

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

# ВЕСТНИК

Санкт-Петербургского  
государственного университета  
технологии и дизайна



**Серия 1**

Естественные  
и технические науки

**№ 2/2021**

УДК 51–74

Г. Я. Фролов, А. В. Епифанов

Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна  
171186 РФ, Санкт-Петербург, Большая Морская, 18**РАЗРАБОТКА ЭМПИРИЧЕСКОГО МЕТОДА ОЦЕНКИ  
ПРИМЕНИМОСТИ СТАЦИОНАРНОЙ МОДЕЛИ РАСЧЕТА ВЕТРОВЫХ ТЕЧЕНИЙ**

© Г. Я. Фролов, А. В. Епифанов, 2021

В статье рассмотрены теоретические основы моделирования ветровых течений и методы типизации водоемов. Определены основные гидрологические, метеорологические и морфометрические параметры, влияющие на нестационарность ветровых течений. Разработан эмпирический метод оценки применимости стационарной модели расчета ветровых течений для модели мелкого моря. Полученные зависимости апробированы на примере участка Ладожского озера в районе бухты Петрокрепость.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, ветровые течения, модель мелкого моря, гидрологические параметры, метеорологические условия.

Интенсивность антропогенной деятельности человека увеличивается с каждым годом, что приводит к негативным последствиям для окружающей среды в целом и водных объектов в частности. Природоохранное планирование хозяйственной деятельности может быть проведено на основе прогноза негативного влияния этой деятельности на основе математического моделирования. Методы математического моделирования нашли широкое применение при обосновании оптимального местоположения проектируемого промышленного объекта, оптимизации расположения выпусков сточных вод предприятий на водохозяйственном участке, поиске несанкционированных источников загрязнений и т. д.

Конвективно-диффузионный перенос загрязняющих веществ в водных объектах в первую очередь зависит от направления и величины скорости течения, что особенно актуально для водоемов. В водоемах основными изменяющимися гидрологическими параметрами являются уровни воды, а также стоковые течения. Значительным колебаниям подвержены гидрометеорологические условия, к которым относятся температура, направление и скорость ветра. Методы математического моделирования ветровых течений и массопереноса загрязняющих веществ в водоемах отражены в работах российских и иностранных ученых [1], [2], [3]. Точные решения уравнений массопереноса загрязняющих веществ требуют больших массивов актуальных натуральных данных, что значительно увеличивает трудоемкость и стоимость работ. В инженерных расчетах широко применяются методы типизации водных объектов [4], которые позволяют значительно упростить математические расчеты по меньшему объему натуральных данных, зачастую без принципиального ухудшения конечных результатах расчетов.

Основными переменными величинами, приводящими к нестационарности ветровых течений ( $V$ ) в неглубоких пресных водоемах, являются уровень воды ( $H$ ), скорость ( $W$ ) и направление ветра ( $\varphi$ ), соответственно,  $V = f(H, W, \varphi)$ .

В статье предложен критерий оценки значимости изменения данных параметров в инженерных расчетах. В работе сделано предположение, что изменение скорости течений до 10% не приведет к качественному ухудшению результатов моделирования.

Рассмотренный подход был реализован на примере математической модели [5] ветровых течений, описывающей расчет течений в водоемах, которые образуются при воздействии ветра на поверхность воды. Эту модель разработали П. С. Линейкин и А. И. Фельзенбаум, в ней учитываются неравномерность ветра, рельеф дна, конфигурация береговой линии, турбулентный обмен количеством движения в вертикальном направлении, наклоны поверхности воды, уклон дна и трение о поверхность дна.

Целью исследования является разработка метода оценки применимости стационарной модели расчета ветровых течений, а также изучение зависимости скорости течения воды от направления и скорости ветра и изменения уровня воды в водном объекте.

В качестве исследуемого примера была выбрана бухта Петрокрепость, находящаяся в южной части Ладожского озера. Область для моделирования была разбита на сетку. Размер одной ячейки составил 400х400 метров. Полученная сеточная область состояла из 5100 ячеек.

Далее в каждую ячейку было введено значение глубины в данном месте. Данные брались из карты глубин бухты Петрокрепость [6]. После этого были занесены значения проекций вектора скорости ветра. На следующем этапе был реализован алгоритм математической модели ветровых течений [5], в результате чего были получены поля скорости и направления течений (рис. 1).

При южном ветре 2 м/с средняя скорость течения составила 16.4 см/с, максимальная — 38.4 см/с и минимальная — 4.8 см/с.

Для разработки критерия типизации водных объектов были проведены три эксперимента.

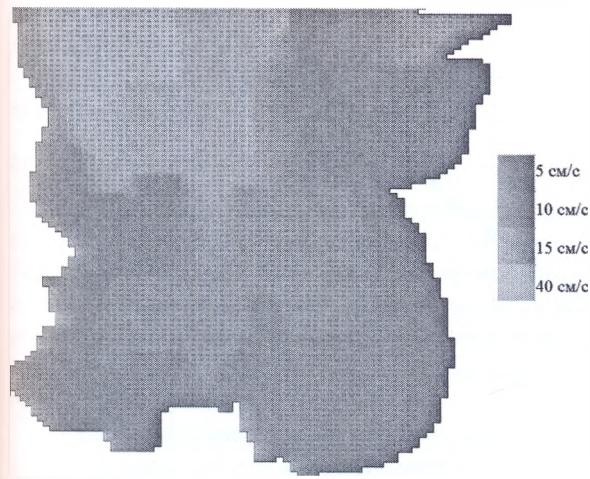


Рис. 1. Поле течений

### Исследование зависимости скорости течения от направления ветра

В качестве неизменяемых параметров была задана скорость ветра: 2 м/с. В качестве изменяемого параметра было выбрано направление ветра. Шаг изменения направления ветра был задан в 10 градусов. Результаты представлены на рис. 2.

На диаграммах видно, что в случае, когда ветер направлен в северную сторону, средняя скорость течения больше. Это можно объяснить тем, что в северо-западной части области водного объекта глубина резко увеличивается по сравнению со всей остальной частью. К тому же на севере находится единственная открытая часть бухты.

Изменения в скорости течения составляют всего лишь 0.008%. Это значит, что изменение направления ветра практически не оказывает влияния на величину скорости течения. Однако направление ветра необ-

ходимо учитывать потому, что важно знать, в какую сторону направлены течения. Они показывают, куда будет происходить унос веществ в водном объекте.

### Исследование зависимости скорости течения от скорости ветра

Для изучения зависимости величины течения от скорости ветра был задан ветер в северном направлении. Затем величина скорости ветра изменялась с шагом в 0.1 м/с. Результаты представлены на рис. 3.

В результате была получена квадратичная зависимость:

$$V_{cp} = 4.1109 \cdot W^2 \quad (1)$$

где  $V_{cp}$  — средняя скорость течения, см/с;  $W$  — скорость ветра, м/с.

Соответственно легко можно посчитать необходимую точность измерений, задаваясь погрешностью

$$\Delta = 4.1109 \cdot X^2, \quad (2)$$

где  $\Delta$  — изменение в скорости течения, см/с;  $X$  — изменение в скорости ветра, м.

Например, при изменении скорости ветра на 5% скорость течения изменится на 9.3%. Соответственно, условия считаются стационарными при изменении скорости ветра менее чем на 5%.

### Исследование зависимости скорости течения от изменения уровня воды

Перепады уровня воды оказывают влияние на течения. Для исследования этой зависимости были проведены эксперимент. Для этого был задан южный ветер величиной 2 м/с. Затем ранее созданное поле глубин изменялось с шагом в 1 метр. В результате была получена следующая зависимость (рис. 4).

Зависимость имеет линейный характер:

$$V_{cp} = 0.8 \cdot \Delta H + 4.1109, \quad (3)$$

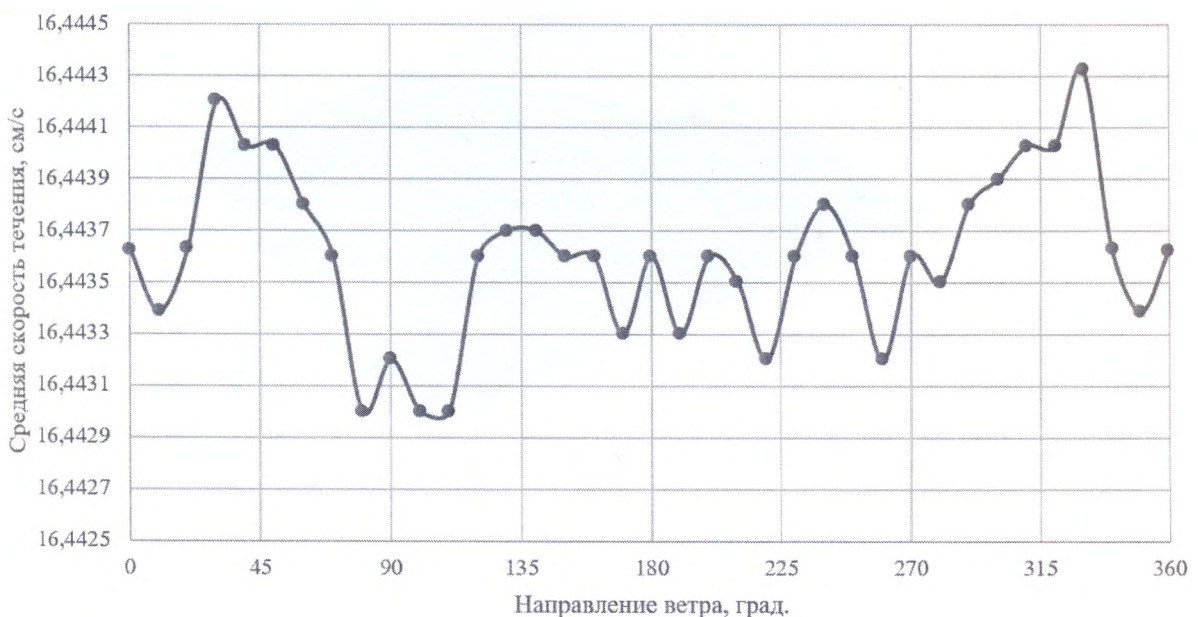


Рис. 2. График зависимости средней скорости течения от направления ветра

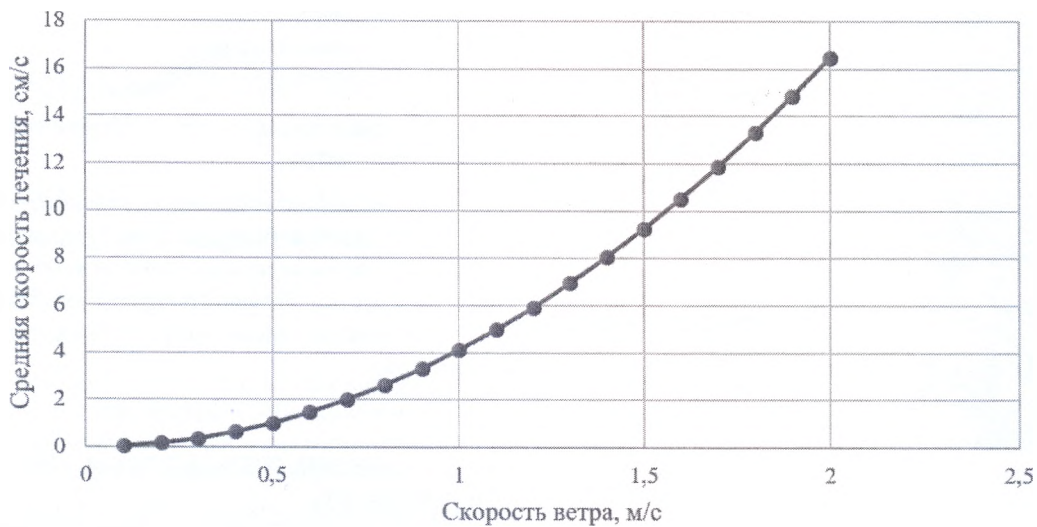


Рис. 3. График зависимости средней скорости течения от скорости ветра

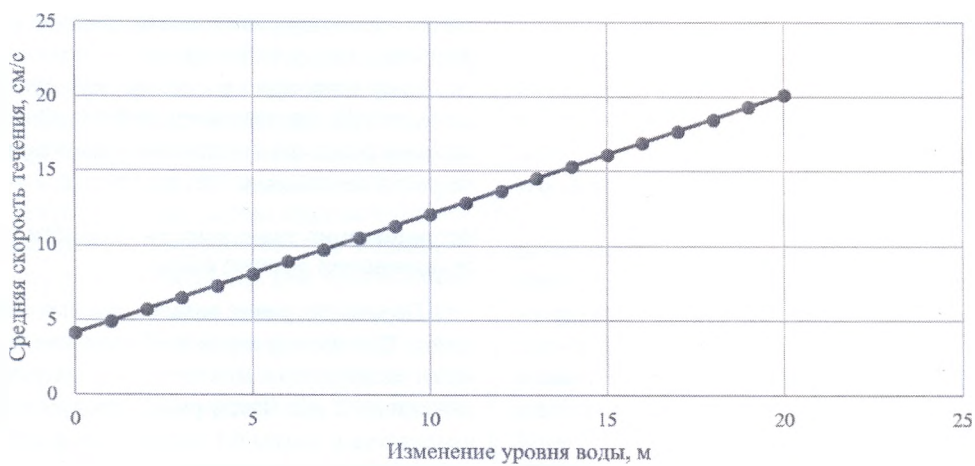


Рис. 4. График зависимости средней скорости течения от изменения уровня воды

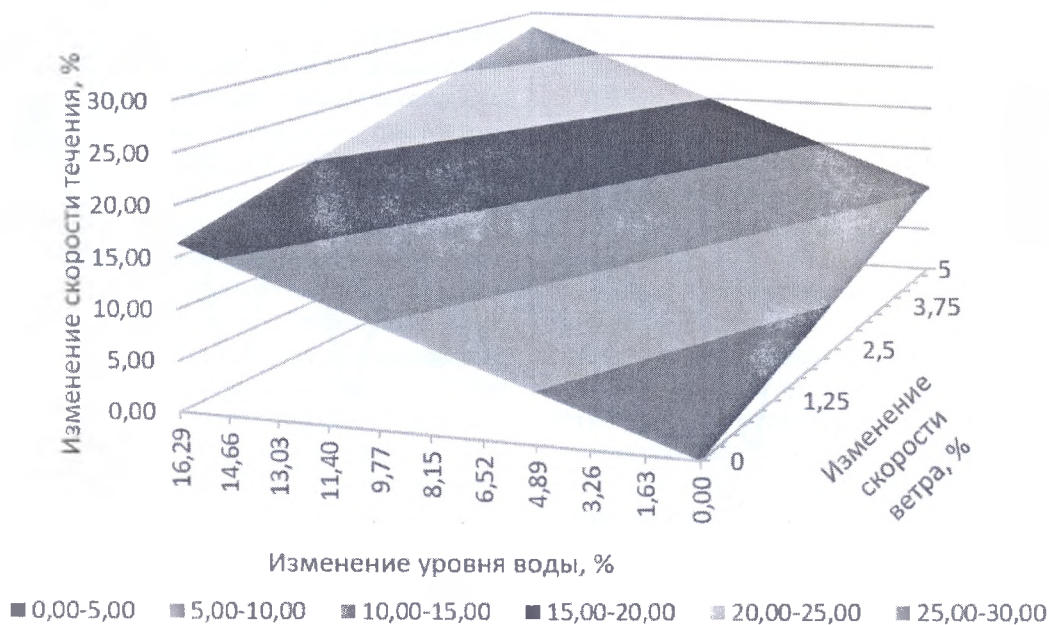


Рис. 5. График зависимости изменения скорости течения от изменения уровня воды и скорости ветра

где  $\Delta H$  — изменение уровня воды, м;  $V_{cp}$  — средняя скорость течения, см/с.

При изменении уровня воды на 20% скорость течения изменится на 8%.

### Анализ результатов

Для анализа результатов был построен график экспериментальной зависимости  $V_{cp} = f(\Delta H, \Delta W)$  (рис. 5). Направление ветра как влияющий фактор при анализе не учитывалось потому, что, как говорилось ранее, максимальное изменение скорости течения составляет лишь 0.008%. На графике представлены изменения параметров в процентах.

В результате анализа полученных данных была получена зависимость средней скорости течения от скорости ветра и уровня воды:

$$V_{cp} = 8 \cdot W^2 \cdot (H + \Delta H) + 10^{-7}, \quad (4)$$

где  $H$  — средний уровень воды, м;  $\Delta H$  — изменение уровня воды, м.

По полученной зависимости можно сказать, что скорость ветра оказывает более сильное влияние на скорость течения, нежели изменение уровня воды. Если задать, что условия являются стационарными, когда скорость течения изменяется не более чем на 10%, то скорость ветра может изменяться не более чем на 4.75%, а уровень воды — не более чем на 9,77%. Последним членом уравнения можно пренебречь, потому что при заданной погрешности в 10% он оказывает очень малое воздействие на результат.

Для оценки стационарности условий при заданном уровне допустимой погрешности было получено эмпирическое уравнение, описывающее зависимость изменения скорости течения от изменения уровня воды и изменения скорости ветра:

$$V_{\%} = H_{\%} + 2.218 \cdot W_{\%}, \quad (5)$$

где  $V_{\%}$  — изменение скорости течения, %;  $H_{\%}$  — изменение уровня воды, %;  $W_{\%}$  — изменение скорости ветра, %.

Для того чтобы узнать, на сколько изменится скорость течения, необходимо подставить в уравнение изменения скорости ветра и уровня воды относительно начальных условий. В результате будет получено значение, показывающее, на сколько процентов изменится скорость течения. Например, при изменении скорости

ветра на 2%, а уровня воды — на 5% скорость течения изменится на 9.4%, значит, такие условия можно считать стационарными.

### Выводы

По результатам проделанной работы была разработана функциональная зависимость средней скорости течения в водном объекте от скорости и направления ветра, а также уровня воды. Полученные результаты позволили разработать эмпирический метод обоснования применимости стационарной модели ветровых течений при взаимных изменениях начальных гидрологических параметров и метеорологических условий.

### Список литературы

1. Зайцев Н. А., Критский Б. В. Расчет течений жидкости Ван дер Ваальса в модели диффузного интерфейса на адаптивных сетках. М.: ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 2018. 20 с.
2. Бураго Н. Г., Герман В. А., Никитин А. Д., Никитин И. С. Расчет нестационарных течений мелкой воды в условиях переменной геометрии. М.: Институт проблем механики РАН, 2019. 34 с.
3. Архипов Б. В., Котеров В. Н., Солбаков В. В., Шапочкин Д. А. Моделирование турбулентного рассеивания загрязняющих веществ в морской среде. Рос. акад. наук, ВЦ им. А. А. Дородницына. М.: ВЦ РАН, 2005 (Отпеч. на ротапринтах в ВЦ РАН). 52 с.
4. Роева Н. Н., Баранов А. Н., Щепетова В. А., Гребенкин Н. Н. Моделирование в экологии: монография. Рязань: Рязанский издательский дом, 2011. 187 с.
5. Фельзенбаум А. И., Линейкин П. С. Теория и расчет ветровых течений Северного Каспия // Труды ГОИН. 1955. № 020. С. 60–78.
6. Карельский перешеек. Северное побережье Ладозского озера: Топографическая карта / Сост. и подгот. к изд. ГП «Аэрогеодезия» / Ред. Л. В. Бушева. СПб.: ГП «Аэрогеодезия», 1996.
7. Елизарова Т. Г., Широков И. А. Регуляризованные уравнения и примеры их использования при моделировании газодинамических течений: монография. М.: МАКС Пресс, 2017. 135 с.
8. Храпов С. С., Хоперсков А. В., Еремин М. А. Моделирование динамики поверхностных вод: монография. Волгоградский гос. ун-т. Волгоград: Изд-во Волгоградского гос. ун-та, 2010. 131 с.
9. Benedini M., Tsakiris G. Water Quality Modelling for Rivers and Streams. Dordrecht: Springer, 2013, 288 p.

**G. Ya. Frolov, A. V. Epifanov**

Saint-Petersburg State University of Industrial Technologies and Design  
191186 Russia, Saint-Petersburg, Bolshaya Morskaya str., 18

**INVESTIGATION OF THE DEPENDENCE OF THE DIRECTION AND SPEED OF THE CURRENT ON THE WIND DIRECTION**

The article deals with the theoretical foundations of wind flow modeling and methods of water body typification. The main hydrological, meteorological, and morphometric parameters affecting the unsteadiness of wind currents are determined. An empirical method for assessing the applicability of the stationary model for calculating wind currents for the shallow sea model is developed. The obtained dependences are tested on the example of a section of Lake Ladoga in the area of Petrokrepost Bay.

**Keywords:** mathematical modeling, wind currents, shallow-water model, hydrological parameters, meteorological conditions.

**References**

1. Zaitsev N. A., Kritskiy B. V. Calculation of Van der Waals fluid flows in the model of a diffuse interface on adaptive grids. M.: Keldysh IPM RAS, 2018. 20 p. (in Rus.).
2. Burago N. G., Herman V. A., Nikitin A. D., Nikitin I. S. Calculation of unsteady shallow water flows under variable geometry conditions. M.: Institute of Problems of Mechanics of the Russian Academy of Sciences, 2019. 34 p. (in Rus.).
3. Arkhipov B. V., Koterov V. N., Solbakov V. V., Shapochkin D. A. Modeling of turbulent dispersion of pollutants in the marine environment. A. A. Dorodnitsyn VC. RAS. M.: VC RAS, 2005 (Print. on rotaprints in the EC RAS). 52 p. (in Rus.).
4. Roeva N. N., Baranov A. N., Shchepetova V. A., Grebenkin N. N. Modeling in ecology: monograph. Ryazan: Ryazan Publishing House, 2011. 187 p. (in Rus.).
5. Felsenbaum A. I., Linikin, P. S. Theory and calculation of wind currents in the Northern Caspian // Trudy GOIN. 1955. No 020. pp. 60–78. (in Rus.).
6. Karelian Isthmus. The northern coast of Lake Ladoga: Topographic map / Comp. «Aerogeodeziya» / Ed. L. V. Bushev. Saint Petersburg: State Enterprise «Aerogeodeziya», 1996 (in Rus.).
7. Elizarova T. G., Shirokov I. A. Regularized equations and examples of their use in modeling gas-dynamic flows: monograph. M.: MAKS Press, 2017. 135 p. (in Rus.).
8. Khrapov S. S., Khoperskov A. V., Eremin M. A. Modeling of surface water dynamics: monograph. Volgograd State University. Volgograd: Publishing House of the Volgograd State University, 2010. 131 p. (in Rus.).
9. Benedini M., Tsakiris G. Water Quality Modelling for Rivers and Streams. Dordrecht: Springer, 2013, 288 p.