Министерство образования и науки

Российской Федерации

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ РАСТИТЕЛЬНЫХ ПОЛИМЕРОВ

Кафедра высшей математики

МАТЕМАТИКА

Контрольная работа №1

Методические указания
для студентов заочного факультета
ускоренной формы обучения

Санкт-Петербург
2010

УДК 51(07)

Математика.Контрольная работа №1: методические указания для студентов заочного факультета ускоренной формы обучения / сост.:Т.А. Забавникова, Е.Г. Иванова, Р.Е. Пелюхов, ГОУ ВПО СПбГТУРП.-СПб., 2010.-17 с.

Настоящее издание содержит решение типового варианта контрольной работы № 1 для студентов заочного факультета ускоренной формы обучения.

Рецензент: доцент кафедры физики СПбГТУРП, канд. физ.-мат. наук А. А. Абрамович.

Подготовлено и рекомендовано к печати кафедрой высшей математики ГОУВПО Санкт-Петербургского государственного технологического университета растительных полимеров (протокол № 2 от 22 октября 2010 г.).

Утверждено к изданию методической комиссией факультета промышленной энергетики ГОУВПО СПбГТУРП (протокол № 3 от 12 ноября 2010 г.).

Рассмотрим решение типовой контрольной работы для студентов-заочников I курса (I семестр) неэкономических специальностей:

Контрольная работа № 1

Задача № 1.

Дано: Координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$:
A_1 (1; 2; -3); A_2 (2; -1; 3); A_3 (1; 4; 0); A_4 (-1; 5; 8).

Найти: 1. Длину ребра A_1A_2.
2. Угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4.
3. Угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$.
4. Площадь грани $A_1A_2A_3$.
5. Объем пирамиды.
6. Уравнение прямой A_1A_2.
7. Уравнение плоскости $A_1A_2A_3$.

Решение:

1. *Длина ребра A_1A_2.*

Длину ребра находим по формуле

$$|A_1A_2| = \sqrt{(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) + (z_2 - z_1)},$$

где $A_1(x_1; y_1; z_1)$ и $A_2(x_2; y_2; z_2)$, как расстояние между двумя точками.
Так как $A_1(1; 2; -3)$ и $A_2(2; -1; 3)$, то

$$|A_1A_2| = \sqrt{(2-1)^2 + (-1-2)^2 + \left(3-(-3)\right)^2} =$$

$$= \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2 + 6^2} = \sqrt{1+9+36} = \sqrt{46} \text{ (ед.)}.$$

2. *Угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4.*

Для того, чтобы найти угол между ребрами, найдем длины ребер A_1A_2 и A_1A_4, а затем вычислим скалярное произведение векторов $\overline{A_1A_2} \cdot \overline{A_1A_4}$.

Зная, что скалярное произведение двух векторов вычисляется по формуле

$$\overline{a} \cdot \overline{b} = |\overline{a}| \cdot |\overline{b}| \cos\varphi,$$

где φ - угол между векторами $\overline{a}$ и $\overline{b}$, можно написать

$$\overline{A_1A_2}\cdot\overline{A_1A_4}=|\overline{A_1A_2}|\cdot|\overline{A_1A_4}|\cos\varphi.$$

Отсюда, $\cos\varphi=\frac{\overline{A_1A_2}\cdot\overline{A_1A_4}}{|\overline{A_1A_2}|\cdot|\overline{A_1A_4}|}$.

Вычислим координаты векторов

$\overline{A_1A_2}=(x_2-x_1;y_2-y_1;z_2-z_1)=(1;-3;6)$,

$\overline{A_1A_4}=(x_4-x_1;y_4-y_1;z_4-z_1)=(-2;3;11)$,

где $A_1(x_1;y_1;z_1)$; $A_2(x_2;y_2;z_2)$; $A_4(x_4;y_4;z_4)$.

Таким образом, скалярное произведение $\overline{A_1A_2}\cdot\overline{A_1A_4}$

$$\overline{A_1A_2}\cdot\overline{A_1A_4}=1\cdot(-2)+(-3)\cdot3+6\cdot11=-2-9+66=55.$$

Длина ребра A_1A_2 вычислена в п.1 $|A_1A_2|=\sqrt{46}\approx6{,}8$ (ед).

Вычислим длину ребра A_1A_4 , аналогично вычислению $|A_1A_2|$

Так как $A_1(1;2;-3)$ и $A_4(-1;5;8)$,

$$|A_1A_4|=\sqrt{(-1-1)^2+(5-2)^2+(8+3)^2}=\sqrt{(-2)^2+3^2+11^2}=\sqrt{4+9+121}=\sqrt{134}\approx11{,}6 \text{ (ед).}$$

Длина ребра A_1A_2 совпадает с длиной вектора $\overline{A_1A_2}$, а длина ребра A_1A_4 совпадает с длиной вектора $\overline{A_1A_4}$.

Подставим полученные данные в формулу

$$\cos\varphi=\frac{\overline{A_1A_2}\cdot\overline{A_1A_4}}{|\overline{A_1A_2}|\cdot|\overline{A_1A_4}|}=\frac{55}{\sqrt{46}\sqrt{134}}=\frac{55}{\sqrt{6164}}=\frac{55}{78{,}5}\approx0.7$$

Окончательно получаем

$$\varphi=\arccos(0{,}7)\approx0{,}795399.$$

3. Угол между ребрами A_1A_4 и гранью A_1A_2 A_3.

Запишем уравнение прямой A_1A_4. Общий вид уравнения

$$\frac{x-x_1}{l}=\frac{y-y_1}{m}=\frac{z-z_1}{n}$$

где $x_1; y_1; z_1$ – координаты точки A_1;

l; m; n – координаты направляющего вектора.

Таким вектором может быть вектор, соединяющий две точки на прямой, например, $\overline{A_1A_4}$. Из п.2 возьмем координаты вектора A_1A_4: $\overline{A_1A_4}=(-2;3;11)$.

Таким образом, $l = x_4 - x_1$= -1-1 = -2;

$m = y_4 - y_1$= 5–2= 3;

$n = z_4 - z_1$= (8–(-3)) = 11.

Окончательно уравнение прямой A_1A_4 имеет вид

$$\frac{x-1}{-2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+3}{11}.$$

Составим уравнение плоскости $A_1A_2A_3$.

Общий вид уравнения плоскости, проходящей через три заданные точки

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix}=0,$$

где $x_1; y_1; z_1$ - координаты точки A_1;

$x_2; y_2; z_2$ - координаты точки A_2;

$x_3; y_3; z_3$ - координаты точки A_3.

В случае плоскости $A_1A_2A_3$ это уравнение будет выглядеть так:

$$\begin{vmatrix} x-1 & y-2 & z+3 \\ 2-1 & -1-2 & 3+3 \\ 1-1 & 4-2 & 0+3 \end{vmatrix}=0$$

$$\begin{vmatrix} x-1 & y-2 & z+3 \\ 1 & -3 & 6 \\ 0 & 2 & 3 \end{vmatrix}=$$

$$=(x-1)\begin{vmatrix}-3 & 6\\ 2 & 3\end{vmatrix}-(y-2)\begin{vmatrix}1 & 6\\ 0 & 3\end{vmatrix}+(z+3)\begin{vmatrix}1 & -3\\ 0 & 2\end{vmatrix}=$$

$$=(x-1)(\ -9-12)\ -\ (y-2)(+3)+(z+3)\cdot 2=$$

$$=-21(x-1)\ -3(y-2)+2(z+3)=$$

$$=-21x+21-3y+6+2z+6=$$

$$=-21x-3y+2z+33=0.$$

Окончательно уравнение плоскости $A_1A_2A_3$ выглядит так

$$-21x-3y+2z+33=0.$$

Угол между прямой $\frac{x-x_1}{l}=\frac{y-y_1}{m}=\frac{z-z_1}{n}$ и плоскостью $Ax+By+Cz+D=0$ определяется по формуле

$$\sin\varphi=\frac{Al+Bm+Cn}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}\sqrt{l^2+m^2+n^2}}.$$

Подставляя наши данные, получаем

$$\sin\varphi=\frac{(-21)\cdot(-2)+(-3)\cdot 3+2\cdot 11}{\sqrt{(-21)^2+(-3)^2+11^2}\cdot\sqrt{(-2)^2+3^2+11^2}}=\frac{42-9+22}{\sqrt{441+9+4}\cdot\sqrt{4+9+121}}=$$

$$=\frac{55}{\sqrt{454}\cdot\sqrt{134}}\approx\frac{55}{21{,}1\cdot 11{,}58}\approx 0{,}225.$$

Таким образом,

$$\varphi=\arcsin(0{,}225)\approx 0{,}232.$$

4. *Площадь грани $A_1A_2\,A_3$.*

$S_{A_1A_2A_3}$- это площадь треугольника, построенного на векторах $\overline{A_1A_2}$; и $\overline{A_1A_3}$

$$S_{A_1A_2A_3}=\frac{1}{2}\,|\overline{A_1A_2}\times\overline{A_1A_3}|.$$

Для вычисления площади найдем:

1) векторы $\overline{A_1A_2}$ и $\overline{A_1A_3}$;

2) векторное произведение $|\overline{A_1A_2} \times \overline{A_1A_3}|$;

3) длину $|\overline{A_1A_2} \times \overline{A_1A_3}|$.

1) $\overline{A_1A_2}=(x_2 - x_1;y_2 - y_1;z_2 - z_1)=(1;-3;6)$,

$\overline{A_1A_3}=(x_3 - x_1;y_3 - y_1;z_3 - z_1)=(0;2;3)$.

2) $$\overline{A_1A_2} \times \overline{A_1A_3}=\begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 1 & -3 & 6 \\ 0 & 2 & 3 \end{vmatrix}=\bar{i}\begin{vmatrix} -3 & 6 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}+\bar{j}\begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 3 \end{vmatrix}+\bar{k}\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}=$$

$$=\bar{i}(-9-12)-\bar{j}\cdot 3+2\bar{k}=-21\bar{i}-3\bar{j}+2\bar{k}.$$

3) $$S_{A_1A_2A_3}=\frac{1}{2}\sqrt{(-21)^2+(-3)^2+2^2}=\frac{1}{2}\sqrt{441+9+4}=\frac{1}{2}\sqrt{454}\approx 10{,}7\ (\text{ед}^2)$$

5. *Объем пирамиды $A_1A_2A_3A_4$.*

Объем пирамиды равен $1/6$ объема параллелепипеда, построенного на векторах $\overline{A_1A_2}$; $\overline{A_1A_3}$; $\overline{A_1A_4}$:

$$\overline{A_1A_2}=(x_2 - x_1;y_2 - y_1;z_2 - z_1)=(1;-3;6),$$

$$\overline{A_1A_3}=(x_3 - x_1;y_3 - y_1;z_3 - z_1)=(0;2;3),$$

$$\overline{A_1A_4}=(x_4 - x_1;y_4 - y_1;z_4 - z_1)=(-2;3;11).$$

Объем параллелепипеда, построенного на трех векторах, равен смешанному произведению этих векторов:

$$V_{пар} = \overline{A_1A_2}\,\overline{A_1A_3}\,\overline{A_1A_4}=\begin{vmatrix} 1 & -2 & 6 \\ 0 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 11 \end{vmatrix}_{III+2I}=\begin{vmatrix} 1 & -3 & 6 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & 23 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 23 \end{vmatrix}=$$

$$=2\cdot 23+9=46+9=55(\text{ед}^3).$$

Окончательно, объем пирамиды

$$V_{\text{пир}} = \frac{1}{6} V_{\text{пар}} = \frac{55}{6} \approx 9{,}17 \ (\text{ед}^3).$$

6. *Уравнение прямой A_1A_2.*

$$\frac{x - x_1}{l} = \frac{y - y_1}{m} = \frac{z - z_1}{n},$$

где $x_1; y_1; z_1$ – координаты точки, через которую проходит прямая.

В нашем примере это точка $A_1(1;2;-3)$;

$\bar{S}=(l;\ m;\ n)$ – направляющий вектор прямой.

Если прямая проходит через две точки, то

$$l = x_2 - x_1;$$

$$m = y_2 - y_1;$$

$$n = z_2 - z_1.$$

Для данной прямой

$$l = 2\text{-}1=1;$$

$$m = -1-2= -3;$$

$$n = 3 - (-3)=6.$$

Итак, получим уравнение прямой A_1A_2:

$$\frac{x - x_1}{1} = \frac{y - y_1}{-3} = \frac{z - z_1}{6}.$$

7. *Уравнение плоскости $A_1A_2A_3$* было найдено в п.3:

$$-21x - 3y + 2z + 33 = 0.$$

Задача № 2.

Дано: Уравнение одной стороны квадрата

$$x + 2y - 7 = 0 \qquad (1)$$

Задание: Составить уравнение остальных сторон, если M (—1; 2) – точка пересечения диагоналей квадрата.

Решение:

Запишем уравнение (1) в виде уравнения прямой с угловым коэффициентом:

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}, \text{ отсюда } k = -\frac{1}{2}\ . \qquad (2)$$

У квадрата две стороны перпендикулярны, а одна – параллельна стороне, выражаемой уравнением (2).

Условие перпендикулярности двух прямых $k_1 = -\frac{1}{k}$. Из уравнения (2) следует, что $k = -\frac{1}{2}$, значит, $k_1 = 2$, и уравнения сторон квадрата, перпендикулярных стороне (1), имеют вид

$$y = 2x + b_2; \qquad (3)$$

$$y = 2x + b_4. \qquad (4)$$

Условие параллельности двух прямых $k_2 = k$,значит, уравнение стороны, которая параллельна стороне (1), будет иметь вид

$$y = -\frac{1}{2}x + b_3. \qquad (5)$$

Найдем теперь b_1, b_3, b_4.

Для этого составим уравнения диагоналей квадрата. Диагональ квадрата имеет со стороной квадрата угол 45°, следовательно,

$$tg\,\varphi = \left|\frac{k_3 - k}{1 + k_3 k}\right|,$$

где k_3 – угловой коэффициент диагонали квадрата.

Найдем k_3.

$tg45° = 1$, и так как $k=-\frac{1}{2}$, то

$$1 = \frac{k_3 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}k_3} = \frac{\frac{2k_3+1}{2}}{\frac{2-k_3}{2}} = \frac{2k_3+1}{2-k_3};$$

$$2k_3 + 1 = 2 - k_3;$$

$$3k_3 = 1;$$

$$k_3 = \frac{1}{3}.$$

Уравнение одной диагонали:

$$y = \frac{1}{3}x + b_5.$$

Так как диагональ проходит через точку M (–1; 2), то найдем b_5, подставив координаты M в уравнение диагонали

$$2 = \frac{1}{3} \cdot (-1) + b_5;$$

$$2 = -\frac{1}{3} + b_5;$$

$$b_5 = 2 + \frac{1}{3} = 2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}.$$

Итак, уравнение одной из диагоналей

$$y = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3} \quad \text{или} \quad 3y = x + 7, \quad x - 3y + 7 = 0. \tag{6}$$

Из условия перпендикулярности диагоналей следует, что уравнение второй диагонали имеет вид

$$y = -3x + b_6.$$

Найдем b_6. Подставим координаты точки M в это уравнение

$$2 = -3 \cdot (-1) + b_6;$$

$$2 = 3 + b_6;$$

$$b_6 = -1.$$

Уравнение второй диагонали примет вид

$$y = -3x - 1. \qquad (7)$$

Найдем точку пересечения стороны (1) и диагонали (6):

$\begin{cases} x + 2y = 72 \\ 3y - x = 7 \end{cases}$, сложив оба уравнения, получим,

$$5y = 14 \text{ ,или}$$

$$y = \frac{14}{5} = 2{,}8.$$

Подставим найденное y в первое уравнение

$$x + 2 \cdot 2{,}8 = 7;$$

$$x + 5{,}6 = 7 \text{ , отсюда,}$$

$$x = 1{,}4.$$

Итак, точка $A(1{,}4;\ 2{,}8)$ – вершина квадрата.
Найдем уравнение стороны (2), проходящей через точку A. Подставим координаты точки A в уравнение (2)

$$y = 2x + b_2;$$

$$2{,}8 = 2 \cdot 1.4 + b_2;$$

$$2{,}8 = 2{,}8 + b_2 \text{, тогда,}$$

$$b_2 = 0.$$

Уравнение (2) приняло вид $y = 2x$ или $2x - y = 0$.

Найдем вторую вершину квадрата B, которая получается при пересечении стороны (2) и диагонали (7)

$\begin{cases} y = 2x \\ y = -3x - 1 \end{cases}$,подставим первое уравнение системы во второе, получим

$$2x = -3x - 1;$$

$5x = -1$, отсюда

$x = -\frac{1}{5} = -0{,}2$, подставляя x в первое уравнение системы, получаем, что

$y = -0{,}4$, и окончательно

$B\,(-0{,}2; -0{,}4)$.

Найдем уравнение стороны (3), проходящей через точку B.

Подставим координаты точки B в уравнение $y = -\frac{1}{2}x + b_3$

$$-0{,}4 = -\frac{1}{2} \cdot (-0{,}2) + b_3;$$

$$-0{,}4 = 0{,}1 + b_3;$$

$$b_3 = -0.5 = -\frac{1}{2}.$$

Уравнение (3) приняло вид

$y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$, или

$2y + x + 1 = 0$, или

$$x + 2y + 1 = 0.$$

Найдем вершину C.

C – точка пересечения стороны (3) и диагонали (6):

$\begin{cases} x + 2y + 1 = 0 \\ x - 3y + 7 = 0 \end{cases}$, вычитая из первого уравнения системы второе, получим

$$5y - 6 = 0;$$

$5y = 6$, выразим y

$y = \frac{6}{5} = 1,2$, подставляя y в первое уравнение системы, получим

$$x + 2 \cdot 1,2 + 1 = 0;$$

$$x + 2,4 + 1 = 0, \text{ или}$$

$$x = -3,4.$$

Значит, координаты вершины *C* следующие *C* (–3,4; 1,2).

Найдем уравнение стороны (4), проходящей через точку *C*. Подставим координаты точки *C* в уравнение (4)

$$y = 2x + b_4;$$

$$1,2 = 2 \cdot (-3,4) + b_4;$$

$$1,2 = -6,8 + b_4, \text{ выразим } b_4$$

$$b_4 = 1,2 + 6,8 = 8.$$

Итак, уравнение (4) имеет вид

$y = 2x + 8$ или $2x - y + 8 = 0$.

Ответ: Уравнения сторон квадрата

$x + 2y - 7 = 0$; (1)
$2x - y = 0$; (2)
$x + 2y + 1 = 0$; (3)
$2x - y + 8 = 0$. (4)

Задача № 3.

Задание: Составить уравнение линии, расстояние каждой точки которой от начала координат и от точки *A* (5; 0) относится, как 2:1.
Решение: Возьмем произвольную точку на линии *M (x; y)*.
Найдем расстояние *OM* и *AM*:

$|OM| = \sqrt{x^2 + y^2};$

$\frac{|OM|}{|AM|} = \frac{2}{1}$;

$|OM| = 2|AM|$, подставим координаты точек и получим

$\sqrt{x^2 + y^2} = 2\sqrt{(x-5)^2 + (y)^2}$.

Возведем в квадрат левую и правую части уравнения:

$x^2 + y^2 = 4(x-5)^2 + 4(y)^2$;

$x^2 + y^2 - 4(x-5)^2 - 4y^2 = 0$;

$x^2 - 4x^2 + 40x - 100 - 3y^2 = 0$;

$-3x^2 + 40x - 3y^2 - 100 = 0$;

$3x^2 - 40x + 100 + 3y^2 = 0$, выделяем полный квадрат

$3(x - \frac{40}{3}x + \frac{400}{9}) - \frac{400}{3} + 3y^2 + 100 = 0$;

$3(x - \frac{20}{3})^2 + 3y^2 = \frac{400}{3} - \frac{300}{3} = \frac{100}{3}$;

$(x - \frac{20}{3})^2 + y^2 = (\frac{10}{\sqrt{3}})^2$.

Ответ: Это уравнение окружности с центром в точке $N(\frac{20}{3}; 0)$ и радиусом $\frac{10}{\sqrt{3}}$.

Задача № 4 (а, б, в)

а) Вычислить $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1-2x}{3x-2}$.

Делим числитель и знаменатель на x

$$\lim_{x\to\infty}\frac{-2+\dfrac{1}{x}}{3-\dfrac{2}{x}} = -\frac{2}{3}.$$

$$\left(\begin{matrix}\frac{1}{x}\xrightarrow[x\to\infty]{} 0\\ \frac{2}{x}\xrightarrow[x\to\infty]{} 0\end{matrix}\right);$$

б) Вычислить $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1+x}}{3x}$.

Умножаем числитель и знаменатель на выражение, сопряженное знаменателю $\sqrt{1+x}+\sqrt{1+x}$, и получаем

$$\lim_{x\to 0}\frac{(\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x})(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})}{3x(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})}=\frac{1}{2}\lim_{x\to 0}\frac{1+x-(1-x)}{3x}=\frac{1}{2}\lim_{x\to 0}\frac{2x}{3x}=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}=\frac{1}{3}.$$

в) Вычислить

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{5x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{2\sin^2\dfrac{x}{2}}{5x^2}=$$

$\left(1-\cos x = 2\sin^2\frac{x}{2}\right.$, $\left.\sin\frac{x}{2}\sim\frac{x}{2}\quad x\to 0\right)$;

$$=\lim_{x\to 0}\frac{2\cdot(\frac{x}{2})^2}{5x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{2\cdot\frac{x^2}{4}}{5x^2}=\frac{1}{10}.$$

г) Вычислить $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x-2}\right)^x$.

Делим в скобке числитель и знаменатель на x:

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+\frac{3}{x}}{x-\frac{2}{x}}\right)^x=\frac{\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{3}{x})^x}{\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{2}{x})^x}=\frac{\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{x}{3}}\right)^x}{\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{x}{-2}}\right)^x}=$$

$$\left(\begin{matrix}y=\frac{x}{3}; x=3y, \text{при } y\to\infty\\ z=-\frac{x}{2}; x=-2z, \text{при } z\to\infty\end{matrix}\right)$$

$$=\frac{\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{1}{y})^{3y}}{\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{1}{z})^{-2z}}=\frac{(\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{1}{y})^{y})^{3}}{(\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{1}{z})^{z})^{-2}}=e^{5}.$$

Используем второй замечательный предел $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\dfrac{1}{n})^{n}=e.$

Задача № 5.

Дано: функция y = f(x).
Найти точки разрыва функции, если они существуют. Сделать чертеж.

$$f(x)=\begin{cases}x+5,\text{если } x<-2;\\ x^{2}-1,\text{если } -2\le x\le 2;\\ x,\text{если } x\ge 2.\end{cases}$$

x = -2;
f(-2) = 3.

Найдем пределы справа и слева:

$$\lim_{x\to -2-0}(x-5)=3$$

$$\lim_{x\to -2+0}(x^{2}-1)=3$$

$$\lim_{x\to -2-0}f(x)=\lim_{x\to -2+0}f(x)=f(-2).$$

В точке x = –2 нет разрыва.

x = 2;

f(2) = 2.

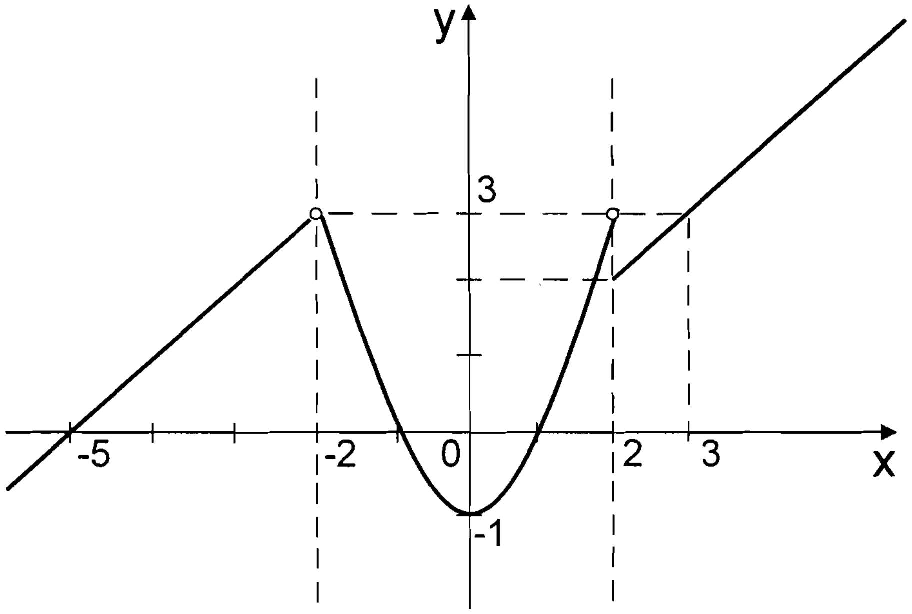
Найдем пределы справа и слева:

$$\lim_{x\to -2+0}x=2;$$

$$\lim_{x\to -2-0}((x^{2}-1)=3;$$

$$\lim_{x\to -2+0}f(x)\neq\lim_{x\to -2-0}f(x).$$

Таким образом, x = 2 – точка скачка. Точка разрыва I рода



Татьяна Алексеевна Забавникова

Елена Георгиевна Иванова

Роман Владимирович Пелюхов

Математика

Контрольная работа №1

Методические указания для студентов заочного факультета ускоренной формы обучения.

Редактор и корректор В. А. Басова.
Техн. редактор Л.Я. Титова. Темплан 2010 г.,поз.122

Подп. к печати 09.11.10.Формат 60 х 84/16. Бумага тип. № 1.
Печать офсетная. Объем 1,0 печ. л.; 1,0 уч-изд.л. Тираж 50 экз.
Изд. № 122. Цена «С». Заказ

Ризограф ГОУВПО Санкт – Петербургского государственного технологического университета растительных полимеров, 198095, Санкт- Петербург, ул. Ивана Черных,4.