЭДС равны по амплитуде и сдвинуты по фазе на 120° ($\frac{2\pi}{3}$), трехфазная система ЭДС называется симметричной. Если ЭДС имеют разные амплитуды или сдвинуты по фазе на угол, не равный 120° , то такая система ЭДС называется несимметричной. Аналогично определяются трехфазные системы напряжений и токов.

Трехфазная цепь состоит из следующих элементов: источника электрической энергии (трехфазного генератора или трансформатора), линий передачи и приемников (трехфазных или трех однофазных). Трехфазные цепи составляют основу электроэнергетики. Создателем трехфазной системы является выдающийся русский инженер М.О. Доливо-Добровольский, разработавший все звенья трехфазной системы: трехфазный генератор, трехфазный трансформатор, трехфазный асинхронный двигатель.

Широкое применение трехфазных систем обусловлено следующими преимуществами трехфазных цепей перед однофазными и многофазными:

- передача энергии на большие расстояния в виде трехфазного переменного тока оказывается более экономичной, чем однофазного тока;
- возможность сравнительно простого получения кругового вращающегося магнитного поля, которое используется в асинхронных трехфазных двигателях – наиболее надежных и удобных в эксплуатации;
- возможность получения двух напряжений в одной установке – фазного и линейного.

На электрических станциях трехфазная система ЭДС создается трехфазным синхронным генератором. На статоре машины расположены три фазных обмотки, сдвинутые относительно друг друга на 120° . Ротор представляет собой электромагнит, возбуждаемый постоянным током. При вращении ротора турбиной создаваемое им магнитное поле индуцирует в обмотках статора симметричную систему ЭДС.

Фазные обмотки трехфазного генератора соединяются звездой или

треугольником. Начала обмоток обозначают буквами A, B, C , а концы – буквами x, y, z . За начало обмотки генератора принимается вывод, к которому направлена ЭДС. При соединении звездой концы трех обмоток объединяют в одну точку N , которая называется нейтральной точкой генератора. В схемах фазы трехфазного генератора или вторичной обмотки трехфазного трансформатора без учета внутренних сопротивлений изображают двумя способами (рис. 2.1а,б). В фазах A, B, C индуцируются три ЭДС одинаковой частоты и амплитуды, имеющие фазовый сдвиг 120° ($2\pi/3$). Если ЭДС фазы A принять за исходную и считать ее начальную фазу равной нулю, то выражения мгновенных значений фазных ЭДС можно записать в виде:

$$\begin{aligned} e_A &= E_m \sin \omega t; \\ e_B &= E_m \sin(\omega t - 2\pi/3) = E_m \sin(\omega t - 120^\circ); \\ e_C &= E_m \sin(\omega t - 4\pi/3) = E_m \sin(\omega t + 2\pi/3) = E_m \sin(\omega t + 120^\circ). \end{aligned} \quad (2.1)$$

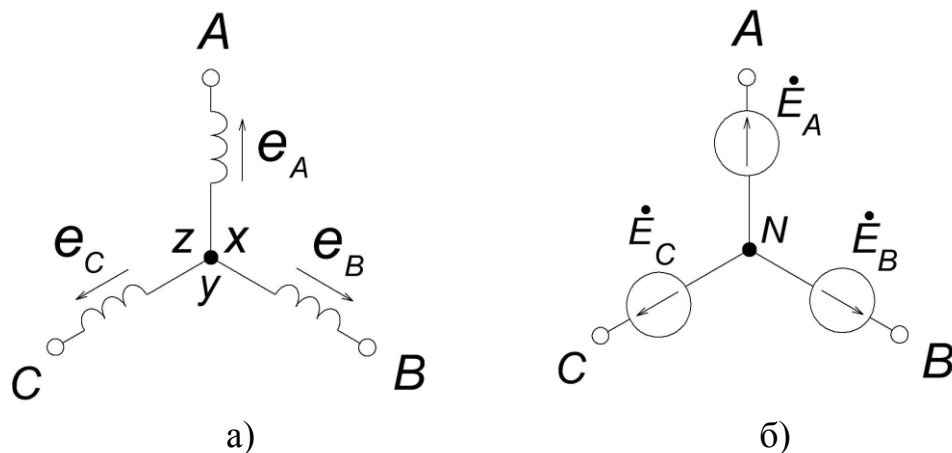


Рис.2.1. Условные изображения фазных обмоток статора трехфазного генератора и вторичной обмотки трехфазного трансформатора при соединении звездой с мгновенными (а) и комплексными действующими значениями ЭДС (б)

Графики мгновенных значений трехфазной симметричной системы ЭДС показаны на рис.2.2. Мгновенные значения фазных ЭДС можно изобразить комплексными действующими значениями:

$$\begin{aligned} \dot{E}_A &= E; \\ \dot{E}_B &= \dot{E}_A e^{-j120^\circ} = E e^{-j120^\circ} = E a^2 = E(-0,5 - j0,87); \\ \dot{E}_C &= \dot{E}_A e^{j120^\circ} = E e^{j120^\circ} = E a = E(-0,5 + j0,87), \end{aligned} \quad (2.2)$$

где E – действующее значение фазной ЭДС,
 $a = e^{j120^\circ}$ – оператор поворота вектора,
 $a^2 = e^{j240^\circ} = e^{-j120^\circ}$.

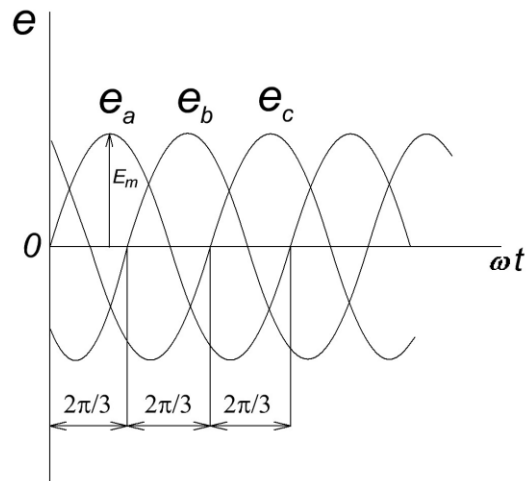


Рис.2.2. Мгновенные значения трехфазной симметричной системы ЭДС

Умножение вектора на a поворачивает его без изменения модуля на угол 120° против часовой стрелки или на угол 240° по часовой стрелке. Умножение вектора на a^2 поворачивает его на 240° против часовой стрелки или по часовой стрелке на 120° , что то же самое.

Векторная диаграмма трехфазной симметричной системы ЭДС в комплексной плоскости показана на рис.2.3. Равный нулю потенциал выбран у нейтральной точки N генератора, которая служит началом отсчета.

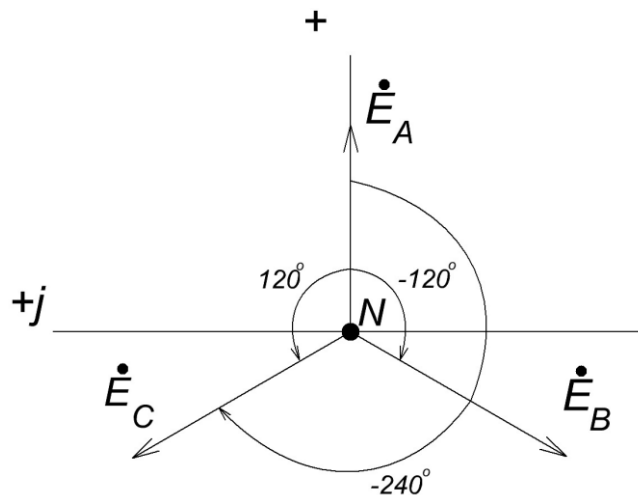


Рис.2.3. Векторная диаграмма трехфазной симметричной системы ЭДС

Из рис.2.2. видно, что в любой момент времени

$$e_A + e_B + e_C = 0.$$

Из векторной диаграммы (рис.2.3) следует, что векторная сумма симметричной системы фазных ЭДС

$$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = E(1 + a^2 + a) = 0. \quad (2.3)$$

Векторы 1 , a и a^2 образуют симметричную трехфазную систему, их сумма $1 + a^2 + a = 0$.

Систему ЭДС, изображенную на рис.2.3, называют прямой последовательностью фаз: ЭДС фазы B отстает от \dot{E}_A на угол 120° , а ЭДС фазы C – на такой же угол отстает от \dot{E}_B . Если за вектором \dot{E}_A по ходу часовой стрелки следует сначала вектор \dot{E}_C , а затем вектор \dot{E}_B , то последовательность фаз будет обратной. От последовательности (порядка чередования) фаз зависит направление вращения ротора трехфазного асинхронного двигателя.

При соединении обмоток генератора треугольником (рис.2.4) начало одной фазы обмотки соединяется с концом другой фазы. Векторная диаграмма симметричной системы ЭДС аналогична изображенной на рис.2.3. При отсутствии нагрузки по обмоткам генератора ток протекать не будет, так как в каждый момент времени сумма ЭДС трех обмоток равна нулю. Фазы в треугольнике обозначаются двумя буквами: AB , BC , CA .

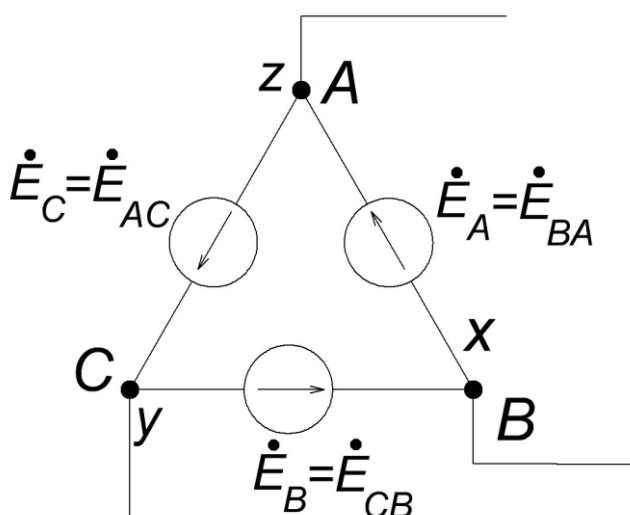


Рис.2.4. Соединение обмоток фаз генератора треугольником

Если соединение обмоток треугольником выполнено неправильно, например, в одну точку соединены концы или начала двух фаз, то суммарная ЭДС в контуре треугольника отлична от нуля и по обмоткам будет протекать большой ток. Это аварийный режим для источника питания.

Фазы приемника, так же как и фазы генератора, могут быть соединены звездой или треугольником. Приемники, включенные в трехфазную цепь, могут быть трехфазными или однофазными. К однофазным приемникам относятся, например, электрические лампы накаливания, различные бытовые приборы. К трехфазным приемникам относятся трехфазные асинхронные двигатели, индукционные печи.

Симметричным называется приемник, комплексные сопротивления которого для каждой фазы равны (симметричная нагрузка). При соединении фаз приемника звездой (рис.2.5а):

$$\begin{aligned} \underline{Z}_a &= \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = \underline{Z}_\Phi, \\ \underline{Z}_a e^{j\varphi_a} &= \underline{Z}_b e^{j\varphi_b} = \underline{Z}_c e^{j\varphi_c} = \underline{Z}_\Phi e^{j\varphi_\Phi}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Последнее равенство распадается на два:

$$Z_a = Z_b = Z_c = Z_\Phi, \quad (2.5)$$

$$\varphi_a = \varphi_b = \varphi_c = \varphi_\Phi. \quad (2.6)$$

Узел, который образуют фазы приемника, называется нейтральной точкой, он обозначается буквой n .

При соединении фаз приемника симметричным треугольником (рис.2.5б)

$$\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_{ca} = \underline{Z}_\Phi, \quad (2.7)$$

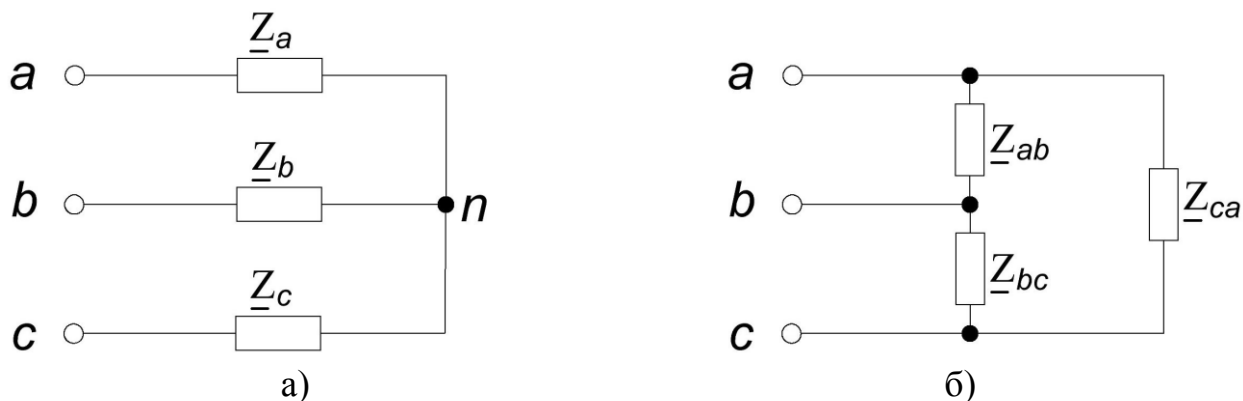


Рис.2.5. Соединение фаз трехфазной нагрузки звездой (а) и треугольником (б)

Из уравнения (2.7) получается два равенства:

$$Z_{ab} = Z_{bc} = Z_{ca} = Z_\Phi, \quad (2.8)$$

$$\varphi_{ab} = \varphi_{bc} = \varphi_{ca} = \varphi_\Phi. \quad (2.9)$$

Путем эквивалентных преобразований можно перейти от одного способа соединения фаз к другому. Для симметричных приемников переход от соединения фаз приемника треугольником (Δ) к эквивалентной звезде (Y) и обратное преобразование осуществляется по формулам:

$$\Delta \rightarrow Y, \quad \underline{Z}_Y = \underline{Z}_\Delta / 3; \quad Y \rightarrow \Delta, \quad \underline{Z}_\Delta = 3\underline{Z}_Y. \quad (2.10)$$

Если комплексные сопротивления фаз приемника разные, то приемник называется несимметричным (несимметричная нагрузка).

Провода, соединяющие трехфазный генератор и трехфазный приемник, называются линейными. Провод, соединяющий нейтральные точки генератора N и приемника (нагрузки) n , называется нейтральным.

В трехфазных цепях различают линейные и фазные напряжения и токи. ЭДС, которая индуцируется в фазах генератора, называется фазной. Токи в линейных проводах называются линейными. Напряжения между линиями называются линейными. Ток, протекающий в фазе генератора (нагрузки), называется фазным током; напряжение на зажимах отдельных фаз генератора (нагрузки) называется фазным.

Напряжение между нейтральными точками генератора и приемника называется напряжением смещения нейтрали.

Обычно обмотки трехфазных генераторов на электростанциях соединяются звездой, что позволяет выполнять изоляцию обмоток на фазное напряжение, которое меньше линейного в 1,73 раза, а фазы приемника могут быть соединены как звездой, так и треугольником. Если обмотки генератора соединить треугольником, то, в случае нарушения симметрии ЭДС, в них уже при холостом ходе возникнут токи, которые вызовут нагревание обмоток и соответствующее увеличение потерь энергии. Аналогичный эффект получится, если фазные ЭДС будут несинусоидальные, когда алгебраическая сумма ЭДС не равна нулю (высшие гармоники в трехфазных цепях).

2.2. Симметричный режим трехфазной цепи, соединенной звездой

Симметричный режим работы трехфазной цепи характеризуется симметричной системой ЭДС источника и симметричной нагрузкой.

За условное положительное направление ЭДС генератора принимают направление от конца к началу фазы. Положительное направление фазного напряжения генератора противоположно положительному направлению ЭДС. На рис.2.6 у трехфазного источника: $\dot{E}_A, \dot{E}_B, \dot{E}_C$ – симметричная трехфазная система ЭДС; $\dot{U}_A = \dot{U}_{AN}, \dot{U}_B = \dot{U}_{BN}, \dot{U}_C = \dot{U}_{CN}$ – фазные напряжения; $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$ – линейные напряжения. Если не учитывать сопротивления фазных обмоток генератора ($Z_{\text{ФГ}} = 0$), то $\dot{U}_A = \dot{E}_A, \dot{U}_B = \dot{E}_B, \dot{U}_C = \dot{E}_C$.

За положительное направление токов в линейных проводах принимается направление от источника к приемнику (нагрузке, потребителю), в нейтральном проводе – от приемника к источнику.

Так как одноименные фазы генератора, приемника и соответствующий линейный провод включены последовательно, то при соединении звездой линейный ток равен фазному:

$$I_{\text{Л}} = I_{\text{Ф}}, \quad (2.11)$$

где $I_{\text{Л}}, I_{\text{Ф}}$ – действующие значения соответственно линейного и фазного токов.

В схеме, изображенной на рис.2.6, $\dot{i}_A, \dot{i}_B, \dot{i}_C$ – линейные (фазные) токи, \dot{i}_N – ток нейтрального провода.

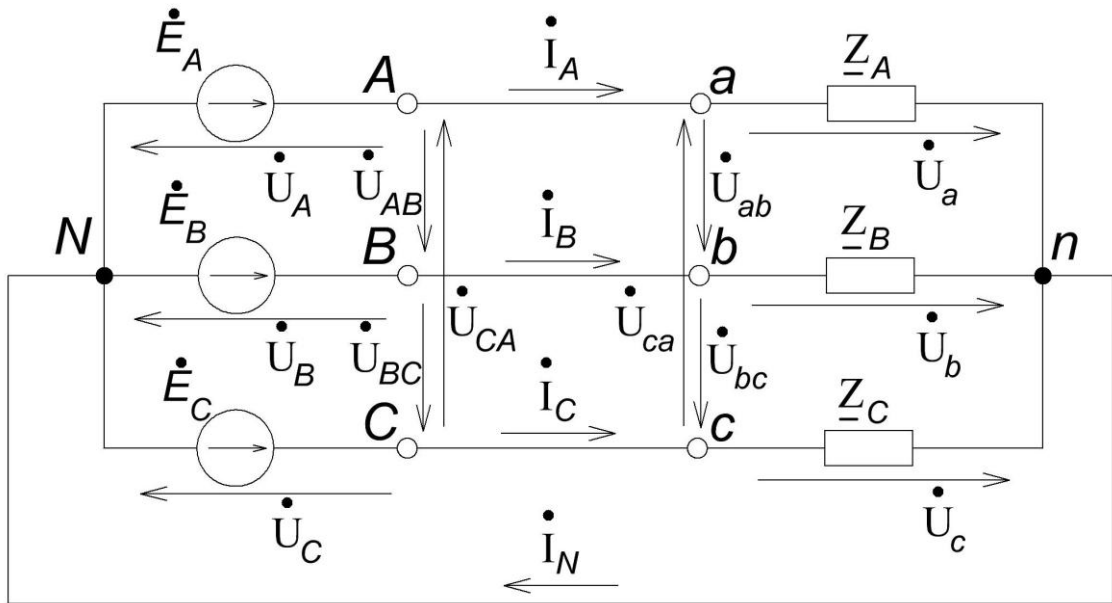


Рис.2.6. Схема четырехпроводной трехфазной цепи

Пусть трехфазная нагрузка – симметрична: $Z_A = Z_B = Z_C = Z_\phi e^{j\phi_\phi}$. Если к симметричной трехфазной нагрузке приложена симметричная система напряжений, то в нагрузке возникает симметричная трехфазная система токов. Такой режим трехфазной цепи называется симметричным. Симметричными приемниками являются, например, трехфазные электрические двигатели, которые имеют три одинаковые статорные обмотки, соединенные звездой или треугольником.

Если не учитывать сопротивление линейных проводов ($Z_n = 0$), то фазные и линейные напряжения приемника будут равны соответствующим фазным и линейным напряжениям генератора или вторичной обмотки трансформатора:

$$\dot{U}_a = \dot{U}_{an} = \dot{U}_A; \quad \dot{U}_b = \dot{U}_{bn} = \dot{U}_B; \quad \dot{U}_c = \dot{U}_{cn} = \dot{U}_C; \quad (2.12)$$

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_{AB}; \quad \dot{U}_{bc} = \dot{U}_{BC}; \quad \dot{U}_{ca} = \dot{U}_{CA}. \quad (2.13)$$

Нейтральные точки N, n генератора и приемника соединены нейтральным проводом nN .

Для симметричного режима токи в фазах будут численно равны и сдвинуты по фазе относительно соответствующих фазных напряжений на один и тот же угол.

По первому закону Кирхгофа для узла n ток нейтрального провода равен:

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \dot{I}_A(1 + a^2 + a). \quad (2.14)$$

Геометрическая сумма трех равных по величине векторов (комплексов) тока, сдвинутых относительно друг друга на 120° , равна нулю, следовательно, ток $\dot{I}_N = 0$; т.е. ток в нейтральном проводе не протекает. Таким образом, в симметричной трехфазной системе нейтральный провод не нужен; четырехпроводная цепь превращается в трехпроводную. Потенциалы нейтральных точек n, N равны:

$$\dot{\varphi}_n = \dot{\varphi}_N.$$

Так как трехфазный двигатель представляет собой симметричный приемник, то при подключении его к источнику напряжения применяют трехпроводные линии.

Изменение мгновенных значений симметричной трехфазной системы токов по форме аналогично изменению мгновенных значений трехфазной системы ЭДС. В трехпроводной трехфазной цепи не требуется специальных обратных проводов для токов, их функции поочередно выполняют линейные провода.

Запишем второй закон Кирхгофа для контура anb :

$$0 = \dot{U}_a - \dot{U}_b - \dot{U}_{ab},$$

откуда линейное напряжение

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_a - \dot{U}_b = \dot{U}_A - \dot{U}_B = \dot{U}_{AB}.$$

Аналогичным образом можно определить остальные линейные напряжения. В результате получим:

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B; \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C; \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A. \quad (2.15)$$

Таким образом, векторы (комплексы) линейных напряжений равны разности векторов (комплексов) соответствующих фазных напряжений. Линейные напряжения представляют собой симметричную трехфазную систему, т.е. все линейные напряжения равны между собой ($U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_L$) и сдвинуты относительно друг друга на 120° . Их векторная (геометрическая) сумма равна нулю:

$$\dot{U}_{AB} + \dot{U}_{BC} + \dot{U}_{CA} = 0.$$

Положительное направление напряжения на фазе приемника совпадает с положительным направлением тока в фазе. Если принять

начальную фазу фазного напряжения \dot{U}_a равной нулю, то в симметричном режиме:

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A = U_\phi; \dot{U}_b = \dot{U}_B = U_\phi e^{-j120^\circ}; \dot{U}_c = \dot{U}_C = U_\phi e^{j120^\circ}; \dot{U}_a + \dot{U}_b + \dot{U}_c = 0.$$

При построении векторных диаграмм удобно принять потенциалы нейтральных точек N и n равными нулю, т.е. совпадающими с началом координат комплексной плоскости. Векторная диаграмма напряжений и токов симметричной трехфазной цепи для активно-индуктивной нагрузки ($\varphi > 0$) приведена на рис.2.7. Отметим, что следует различать направление стрелок на схеме, указывающих положительное направление напряжений и ЭДС, и направление соответствующих векторов на векторной диаграмме.

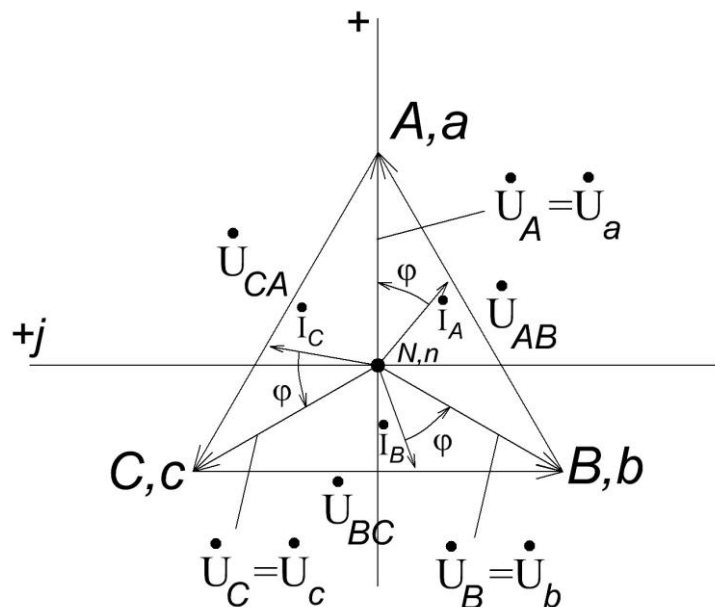


Рис.2.7. Векторная диаграмма напряжений и токов при симметричной трехфазной нагрузке

Чтобы определить соотношение между линейным и фазным напряжениями в симметричном режиме, рассмотрим равносторонний треугольник линейных напряжений, построенный на векторах фазных напряжений (рис.2.8). Опустим из точки $N(n)$ перпендикуляр NA' на линейное напряжение $U_{AB} = U_{л}$. В равнобедренном треугольнике ANB перпендикуляр является медианой, поэтому $AA' = U_{л}/2$. Из треугольника ANA' находим:

$$U_{л}/2 = U_\phi \cos 30^\circ = U_\phi \sqrt{3}/2,$$

откуда

$$U_{л} = \sqrt{3}U_\phi. \quad (2.16)$$

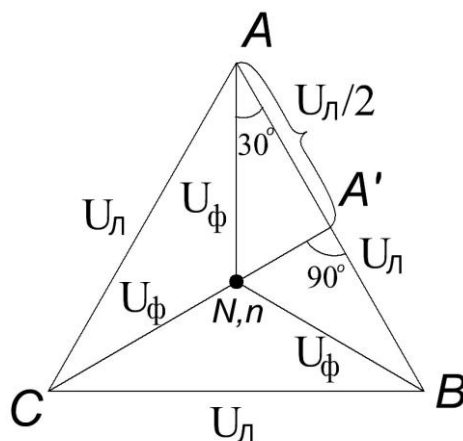


Рис.2.8. Диаграмма напряжений для симметричной звезды

Формулы (2.15) справедливы для любого трехфазного приемника (как симметричного, так и несимметричного). Для симметричного режима можно пользоваться формулой (2.16).

Если система напряжений симметрична, то при соединении фаз звездой линейное напряжение в 1,73 раза больше фазного напряжения. Для силовых электросетей низкого напряжения ГОСТом предусмотрены соответственно $U_{л}/U_{\phi}$ (в вольтах): 220/127, 380/220, 660/380.

В четырехпроводной трехфазной сети имеются два уровня напряжения, различающиеся в $\sqrt{3}$ раз, что позволяет при необходимости использовать приемники с различным напряжением.

Из рис.2.7 видно, что линейные напряжения $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$ сдвинуты относительно друг друга на 120° и опережают соответственно фазные напряжения $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ на угол 30° . Следовательно, линейные напряжения в комплексной форме можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{AB} &= \sqrt{3} \dot{U}_A e^{j30^\circ}; \\ \dot{U}_{BC} &= \sqrt{3} \dot{U}_B e^{j30^\circ} = \dot{U}_{AB} e^{-j120^\circ} = \sqrt{3} \dot{U}_A e^{-j90^\circ}; \\ \dot{U}_{CA} &= \sqrt{3} \dot{U}_C e^{j30^\circ} = \dot{U}_{AB} e^{j120^\circ} = \sqrt{3} \dot{U}_A e^{j150^\circ}. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Трехфазные цепи являются разновидностью цепей синусоидального тока, поэтому их расчет производится теми же методами, что и для однофазных цепей. В симметричном режиме расчет делается только для одной фазы, в качестве которой обычно выбирается фаза А. Так как нейтральные точки N и n имеют одинаковый потенциал, то их можно объединить в одну точку – получится однофазная цепь синусоидального тока (рис. 2.9).

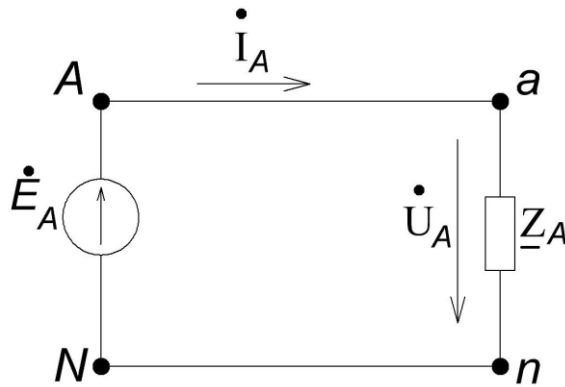


Рис.2.9. Фаза А генератора и приемника симметричной трехфазной системы

Если известно фазное напряжение генератора U_ϕ и комплексное сопротивление фазы приемника $\underline{Z}_\phi = Z_\phi e^{j\varphi}$, то ток фазы рассчитывается по закону Ома:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}_\phi} = \frac{U_\phi}{Z_\phi e^{j\varphi}} = I_A e^{-j\varphi} = I_A e^{j\psi_{iA}},$$

где ψ_{iA} – начальная фаза тока, $I_A = \frac{U_\phi}{Z_\phi}$ – действующее значение фазного тока.

Если комплексное сопротивление фазы симметричного приемника задано в алгебраической форме $\underline{Z}_\phi = R_\phi + jX_\phi$, то полное сопротивление фазы приемника и угол сдвига фаз равны:

$$Z_\phi = \sqrt{R_\phi^2 + X_\phi^2}, \quad \varphi = \arctg \frac{X_\phi}{R_\phi}.$$

Токи в других фазах:

$$\dot{I}_B = \dot{I}_A e^{-j120^\circ} = I_A e^{j(\psi_{iA} - 120^\circ)}, \quad \dot{I}_C = \dot{I}_A e^{j120^\circ} = I_A e^{j(\psi_{iA} + 120^\circ)}.$$

Для симметричной нагрузки действующие значения токов и напряжений:

$$I_A = I_B = I_C = I_\phi = I_L; \quad U_A = U_B = U_C = U_\phi; \\ U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_L = \sqrt{3}U_\phi.$$

Соединение звездой приемника следует применять в том случае, когда каждая фаза трехфазного приемника или однофазные приемники рассчитаны на напряжения в $\sqrt{3}$ меньше номинального линейного напряжения сети.

2.3. Симметричный режим трехфазной цепи, соединенной треугольником

Электрическая цепь из симметричного трехфазного источника и симметричного трехфазного электроприемника, каждый из которых соединен треугольником, показана на рис.2.10.

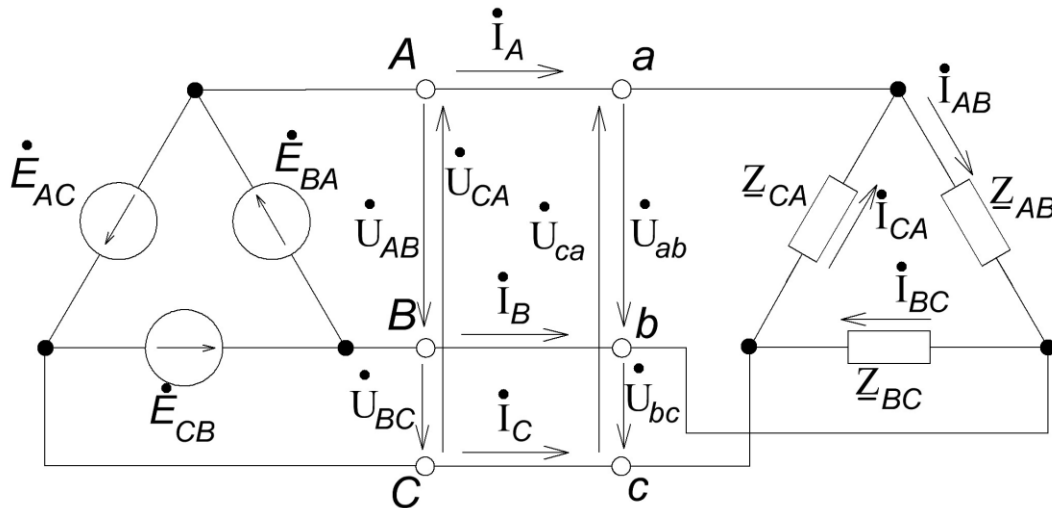


Рис.2.10. Симметричная трехфазная система с нагрузкой, соединенной треугольником

Без учета сопротивлений линейных проводов линейные напряжения приемника равны линейным напряжениям источника (генератора или вторичной обмотки трансформатора):

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_{AB}; \dot{U}_{bc} = \dot{U}_{BC}; \dot{U}_{ca} = \dot{U}_{CA}.$$

Как уже оказывалось, обмотки фаз генератора предпочитают соединять звездой. Что касается вторичных обмоток трансформатора, то их можно соединять звездой или треугольником.

Из схемы видно, что при соединении фаз треугольником линейные напряжения одновременно являются и фазными:

$$U_{л} = U_{\phi}. \quad (2.18)$$

Исходя из свойств симметричных систем, можно записать:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{AB} &= U_{\phi}; \dot{U}_{BC} = U_{\phi} e^{-j120^{\circ}}; \dot{U}_{CA} = U_{\phi} e^{j120^{\circ}}; \\ \dot{U}_{AB} + \dot{U}_{BC} + \dot{U}_{CA} &= 0; U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_{\phi}. \end{aligned}$$

Нагрузка приемника является симметричной, следовательно,

$$\underline{Z}_{AB} = \underline{Z}_{BC} = \underline{Z}_{CA} = Z_{\Phi} e^{j\varphi}.$$

В отличие от соединения звездой при соединении треугольником фазные токи не равны линейным. Условные положительные направления линейных токов $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ и фазных токов $\dot{I}_{AB}, \dot{I}_{BC}, \dot{I}_{CA}$ приемника указаны на рис.2.10. Условное положительное направление фазных напряжений приемника совпадает с положительным направлением фазных токов. Линейные токи, образующие трехфазную симметричную систему, можно определить по соответствующим фазным токам, составив уравнения по первому закону Кирхгофа для узлов a,b,c:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA}; \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB}; \quad \dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC}. \quad (2.19)$$

В симметричном режиме векторы (комплексы) фазных токов образуют симметричную систему: значения фазных токов и сдвиги фаз между токами и соответствующими фазными напряжениями будут одинаковы. Следовательно,

$$\dot{I}_{AB} + \dot{I}_{BC} + \dot{I}_{CA} = 0.$$

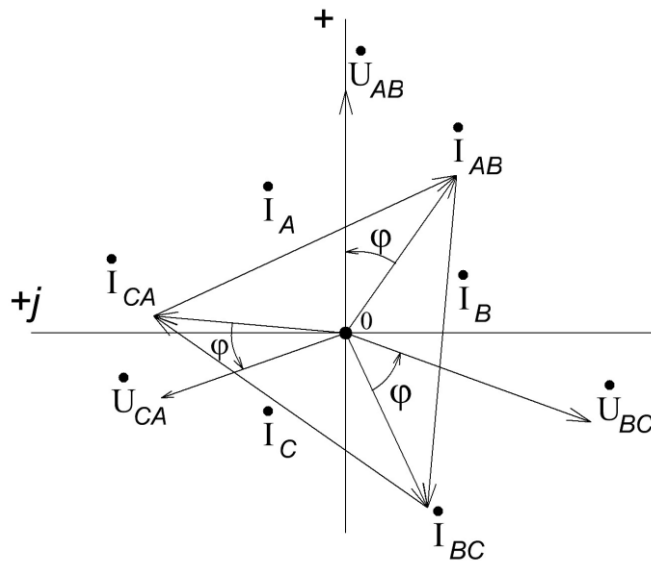


Рис.2.11. Векторная диаграмма напряжений и токов при соединении фаз приемника симметричным треугольником

При отключенном приемнике, когда линейные токи I_A, I_B, I_C равны нулю, в замкнутом контуре обмоток источника питания ток равен нулю, так как система ЭДС симметрична и суммарная ЭДС в контуре равна нулю.

Векторная диаграмма напряжений и токов при активно-индуктивной нагрузке для схемы, изображенной на рис.2.10, представлена на рис.2.11. Фазные токи отстают от фазных напряжений на угол $\varphi > 0$. Векторы линейных токов построены в соответствии с уравнениями (2.19). Из диаграммы видно,

что линейные токи $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ отстают на 30° от фазных токов $\dot{I}_{AB}, \dot{I}_{BC}, \dot{I}_{CA}$ соответственно.

Для симметричной системы фазных токов треугольник линейных токов является равносторонним (рис.2.12). Из точки O опустим на линейный ток перпендикуляр ON , который разделит его пополам. Из треугольника MON находим:

$$I_{\text{л}}/2 = I_{\text{ф}} \cos 30^\circ = I_{\text{ф}} \sqrt{3}/2,$$

откуда

$$I_{\text{л}} = \sqrt{3}I_{\text{ф}}. \quad (2.20)$$

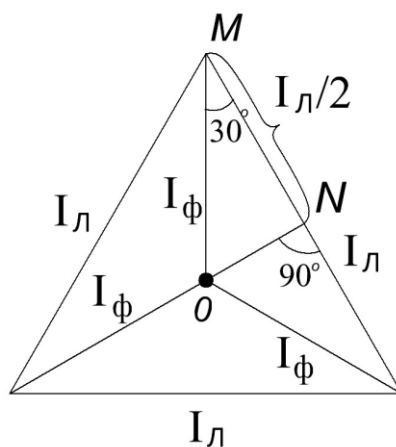


Рис.2.12. Диаграмма токов для симметричного треугольника

Таким образом, в треугольнике для симметричной системы токов линейный ток больше фазного в $\sqrt{3}$ раз.

Формулы (2.19) справедливы для любого трехфазного приемника (как симметричного, так и несимметричного), а формула (2.20) – только для симметричного приемника.

Для симметричных приемников достаточно определить ток в одной фазе, например, в фазе AB . Если известны напряжение $U_{\text{л}} = U_{\text{ф}}$ и комплексное сопротивление фазы приемника $\underline{Z}_{\text{ф}} = Z_{\text{ф}} e^{j\varphi}$, то фазный ток согласно закону Ома равен:

$$\dot{I}_{AB} = \dot{U}_{AB} / \underline{Z}_{AB} = \frac{U_{\text{ф}}}{Z_{\text{ф}} e^{j\varphi}} = I_{AB} e^{j\psi_{AB}},$$

где $I_{AB} = U_{AB} / Z_{\text{ф}}$ – действующее значение фазного тока.

Токи в остальных фазах:

$$\dot{I}_{BC} = \dot{I}_{AB} e^{-j120^\circ}, \quad \dot{I}_{CA} = \dot{I}_{AB} e^{j120^\circ}.$$

Так как $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_{\Phi} = U_{Л}$, то

$$I_{AB} = I_{BC} = I_{CA} = I_{\Phi}.$$

Линейные токи:

$$I_{Л} = I_A = I_B = I_C = \sqrt{3}I_{\Phi}.$$

В комплексной форме линейные токи записываются следующим образом:

$$\dot{I}_A = \sqrt{3} \dot{I}_{AB} e^{-j30^\circ}, \quad \dot{I}_B = \dot{I}_A e^{-j120^\circ}, \quad \dot{I}_C = \dot{I}_A e^{j120^\circ}.$$

Соединение треугольником следует применять, когда каждая фаза трехфазного приемника или однофазные приемники рассчитаны на напряжение, равное номинальному линейному напряжению сети.

Если задана симметричная трехфазная система, у которой один приемник соединен звездой, а другой – треугольником, то для расчета треугольник сопротивлений преобразуется в эквивалентную звезду. В результате оба приемника будут соединены звездой. Между сопротивлениями сторон треугольника $Z_{\Phi\Delta}$ и лучей эквивалентной звезды $Z_{\Phi Y}$ имеет место соотношение:

$$Z_{\Phi Y} = \frac{1}{3} Z_{\Phi\Delta}.$$

Предположим, что обмотки генератора соединены звездой. В силу симметрии расчет проводится для одной фазы, например, фазы А. При этом нейтральные точки генератора и двух приемников, соединенных звездой, как равнопотенциальные объединяются в одну точку. В результате фаза приемника превращается в параллельную схему, в которой известными расчетными методами определяются фазные токи в нагрузках звезд фазы и линейный ток генератора. Фазный ток эквивалентной звезды является линейным током приемника, соединенного треугольником в исходной схеме, что позволяет рассчитать фазный ток треугольника.

2.4. Несимметричный режим трехфазной цепи

Несимметричный режим в трехфазной системе имеет место, если нарушается хотя бы одно из условий симметрии напряжений источника и равенства комплексных сопротивлений фаз электроприемника.

Таким образом, несимметрия в трехфазной цепи может быть вызвана различными причинами: 1) несимметричная нагрузка (неодинаковые сопротивления фаз по величине и (или) по характеру); 2) аварийные режимы (обрыв фазы, обрыв линии, короткое замыкание фазы, короткое замыкание между двумя фазами); 3) несимметричная систем ЭДС генератора.

В отличие от симметричного режима в несимметричном режиме расчет токов и напряжений проводится для каждой фазы.

Для расчета применяются те же методы, что и для однофазных цепей.

Рассмотрим несколько примеров расчета несимметричных режимов. При этом будем полагать, что система фазных и линейных напряжений источника питания является симметричной.

2.4.1. Несимметричная трехфазная цепь, соединенная звездой без нейтрального провода (трехпроводная)

Схема цепи представлена на рис.2.13. Несимметричная нагрузка ($Z_A \neq Z_B \neq Z_C$) является статической (например, электрические лампы или бытовые приборы). Требуется определить токи в фазах приемника. При расчете не будем учитывать сопротивление фазных обмоток генератора и сопротивление линейных проводов.

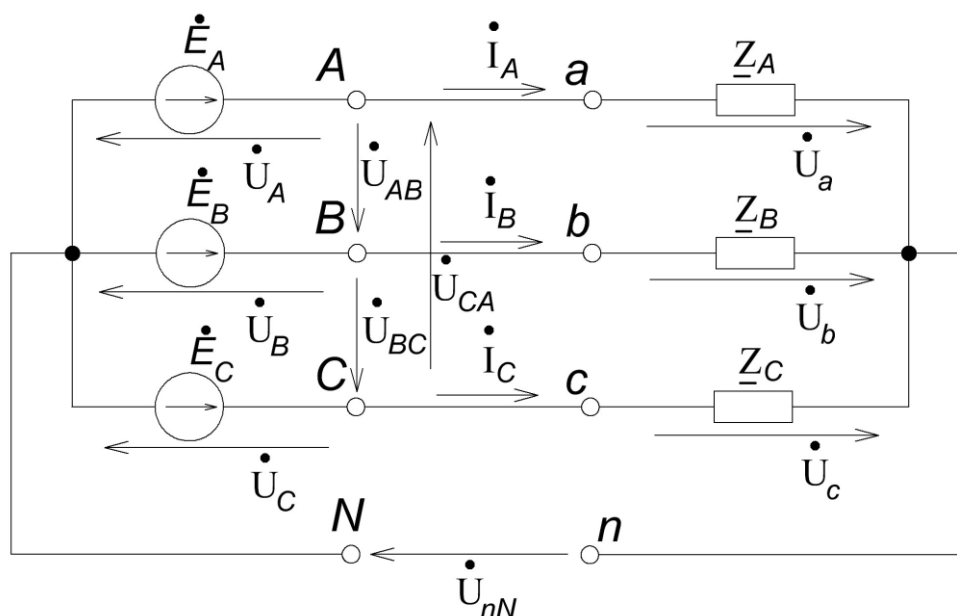


Рис.2.13. Несимметричная трехфазная цепь, соединенная звездой без нейтрального провода

Эта цепь может рассматриваться как трехконтурная с тремя источниками ЭДС. Особенностью этого режима является неравенство потенциалов нейтральных точек генератора и приемника. Следовательно, между нейтральными точками появляется напряжение \dot{U}_{nN} , которое называется напряжением смещения нейтрали. Так как схема имеет два узла, то для расчета удобно применить частный случай метода узловых потенциалов – метод двух узлов. Примем потенциал узла N равным нулю, тогда напряжение смещения нейтрали можно рассчитать по формуле:

$$\dot{U}_{nN} = \varphi_n = \frac{\dot{E}_A Y_A + \dot{E}_B Y_B + \dot{E}_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} = \frac{\dot{E}_A (Y_A + a^2 Y_B + a Y_C)}{Y_A + Y_B + Y_C}, \quad (2.21)$$

где $\underline{Y}_A = 1/\underline{Z}_A$, $\underline{Y}_B = 1/\underline{Z}_B$, $\underline{Y}_C = 1/\underline{Z}_C$ – комплексные проводимости соответствующих фаз приемника; $\dot{E}_A = \dot{U}_A$, $\dot{E}_B = \dot{U}_B$, $\dot{E}_C = \dot{U}_C$ – симметричная система ЭДС (напряжений) источника ($E_A = E_B = E_C = E_\Phi = U_\Phi$).

Если задано линейное напряжение U_Δ источника, то можно определить действующее значение его фазного напряжения ($U_\Phi = U_\Delta/\sqrt{3}$) и подставить в уравнение (2.21): $\dot{E}_A = E_\Phi = U_\Delta/\sqrt{3}$.

Фазные напряжения приемника не равны фазным ЭДС генератора, они определяются по второму закону Кирхгофа для каждой фазы:

$$\dot{U}_a = \dot{E}_A - \dot{U}_{nN}; \quad \dot{U}_b = \dot{E}_B - \dot{U}_{nN}; \quad \dot{U}_c = \dot{E}_C - \dot{U}_{nN}. \quad (2.22)$$

Фазные токи рассчитываются по закону Ома:

$$\dot{I}_A = \dot{U}_a \underline{Y}_A; \quad \dot{I}_B = \dot{U}_b \underline{Y}_B; \quad \dot{I}_C = \dot{U}_c \underline{Y}_C. \quad (2.23)$$

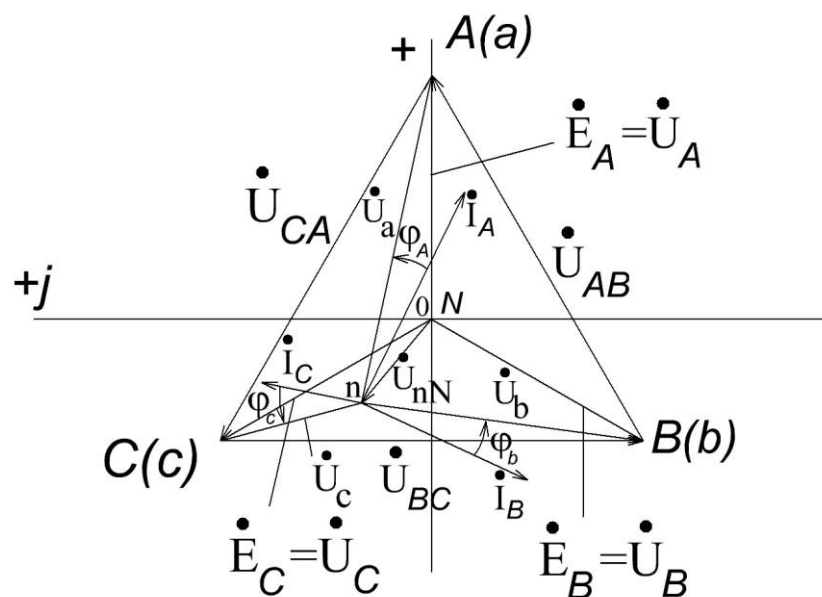


Рис.2.14. Векторная диаграмма напряжений и токов для несимметричной трехфазной цепи, соединенной звездой без нейтрального провода

Векторная диаграмма для несимметричной трехфазной цепи представлена на рис.2.14. Сначала строим векторную диаграмму симметричных фазных ЭДС генератора ($\dot{E}_A = \dot{U}_A$, $\dot{E}_B = \dot{U}_B$, $\dot{E}_C = \dot{U}_C$), потенциал нейтральной точки генератора N принимаем за нуль. Строим векторы линейных напряжений \dot{U}_{AB} , \dot{U}_{BC} , \dot{U}_{CA} , которые являются сторонами

равностороннего треугольника ABC . Если сопротивление линейных проводов $Z_{\text{л}} = 0$, то эти же напряжения будут линейными и для приемника.

Потенциал нейтральной точки приемника $\dot{\varphi}_n$ смещается относительно потенциала нейтральной точки генератора $\dot{\varphi}_N$ на величину напряжения смещения нейтрали \dot{U}_{nN} . Это напряжение может быть рассчитано по формуле (2.21):

$$\dot{U}_{nN} = U_{nN} e^{j\psi_{unN}}.$$

Если известны два фазных напряжения приемника, то точку n на векторной диаграмме можно получить как место пересечения двух радиусов, равных фазным напряжениям (например, U_b и U_c) и проводимых из соответствующих вершин треугольника линейных напряжений (b, c).

В этом случае действующее значение напряжения смещения нейтрали U_{nN} можно определить из векторной диаграммы.

Для получения векторов фазных напряжений $\dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c$ несимметричного приемника необходимо соединить нейтральную точку n с точками a, b, c соответственно. Эти напряжения представляют собой несимметричную трехфазную систему.

Фазные токи $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ изображены на диаграмме для несимметричной активно-индуктивной нагрузки, т.е. они имеют разную величину и отстают от своих фазных напряжений на некоторый угол (в общем случае $\varphi_A \neq \varphi_B \neq \varphi_C$). Следовательно, токи в фазах представляют собой несимметричную трехфазную систему.

Потенциал нейтральной точки приемника может сместиться за пределы треугольника линейных напряжений, если сопротивления фаз имеют различный характер. Чем больше напряжение \dot{U}_{nN} , тем больше фазные напряжения приемника будут отличаться от фазных ЭДС генератора.

Из уравнения (2.21) видно, что при изменении сопротивления (проводимости) в одной фазе изменяется напряжение смещения нейтрали. Как следует из уравнений (2.22, 2.23), это приводит к изменению всех фазных напряжений и токов. Таким образом, несимметричная звезда без нейтрального провода не обеспечивает независимую работу фаз приемника.

2.4.2. Несимметричная трехфазная цепь, соединенная звездой с нейтральным приводом (четырёхпроводная)

Рассмотрим схему соединения фаз несимметричного приемника и нейтрального провода с комплексной проводимостью $\underline{Y}_N = \frac{1}{\underline{Z}_N}$ (рис.2.15).

Если сопротивление нейтрального провода \underline{Z}_N отлично от нуля, то напряжение смещения нейтрали

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_A + \dot{U}_B \underline{Y}_B + \dot{U}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N}. \quad (2.24)$$

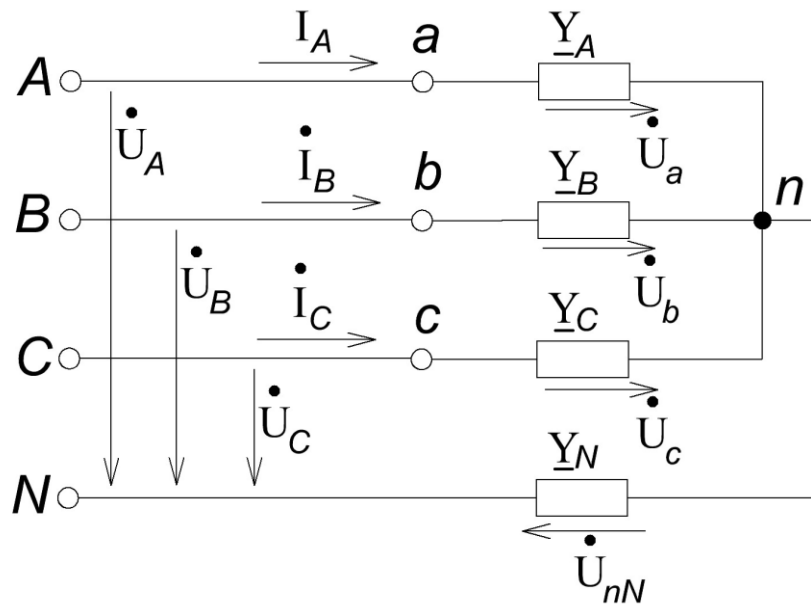


Рис.2.15. Несимметричная звезда с нейтральным проводом

Как и в предыдущем случае, фазные напряжения приемника не равны фазным напряжениям генератора и представляют несимметричную трехфазную систему. Следовательно, если нейтральный провод имеет сопротивление $\underline{Z}_N \neq 0$, то четырехпроводная цепь не обеспечивает независимую работу фаз несимметричного приемника.

Примем сопротивление нейтрального провода, как и линейных проводов, равным нулю ($\underline{Z}_N = 0, \underline{Y}_N = \infty$). В этом случае, как следует из уравнения (2.24), напряжение смещения нейтрали $\dot{U}_{nN} = 0$. Следовательно, потенциалы нейтральных точек генератора и приемника равны ($\dot{\varphi}_N = \dot{\varphi}_n$). Напряжения на фазах приемника равны фазным напряжениям генератора:

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A; \dot{U}_b = \dot{U}_B; \dot{U}_c = \dot{U}_C.$$

Ток в каждой фазе можно определить по закону Ома:

$$\dot{I}_A = \dot{U}_A \underline{Y}_A; \dot{I}_B = \dot{U}_B \underline{Y}_B; \dot{I}_C = \dot{U}_C \underline{Y}_C.$$

Ток в нейтральном проводе определяется по первому закону Кирхгофа:

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C.$$

Таким образом, при наличии нейтрального провода с нулевым сопротивлением, фазные напряжения приемника остаются постоянными при любых нагрузках фаз. Ток в каждой фазе зависит только от сопротивления (проводимости) данной фазы. Следовательно, нейтральный провод с нулевым сопротивлением обеспечивает независимую работу фаз приемника.

В четырехпроводные цепи обычно включают однофазные несимметричные приемники (например, электрические лампы или бытовые приборы), причем каждый из них включают между зажимами одной из фаз и нейтральным проводом. В нейтральный провод плавкие предохранители (автоматы) не включаются, так как при отключении нейтрального провода появляется напряжение смещения нейтрали и на некоторых фазах приемника могут возникнуть значительные перенапряжения.

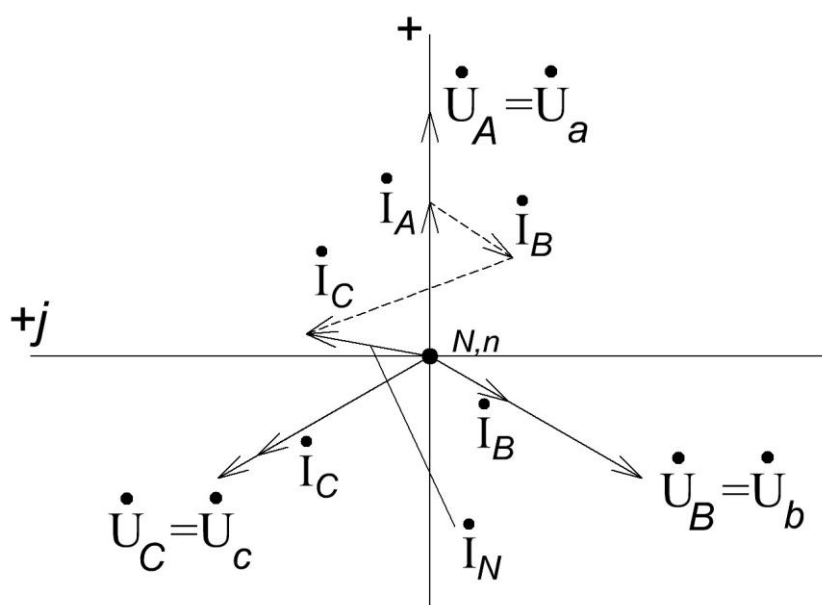


Рис.2.16. Векторная диаграмма несимметричной активной трехфазной нагрузки при наличии нейтрального провода с нулевым сопротивлением

В установках с напряжением до 1000 В наибольшее распространение для питания силовых и осветительных приемников получили трехфазные четырехпроводные сети с глухозаземленной нейтралью (нейтральная точка генератора или трансформатора непосредственно присоединена к заземляющему контуру).

Векторная диаграмма для схемы с нейтральным проводом, имеющим нулевое сопротивление, и несимметричной активной нагрузкой в фазах приведена на рис.2.16. Нейтральный провод обеспечивает симметрию фазных напряжений при несимметричной нагрузке, но токи в фазах будут разными (несимметричная трехфазная система токов). Ток I_N в нейтральном проводе равен геометрической сумме фазных токов.

2.4.3. Несимметричная трехфазная нагрузка, соединенная звездой без нейтрального провода, с заданными линейными напряжениями

Известны линейные напряжения $\dot{U}_{ab}, \dot{U}_{bc}, \dot{U}_{ca}$ на выводах нагрузки, соединенной звездой (рис.2.17). Необходимо определить токи в фазах $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$. Нагрузка несимметричная: $\underline{Z}_A \neq \underline{Z}_B \neq \underline{Z}_C$.

Токи в фазах определяются по закону Ома, если известны фазные напряжения приемника $\dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c$:

$$\dot{I}_A = \dot{U}_a \underline{Y}_A; \dot{I}_B = \dot{U}_b \underline{Y}_B; \dot{I}_C = \dot{U}_c \underline{Y}_C,$$

где $\underline{Y}_A, \underline{Y}_B, \underline{Y}_C$ – комплексные проводимости фаз приемника.

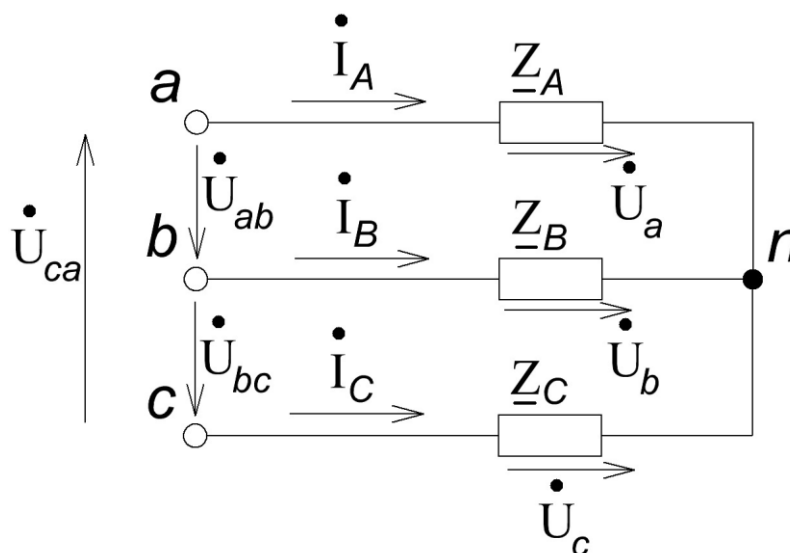


Рис.2.17. Несимметричная трехфазная нагрузка, соединенная звездой без нейтрального провода

Так как нет нейтрального провода, то $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$. Равенство нулю суммы фазных токов можно записать в виде:

$$\dot{U}_a \underline{Y}_A + \dot{U}_b \underline{Y}_B + \dot{U}_c \underline{Y}_C = 0. \quad (2.25)$$

Фазные напряжения \dot{U}_b и \dot{U}_c можно выразить через \dot{U}_a и соответствующие линейные напряжения:

$$\dot{U}_b = \dot{U}_a - \dot{U}_{ab}; \dot{U}_c = \dot{U}_a + \dot{U}_{ca}. \quad (2.26)$$

Подстановка напряжений уравнения (2.26) в уравнение (2.25)

позволяет получить фазное напряжение между точками a и n :

$$\dot{U}_a = \frac{\underline{Y}_B \dot{U}_{ab} - \underline{Y}_C \dot{U}_{ca}}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}. \quad (2.27)$$

Круговой заменой индексов с порядком следования $abca$ находим:

$$\dot{U}_b = \frac{\underline{Y}_C \dot{U}_{bc} - \underline{Y}_A \dot{U}_{ab}}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}; \quad \dot{U}_c = \frac{\underline{Y}_A \dot{U}_{ca} - \underline{Y}_B \dot{U}_{bc}}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}. \quad (2.28)$$

Заданная система линейных напряжений может быть симметричной или несимметричной.

Обычно линейные напряжения задаются только по величине (действующие значения). Для расчета же нужны комплексные действующие напряжения. В этом случае треугольник линейных напряжений следует расположить в комплексной плоскости, направив один из векторов по действительной положительной оси (например, \dot{U}_{ab}), и определить начальные фазы двух других напряжений.

Рассчитав фазные напряжения, можно определить фазные токи.

2.4.4. Аварийные режимы в трехфазной цепи, соединенной звездой

При соединении симметричного приемника звездой без нейтрального провода представляют интерес два частных случая возникновения несимметричной нагрузки: обрыв фазы или линии и короткое замыкание фазы.

Рассмотрим указанные аварийные режимы на примере приемника с активными сопротивлениями фаз. Предположим, что в схеме, изображенной на рис.2.18, был симметричный режим ($R_A = R_B = R_C = R$), а затем произошел обрыв фазы «а» (или линии A). В этом случае в оборванной фазе ток I_A и напряжение на R_A будут равны нулю. Трехфазная нагрузка становится несимметричной.

На рис.2.19. построена векторная диаграмма фазных $\dot{U}_A = \dot{U}_{AN}$; $\dot{U}_B = \dot{U}_{BN}$; $\dot{U}_C = \dot{U}_{CN}$ и линейных \dot{U}_{AB} ; \dot{U}_{BC} ; \dot{U}_{CA} напряжений симметричного источника.

При обрыве фазы «а» приемника фазы «в» и «с» окажутся включенными последовательно на линейное напряжение \dot{U}_{BC} . Так как $R_B = R_C$, то фазные напряжения на них будут равны по величине и составят половину линейного напряжения:

$$U_\epsilon = U_c = U_{BC} / 2 = U_{\text{л}} / 2.$$

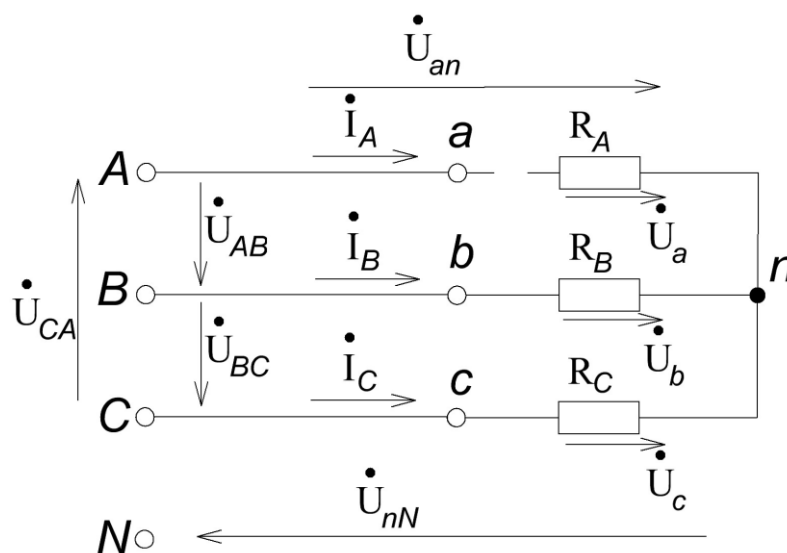


Рис.2.18. Симметричная трехфазная нагрузка, соединенная звездой, при обрыве фазы «а» (без нейтрального провода)

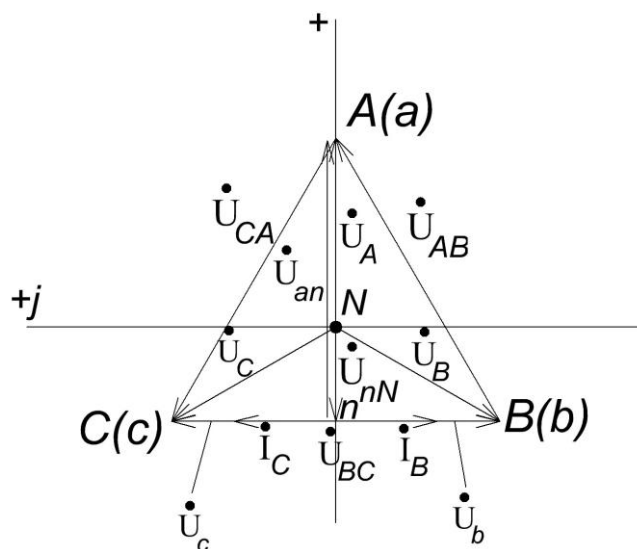


Рис.2.19. Векторная диаграмма при обрыве фазы «а» для звезды без нейтрального провода

Следовательно, нейтральная точка n несимметричного приемника на векторной диаграмме должна переместиться на середину линейного напряжения \dot{U}_{BC} . Соединив точку n на векторной диаграмме с точками b , c , N , получим соответственно фазные напряжения \dot{U}_b , \dot{U}_c и напряжение смещения нейтрали \dot{U}_{nN} . Эти напряжения можно определить непосредственно из векторной диаграммы. Напряжение \dot{U}_{an} между разомкнутыми концами фазы «а» существенно больше фазного напряжения \dot{U}_a до обрывов фазы «а». Его величину можно определить из треугольника AnB на векторной диаграмме:

$$U_{an} = U_{AB} \sin 60^\circ = U_{\text{л}} \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Величину напряжения смещения нейтрали можно определить из треугольника NnB :

$$U_{nN} = U_B \sin 30^\circ = U_{\Phi} / 2,$$

где $U_{\Phi} = U_A = U_B = U_C$ – фазное напряжение источника питания.

Действующее значение тока в фазах «в» и «с» приемника

$$I_B = I_C = U_{\text{л}} / 2R = U_{\phi} / R = U_c / R.$$

На векторной диаграмме фазные токи \dot{I}_B , \dot{I}_C при активной нагрузке совпадают по фазе с фазными напряжениями \dot{U}_B и \dot{U}_C соответственно.

Напряжение смещения нейтрали, напряжения на фазах приемника и фазные токи в комплексной форме можно рассчитать по формулам (2.21, 2.22, 2.23).

Для расчета напряжения смещения нейтрали в формуле (2.21) необходимо учесть, что комплексная проводимость фазы «а» при ее обрыве равна нулю, а также условие $\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 0$:

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_A + \dot{U}_B \underline{Y}_B + \dot{U}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = \frac{1}{R} \left(\dot{U}_B + \dot{U}_C \right) \frac{1}{2/R} = \frac{-\dot{U}_A}{2} = -0,5U_A,$$

где $\dot{U}_A = U_A = U_{\Phi} = U_{\text{л}} / \sqrt{3}$ – напряжение на фазе A генератора.

Напряжения на фазах приемника:

$$\dot{U}_B = \dot{U}_B - \dot{U}_{nN} = -j0,5U_{BC},$$

$$\dot{U}_C = \dot{U}_C - \dot{U}_{nN} = j0,5U_{BC}.$$

Напряжение между точками $A(a)$ и n :

$$\dot{U}_{an} = \dot{U}_A - \dot{U}_{nN} = U_A - (-0,5U_A) = 1,5U_A = 1,5U_{\Phi} = U_{\text{л}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Токи в фазах «в» и «с» равны по величине, но сдвинуты на угол 180° :

$$\dot{I}_B = \dot{U}_B \underline{Y}_B = \dot{U}_B / R = -j0,5U_{BC} / R,$$

$$\dot{I}_C = \dot{U}_C \underline{Y}_C = j0,5 \dot{U}_{BC} / R.$$

Таким образом, при обрыве фазы «а» приемника фазное напряжение U_{an} увеличивается в 1,5 раза, а фазные напряжения U_b, U_c уменьшаются в $\frac{2}{\sqrt{3}}$ раз; во столько же раз уменьшаются токи I_B и I_C .

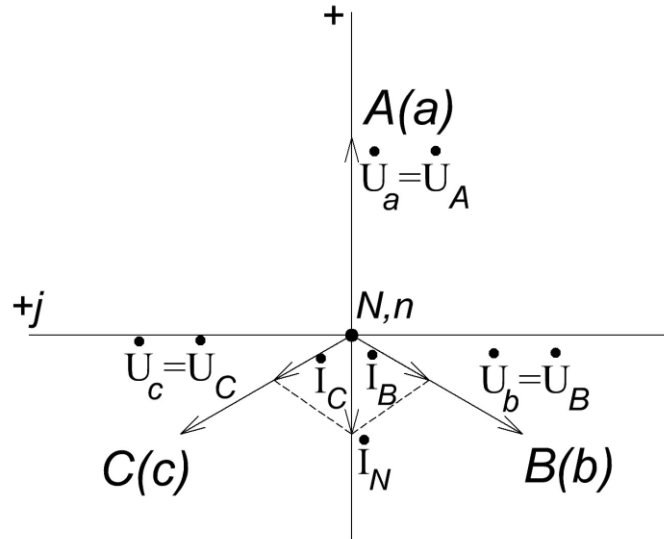


Рис.2.20. Векторная диаграмма при обрыве фазы «а» для звезды с нейтральным проводом

Если $R_B \neq R_C$, то нейтральная точка n при обрыве фазы «а» будет находиться не на середине вектора напряжения \dot{U}_{BC} ; ее положение определяется отношением R_B/R_C .

При наличии в схеме, приведенной на рис.2.18, нейтрального провода при обрыве фазы «а» напряжения на фазах приемника U_{an}, U_{bn}, U_{cn} не изменяются, они будут равны фазным напряжениям источника. В нейтральном проводе появляется ток

$$\dot{I}_N = \dot{I}_B + \dot{I}_C.$$

Векторная диаграмма для этого случая изображена на рис.2.20. Из треугольника токов можно определить действующие значения тока I_N .

Теперь рассмотрим короткое замыкание фазы «а» в симметричной звезде ($R_A = R_B = R_C = R$) без нейтрального провода (рис.2.21). Из схемы видно, что точки А (а) соединяются с нейтральной точкой n приемника, поэтому фазное напряжение $\dot{U}_a = \dot{U}_{an} = 0$. Трехфазная нагрузка становится несимметричной. Напряжения на двух других фазах будут равны линейному напряжению:

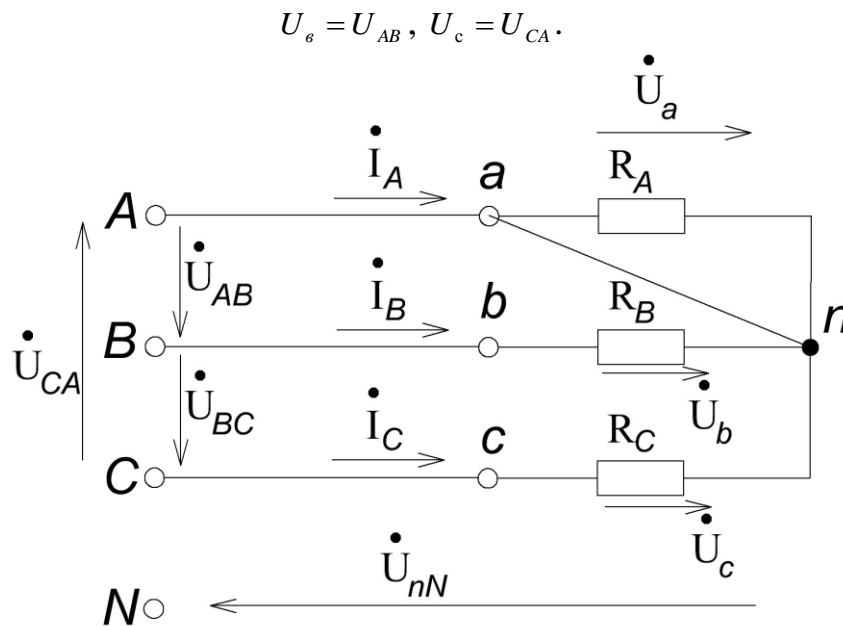


Рис.2.21. Симметричная трехфазная нагрузка, соединенная звездой без нейтрального провода, при коротком замыкании фазы «а»

Векторная диаграмма при коротком замыкании фазы «а» приемника представлена на рис.2.22. Нейтральная точка приемника n смещается в точку A (а). Следовательно, напряжение смещения нейтрали по величине будет равно фазному напряжению источника:

$$U_{nN} = U_A = U_{\Phi}.$$

Фазные напряжения \dot{U}_a , \dot{U}_c приемника определяются на диаграмме векторами между нейтральной точкой n и точками « b » и « c » соответственно.

Напряжение смещения нейтрали в комплексной форме можно рассчитать по формуле (2.21) с учетом, что $\underline{Y}_A = 1/R_A = \infty$ ($R_A = 0$):

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_A + \dot{U}_B \underline{Y}_B + \dot{U}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = \frac{\dot{U}_A + \dot{U}_B \frac{\underline{Y}_B}{\underline{Y}_A} + \dot{U}_C \frac{\underline{Y}_C}{\underline{Y}_A}}{1 + \frac{\underline{Y}_B}{\underline{Y}_A} + \frac{\underline{Y}_C}{\underline{Y}_A}} = \dot{U}_A.$$

Фазные напряжения приемника:

$$\begin{aligned} \dot{U}_a &= \dot{U}_A - \dot{U}_{nN} = \dot{U}_A - \dot{U}_A = 0; \\ \dot{U}_b &= \dot{U}_B - \dot{U}_{nN} = \dot{U}_B - \dot{U}_A = -(\dot{U}_A - \dot{U}_B) = -\dot{U}_{AB}; \\ \dot{U}_c &= \dot{U}_C - \dot{U}_{nN} = \dot{U}_C - \dot{U}_A = \dot{U}_{CA}. \end{aligned}$$

Комплексные действующие значения токов в фазах « b » и « c » равны:

$$\dot{I}_B = \dot{U}_B \underline{Y}_B = \dot{U}_B / R, \quad \dot{I}_C = \dot{U}_C \underline{Y}_C = \dot{U}_C / R.$$

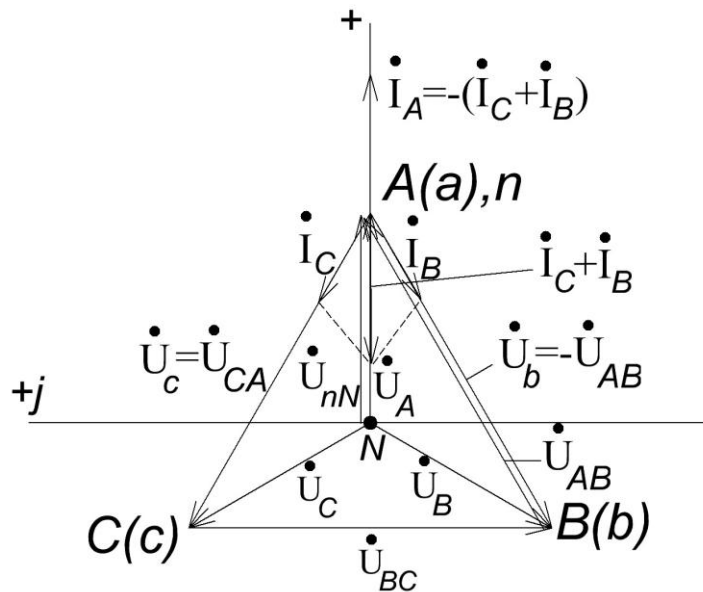


Рис.2.22. Векторная диаграмма при коротком замыкании фазы «а» для звезды без нейтрального провода

Для активной нагрузки эти токи совпадают по фазе со своими фазными напряжениями.

По первому закону Кирхгофа:

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0,$$

откуда

$$\dot{I}_A = -(\dot{I}_B + \dot{I}_C).$$

Действующие значения токов в фазах «b» и «c» равны:

$$I_B = I_C = U_{\text{л}} / R.$$

Из векторной диаграммы можно определить действующее значение тока в фазе «а»:

$$I_A = 2I_B \cos 30^\circ = 2I_B \frac{\sqrt{3}}{2} = I_B \sqrt{3}.$$

Следовательно, после короткого замыкания фазы «а» приемника токи I_B и I_C возрастают в $\sqrt{3}$ раз, а ток I_A — в 3 раза.

Таким образом, при изменении сопротивления фазы «а» приемника от 0 до ∞ нейтральная точка n приемника на векторной диаграмме

перемещается по прямой, соединяющей точку A и точку, лежащую на линейном напряжении \dot{U}_{BC} .

2.4.5. Несимметричная трехфазная цепь, соединенная треугольником

При соединении фаз приемника треугольником фазное и линейное напряжения равны. Поэтому при заданных неизменных линейных напряжениях источника фазные напряжения приемника останутся постоянными при любом сопротивлении фаз нагрузки. Следовательно, включение трехфазной нагрузки треугольником обеспечивает независимую работу фаз приемника: изменение сопротивления в какой-либо фазе вызовет изменение тока этой фазы и токов двух линейных проводов, примыкающих к этой фазе. Токи в других фазах останутся неизменными.

Рассмотрим схему несимметричной активной нагрузки ($R_{AB} \neq R_{BC} \neq R_{CA}$), включенной треугольником (рис.2.23) с заданными симметричными линейными напряжениями источника. Расчет в несимметричном режиме делается для каждой фазы.

Фазные токи определяются по закону Ома:

$$\dot{i}_{AB} = \dot{U}_{AB} / R_{AB} ; \dot{i}_{BC} = \dot{U}_{BC} / R_{BC} ; \dot{i}_{CA} = \dot{U}_{CA} / R_{CA} .$$

Линейные токи $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ рассчитываются по формулам (2.19). Фазные и линейные токи образуют несимметричные трехфазные системы векторов. Векторная диаграмма напряжений и токов представлена на рис.2.24.

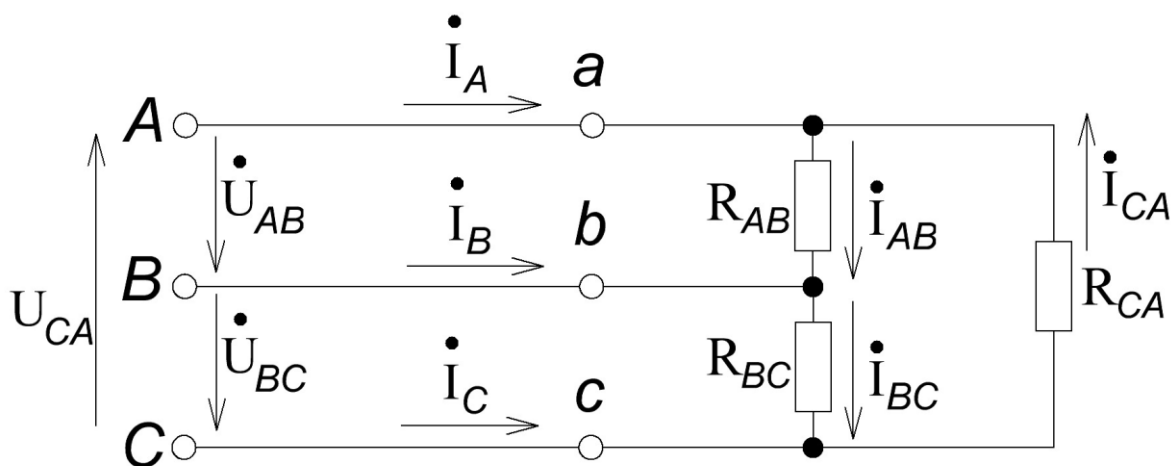


Рис.2.23. Несимметричная трехфазная нагрузка, включенная треугольником

При обрыве фазы «ав» приемника фазные напряжения не изменяются; фазные токи \dot{i}_{BC} и \dot{i}_{CA} не изменяются, фазный ток $\dot{i}_{AB} = 0$. Линейный ток

$\dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC}$ останется неизменным, а два других линейных тока изменятся:
 $\dot{I}_A = -\dot{I}_{CA}$, $\dot{I}_B = \dot{I}_{BC}$.

При обрыве линейного провода A ($\dot{I}_A = 0$) напряжение \dot{U}_{BC} и ток \dot{I}_{BC} не изменяются. Из схемы, приведенной на рис.2.23, видно, что в этом случае сопротивления фаз R_{AB} и R_{CA} оказываются включенными последовательно на линейное напряжение $\dot{U}_{CB} = -\dot{U}_{BC}$. Фазные токи \dot{I}_{AB} и \dot{I}_{CA} оказываются одинаковыми:

$$\dot{I}_{AB} = \dot{I}_{CA} = \frac{-\dot{U}_{BC}}{R_{AB} + R_{CA}}.$$

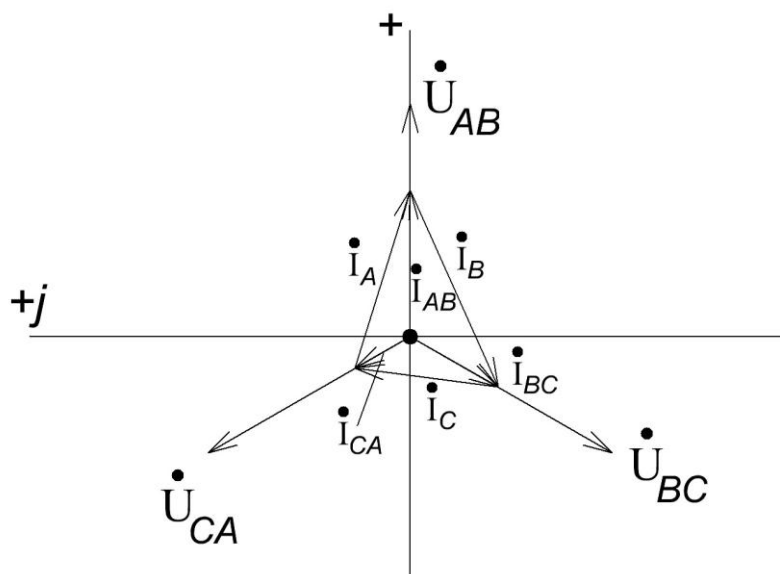


Рис.2.24. Векторная диаграмма напряжений и токов для несимметричного треугольника

Напряжения на R_{AB} и R_{CA} равны:

$$\dot{U}_{AB} = \dot{I}_{AB} R_{AB}, \quad \dot{U}_{CA} = \dot{I}_{CA} R_{CA}.$$

Линейные токи \dot{I}_B и \dot{I}_C изменяются; в месте обрыва линейного провода между точками A и «а» появляется напряжение \dot{U}_{Aa} , которое может быть определено из векторной диаграммы, построенной для этого случая.

2.5. Мощность трехфазных цепей

Активная, реактивная и полная мощности трехфазной цепи (как симметричной, так и несимметричной) равна сумме соответствующих мощностей трех фаз.

Активная мощность P_ϕ , потребляемая каждой фазой симметричного

трехфазного приемника, одинакова. Поэтому, независимо от схемы соединения фаз приемника, активная мощность трехфазной цепи

$$P = 3P_{\Phi} = 3U_{\Phi}I_{\Phi} \cos \varphi, \quad (2.29)$$

где φ – угол сдвига фаз между фазным напряжением и фазным током.

Мощность трехфазного приемника удобнее вычислить через линейные напряжение и ток, так как линейные величины легче измерять.

При соединении фаз приемника звездой $U_{\Phi} = U_{\text{л}}/\sqrt{3}$, $I_{\Phi} = I_{\text{л}}$, а при соединении треугольником $U_{\Phi} = U_{\text{л}}$, $I_{\Phi} = I_{\text{л}}/\sqrt{3}$. Поэтому, независимо от схемы соединения фаз симметричного приемника, его активная мощность может быть рассчитана по формуле:

$$P = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}} \cos \varphi. \quad (2.30)$$

Соответственно для симметричного приемника реактивная и полная мощности равны:

$$Q = 3Q_{\Phi} = 3U_{\Phi}I_{\Phi} \sin \varphi = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}} \sin \varphi, \quad (2.31)$$

$$S = 3S_{\Phi} = 3U_{\Phi}I_{\Phi} = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}} = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (2.32)$$

Общие уравнения (2.29)-(2.32) для расчета мощностей, независимо от схемы соединения фаз приемника, не означают, что при пересоединении нагрузки со звезды на треугольник (или наоборот) соответствующая мощность не изменяется. Например, при пересоединении нагрузки со звезды на треугольник, при одном и том же значении действующего линейного напряжения $U_{\text{л}}$ и одинаковых полных фазных сопротивлений Z_{Φ} , активная мощность возрастает в три раза. Это связано с тем, что в этом случае линейный ток треугольника $I_{\text{л}\Delta}$ в три раза больше линейного тока звезды $I_{\text{л}Y}$:

$$I_{\text{л}\Delta} = \sqrt{3}I_{\text{л}\Delta} = \sqrt{3} \frac{U_{\text{л}\Delta}}{Z_{\Phi}} = \sqrt{3} \frac{U_{\text{л}Y}}{Z_{\Phi}} = \sqrt{3} \frac{\sqrt{3}U_{\text{л}Y}}{Z_{\Phi}} = 3 \frac{U_{\text{л}Y}}{Z_{\Phi}} = 3I_{\text{л}Y} = 3I_{\text{л}Y}. \quad (2.33)$$

Вследствие увеличения действующего значения линейного тока при переключении фаз приемника со звезды на треугольник активная мощность трехфазной нагрузки увеличивается в три раза:

$$P_{\Delta} = 3P_Y. \quad (2.34)$$

Определим суммарную мгновенную мощность p симметричного трехфазного приемника, включенного звездой. Запишем мгновенные

значения фазных напряжений и токов, приняв начальную фазу напряжения u_a равной нулю:

$$\begin{aligned}u_a &= \sqrt{2}U_\phi \sin \omega t; \quad i_A = \sqrt{2}I_\phi \sin(\omega t - \varphi); \quad u_b = \sqrt{2}U_\phi \sin(\omega t - 120^\circ); \\i_b &= \sqrt{2}I_\phi \sin(\omega t - 120^\circ - \varphi); \quad u_c = \sqrt{2}U_\phi \sin(\omega t + 120^\circ); \\i_c &= \sqrt{2}I_\phi \sin(\omega t + 120^\circ - \varphi).\end{aligned}$$

Мгновенная мощность p трехфазной цепи равна сумме мгновенных мощностей трех фаз:

$$p = p_a + p_b + p_c = u_a i_A + u_b i_B + u_c i_C.$$

В каждой мгновенной фазной мощности заменим произведение синусов разностью косинусов. В этом случае мгновенная мощность фазы будет иметь две составляющие: постоянную (активная фазная мощность) и переменную. Сумма переменных составляющих мгновенных значений фазных мощностей при симметричном приемнике равна нулю. Поэтому сумма мгновенных значений фазных мощностей будет равна сумме их постоянных составляющих и остается все время постоянной, равной активной мощности трехфазного приемника. Таким образом, суммарная мгновенная мощность

$$p = p_a + p_b + p_c = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi = P.$$

Трехфазные цепи, в которых мгновенное значение мощности постоянно, называются уравновешенными. Это создает благоприятные условия для работы генераторов и двигателей: мощность от трехфазного генератора к нагрузке поступает равномерно в течение периода; трехфазные двигатели имеют постоянный вращающий момент, что исключает механические вибрации вала двигателя.

Следует отметить, что при несимметричном режиме трехфазные цепи не будут уравновешенными, так как суммарная мгновенная мощность p будет содержать переменную составляющую, изменяющуюся с двойной частотой по сравнению с частотой фазного тока.

Значительную часть симметричных приемников электрической энергии составляют трехфазные асинхронные двигатели, обслуживающие силовые промышленные установки (компрессоры, насосы, вентиляторы) и производственные механизмы (станки). Асинхронные двигатели и трансформаторы являются основными потребителями реактивной энергии. При загрузке линий передач и трансформаторов большими потоками реактивной энергии возникают дополнительные потери на нагрев и потери напряжения. Поэтому в системах электроснабжения стремятся частично разгружать линии электропередачи и трансформаторы от реактивной энергии, что приводит к увеличению коэффициента мощности установок и экономии электроэнергии. К искусственным методам повышения

коэффициента мощности относится применение компенсирующих устройств (источников реактивной энергии): синхронных компенсаторов и конденсаторных батарей, обычно включенных треугольником.

Коэффициент мощности трехфазных приемников

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2}}, \quad (2.35)$$

где Q_L – реактивная мощность приемников, Q_C – реактивная мощность компенсирующих устройств.

Чем больше реактивная энергия, вырабатываемая компенсирующими устройствами, установленными вблизи приемников, тем выше коэффициент мощности.

Рассмотрим вопросы, связанные с измерением активной мощности трехфазной системы.

Если нейтральная точка симметричной трехфазной нагрузки выведена, то однофазный ваттметр включают по схеме, показанной на рис. 2.25, и измеряют им мощность одной фазы P_Φ . Для получения активной мощности трехфазной цепи показания ваттметра $P_W = P_\Phi = U_a I_A \cos \varphi$ нужно утроить.

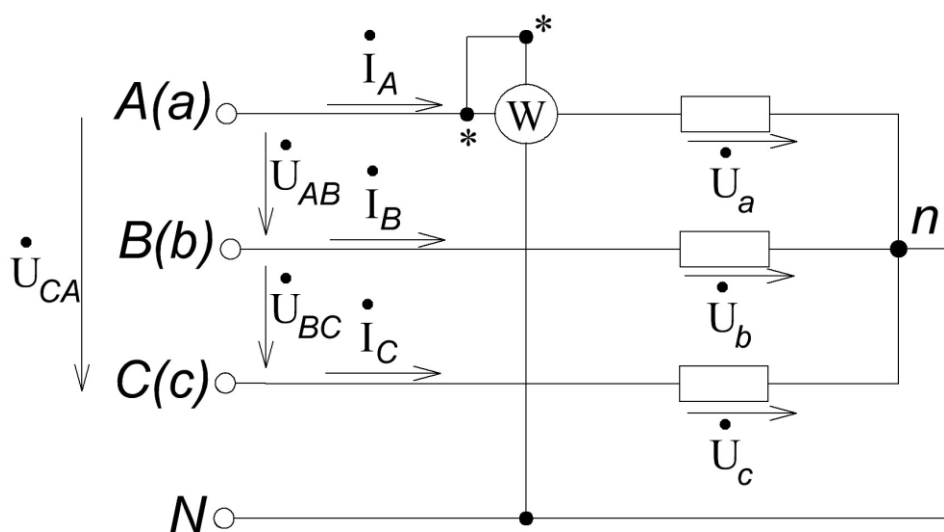


Рис.2.25. Измерение активной мощности при включении нагрузки симметричной звездой

Если симметричная нагрузка включена треугольником, то ваттметр также включается в одну из фаз (рис. 2.26) и его показания утраиваются.

Ваттметр имеет две катушки – неподвижную и подвижную. Неподвижная катушка с горизонтальными выводами называется последовательной, ее включают в цепь последовательно, подобно амперметру. Подвижная катушка с вертикальными выводами называется параллельной, ее включают в цепь параллельно нагрузке, подобно

вольтметру. Жестко сцепленная со стрелкой (указателем) она может поворачиваться в магнитном поле неподвижной катушки. Для правильного включения ваттметра одноименные или генераторные выводы последовательной и параллельной катушек отмечены звездочками.

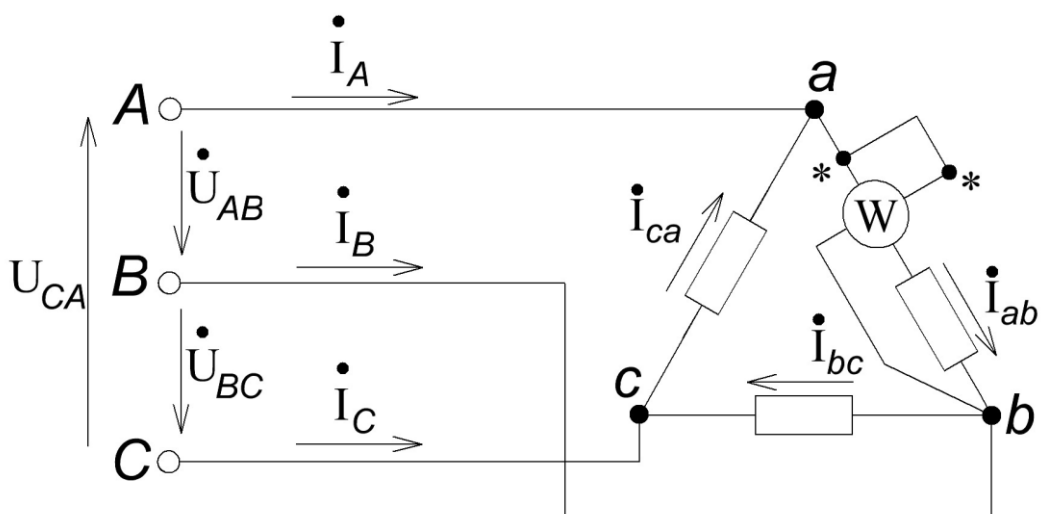


Рис.2.26. Измерение активной мощности при включении нагрузки симметричным треугольником

При симметричном режиме реактивную мощность трехфазного приемника можно определить одним ваттметром, если включить его, как показано на рис.2.27. Последовательная катушка ваттметра включена в линейный провод А, а параллельная – на линейное напряжение U_{BC} . При активно-индуктивном сопротивлении фазы приемника ($\varphi > 0$) показание ваттметра

$$P_W = U_{BC} I_A \cos(\dot{U}_{BC} \dot{I}_A) = U_{\text{л}} I_{\text{л}} \cos(90 - \varphi) = U_{\text{л}} I_{\text{л}} \sin \varphi .$$

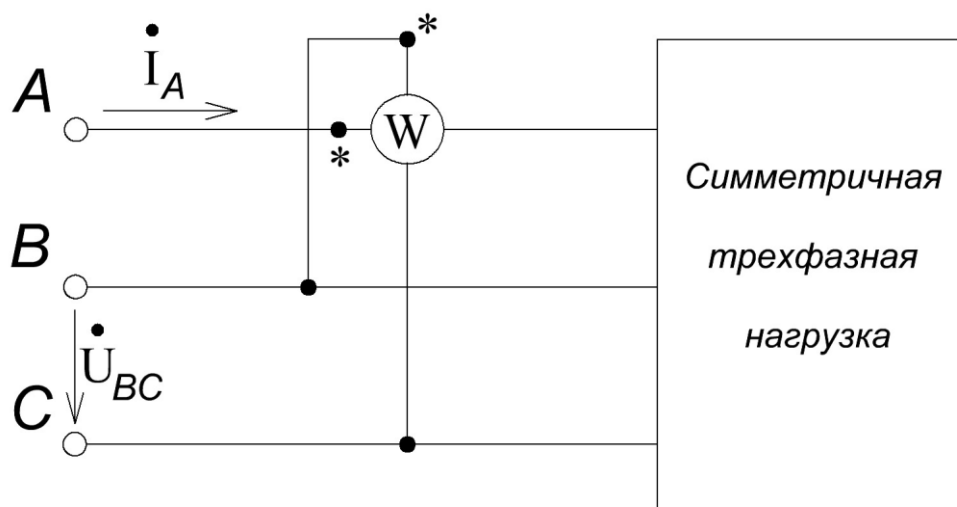


Рис.2.27. Измерение реактивной мощности при симметричном режиме

Для получения суммарной реактивной мощности показание ваттметра умножается на $\sqrt{3}$:

$$Q = \sqrt{3}P_W = \sqrt{3}U_{\text{ЛЛ}} I_{\text{Л}} \sin \varphi.$$

При несимметричной нагрузке мощности в фазах будут разными. Активная (реактивная, полная) мощность трехфазного приемника равна сумме активных (реактивных, полных) мощностей фаз. Например, при соединении фаз нагрузки звездой:

$$P = P_A + P_B + P_C = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C;$$

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C = U_A I_A \sin \varphi_A + U_B I_B \sin \varphi_B + U_C I_C \sin \varphi_C;$$

$$S = S_A + S_B + S_C = U_A I_A + U_B I_B + U_C I_C.$$

Для измерения активной мощности в несимметричных трехфазных цепях можно использовать три ваттметра. При этом каждый из ваттметров должен измерять мощность одной фазы приемника. Активная мощность трехфазной цепи равна сумме показаний трех ваттметров. В качестве примера на рис.2.28 изображена несимметричная нагрузка, соединенная звездой с нейтральным проводом.

В трехфазных трехпроводных несимметричных приемниках активную мощность в большинстве случаев измеряют методом двух ваттметров. Ваттметры включаются в два линейных провода относительно третьего провода (параллельные катушки). Активная мощность трехфазного приемника равна алгебраической сумме показаний ваттметров (рис 2.29). Это связано с тем, что знак показаний ваттметров может изменяться в зависимости от характера сопротивлений фаз.

Предположим, что фазы несимметричного приемника соединены звездой без нейтрального провода.

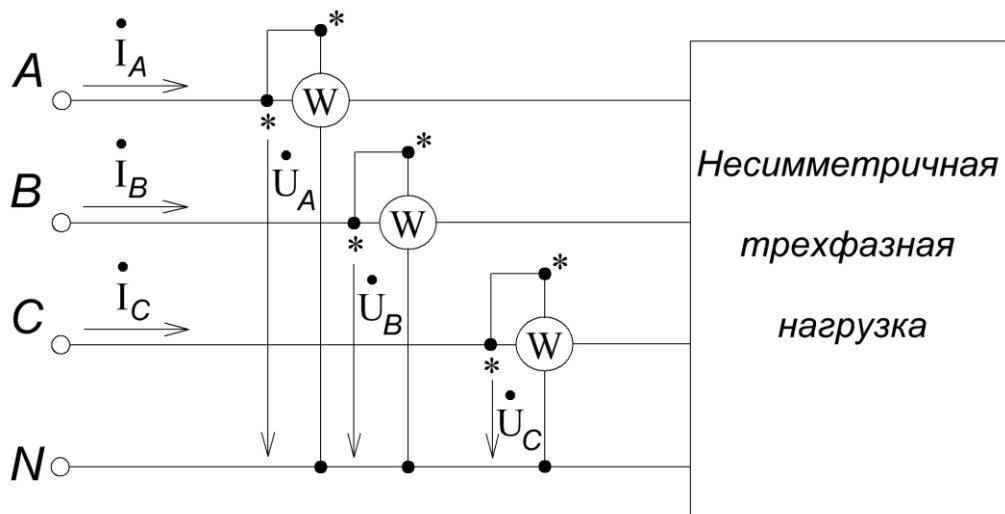


Рис.2.28. Измерение активной мощности в несимметричном режиме тремя ваттметрами

Сумма мгновенных мощностей, которые усредняются ваттметрами,

$$p = p_1 + p_2 = u_{AC}i_A + u_{BC}i_B.$$

С учетом того, что $i_A + i_B + i_C = 0$ и линейные напряжения $u_{AC} = u_A - u_C$, $u_{BC} = u_B - u_C$, получаем:

$$p = (u_A - u_C)i_A + (u_B - u_C)i_B = u_Ai_A + u_Bi_B - u_C(i_A + i_B) = u_Ai_A + u_Bi_B + u_Ci_C = p_A + p_B + p_C.$$

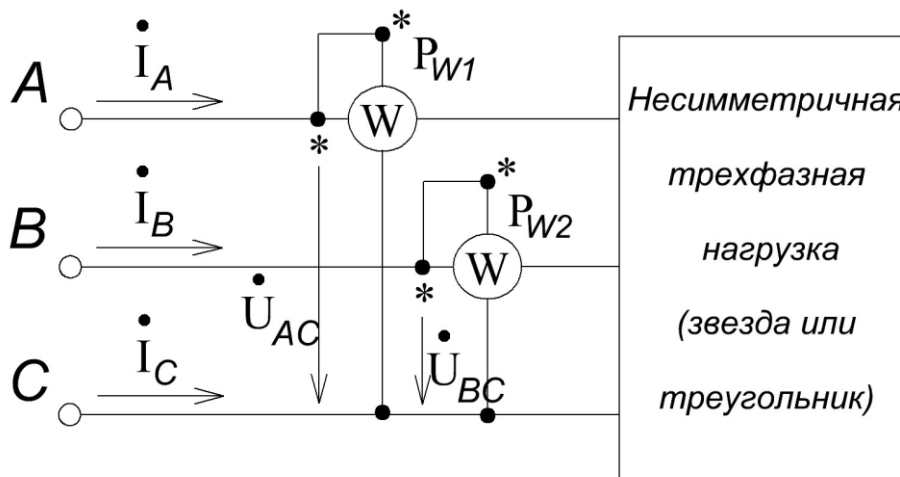


Рис.2.29. Измерение активной мощности двумя ваттметрами

Следовательно, сумма мгновенных мощностей $p_1 + p_2$ равна мгновенному значению мощности трехфазной нагрузки. В связи со значительной инерцией подвижная часть ваттметра поворачивается на угол, пропорциональный среднему значению соответствующей мгновенной мощности за период (активной мощности). Следовательно, сумма показаний ваттметров равна активной мощности трехфазного приемника:

$$P_{W1} + P_{W2} = P_A + P_B + P_C.$$

Двумя ваттметрами можно измерять активную мощность и при симметричной нагрузке.

Следует иметь в виду, что если стрелка одного из ваттметров при правильном включении отклоняется по шкале в обратную сторону, то следует изменить направление напряжения или тока у данного ваттметра на противоположное. Измеренную после этого мощность следует записать со знаком минус.

При симметричном приемнике показания ваттметров P_{W1} и P_{W2} будут равны только при $\varphi = 0$. При $|\varphi| > 60^\circ$ показание одного из ваттметров будет отрицательным, т.е. сумма показаний – алгебраическая.

Трехфазные ваттметры, установленные на распределительных щитах, представляют собой два (для трехпроводной цепи) или три (для четырехпроводной цепи) измерительных механизма, связанных общей осью и воздействующих на общую стрелку. Эти измерительные механизмы включаются в трехфазную цепь в соответствии с выбранным методом измерения (с помощью двух или трех ваттметров).

2.6. Метод симметричных составляющих

2.6.1. Симметричные составляющие несимметричной трехфазной системы величин

При расчете трехфазной цепи в несимметричном режиме нагрузка может быть неизменной во времени – статической и меняющейся во времени – динамической. Чаще всего статическую нагрузку создают осветительные сети, а динамическую – электрические двигатели.

При расчете симметричного режима учет вида нагрузки не обязателен, так как электрический двигатель можно заменить эквивалентной симметричной схемой, состоящей из трех одинаковых сопротивлений, соединенных звездой или треугольником.

Если к двигателю подключена несимметричная система напряжений (в результате какой-либо аварии), то его нельзя заменить эквивалентной схемой из одинаковых сопротивлений, так как физические процессы в нем при несимметричном режиме будут другие. Такие несимметричные цепи нельзя рассчитать рассмотренными методами.

Для расчета несимметричных режимов в трехфазных цепях, в том числе содержащих электрические двигатели, применяют специальный метод, называемый методом симметричных составляющих.

Метод симметричных составляющих основан на представлении произвольной несимметричной трехфазной системы ЭДС, напряжений, токов в виде суммы в общем случае трех симметричных трехфазных систем, которые называются симметричными составляющими. Симметричные составляющие отличаются друг от друга порядком следования (чередования) фаз, т.е. порядком, в котором фазные величины проходят через максимум, и называются системами прямой, обратной и нулевой последовательностей. В основу метода положен принцип наложения.

Обозначим несимметричную трехфазную систему ЭДС, напряжений, токов для общности буквами $\dot{A}, \dot{B}, \dot{C}$. Каждый комплекс (вектор) является суммой трех симметричных составляющих. Величины, относящиеся к системам прямой, обратной и нулевой последовательностей, обозначают соответственно индексами $1, 2, 0$.

Система прямой последовательности образует симметричную трехлучевую звезду $\dot{A}_1, \dot{B}_1, \dot{C}_1$ с порядком следования фаз A, B, C (рис.2.30а), – именно такая система рассматривалась при анализе и расчете симметричных режимов.

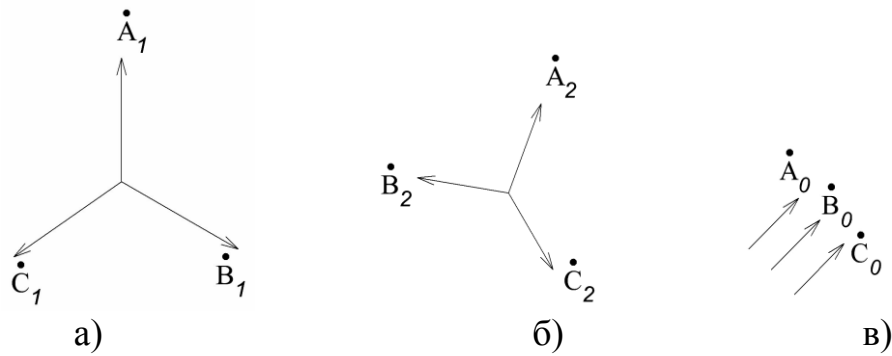


Рис.2.30. Симметричные составляющие прямой (а), обратной (б) и нулевой (в) последовательностей несимметричной трехфазной системы $\dot{A}, \dot{B}, \dot{C}$

За основополагающий вектор принимается \dot{A}_1 (фаза A). В этом случае \dot{B}_1 и \dot{C}_1 можно выразить через \dot{A}_1 и оператор поворота вектора трехфазной системы a :

$$\dot{B}_1 = \dot{A}_1 a^2, \quad \dot{C}_1 = \dot{A}_1 a,$$

где $a = e^{j120^\circ}$, $a^2 = e^{j240^\circ} = e^{-j120^\circ}$.

Векторы $\dot{A}_2, \dot{B}_2, \dot{C}_2$ образуют симметричную систему обратной последовательности фаз (рис.2.30б) с порядком следования фаз A, C, B . Следовательно, можно записать \dot{B}_2 и \dot{C}_2 через \dot{A}_2 :

$$\dot{B}_2 = \dot{A}_2 a, \quad \dot{C}_2 = \dot{A}_2 a^2.$$

Векторы $\dot{A}_0, \dot{B}_0, \dot{C}_0$ (рис.2.30в) образуют систему нулевой последовательности – три одинаковых вектора, совпадающих по фазе. Следовательно,

$$\dot{A}_0 = \dot{B}_0 = \dot{C}_0.$$

Таким образом, несимметричную трехфазную систему $\dot{A}, \dot{B}, \dot{C}$ можно представить в виде суммы трех симметричных составляющих, выраженных через фазу A :

$$\dot{A} = \dot{A}_0 + \dot{A}_1 + \dot{A}_2; \tag{2.36}$$

$$\dot{B} = \dot{B}_0 + \dot{B}_1 + \dot{B}_2 = \dot{A}_0 + \dot{A}_1 a^2 + \dot{A}_2 a; \tag{2.37}$$

$$\dot{C} = \dot{C}_0 + \dot{C}_1 + \dot{C}_2 = \dot{A}_0 + \dot{A}_1 a + \dot{A}_2 a^2. \tag{2.38}$$

Из уравнений (2.36) – (2.38) можно однозначно определить векторы $\dot{A}_0, \dot{A}_1, \dot{A}_2$. Для определения \dot{A}_0 сложим эти уравнения:

$$\dot{A} + \dot{B} + \dot{C} = 3\dot{A}_0 + \dot{A}_1(1 + a^2 + a) + \dot{A}_2(1 + a + a^2).$$

Так как векторы $(1 + a + a^2)$ образуют симметричную трехфазную систему, то $(1 + a + a^2) = 0$. Следовательно, получим:

$$\dot{A}_0 = \frac{1}{3}(\dot{A} + \dot{B} + \dot{C}). \quad (2.39)$$

Таким образом, для нахождения \dot{A}_0 нужно геометрически сложить три заданных вектора несимметричной системы и взять $\frac{1}{3}$ от полученной суммы.

Для нахождения \dot{A}_1 умножим уравнение (2.37) на a , а уравнение (2.38) на a^2 . Получим систему уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{A} &= \dot{A}_0 + \dot{A}_1 + \dot{A}_2; \\ \dot{B}a &= \dot{A}_0 a + \dot{A}_1 a^3 + \dot{A}_2 a^2; \\ \dot{C}a^2 &= \dot{A}_0 a^2 + \dot{A}_1 a^3 + \dot{A}_2 a^4. \end{aligned}$$

Сложим полученные уравнения:

$$\dot{A} + \dot{B}a + \dot{C}a^2 = \dot{A}_0(1 + a + a^2) + \dot{A}_1(1 + a^3 + a^3) + \dot{A}_2(1 + a^2 + a^4).$$

Учитывая, что $a^3 = 1$, $a^4 = a^3 a = a$, получим:

$$\dot{A}_1 = \frac{1}{3}(\dot{A} + \dot{B}a + \dot{C}a^2). \quad (2.40)$$

Следовательно, $\frac{1}{3}$ суммы, состоящей из вектора \dot{A} , вектора \dot{B} , повернутого против часовой стрелки на 120° , и вектора \dot{C} , повернутого по часовой стрелке на 120° , дает вектор \dot{A}_1 .

Для вычисления \dot{A}_2 умножим уравнение (2.37) на a^2 , уравнение (2.38) на a :

$$\begin{aligned} \dot{B}a^2 &= \dot{A}_0 a^2 + \dot{A}_1 a^4 + \dot{A}_2 a^3, \\ \dot{C}a &= \dot{A}_0 a + \dot{A}_1 a^2 + \dot{A}_2 a^3. \end{aligned}$$

Сложим полученные уравнения с уравнением (2.36):

$$\dot{A} + \dot{B}a^2 + \dot{C}a = \dot{A}_0(1 + a^2 + a) + \dot{A}_1(1 + a^4 + a^2) + \dot{A}_2(1 + a^3 + a^3),$$

откуда

$$\dot{A}_2 = \frac{1}{3} \left(\dot{A} + \dot{B} a^2 + \dot{C} a \right). \quad (2.41)$$

Взаимное расположение и модули векторов прямой, обратной и нулевой последовательностей зависят от характера несимметрии и электрических параметров трехфазной цепи. Уравнения (2.39)-(2.41) позволяют аналитически рассчитать симметричные составляющие несимметричной трехфазной системы напряжений, ЭДС, токов. Эти же уравнения показывают, как можно графически определить симметричные составляющие через заданные векторы несимметричной трехфазной системы.

Разложение несимметричных трехфазных систем позволяет свести задачу расчета несимметричной трехфазной цепи к анализу совокупности трех симметричных режимов для составляющих прямой, обратной и нулевой последовательностей.

2.6.2. Свойства трехфазных цепей в отношении симметричных составляющих токов и напряжений

Сумма линейных напряжений в трехфазной цепи равна нулю ($\dot{U}_{AB} + \dot{U}_{BC} + \dot{U}_{CA} = 0$), поэтому линейные напряжения не содержат составляющих нулевой последовательности.

В трехфазной трехпроводной цепи геометрическая сумма линейных токов равна нулю ($\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$), поэтому составляющие нулевой последовательности в линейных токах отсутствуют.

Таким образом, несимметричные системы линейных напряжений и токов могут содержать только составляющие прямой и обратной последовательностей.

В несимметричном режиме в звезде с нейтральным проводом линейные токи содержат все последовательности. Ток в нейтральном проводе равен геометрической сумме линейных токов и, следовательно, равен тройному значению тока нулевой последовательности:

$$\dot{I}_N = 3\dot{I}_{A_0}. \quad (2.42)$$

Симметричные составляющие прямой и обратной последовательностей фазных напряжений приемника, соединенного звездой, однозначно связаны с соответствующими симметричными составляющими подведенных к нему линейных напряжений:

$$\dot{U}_{A_1} = \frac{\dot{U}_{AB_1} \cdot e^{-j30^\circ}}{\sqrt{3}}, \quad \dot{U}_{A_2} = \frac{\dot{U}_{AB_2}}{\sqrt{3}} e^{j30^\circ}. \quad (2.43)$$

Следовательно, фазные напряжения различных приемников, соединенных звездой, при одних и тех же линейных напряжениях имеют одинаковые симметричные составляющие прямой и обратной последовательностей и могут отличаться друг от друга только за счет симметричных составляющих нулевой последовательности.

Если при несимметричном режиме ток в какой-либо фазе цепи равен нулю, то векторная сумма симметричных составляющих этого тока равна нулю.

2.6.3. Сопротивления симметричной трехфазной цепи для токов различных последовательностей

Если к симметричной трехфазной цепи приложена симметричная система напряжений прямой, обратной или нулевой последовательностей, то в цепи возникает симметричная система токов той же последовательности, какую имеют приложенные напряжения. И наоборот, каждая из симметричных составляющих токов будет создавать падение напряжения той же последовательности.

Отношения приложенных комплексных действующих фазных напряжений прямой, обратной и нулевой последовательностей к комплексным действующим значениям фазных токов тех же последовательностей называются соответственно комплексными сопротивлениями цепи прямой, обратной и нулевой последовательностей:

$$\underline{Z}_1 = \frac{\dot{U}_{A_1}}{\dot{I}_{A_1}}; \underline{Z}_2 = \frac{\dot{U}_{A_2}}{\dot{I}_{A_2}}; \underline{Z}_0 = \frac{\dot{U}_{A_0}}{\dot{I}_{A_0}}.$$

В любых симметричных трехфазных цепях, не содержащих вращающихся электрических машин, изменение порядка следования фаз приложенных симметричных напряжений с прямого на обратный не изменяет значения токов (изменяется их последовательность с прямой на обратную). Поэтому для таких цепей $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 \neq \underline{Z}_0$.

На рис.2.31 изображена симметричная трехфазная цепь, в которой $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}$. Определим сопротивление \underline{Z}_0 для нулевой последовательности.

К выводам цепи приложена симметричная система напряжений нулевой последовательности $\dot{U}_{A_0}, \dot{U}_{B_0}, \dot{U}_{C_0}$; система токов также симметрична и имеет нулевую последовательность $\dot{I}_{A_0}, \dot{I}_{B_0}, \dot{I}_{C_0}$. Ток в нейтральном проводе $\dot{I}_N = 3\dot{I}_{A_0}$.

Запишем второй закон Кирхгофа для фазы A :

$$\dot{U}_{A_0} = \underline{Z}\dot{I}_{A_0} + \underline{Z}_N 3\dot{I}_{A_0} = \dot{I}_{A_0}(\underline{Z} + 3\underline{Z}_N),$$

откуда

$$\underline{Z}_0 = \frac{\dot{U}_{A0}}{\dot{I}_{A0}} = \underline{Z} + 3\underline{Z}_N. \quad (2.44)$$

При отсутствии нейтрального провода токов нулевой последовательности не будет ($\underline{Z}_0 = \infty, \dot{I}_{A0} = \dot{I}_{B0} = \dot{I}_{C0} = 0$).

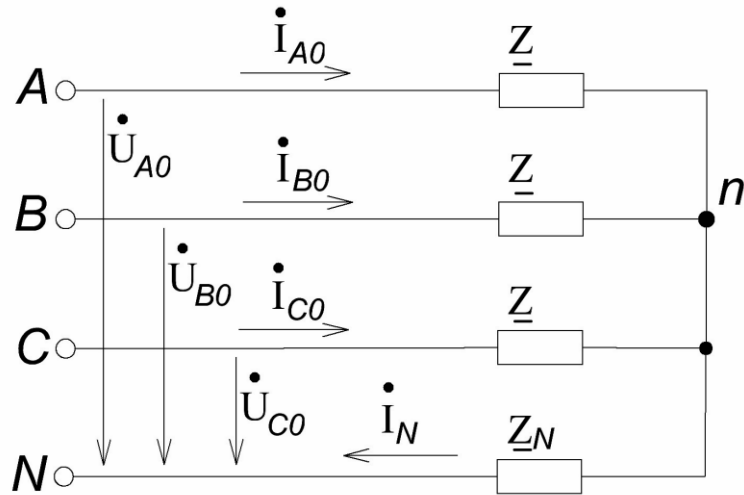


Рис.2.31. Симметричная трехфазная нагрузка для напряжений и токов нулевой последовательности

При расчетах цепей методом симметричных составляющих рассматриваются отдельно схемы для токов и напряжений соответствующих последовательностей. Для симметричных составляющих прямой и обратной последовательностей сопротивление нейтрального провода роли не играет (по нейтральному проводу ток не течет), поэтому в схеме для указанных последовательностей сопротивления \underline{Z}_N не указывают (рис. 2.32а,б). В схеме для симметричных токов и напряжений нулевой последовательности вместо сопротивления \underline{Z}_N в нейтральном проводе вводят сопротивление $3\underline{Z}_N$ в каждую фазу (рис.2.32в). Все расчеты ведут для одной (основной) фазы, за которую принимают фазу А. Схемы на рис.2.32 называются схемами прямой, обратной и нулевой последовательностей. Обычно $\underline{Z}_0 > \underline{Z}_1 = \underline{Z}_2$.

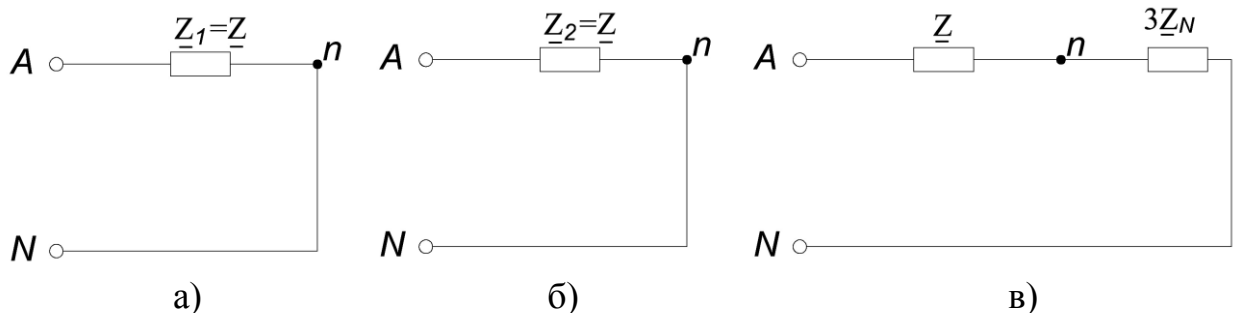


Рис.2.32. Схемы для симметричных токов и напряжений прямой (а), обратной (б) и нулевой (в) последовательностей

В цепях с трехфазными электрическими двигателями сопротивления прямой, обратной и нулевой последовательностей разные ($Z_1 \neq Z_2 \neq Z_0, Z_2 < Z_1$). Эти сопротивления при расчетах обычно задаются. Различие в сопротивлениях прямой, обратной и нулевой последовательностей объясняется разницей в величине индуктивного сопротивления обмоток статора, учитывающего явление электромагнитной индукции.

В расчетах методом симметричных составляющих двигатели, как и статические цепи, представляют тремя отдельными схемами прямой, обратной и нулевой последовательностей, состоящими соответственно из сопротивлений Z_1, Z_2, Z_0 . Трехфазные генераторы имеют такие же схемы ($Z_{Г1} \neq Z_{Г2} \neq Z_{Г0}$), но в схеме прямой последовательности кроме $Z_{Г1}$ включен источник фазной ЭДС \dot{E}_1 .

Сопротивления на фазу трехфазной линии передачи для прямой, обратной и нулевой последовательностей обозначаются соответственно $Z_{Л1}, Z_{Л2}, Z_{Л0}$, причем $Z_{Л1} = Z_{Л2} \neq Z_{Л0}$, что объясняется различием в значении индуктивностей на фазу линии для прямой (обратной) и нулевой последовательностей фаз.

В трехфазном трехстержневом трансформаторе сопротивления на фазу для прямой и обратной последовательностей одинаковы, но они не равны сопротивлению для нулевой последовательности: $Z_{Т1} = Z_{Т2} \neq Z_{Т0}$. Объясняется это различием магнитных потоков для прямой (обратной) и нулевой последовательностей.

2.6.4. Расчет несимметричных режимов трехфазных цепей методом симметричных составляющих

При расчете электрических цепей методом симметричных составляющих любую схему (с вращающимися машинами или без них) заменяют схемами прямой, обратной и нулевой последовательностей и ведут расчет симметричного режима для каждой схемы в отдельности. Для определения результирующих токов (напряжений) применяют принцип наложения, который справедлив только для линейных цепей.

Метод симметричных составляющих можно применять для симметричной цепи и несимметричной системы напряжений или для несимметричной цепи и симметричной системы приложенных напряжений.

Если к несимметричной цепи приложена несимметричная система напряжений, то симметричные составляющие токов любой последовательности будут зависеть от симметричных составляющих всех трех последовательностей напряжений, что существенно осложняет расчет.

Рассмотрим порядок расчета для первых двух случаев:

1. Требуется определить токи в симметричной цепи (рис.2.33), к которой приложена несимметричная система фазных напряжений $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$.

Разложим несимметричную систему фазных напряжений на симметричные составляющие в соответствии с уравнениями (2.39) – (2.41), приняв за основную фазу A :

$$\begin{aligned}\dot{U}_{A_0} &= \frac{1}{3}(\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C); \quad \dot{U}_{A_1} = \frac{1}{3}(\dot{U}_A + \dot{U}_B a + \dot{U}_C a^2); \\ \dot{U}_{A_2} &= \frac{1}{3}(\dot{U}_A + \dot{U}_B a^2 + \dot{U}_C a).\end{aligned}$$

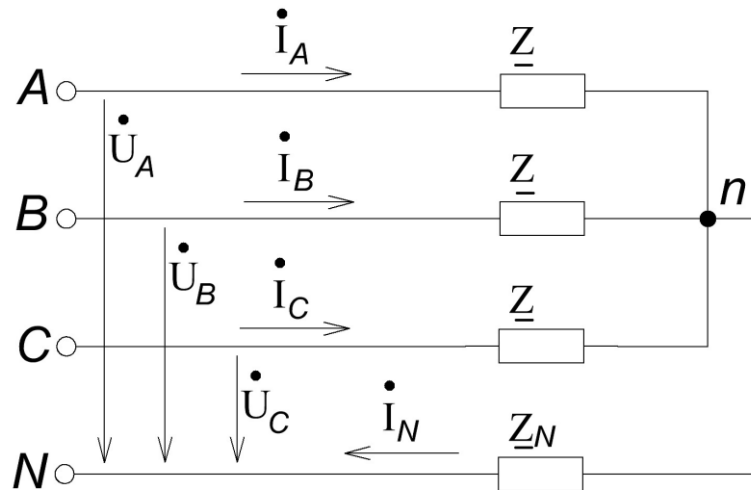


Рис.2.33. Симметричная трехфазная цепь с несимметричной системой фазных напряжений

Определим по закону Ома симметричные составляющие токов:

$$\dot{i}_{A_0} = \dot{U}_{A_0} / \underline{Z}_0; \quad \dot{i}_{A_1} = \dot{U}_{A_1} / \underline{Z}_1; \quad \dot{i}_{A_2} = \dot{U}_{A_2} / \underline{Z}_2. \quad (2.45)$$

Затем по уравнениям (2.36) – (2.38) находим фазные токи:

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_{A_0} + \dot{I}_{A_1} + \dot{I}_{A_2}; \\ \dot{I}_B &= \dot{I}_{B_0} + \dot{I}_{B_1} + \dot{I}_{B_2} = \dot{I}_{A_0} + \dot{I}_{A_1} a^2 + \dot{I}_{A_2} a; \\ \dot{I}_C &= \dot{I}_{C_0} + \dot{I}_{C_1} + \dot{I}_{C_2} = \dot{I}_{A_0} + \dot{I}_{A_1} a + \dot{I}_{A_2} a^2. \end{aligned} \right\} \quad (2.46)$$

Активная мощность трехфазной цепи равна сумме активных мощностей нулевой, прямой и обратной последовательностей:

$$P = 3U_{\Phi_0} I_{\Phi_0} \cos \varphi_0 + 3U_{\Phi_1} I_{\Phi_1} \cos \varphi_1 + 3U_{\Phi_2} I_{\Phi_2} \cos \varphi_2. \quad (2.47)$$

При отсутствии нейтрального провода в фазных токах не будет токов нулевой последовательности.

2. Расчет несимметричной цепи при симметричной системе напряжений генератора.

Метод симметричных составляющих получил применение для расчета аварийных режимов, когда в результате аварии нарушается симметрия трехфазной цепи. Примером такой цепи может служить симметричная цепь при обрыве одного из ее проводов (продольная несимметрия) или короткое замыкание одного из проводов на землю (поперечная несимметрия). Для расчета можно воспользоваться принципом компенсации и заменить несимметричный участок (три неодинаковых сопротивления) трехфазной цепи тремя несимметричными ЭДС (тремя источниками несимметричных напряжений), которые нужно определить. Режим работы цепи при этом не меняется. В результате получим симметричную цепь и несимметричную систему напряжений, которую можно разложить на симметричные составляющие. Аналогичным образом три несимметричных тока $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ раскладывают на симметричные составляющие, которые следует определить.

Таким образом, неизвестными являются шесть величин: три напряжения $\dot{U}_{A_0}, \dot{U}_{A_1}, \dot{U}_{A_2}$ и три тока $\dot{I}_{A_0}, \dot{I}_{A_1}, \dot{I}_{A_2}$, через которые могут быть выражены другие напряжения и токи в цепи.

Для определения неизвестных составляющих шесть уравнений: три уравнения по второму закону Кирхгофа записывают для схем соответствующих симметричных составляющих, остальные три – для того участка цепи, где создается несимметрия. Их вид зависит от характера несимметрии в схеме.

Рассмотрим метод расчета на примере трехфазной цепи, представленной на рис.2.34 (продольная несимметрия).

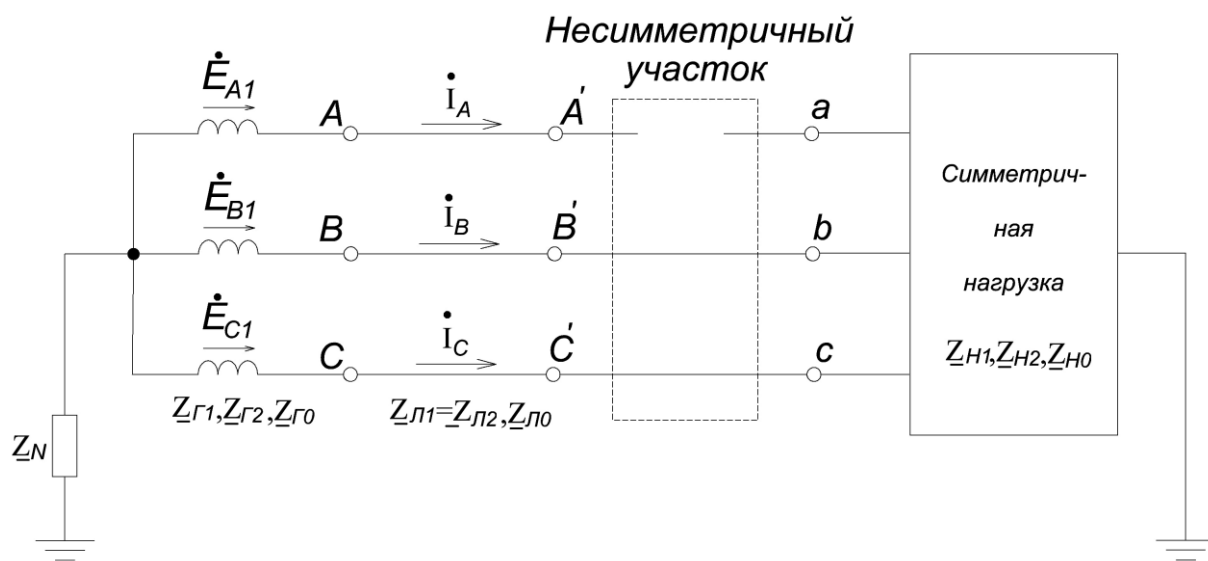


Рис.2.34. Трехфазная цепь с несимметричным участком в линии (продольная несимметрия)

Симметричный генератор с прямой последовательностью ЭДС, имеющий сопротивления $\underline{Z}_{\Gamma_1}, \underline{Z}_{\Gamma_2}, \underline{Z}_{\Gamma_0}$ для соответствующих последовательностей, подключен к симметричной нагрузке через линию передачи с сопротивлениями $\underline{Z}_{Л1}, \underline{Z}_{Л2}, \underline{Z}_{Л0}$. Перед нагрузкой произошел обрыв фазы A . Определить токи и напряжение в месте обрыва.

В месте обрыва фазы A появился несимметричный участок, который по методу компенсации заменим тремя источниками ЭДС с неизвестными напряжениями $\dot{U}_{A'a}, \dot{U}_{B'b}, \dot{U}_{C'c}$ (рис.2.35), которые состоят из напряжений прямой, обратной и нулевой последовательностей. Примем фазу A за основную и введем следующие обозначения: $\dot{U}_{A'a_1} = \dot{U}_1, \dot{U}_{A'a_2} = \dot{U}_2, \dot{U}_{A'a_0} = \dot{U}_0$.

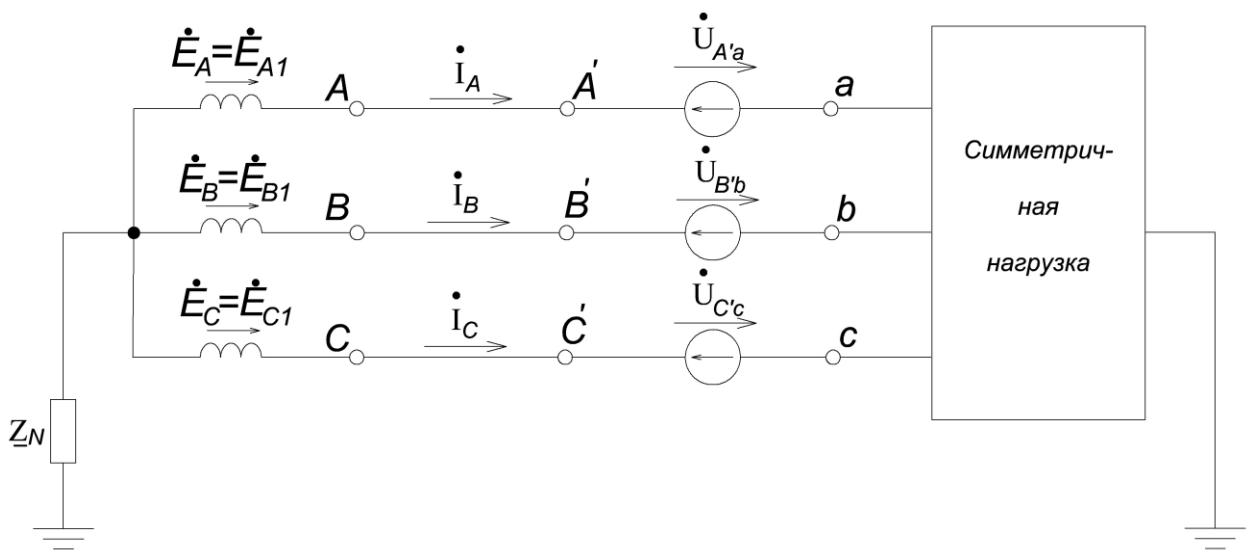


Рис.2.35. Трехфазная цепь с заменой несимметричного участка в линии

Составим для расчета схемы прямой, обратной и нулевой последовательностей (рис.2.36). Запишем для этих схем уравнения по второму закону Кирхгофа:

$$\dot{E}_1 = \dot{I}_{A_1} (\underline{Z}_{\Gamma_1} + \underline{Z}_{Л1} + \underline{Z}_{Н1}) + \dot{U}_1; \quad (2.48)$$

$$0 = \dot{I}_{A_2} (\underline{Z}_{\Gamma_2} + \underline{Z}_{Л2} + \underline{Z}_{Н2}) + \dot{U}_2; \quad (2.49)$$

$$0 = \dot{I}_{A_0} (\underline{Z}_{\Gamma_0} + \underline{Z}_{Л0} + \underline{Z}_{Н0} + 3\underline{Z}_N) + \dot{U}_0. \quad (2.50)$$

где $\underline{Z}_{Н1}, \underline{Z}_{Н2}, \underline{Z}_{Н0}$ – сопротивления фаз нагрузки токам прямой, обратной и нулевой последовательностей.

В этих уравнениях шесть неизвестных, поэтому нужны еще три дополнительных уравнения. Составим их, исходя из конкретного вида несимметрии в трехфазной цепи (рис.2.34):

$$\dot{I}_A = 0; \dot{U}_{B'b} = 0; \dot{U}_{C'c} = 0.$$

Выразим в этих уравнениях ток и напряжения через их симметричные составляющие (2.36)–(2.38):

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{A_0} + \dot{I}_{A_1} + \dot{I}_{A_2} = 0; \quad (2.51)$$

$$\dot{U}_{B'b} = \dot{U}_0 + \dot{U}_1 a^2 + \dot{U}_2 a = 0; \quad (2.52)$$

$$\dot{U}_{C'c} = \dot{U}_0 + \dot{U}_1 a + \dot{U}_2 a^2 = 0. \quad (2.53)$$

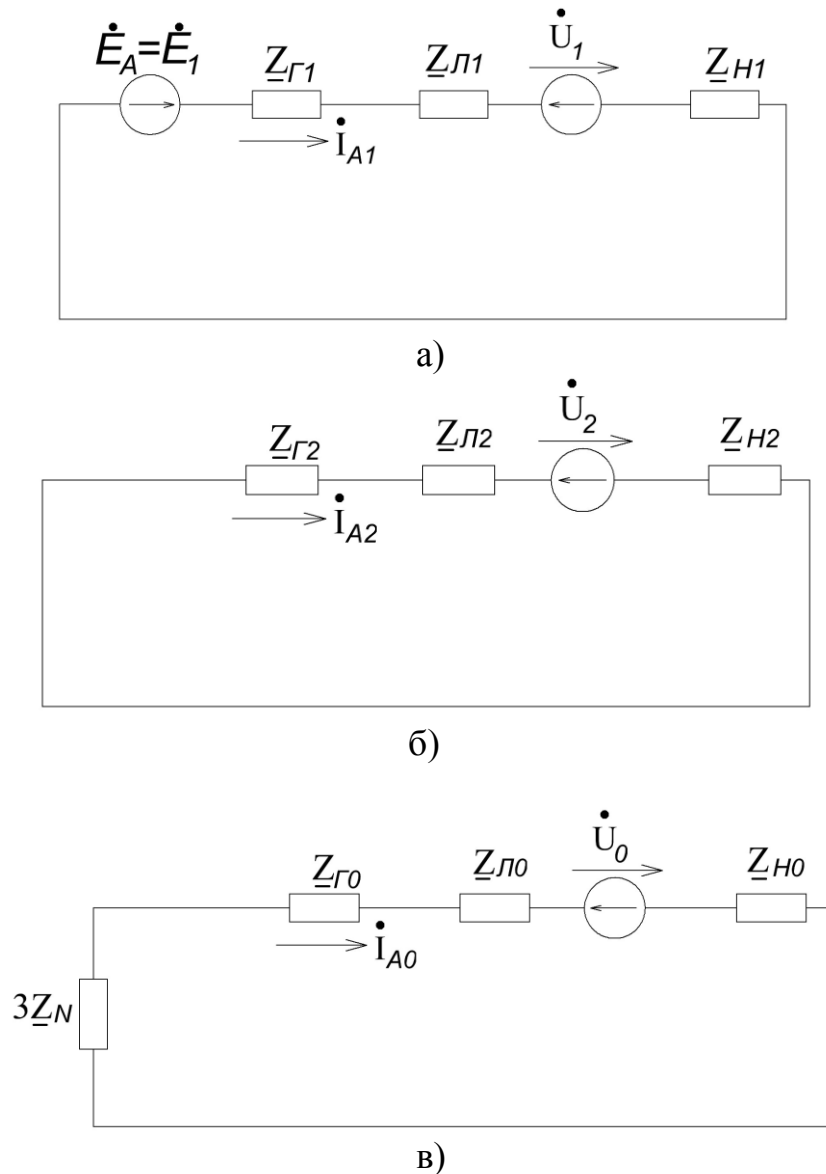


Рис.2.36. Схемы прямой (а), обратной (б) и нулевой (в) последовательностей при продольной несимметрии в трехфазной цепи

Из уравнений (2.48)–(2.53) определяются напряжения $\dot{U}_1, \dot{U}_2, \dot{U}_0$ и токи $\dot{I}_{A_1}, \dot{I}_{A_2}, \dot{I}_0$. Из уравнений (2.52), (2.53) следует, что $\dot{U}_1 = \dot{U}_2 = \dot{U}_0$. Выразим

\dot{I}_{A_0} из уравнения (2.51) и подставим его в уравнение (2.50). Получим три уравнения (2.48) – (2.50) с тремя неизвестными, из которых определяются симметричные составляющие токов и напряжений:

$$\begin{aligned}\dot{I}_{A_1} &= \dot{E}_1 \frac{\underline{Z}_{\Sigma_2} - \underline{Z}_{\Sigma_0}}{\Delta}; & \dot{I}_{A_2} &= \dot{E}_1 \frac{\underline{Z}_{\Sigma_0}}{\Delta}; & \dot{I}_{A_0} &= \dot{E}_1 \frac{\underline{Z}_{\Sigma_2}}{\Delta}; \\ \dot{U}_1 &= \dot{U}_2 = \dot{U}_0 = \dot{E}_1 \frac{\underline{Z}_{\Sigma_0} \underline{Z}_{\Sigma_2}}{\Delta};\end{aligned}$$

где $\underline{Z}_{\Sigma_1} = \underline{Z}_{\Gamma_1} + \underline{Z}_{\text{Л}_1} + \underline{Z}_{\text{Н}_1}$; $\underline{Z}_{\Sigma_2} = \underline{Z}_{\Gamma_2} + \underline{Z}_{\text{Л}_2} + \underline{Z}_{\text{Н}_2}$; $\underline{Z}_{\Sigma_0} = \underline{Z}_{\Gamma_0} + \underline{Z}_{\text{Л}_0} + \underline{Z}_{\text{Н}_0} + 3\underline{Z}_N$;
 $\Delta = \underline{Z}_{\Sigma_1} \underline{Z}_{\Sigma_2} + \underline{Z}_{\Sigma_1} \underline{Z}_{\Sigma_0} + \underline{Z}_{\Sigma_2} \underline{Z}_{\Sigma_0}$.

Токи \dot{I}_B, \dot{I}_C можно определить из уравнения (2.46). Напряжение в месте обрыва

$$\dot{U}_{A'a} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_0 = 3\dot{U}_1.$$

2.7. Высшие гармоники в трехфазных цепях

Фазные напряжения трехфазного генератора или трехфазного трансформатора могут быть несинусоидальными. Каждое несинусоидальное напряжение может быть разложено в ряд Фурье (постоянная составляющая обычно отсутствует). Для симметричной системы справедливо, что кривые напряжения во всех фазах по форме одинаковы, но сдвинуты на одну треть периода.

Пусть напряжение в фазе A выражается функцией:

$$u_A = \sum_{\kappa=1}^{\infty} U_{\kappa m} \sin(\kappa\omega t + \psi_{\kappa}).$$

В этом случае

$$\begin{aligned}u_B &= \sum_{\kappa=1}^{\infty} U_{\kappa m} \sin(\kappa\omega t - \kappa \frac{2\pi}{3} + \psi_{\kappa}), \\ u_C &= \sum_{\kappa=1}^{\infty} U_{\kappa m} \sin(\kappa\omega t + \kappa \frac{2\pi}{3} + \psi_{\kappa}).\end{aligned}$$

Сравнивая полученные выражения для различных значений κ , можно сделать следующие выводы.

Напряжения гармоник порядка, кратного трем ($\kappa=3n$, где $n=1,2,3\dots$ – любое целое число), образуют симметричную систему нулевой последовательности.

Гармоники, для которых $\kappa=3n+1$ ($n=0,1,2,3\dots$), образуют симметричную систему напряжений прямой последовательности.

Гармоники, для которых $k=3n+2$ ($n=0,1,2,3\dots$), образуют симметричную систему напряжений обратной последовательности.

Таким образом, гармоники 1,4,7,10,13 и т.д. образуют системы напряжений прямой последовательности; гармоники 2,5,8,11,14 и т.д. образуют системы напряжений обратной последовательности; гармоники 3,6,9,12,15 и т.д. образуют системы напряжений нулевой последовательности.

На практике в большинстве важных случаев в напряжениях отсутствуют как постоянная составляющая, так и четные гармоники. В дальнейшем ограничимся рассмотрением только нечетных гармоник.

Рассмотрим различные схемы соединения трехфазных цепей.

Если фазы генератора соединены звездой, то линейные напряжения, равные разностям соответствующих фазных напряжений, не содержат гармоник нулевой последовательности (эти гармоники при вычитании компенсируются). В результате фазные и линейные напряжения имеют разную форму, и отношение их действующих значений при несинусоидальных напряжениях меньше $\sqrt{3}$. Действительно, действующее значение несинусоидального фазного напряжения

$$U_{\Phi} = \sqrt{U_1^2 + U_3^2 + U_5^2 + U_7^2 + \dots},$$

действующее значение линейного напряжения

$$U_{\text{л}} = \sqrt{3} \sqrt{U_1^2 + U_5^2 + U_7^2 + \dots}.$$

Следовательно,

$$U_{\text{л}} < \sqrt{3} U_{\Phi}. \quad (2.54)$$

При соединении источника и симметричной нагрузки звездой с нейтральным проводом ток в нейтральном проводе будет равен утроенной сумме токов гармоник нулевой последовательности (гармоники прямой и обратной последовательностей дают в сумме нуль). Действующее значение несинусоидального тока в нейтральном проводе

$$I_N = 3 \sqrt{I_3^2 + I_9^2 + I_{15}^2 + \dots}. \quad (2.55)$$

При отсутствии нейтрального провода фазные токи не могут содержать гармоник нулевой последовательности, так как в этой схеме сумма токов в любой момент времени должна равняться нулю. Поэтому в приемнике нет напряжений от токов нулевой последовательности. Между нейтральными точками генератора и симметричного приемника возникает напряжение, обусловленное гармониками нулевой последовательности, содержащимися в фазных напряжениях источника.

Если фазы генератора соединены треугольником, то при несинусоидальных ЭДС в фазах сумма ЭДС в замкнутом контуре генератора не равна нулю, как при синусоидальных ЭДС, а равна утроенной сумме гармоник нулевой последовательности. Это приводит к появлению токов нулевой последовательности в обмотках фаз генератора даже в режиме холостого хода генератора. Падения напряжения на каждой фазе генератора, обусловленные этими токами, компенсируют вызвавшие их ЭДС нулевых последовательностей. Поэтому во внешней цепи, подключенной к генератору, обмотки которого соединены треугольником, линейные токи не содержат гармоник нулевой последовательности.

Действующее значение фазного (линейного) напряжения генератора

$$U_{\phi} = \sqrt{E_1^2 + E_5^2 + E_7^2 + \dots} \quad (2.56)$$

Таким образом, если фазы генератора соединены треугольником, то во внешней цепи гармоники нулевой последовательности отсутствуют.

2.8. Примеры решения задач

Задача 1

К зажимам симметричной трехфазной цепи с линейным напряжением $U_{л} = 380\text{В}$ подключены три одинаковых комплексных сопротивления $Z_{\text{H}} = (10 - j10)\text{ Ом}$. В цепи имеется трехполюсный ключ, который позволяет соединять нагрузку звездой или треугольником. Определить, как будут меняться линейные токи и потребляемая нагрузкой активная и реактивная мощности при переключении нагрузки с треугольника на звезду.

На рис.2.37 показана схема соединения нагрузки треугольником.

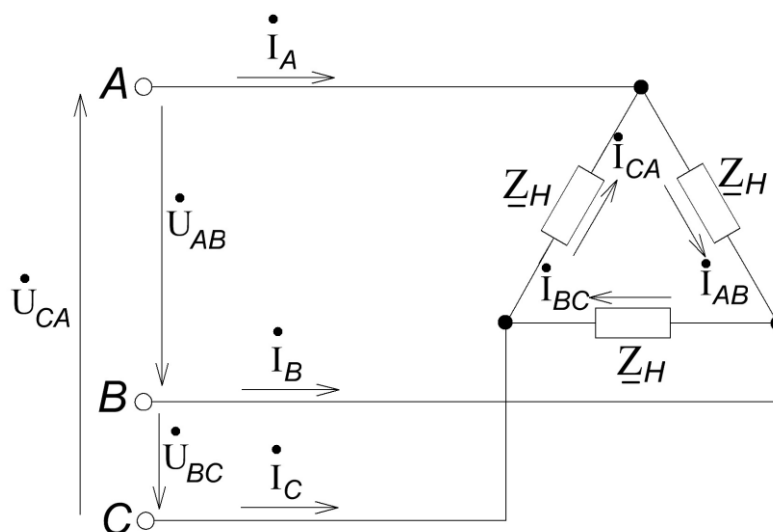


Рис.2.37. Симметричная трехфазная нагрузка, включенная треугольником

Определим фазные токи, приняв начальную фазу напряжения \dot{U}_{AB} за нуль:

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{\underline{Z}_H} = \frac{380}{10 - j10} = \frac{380}{10\sqrt{2}e^{-j45^\circ}} = 27e^{j45^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_{BC} = \dot{I}_{AB} e^{-j120^\circ} = 27e^{-j75^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_{CA} = \dot{I}_{AB} e^{j120^\circ} = 27e^{j165^\circ} \text{ A}.$$

Найдем линейные токи:

$$\dot{I}_A = \sqrt{3}\dot{I}_{AB} e^{-j30^\circ} = \sqrt{3} \cdot 27e^{j45^\circ} e^{-j30^\circ} = 46,8e^{j15^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_A e^{-j120^\circ} = 46,8e^{-j105^\circ} \text{ A}; \quad \dot{I}_C = \dot{I}_A e^{j120^\circ} = 46,8e^{j135^\circ} \text{ A}.$$

Активная мощность, потребляемая нагрузкой,

$$P_\Delta = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}} \cos \varphi_\Phi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 46,8 \cos(-45^\circ) = 21,8 \text{ кВт},$$

реактивная мощность, потребляемая нагрузкой,

$$Q_\Delta = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}} \sin \varphi_\Phi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 46,8 \sin(-45^\circ) = -21,8 \text{ квар},$$

где $\varphi_\Phi = \arctg X_H/R_H$.

На рис.2.38 приведена векторная диаграмма для схемы, изображенной на рис.2.37, а на рис.2.39 приведена схема соединения нагрузки звездой.

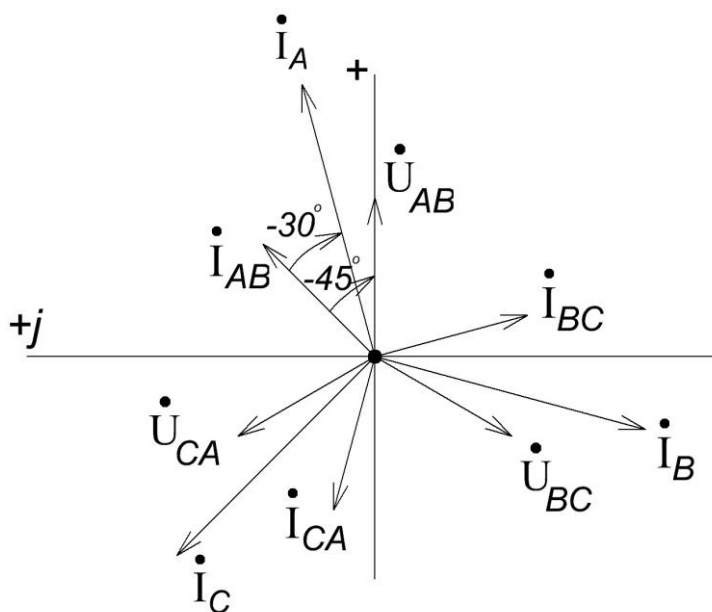


Рис.2.38. Векторная диаграмма для симметричного треугольника

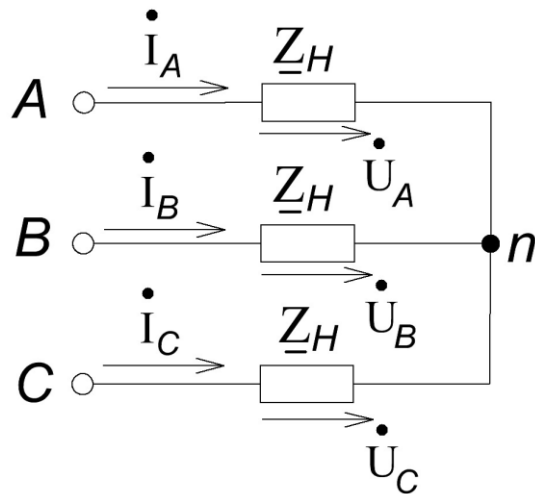


Рис.2.39. Симметричная трехфазная нагрузка, включенная звездой

Определим фазное напряжение на нагрузке в фазе А:

$$\dot{U}_A = \frac{\dot{U}_{AB}}{\sqrt{3}} e^{-j30^\circ} = 220e^{-j30^\circ} \text{ В.}$$

Фазные токи:

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \frac{\dot{U}_A}{Z_H} = \frac{220e^{-j30^\circ}}{10\sqrt{2}e^{-j45^\circ}} = 15,6e^{j15^\circ} \text{ А;} \\ \dot{I}_B &= \dot{I}_A e^{-j120^\circ} = 15,6e^{-j105^\circ} \text{ А;} \\ \dot{I}_C &= \dot{I}_A e^{j120^\circ} = 15,6e^{j135^\circ} \text{ А.} \end{aligned}$$

Таким образом, при переключении нагрузки с треугольника на звезду линейный ток уменьшился в три раза:

$$\frac{I_{\text{Л}\Delta}}{I_{\text{Л}Y}} = \frac{46,8}{15,6} = 3.$$

Активная и реактивная мощности, потребляемые нагрузкой:

$$\begin{aligned} P_Y &= \sqrt{3}U_{\text{Л}}I_{\text{Л}} \cos \varphi_\Phi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 15,6 \cos(-45^\circ) = 7,26 \text{ кВт;} \\ Q_Y &= \sqrt{3}U_{\text{Л}}I_{\text{Л}} \sin \varphi_\Phi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 15,6 \sin(-45^\circ) = -7,26 \text{ квар.} \end{aligned}$$

Таким образом, при переключении нагрузки с треугольника на звезду

$$\frac{P_\Delta}{P_Y} = \frac{21,8}{7,26} = 3, \quad \frac{Q_\Delta}{Q_Y} = \frac{21,8}{7,26} = 3.$$

Векторная диаграмма для звезды приведена на рис.2.40.

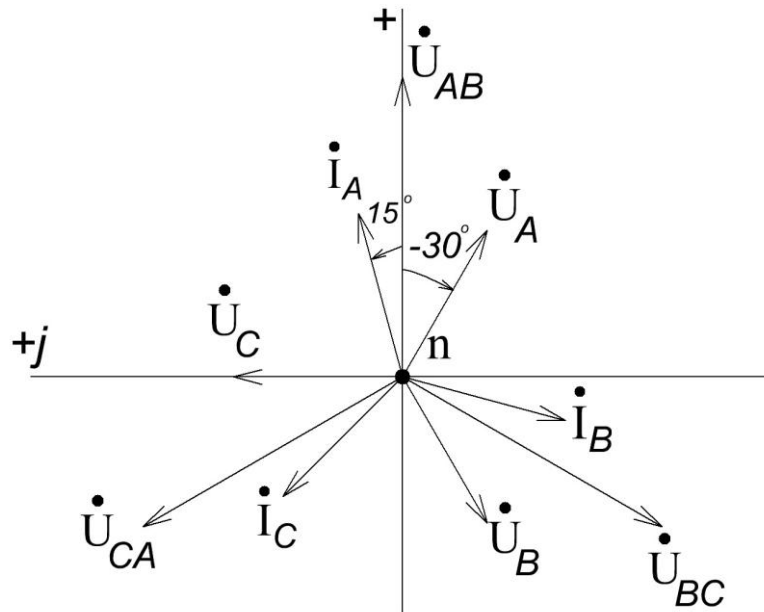


Рис.2.40. Векторная диаграмма для симметричной звезды

Задача 2

К трехфазной линии с симметричными линейными напряжениями $U_{л} = 220\text{В}$ подключен треугольником приемник, сопротивление каждой фазы которого $\underline{Z} = (10 + j10)\text{ Ом}$ (рис.2.41). Найти токи в каждой фазе нагрузки и линии, показания каждого ваттметра, активную мощность цепи.

Примем, что $\dot{U}_{AB} = U_{AB} = 220\text{В}$; тогда $\dot{U}_{BC} = 220e^{-j120^\circ}\text{ В}$; $\dot{U}_{CA} = 220e^{j120^\circ}\text{ В}$.

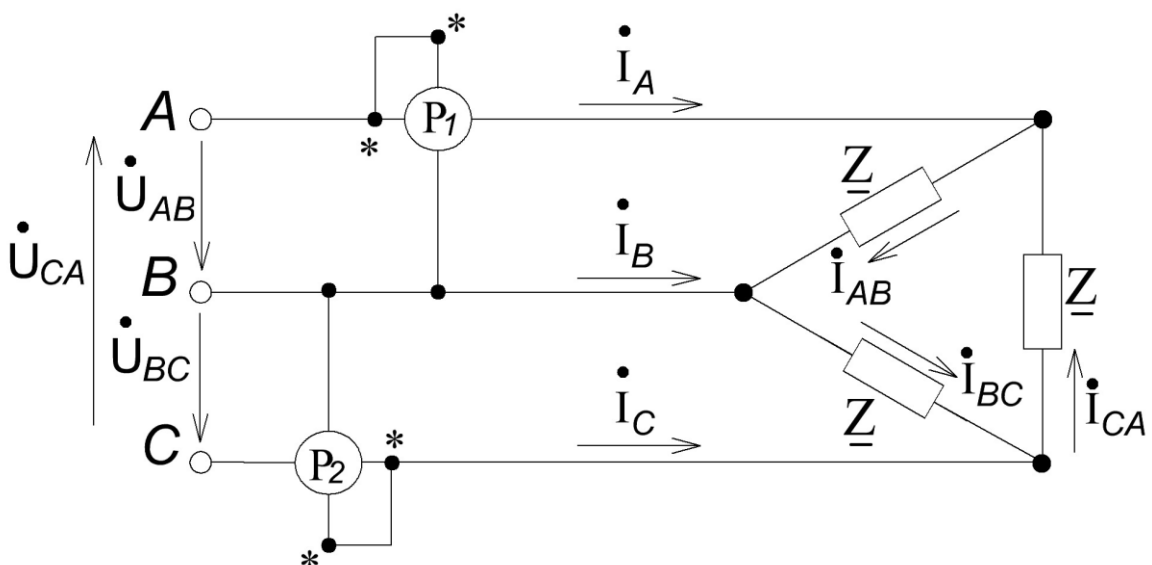


Рис.2.41. Симметричная трехфазная цепь с ваттметрами
Определим комплексные действующие значения фазных и линейных

ТОКОВ:

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{\underline{Z}} = \frac{220}{10 + j10} = 15,6e^{-j45^\circ} = (11 - j11) \text{ A};$$

$$\dot{I}_{BC} = \dot{I}_{AB} e^{-j120^\circ} = 15,6e^{-j165^\circ} = (-15 - j4) \text{ A};$$

$$\dot{I}_{CA} = \dot{I}_{AB} e^{j120^\circ} = 15,6e^{j75^\circ} = (4 + j15) \text{ A};$$

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} \sqrt{3} e^{-j30^\circ} = 26,9e^{-j75^\circ} = (6,97 - j26) \text{ A};$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_A e^{-j120^\circ} = 26,9e^{-j195^\circ} = 26,9e^{j165^\circ} = (-26 + j6,97) \text{ A};$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_A e^{j120^\circ} = 26,9e^{j45^\circ} = (19 + j19) \text{ A}.$$

Линейные токи можно было рассчитать через разность фазных токов:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA}; \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB}; \quad \dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC}.$$

Найдем показания ваттметров:

$$P_1 = \operatorname{Re}(\dot{U}_{AB} \dot{I}_A) = \operatorname{Re}(220 \cdot 26,9e^{j75^\circ}) = 220 \cdot 26,9 \cos 75^\circ = 1530 \text{ Вт},$$

$$P_2 = \operatorname{Re}(\dot{U}_{CB} \dot{I}_C) = \operatorname{Re}(-220e^{-j120^\circ} \cdot 26,9e^{-j45^\circ}) = \operatorname{Re}(220e^{j60^\circ} \cdot 26,9e^{-j45^\circ}) = 220 \cdot 26,9 \cos 15^\circ = 5730 \text{ Вт},$$

Активная мощность цепи

$$P = 3RI_\Phi^2 = 3 \cdot 10 \cdot 15,6^2 = 7260 \text{ Вт};$$

сумма показаний ваттметров

$$P = P_1 + P_2 = 1530 + 5730 = 7260 \text{ Вт}.$$

Задача 3

Найти токи в приемниках и в линии (рис.2.42), если напряжение источника $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$, $\omega L = 5 \text{ Ом}$, $\frac{1}{\omega C} = 30 \text{ Ом}$, $R = 10 \text{ Ом}$.

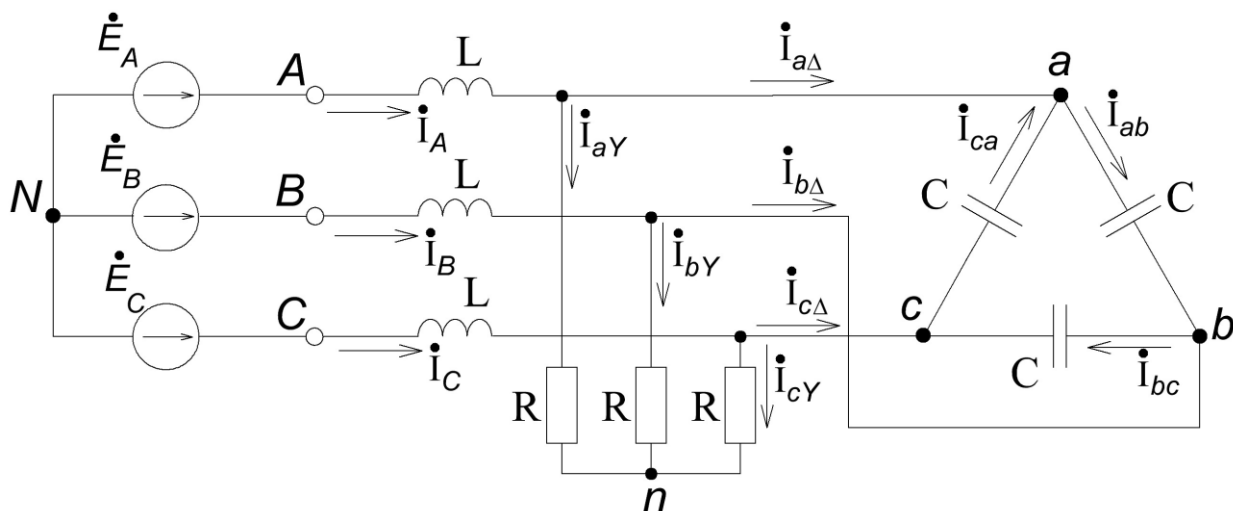


Рис.2.42. Симметричная трехфазная цепь с различными приемниками

Преобразуем треугольник емкостных сопротивлений $\frac{1}{\omega C}$ в эквивалентную звезду с сопротивлением $\frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{3\omega C} = \frac{30}{3} = 10$ Ом.

Так как потенциалы нейтральных точек приемников, соединенных звездой, и генератора одинаковы, то их можно объединить. В результате получится схема для одной фазы (A), изображенная на рис.2.43.

Комплексное сопротивление цепи

$$\underline{Z} = j\omega L + \frac{R - \frac{1}{j\omega C_1}}{R + \frac{1}{j\omega C_1}} = j5 + \frac{10(-j10)}{10 - j10} = 5 \text{ Ом.}$$

Линейный ток

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A}{\underline{Z}} = \frac{E_A}{\underline{Z}} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}\underline{Z}} = \frac{380}{\sqrt{3} \cdot 5} = 44 \text{ А.}$$

Фазные токи нагрузок, соединенных звездой, равны:

$$\dot{I}_{aY} = \dot{I}_A \frac{-j\frac{1}{\omega C_1}}{R - j\frac{1}{\omega C_1}} = 44 \frac{-j10}{10 - j10} = 31e^{-j45^\circ} \text{ А,}$$

$$\dot{I}_{a\Delta} = \dot{I}_A \frac{R}{R - j\frac{1}{\omega C_1}} = 44 \frac{10}{10 - j10} = 31e^{j45^\circ} \text{ А (линейный ток треугольника в}$$

исходной схеме).

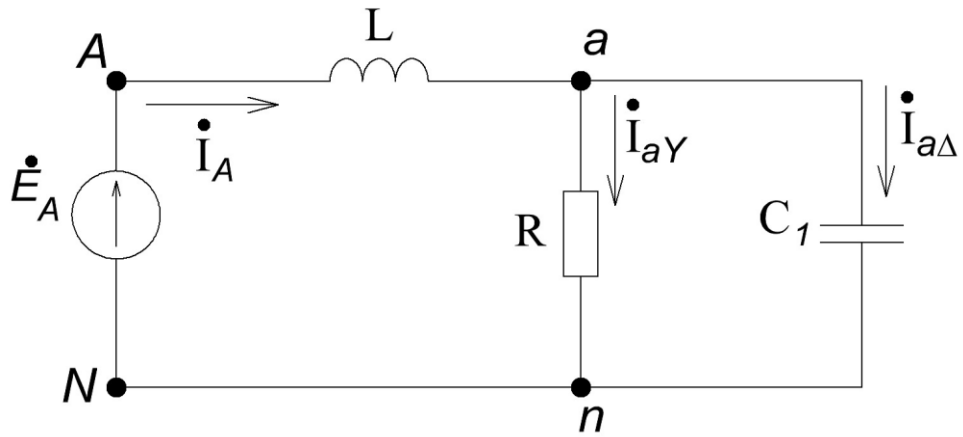


Рис.2.43. Схема одной фазы трехфазной цепи после преобразования треугольника в эквивалентную звезду

Токи в линиях B и C :

$$\dot{I}_B = \dot{I}_A e^{-j120^\circ} = 44e^{-j120^\circ} \text{ А}, \quad \dot{I}_C = \dot{I}_A e^{j120^\circ} = 44e^{j120^\circ} \text{ А}.$$

Токи в фазах b и c приемника, соединенного звездой:

$$\dot{I}_{bY} = \dot{I}_{aY} e^{-j120^\circ} = 31e^{-j165^\circ} \text{ А}, \quad \dot{I}_{cY} = \dot{I}_{aY} e^{j120^\circ} = 31e^{j75^\circ} \text{ А}.$$

Линейные токи треугольника:

$$\dot{I}_{b\Delta} = \dot{I}_{a\Delta} e^{-j120^\circ} = 31e^{j45^\circ} e^{-j120^\circ} = 31e^{-j75^\circ} \text{ А},$$

$$\dot{I}_{c\Delta} = \dot{I}_{a\Delta} e^{j120^\circ} = 31e^{j165^\circ} \text{ А}.$$

Фазные токи приемника, соединенного треугольником:

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{I}_{a\Delta}}{\sqrt{3}} e^{j30^\circ} = \frac{31e^{j45^\circ} e^{j30^\circ}}{\sqrt{3}} = 17,9e^{j75^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_{bc} = \dot{I}_{ab} e^{-j120^\circ} = 17,9e^{-j45^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_{ca} = \dot{I}_{ab} e^{j120^\circ} = 17,9e^{j195^\circ} \text{ А}.$$

Задача 4

Определить показания амперметров в схеме, изображенной на рис.2.44, если $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$, $R = \omega L = 10 \text{ Ом}$. Построить векторную диаграмму токов и напряжений. Как изменятся токи при подключении нейтрального провода?

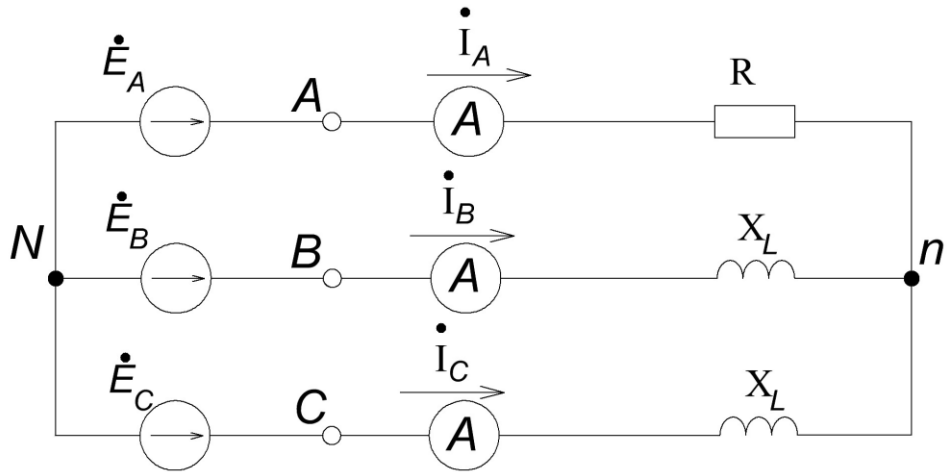


Рис.2.44. Несимметричная трехфазная цепь, соединенная звездой

Так как нагрузка несимметрична и в цепи отсутствует нейтральный провод, необходимо рассчитать напряжение смещения нейтрали:

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\dot{E}_A \underline{Y}_A + \dot{E}_B \underline{Y}_B + \dot{E}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}.$$

Примем $\dot{E}_A = E_\Phi = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = 220\text{В}$, тогда

$$\dot{E}_B = 220e^{-j120^\circ} = 220(\cos 120^\circ - j \sin 120^\circ) = (-110 - j190)\text{В},$$

$$\dot{E}_C = 220e^{j120^\circ} = 220(\cos 120^\circ + j \sin 120^\circ) = (-110 + j190)\text{В}.$$

Комплексные проводимости фаз:

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_A} = \frac{1}{R} = \frac{1}{10} = 0,1\text{ См};$$

$$\underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_B} = \frac{1}{j\omega L} = \frac{1}{10e^{j90^\circ}} = -j0,1 = 0,1e^{-j90^\circ}\text{ См};$$

$$\underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_C} = \frac{1}{j\omega L} = -j0,1\text{ См}.$$

Подставляем эти значения в выражение для напряжения \dot{U}_{nN} :

$$\begin{aligned} \dot{U}_{nN} &= \frac{220 \cdot 0,1 + (-110 - j190)(-j0,1) + (-110 + j190)(-j0,1)}{0,1 - j0,1 - j0,1} = \\ &= \frac{22 + j22}{0,1 - j0,2} = 139e^{j108^\circ} = (-44,7 + j132)\text{В}. \end{aligned}$$

Определим фазные напряжения приемника:

$$\dot{U}_A = \dot{E}_A - \dot{U}_{nN} = 220 + 44,7 - j132 = (264,7 - j132)\text{В};$$

$$\dot{U}_B = \dot{E}_B - \dot{U}_{nN} = -110 - j190 + 44,7 - j132 = (-65,3 - j322)\text{В};$$

$$\dot{U}_C = \dot{E}_C - \dot{U}_{nN} = -110 + j190 + 44,7 - j132 = (-65,3 + j58)\text{В}.$$

Ток в каждой фазе приемника определяется по закону Ома:

$$\dot{I}_A = \dot{U}_A \underline{Y}_A = (264,7 - j132) \cdot 0,1 = 26,47 - j13,2 = 29,5e^{-j26,5^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_B = \dot{U}_B \underline{Y}_B = (-65,3 - j322) \cdot (-j0,1) = -32,2 + j6,53 = 32,8e^{j168,5^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_C = \dot{U}_C \underline{Y}_C = (-65,3 + j58) \cdot (-j0,1) = 5,8 + j6,53 = 8,8e^{j48,4^\circ} \text{ А}.$$

Показания амперметров:

$$I_A = 29,5\text{А}, \quad I_B = 32,8\text{А}, \quad I_C = 8,8\text{А}.$$

Векторная диаграмма приведена на рис.2.45.

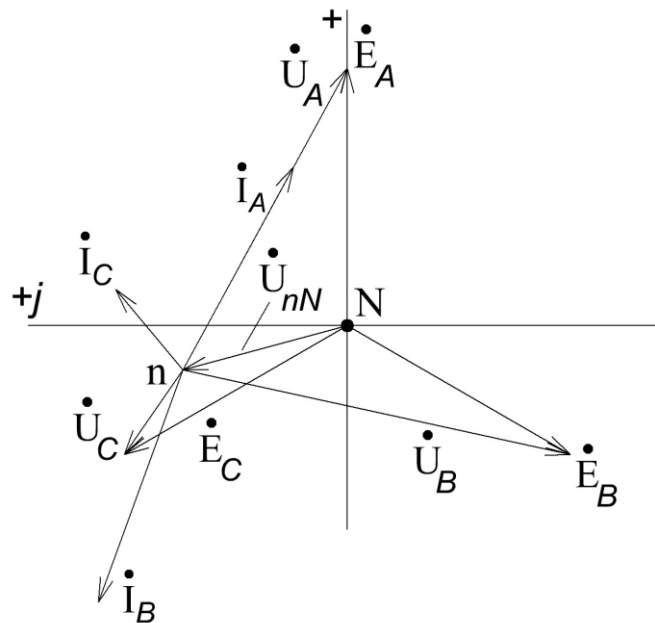


Рис.2.45. Векторная диаграмма несимметричной трехфазной цепи без нейтрального провода

При наличии нейтрального провода с нулевым сопротивлением напряжение смещения нейтрали $\dot{U}_{nN} = 0$; следовательно, фазные напряжения равны:

$$\dot{U}_A = \dot{E}_A, \quad \dot{U}_B = \dot{E}_B, \quad \dot{U}_C = \dot{E}_C.$$

$$\dot{U}_A = \dot{E}_A, \quad \dot{U}_B = \dot{E}_B, \quad \dot{U}_C = \dot{E}_C.$$

Токи в фазах:

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \frac{\dot{E}_A}{R} = \frac{220}{10} = 22 \text{ А}; \\ \dot{I}_B &= \frac{\dot{E}_B}{jX_L} = \frac{220e^{-j120^\circ}}{10e^{j90^\circ}} = 22e^{-j210^\circ} \text{ А}; \\ \dot{I}_C &= \frac{\dot{E}_C}{jX_L} = \frac{220e^{j120^\circ}}{10e^{j90^\circ}} = 22e^{j30^\circ} \text{ А}. \end{aligned}$$

Следовательно, все амперметры покажут ток 22 А.

Ток в нейтральном проводе:

$$\begin{aligned} \dot{I}_N &= \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 22 + 22e^{-j210^\circ} + 22e^{j30^\circ} = 22 + 22\cos(-210^\circ) + j22\sin(-210^\circ) + \\ &+ 22\cos 30^\circ + j22\sin 30^\circ = 22 + j22 = 31,1e^{j45^\circ} \text{ А}. \end{aligned}$$

Векторная диаграмма для этого случая приведена на рис.2.46.

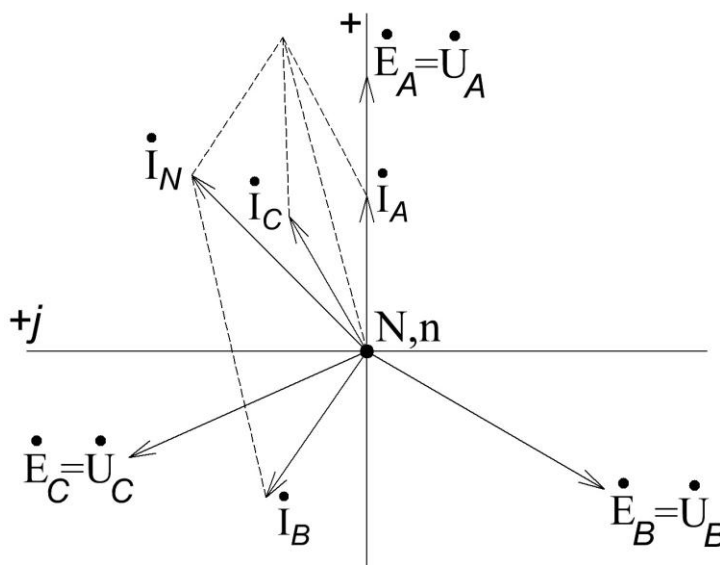


Рис.2.46. Векторная диаграмма несимметричной звезды с нейтральным проводом

Задача 5

Трехфазный приемник, соединенный звездой, подключен к сети с линейным напряжением $U_{\text{л}} = 220 \text{ В}$. Сопротивления фаз приемника $\underline{Z}_\phi = (3 + j4) = 5e^{j53^\circ} \text{ Ом}$.

Пользуясь векторными диаграммами, определить фазные напряжения и токи приемника при обрыве и коротком замыкании фазы A .

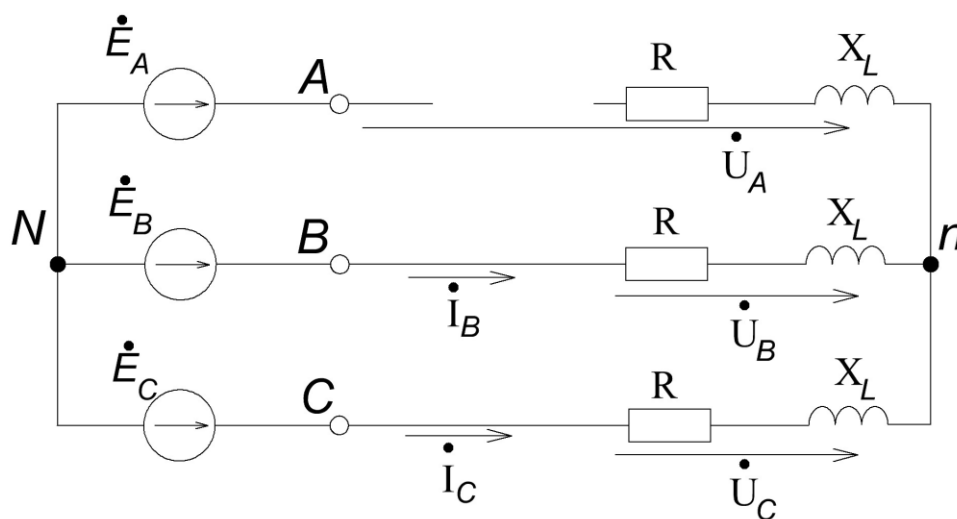


Рис.2.47. Трехфазный приемник, соединенный звездой без нейтрального провода, при обрыве фазы A

Как видно из схемы, изображенной на рис.2.47, при обрыве фазы A фазы B и C окажутся включенными последовательно на линейное напряжение \dot{U}_{BC} . Следовательно, нейтральная точка n приемника на векторной диаграмме (рис.2.48) сместится на середину вектора \dot{U}_{BC} , при этом

$$U_B = U_C = \frac{U_{BC}}{2} = \frac{220}{2} = 110 \text{ В.}$$

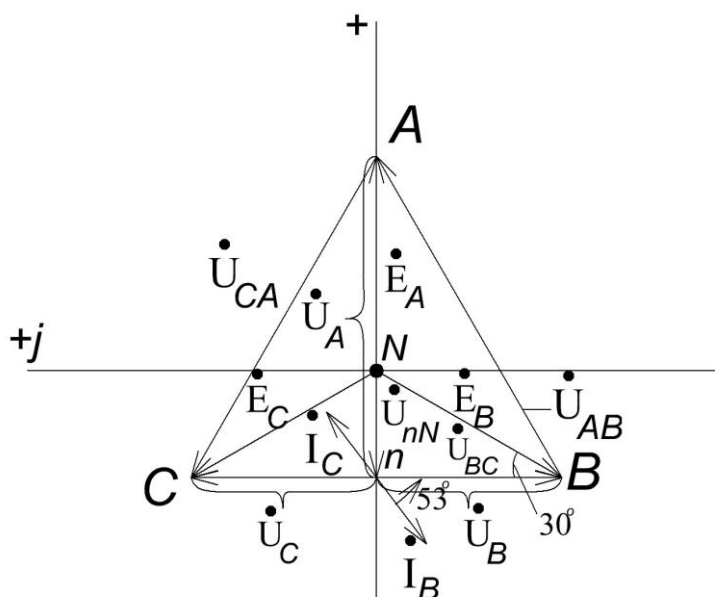


Рис.2.48. Векторная диаграмма трехфазной цепи, соединенной звездой без нейтрального провода, при обрыве фазы A

Напряжение смещения нейтрали

$$U_{nN} = E_{\Phi} \sin 30^{\circ} = \frac{U_{\text{Л}}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{127}{2} = 63,5 \text{ В.}$$

Напряжение на фазе A

$$U_A = E_{\Phi} + U_{nN} = 127 + 63,5 = 190,5 \text{ В} = U_{\text{Л}} \sin 60^{\circ}.$$

Токи в фазах:

$$I_A = 0; \quad I_B = \frac{U_B}{Z_{\Phi}} = \frac{110}{5} = 22 \text{ А}; \quad I_C = \frac{U_C}{Z_{\Phi}} = 22 \text{ А}.$$

При коротком замыкании фазы A (рис.2.49) нейтральная точка n приемника сместится на векторной диаграмме в точку A (рис.2.50). Фазные напряжения U_B и U_C возрастут в $\sqrt{3}$ раз по сравнению с симметричным режимом, т.е. $U_B = U_C = U_{\text{Л}} = 220 \text{ В}$, а напряжение U_A станет равным нулю. Напряжение смещения нейтрали

$$U_{nN} = E_{\Phi} = 127 \text{ В.}$$

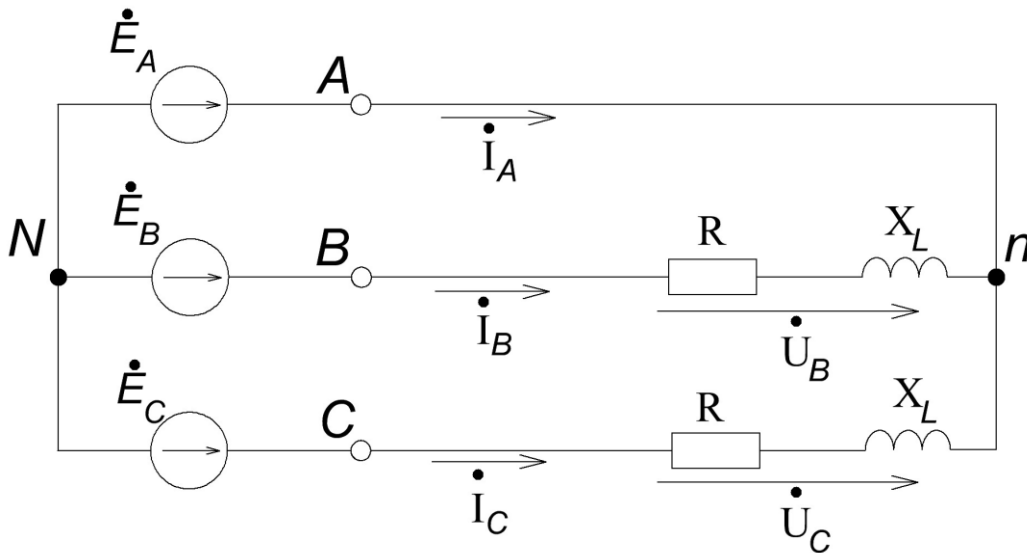


Рис.2.49. Трехфазный приемник, соединенный звездой без нейтрального провода, при коротком замыкании фазы A

Токи в фазах B и C равны:

$$I_B = I_C = \frac{U_{\text{Л}}}{Z_{\Phi}} = \frac{220}{5} = 44 \text{ А}.$$

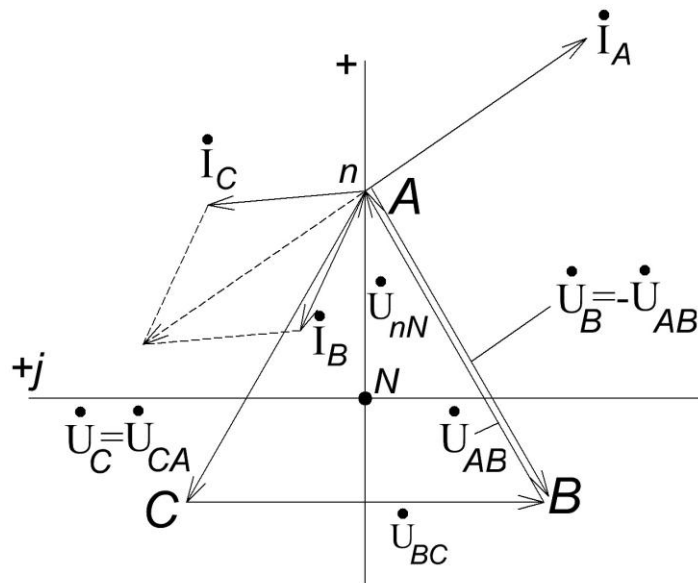


Рис.2.50. Векторная диаграмма трехфазной цепи, соединенной звездой без нейтрального провода, при коротком замыкании фазы А

Так как $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$, то $\dot{I}_B + \dot{I}_C = -\dot{I}_A$. Из векторной диаграммы находим ток $I_A = 77$ А.

Задача 6

Приемник, соединенный треугольником (рис.2.51), питается от генератора с линейным напряжением $U_{\text{л}} = 100$ В. Сопротивления фаз приемника: $\underline{Z}_{AB} = (3 - j4)$ Ом, $\underline{Z}_{BC} = j10$ Ом, $\underline{Z}_{CA} = 10$ Ом.

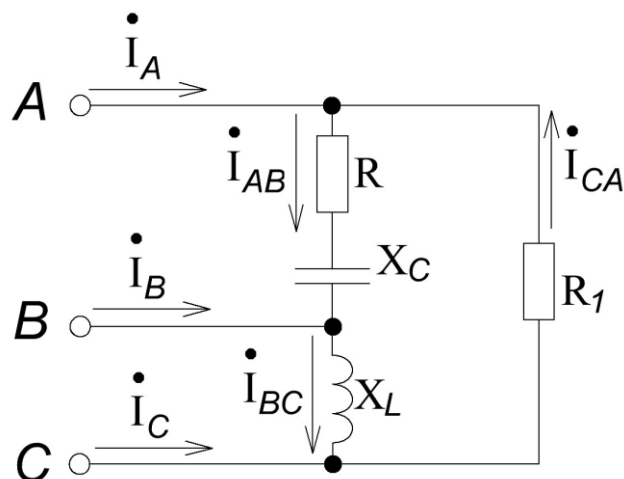


Рис.2.51. Несимметричный трехфазный приемник, соединенный треугольником

Определить линейные, фазные токи и мощности, потребляемые приемником. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

Примем начальную фазу напряжения \dot{U}_{AB} за нуль, тогда

$$\dot{U}_{AB} = U_{AB} = 100 \text{ В}; \quad \dot{U}_{BC} = 100e^{-j120^\circ} \text{ В}; \quad \dot{U}_{CA} = 100e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

Фазные токи приемника:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{AB} &= \frac{\dot{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}} = \frac{100}{3-j4} = 12 + j16 = 20e^{j53^\circ} \text{ А}; \\ \dot{I}_{BC} &= \frac{\dot{U}_{BC}}{\underline{Z}_{BC}} = \frac{100e^{-j120^\circ}}{10e^{j90^\circ}} = 10e^{-j210^\circ} = (-8,7 + j5) \text{ А}; \\ \dot{I}_{CA} &= \frac{\dot{U}_{CA}}{\underline{Z}_{CA}} = \frac{100e^{j120^\circ}}{10} = 10e^{j120^\circ} = (-5 + j8,7) \text{ А}. \end{aligned}$$

Линейные токи:

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} = (12 + j16) - (-5 + j8,7) = 17 + j7,3 = 18e^{j23^\circ} \text{ А}; \\ \dot{I}_B &= \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} = (-8,7 + j5) - (12 + j16) = -20,7 - j11 = 23,4 \cdot e^{-j152^\circ} \text{ А}; \\ \dot{I}_C &= \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} = (-5 + j8,7) - (-8,7 + j5) = 3,7 + j3,7 = 5,2e^{j45^\circ} \text{ А}. \end{aligned}$$

Векторная диаграмма показана на рис.2.52.

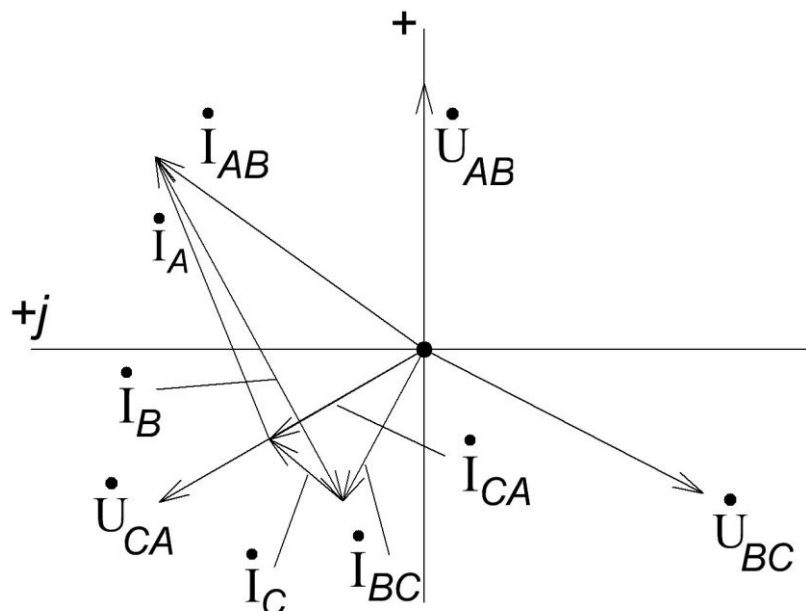


Рис.2.52. Векторная диаграмма несимметричного трехфазного приемника, соединенного треугольником

Комплексные мощности приемника:

$$\underline{S}_{AB} = \dot{U}_{AB} I_{AB}^* = 100(12 - j16) = (1200 - j1600) \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$\underline{S}_{BC} = \dot{U}_{BC} I_{BC}^* = 100e^{-j120^\circ} 10e^{j210^\circ} = 1000e^{j90^\circ} = j1000 \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$\underline{S}_{CA} = \dot{U}_{CA} I_{CA}^* = 100e^{j120^\circ} 10e^{-j120^\circ} = 1000 \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Активная мощность трехфазного приемника ($P = \sum \text{Re}(\underline{S})$):

$$P = P_{AB} + P_{BC} + P_{CA} = 1200 + 0 + 1000 = 2200 \text{ Вт},$$

реактивная мощность трехфазного приемника ($Q = \sum \text{Im}(\underline{S})$):

$$Q = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = -1600 + 1000 + 0 = -600 \text{ вар}.$$

Задача 7

Трехфазный электрический двигатель, фазы которого соединены звездой, подключен к сети с линейными напряжениями: $\dot{U}_{AB} = 220 \text{ В}; \dot{U}_{BC} = 220e^{-j90^\circ} \text{ В}; \dot{U}_{CA} = 311e^{j135^\circ} \text{ В}$. Сопротивления фаз двигателя в рассматриваемом режиме для токов прямой последовательности $\underline{Z}_1 = 2,82 + j2,82 \text{ Ом}$, для токов обратной последовательности $\underline{Z}_2 = 1 + j1,73 \text{ Ом}$. Определить токи в фазах двигателя.

Так как сумма линейных напряжений в трехфазной цепи равна нулю, симметричные составляющие линейных напряжений нулевой последовательности отсутствуют.

Симметричные составляющие линейных напряжений:

$$\dot{U}_{AB0} = \frac{1}{3}(\dot{U}_{AB} + \dot{U}_{BC} + \dot{U}_{CA}) = 0;$$

$$\dot{U}_{AB1} = \frac{1}{3}(\dot{U}_{AB} + \dot{U}_{BC} a + \dot{U}_{CA} a^2) = \frac{1}{3}(220 + 220e^{-j90^\circ} e^{j120^\circ} + 311e^{j135^\circ} e^{-j120^\circ}) =$$

$$= \frac{1}{3}(220 + 220e^{j30^\circ} + 311e^{j15^\circ}) = 245e^{j15^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{AB2} = \frac{1}{3}(\dot{U}_{AB} + \dot{U}_{BC} a^2 + \dot{U}_{CA} a) = \frac{1}{3}(220 + 220e^{-j90^\circ} e^{-j120^\circ} + 311e^{j135^\circ} e^{j120^\circ}) =$$

$$= \frac{1}{3}(220 + 220e^{-j210^\circ} + 311e^{j255^\circ}) = 65,7e^{-j105^\circ} \text{ В}.$$

Зная линейные напряжения, можно определить фазные напряжения прямой и обратной последовательностей:

$$\dot{U}_{A1} = \frac{\dot{U}_{AB1}}{\sqrt{3}} e^{-j30^\circ} = \frac{245e^{j15^\circ}}{\sqrt{3}} e^{-j30^\circ} = 141,5e^{-j15^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{A2} = \frac{\dot{U}_{AB2}}{\sqrt{3}} e^{j30^\circ} = \frac{65,7e^{-j105^\circ}}{\sqrt{3}} e^{j30^\circ} = 38e^{-j75^\circ} \text{ В.}$$

Токи прямой и обратной последовательностей фазы A :

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{U}_{A1}}{\underline{Z}_1} = \frac{141,5e^{-j15^\circ}}{2,82 + j2,82} = 35,4e^{-j60^\circ} \text{ А;}$$

$$\dot{I}_{A2} = \frac{\dot{U}_{A2}}{\underline{Z}_2} = \frac{38e^{-j75^\circ}}{1 + j1,73} = 19e^{-j135^\circ} \text{ А.}$$

По найденным симметричным составляющим определим фазные токи двигателя:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} = 35,4e^{-j60^\circ} + 19e^{-j135^\circ} = 44,3e^{-j84^\circ} \text{ А;}$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{B1} + \dot{I}_{B2} = \dot{I}_{A1} a^2 + \dot{I}_{A2} a = 17,7e^{-j164^\circ} \text{ А;}$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{C1} + \dot{I}_{C2} = \dot{I}_{A1} a + \dot{I}_{A2} a^2 = 50,7e^{j75^\circ} \text{ А.}$$

Библиографический список

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. – М.: Гардарики, 2002.
2. Зевеке Г.В., Ионкин П.А. и др. Основы теории цепей. – М.: Энергоатомиздат, 1989.
3. Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники. Линейные электрические цепи. – М.: Энергия, 1978.
4. Теоретические основы электротехники. Т.1. Основы теории линейных цепей / под ред. П.А. Ионкина. – М.: Высшая школа, 1976.
5. Сборник задач по теоретическим основам электротехники / под ред. Л.А. Бессонова – М.: Высшая школа, 2000.
6. Сборник задач и упражнений по основам электротехника / под ред. П.А. Ионкина – М.: Энергоатомиздат, 1982.
7. Пономаренко В.К. Электротехника, ч.1. – СПб.: СПбГТУРП, 2010.
8. Касаткин А.С., Немцов М.В. Электротехника. – М.: Энергоатомиздат, 2002.
9. Иванов И.И., Соловьев Г.И., Равдоник В.С. Электротехника. – СПб.: Лань, 2006.
10. Электротехника / под ред. В.Г. Герасимова – М.: Высшая школа, 1985.

Оглавление

Введение	3
Глава 1. Резонанс в электрических цепях	4
1.1. Последовательный колебательный контур. Резонанс напряжений.....	4
1.2. Параллельный колебательный контур. Резонанс токов	14
1.3. Понятие о резонансе в сложных цепях	24
1.4. Примеры решения задач	25
Глава 2. Трехфазные электрические цепи	29
2.1. Основные понятия и определения	29
2.2. Симметричный режим трехфазной цепи, соединенной звездой	34
2.3. Симметричный режим трехфазной цепи, соединенной треугольником	40
2.4. Несимметричный режим трехфазной цепи.....	43
2.4.1. Несимметричная трехфазная цепь, соединенная звездой без нейтрального провода (трехпроводная)	44
2.4.2. Несимметричная трехфазная цепь, соединенная звездой с нейтральным проводом (четырепроводная)	46
2.4.3. Несимметричная трехфазная цепь, соединенная звездой без нейтрального провода, с заданными линейными напряжениями	49
2.4.4. Аварийные режимы в трехфазной цепи, соединенной звездой.....	50
2.4.5. Несимметричная трехфазная цепь, соединенная треугольником.	56
2.5. Мощность трехфазных цепей.....	57
2.6. Метод симметричных составляющих.	64
2.6.1. Симметричные составляющие несимметричной трехфазной системы величин.	64
2.6.2. Свойства трехфазных цепей в отношении симметричных составляющих токов и напряжений.	67
2.6.3. Сопротивления симметричной трехфазной цепи для токов различных последовательностей.	68
2.6.4. Расчет несимметричных режимов трехфазных цепей методом симметричных составляющих.	70
2.7. Высшие гармоники в трехфазных цепях.	75
2.8. Примеры решения задач.	77
Библиографический список.....	93

Учебное издание

**Виталий Константинович
Пономаренко**

**ЭЛЕКТРОТЕХНИКА
ЧАСТЬ II**

Учебное пособие

Редактор и корректор Басова В.А.

Техн. редактор Титова Л.Я.

Темплан 2011 г., поз. 52

Подп. к печати 2011. Формат 60x84/16. Бумага тип №1.

Печать офсетная. Объем печ. л.6,0; уч. – изд.л.6,0. Тираж 120 экз.

Изд.№ 52. Цена «С». Заказ №

Ризограф ГОУВПО Санкт – Петербургского государственного
технологического университета растительных полимеров, 198095, СПб.,
ул. Ивана Черных, 4.