

**Министерство образования и науки Российской Федерации  
Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования**

**«Санкт-Петербургский государственный технологический университет  
растительных полимеров»**

**Кафедра сопротивления материалов**

## **ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО СОПРОТИВЛЕНИЮ МАТЕРИАЛОВ**

**Методические указания  
для студентов всех форм обучения**



**Санкт-Петербург  
2010**

УДК 531 (0.7 0.7)

Лабораторные работы по сопротивлению материалов: методические указания / сост. В. В. Чумичев, Э. В. Шемякин; ГОУВПО СПбГТУРП. СПб., 2010. 54 с.

В методических указаниях изложена методика проведения лабораторных работ по сопротивлению материалов путём деформирования при статических нагрузках на учебном универсальном комплексе СМ–1.

Предназначены для студентов всех форм обучения.

Рецензент: доцент кафедры материаловедения и технологии машиностроения Санкт–Петербургского государственного технологического университета растительных полимеров, канд. техн. наук  
Н. Н. Ситов.

Подготовлены и рекомендованы к печати кафедрой сопротивления материалов Санкт–Петербургского государственного технологического университета растительных полимеров (протокол № 3 от 18 января 2010г.).

Утверждены к изданию методической комиссией факультета механики автоматизированных производств СПбГТУРП (протокол № 4 от 22 января 2010г.).

© ГОУВПО Санкт–Петербургский  
государственный технологический  
университет растительных полимеров,  
2010

## ВВЕДЕНИЕ

Методические указания «Лабораторные работы по сопротивлению материалов» предназначены для выполнения работ на кафедре сопротивления материалов СПбГТУРП на учебном универсальном комплексе СМ–1.

В науке о сопротивлении материалов используются экспериментальные и теоретические методы исследования изучаемых явлений, где базой является эксперимент. Поэтому изучающему курс сопротивления материалов необходимо освоить методику основных опытов, производимых в лаборатории.

Лабораторные работы способствуют усвоению основ предмета в наглядной и запоминающейся форме, знакомят студентов с важнейшими механическими свойствами материалов, учат постановке и проведению экспериментов.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

### Определение модуля нормальной упругости и коэффициента Пуассона

Цель работы: экспериментальное определение модуля нормальной (продольной) упругости и коэффициента Пуассона.

#### 1.1. Краткие теоретические сведения

Модуль нормальной (продольной) упругости  $E$  – константа, характеризующая жесткость материала при линейной деформации. В определенных пределах деформаций, зависящих от свойств материалов, между относительной продольной деформацией  $\epsilon$  и соответствующим нормальным напряжением  $\sigma$ , существует прямо пропорциональная зависимость (закон Гука):

$$\sigma = E \cdot \epsilon.$$

Отсюда  $E = \frac{P}{\epsilon \cdot e}$  или  $E = \frac{C}{B \cdot \epsilon}$ , (1)

где  $P$  – усилие, растягивающее стержень;

**A** – площадь поперечного сечения стержня.

Известно, что удлинение образца в продольном направлении вызывает его сужение в поперечном направлении и, наоборот, укорочение в продольном направлении приводит к увеличению поперечного размера. При этом в упругой зоне поперечные деформации при растяжении или сжатии  $\epsilon_1$  пропорциональны продольной деформации  $\epsilon$ . Абсолютное значение отношения поперечной относительной деформации  $\epsilon_1$  к относительной продольной деформации  $\epsilon$  называется коэффициентом Пуассона или коэффициентом поперечной деформации:

$$\mu = \left| \frac{\epsilon_1}{\epsilon} \right|. \quad (2)$$

Для большинства материалов  $\mu$  изменяется в пределах  $0 - 0,5$ . Для большинства сталей  $0,27 \leq \mu \leq 0,3$ .

## 1.2. Образцы, измерительные приборы и испытательная установка

Схема экспериментальной установки показана на рис.1 и рис.2. Применяемый образец **1** представляет собой стальную полосу длиной **150мм** и сечением **30×2мм**. Левый конец образца через датчик усилий **4** присоединен к неподвижной шарнирной опоре **2**. Правый конец – через подвижную шарнирную ось **5** прикреплен в стойке **3**. Нагружение образца осуществляется штурвалом **6**. Экспериментальное определение деформаций осуществляется с помощью метода электротензометрии. В основе этого метода лежит свойство металлической проволоки или фольги изменять свое электрическое сопротивление при деформации (растяжения или сжатия). Конструктивно тензодатчик сопротивления представляет собой решетку из проволоки (константан, сплавы на основе никеля и молибдена и др.) или фольги, которая приклеивается к поверхности исследуемой детали. Если деталь с нанесенной на ее поверхность датчиком деформируется, то по изменению силы тока, протекающего в цепи, можно определить деформацию детали и возникающее в ней напряжения. При этом на двух плоскостях образца наклеены четыре тензорезистора, из них два используются для определения продольной деформации и другие два – для поперечной деформации. Значения сил контролируются по табло блока для измерения усилий (**БИУ**). Для визуального наблюдения и отсчета значений деформаций используется измеритель деформаций тензометрический цифровой **ИД**.

9

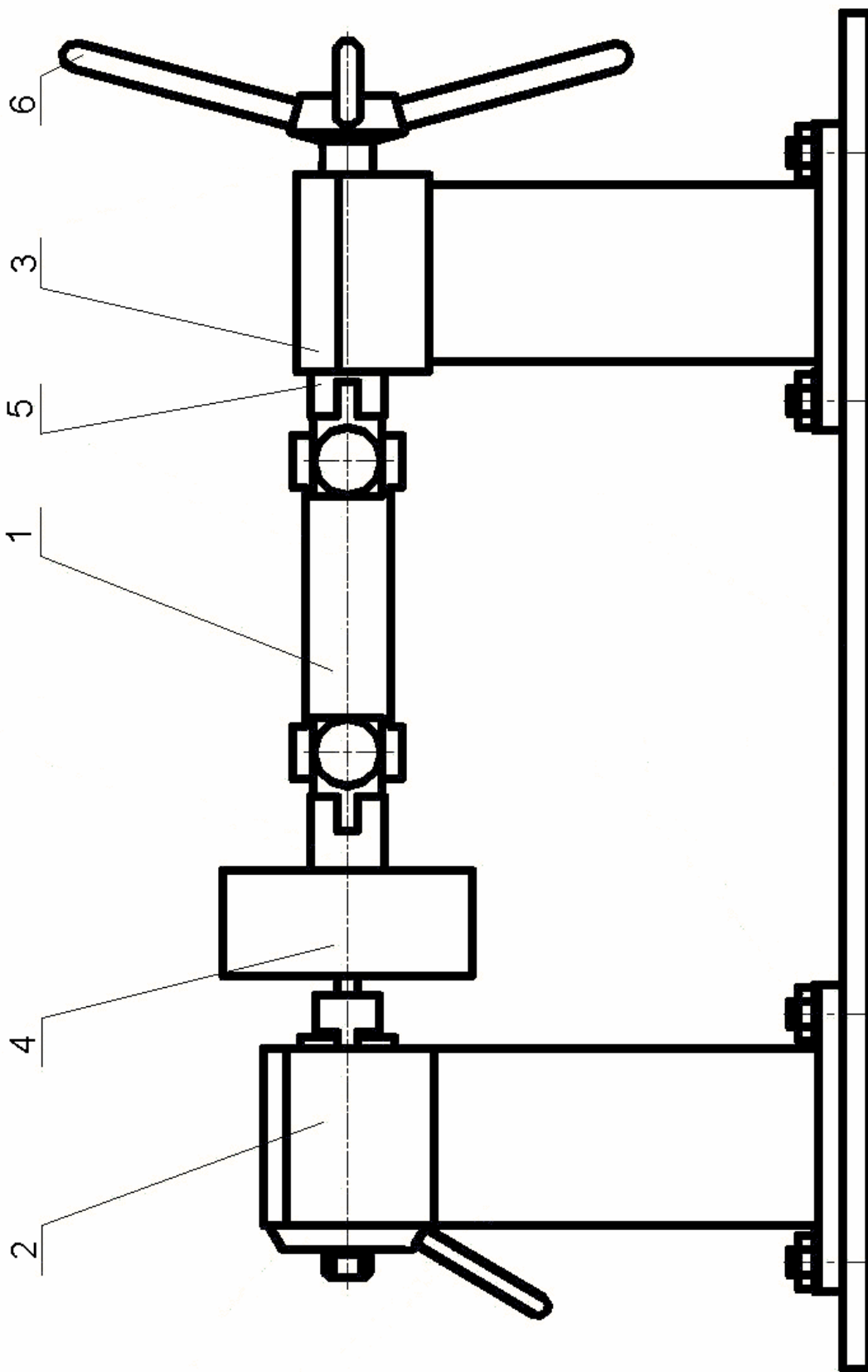


Рис.1. Схема экспериментальной установки

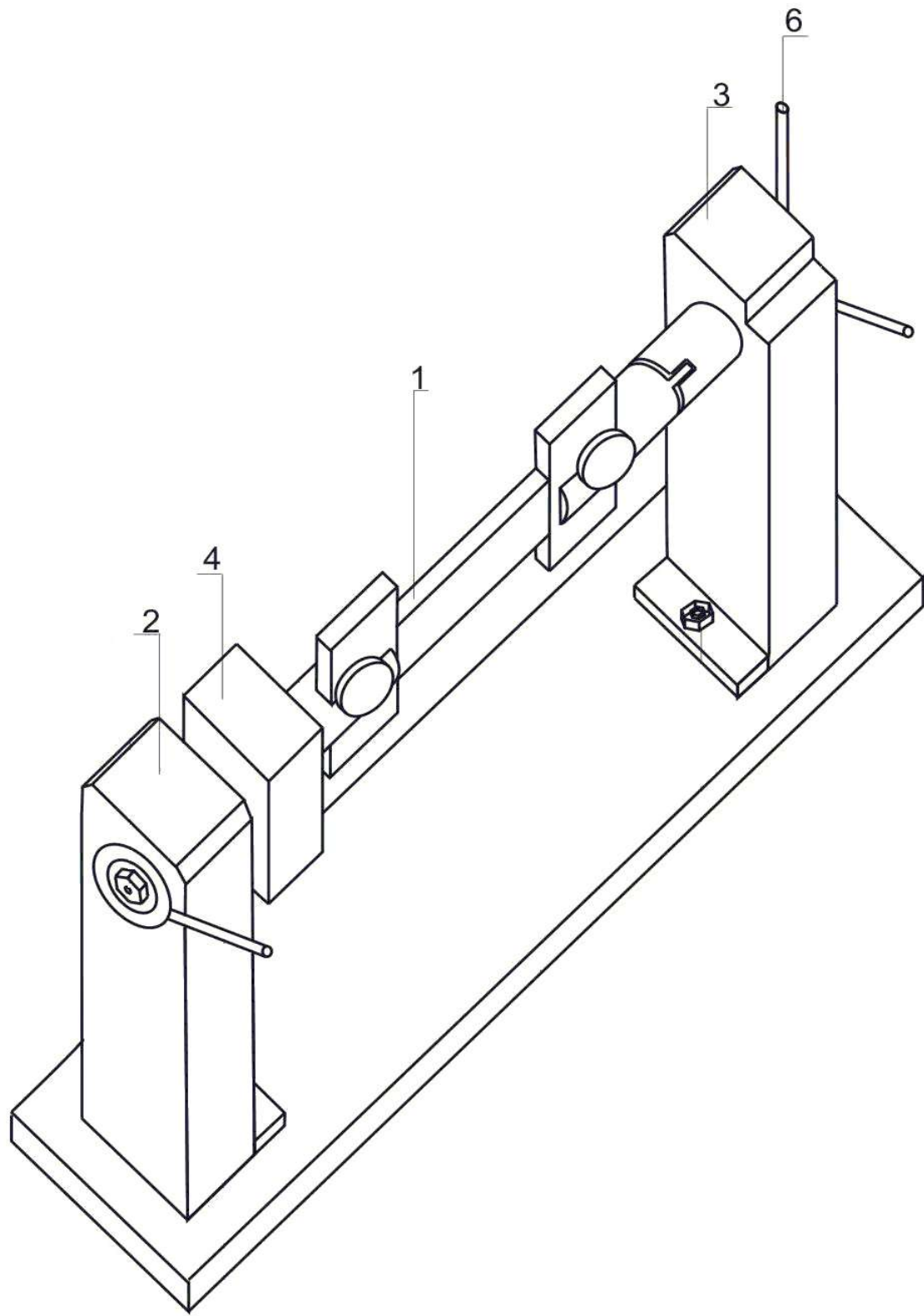


Рис.2. Общий вид экспериментальной установки

### 1.3. Порядок проведения испытаний

1. Загрузить стержень нагрузкой **0,5кН**. Снять показания с табло ИД для четырех тензорезисторов.

2. Нагрузить образец последовательно силой **1,5кН, 2,5кН, 3,5кН**, контролируя значение силы по табло блока измерения усилий. На каждом уровне силы снять показания ИД для четырех тензорезисторов.

3. Подсчитать среднюю разность показаний табло ИД для продольной  $\Delta n$  и поперечной  $\Delta n_1$  деформаций для ступени нагрузки  $\Delta P=1кН$ .

4. Определить приращения продольной  $\Delta \epsilon$  и поперечной  $\Delta \epsilon_1$  деформаций, соответствующие приращению силы  $\Delta P=1кН$  по формулам:

$$\Delta \epsilon = K \cdot \Delta n \quad \text{и} \quad \Delta \epsilon_1 = K \cdot \Delta n_1$$

где  $K$  – цена деления единицы ИД.

5. Вычислить модуль нормальной упругости по формуле (1), заменив силу и деформацию значениями их приращений.

6. Вычислить коэффициент Пуассона по формуле (2).

7. Сравнить результаты с общепринятыми значениями.

Запись результатов наблюдений ведется в лабораторном журнале (табл. 1).

Таблица 1

Р, кН	Показания тензорезисторов				Средняя разность показаний тензорезисторов		Приращение деформаций	
	1	2	3	4	продольные $\Delta n$	поперечные $\Delta n_1$	$\Delta \epsilon$	$\Delta \epsilon_1$
0,5								
1,5								
2,5								
3,5								

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

### Определение нормальных напряжений в балках при изгибе

Цель работы: экспериментальное определение нормальных напряжений по высоте поперечного сечения двутавровой балки и сопоставление полученных величин с расчетными.

## 2.1. Краткие теоретические сведения

Нормальные напряжения  $\sigma$  в любой точке поперечного сечения балки при чистом изгибе определяются по формуле Навье:

$$\sigma = \frac{M_z \cdot y}{I_z}, \quad (3)$$

где  $M_z$  – изгибающий момент в данном сечении;

$y$  – расстояние от нейтральной оси  $Z$  до той точки, в которой определяется напряжение;

$I_z$  – момент инерции поперечного сечения балки относительно нейтральной оси  $Z$ .

Из формулы (3) видно, что нормальные напряжения в сечении прямо пропорциональны координате  $y$ , изгибающему моменту  $M_z$  и обратно пропорциональны  $I_z$ . Максимальное значение нормального напряжения в данном сечении будет в точках, наиболее удаленных от нейтральной оси:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_z \cdot y_{\max}}{I_z} = \frac{M_z}{W_z},$$

где  $\frac{I_z}{|y_{\max}|} = W_z$  – осевой момент сопротивления поперечного сечения балки относительно оси  $Z$ .

## 2.2. Образцы, измерительные приборы и испытательная установка

Схема испытательной установки показана на рис.3 и рис.4. Испытуемый образец представляет собой двутавровую балку **1** длиной  $3L=750\text{мм}$  с моментом инерции  $I_z=44 \cdot 10^{-4}\text{м}^4$ . Нагружение образца производится винтовым прессом **2** (рис.3) посредством штурвала **3** через прижимную пластину **4** с закрепленным на ней датчиком силы **5**. Часть образца длиной  $L$  между опорами планки испытывает чистый изгиб. В среднем сечении зоны чистого изгиба наклеены семь тензорезисторов **6**, фиксирующих деформации  $\epsilon_i$  на разных расстояниях от нейтральной оси. Размещение тензорезисторов на балке показано на рис. 5.

При этом расстояния точек **1** и **7** от оси  $Z$  равны  $y_1=y_7=45\text{мм}$ , точек **2** и **6** – соответственно  $y_2=y_6=34\text{мм}$ , точек **3** и **5** – соответственно  $y_3=y_5=21\text{мм}$ . Точка **4** расположена на нейтральной оси  $Z$ , поэтому  $y_4=0$ .



Датчик силы подключается к блоку БИУ, тензорезисторы – к блоку ИД.

01

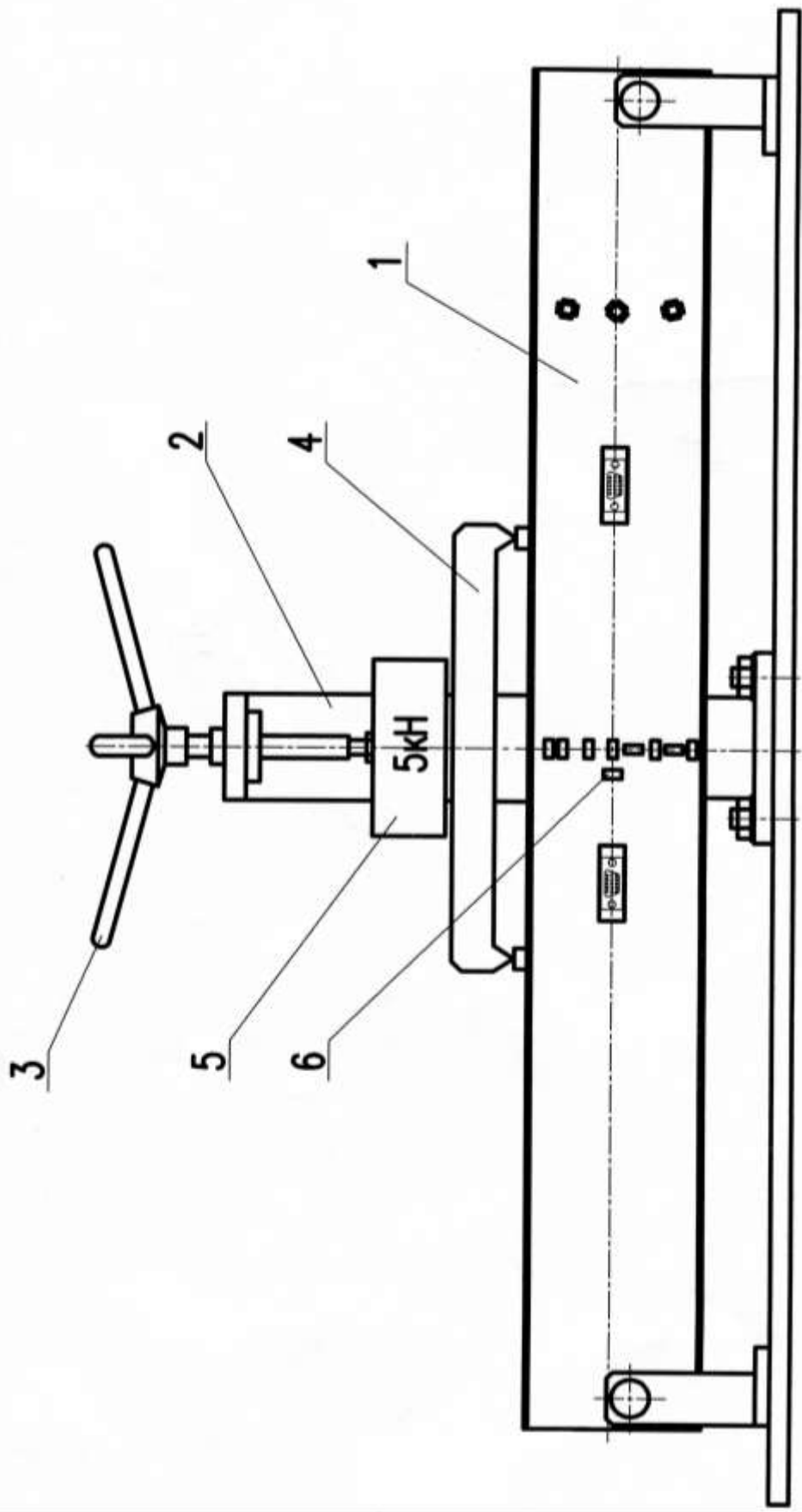


Рис.3. Схема экспериментальной установки

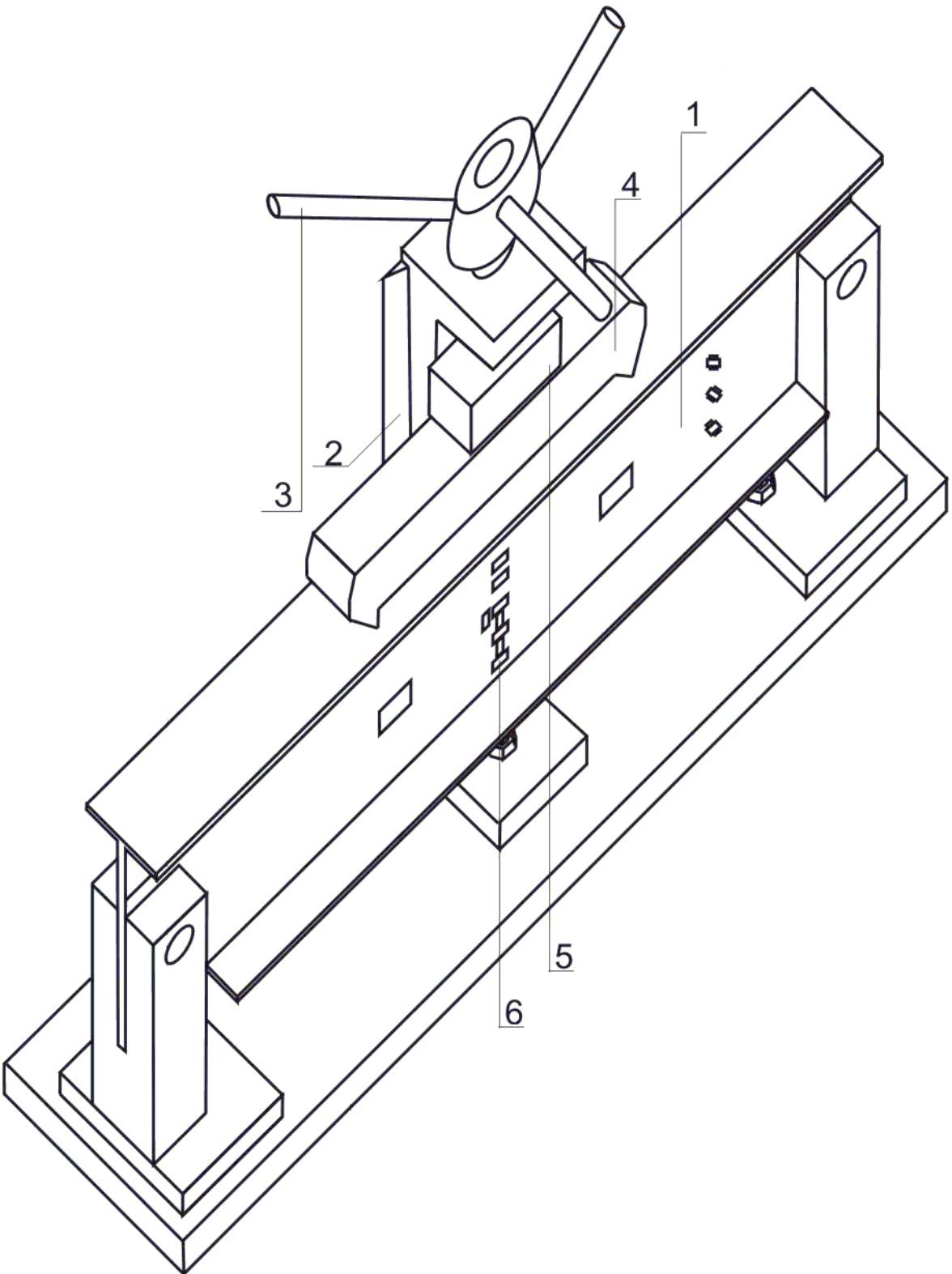


Рис.4. Общий вид экспериментальной установки

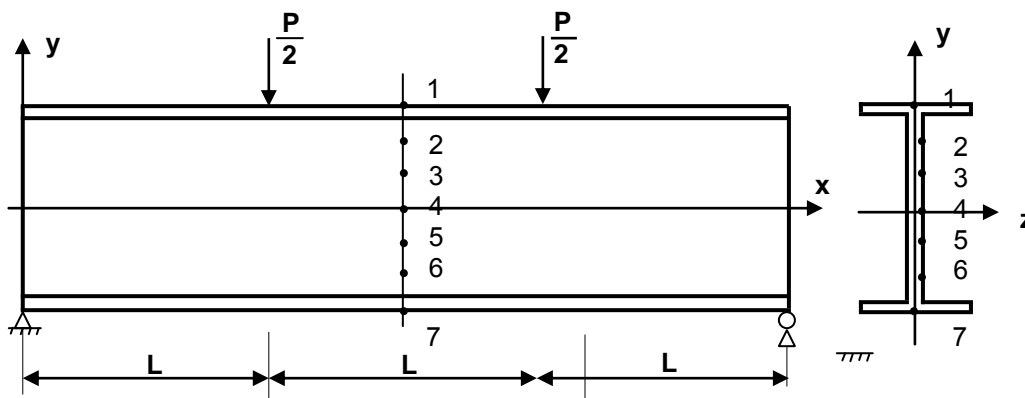


Рис.5. Схема расположения тензорезисторов при изгибе

Для расчетного определения нормальных напряжений формулу (3) можно представить в виде:

$$\sigma = \frac{P \cdot L}{2 \cdot I_z} \cdot y,$$

где **P** – сила, развиваемая нагружающим устройством;  
**L** – расстояние между опорами планки, **L=250 мм**;  
**y** – расстояние точки от нейтральной оси.

Экспериментальным путем значения напряжений по высоте сечения определяют по закону Гука:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon_i, \tag{4}$$

где  $\varepsilon_i$  – относительная продольная деформация в рассматриваемой точке **i**;  
**E** – модуль упругости стальной балки, принимаем **E=2,1·10<sup>5</sup> МПа**.

### 2.3. Порядок проведения испытаний

1. Нагрузить балку предварительной силой **P=0,5кН**.
2. Снять показания **ИД** всех тензорезисторов, наклеенных в зоне чистого изгиба. Значение силы контролировать по показателям блока измерения усилий **БИУ**.
3. Нагрузить балку последовательно силами **1кН, 1,5кН, 2кН, 2,5кН, 3кН**. На каждой ступени нагружения снять показания блока **ИД**.
4. Снять нагрузку.

Определить среднюю разность показаний ИД  $\Delta n_i$  для каждого тензорезистора для ступени нагрузки  $\Delta P=0,5$  кН.

5. Определить относительную деформацию для каждого тензорезистора по формуле:

$$\varepsilon_i = K \cdot \Delta n_i,$$

где  $K$  – цена деления единицы ИД.

6. Вычислить нормальные напряжения для рассматриваемых точек 1-7 по формуле (4).

7. Построить эпюру теоретических напряжений по высоте сечения. Отметить на ней точками значения экспериментальных напряжений в местах наклейки тензорезисторов.

Запись результатов наблюдений ведется в лабораторном журнале (табл. 2).

Таблица 2

P, кН	Показания тензорезисторов							Разность показаний тензорезисторов $\Delta n$ для ступени нагрузки $\Delta P=0,5$ кН						
	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7
0,5														
1,0														
1,5														
2,0														
2,5														
3,0														
Средняя разность показаний для резистора $\Delta n_i$														
Относительная деформация $\Delta \varepsilon_i$														
Напряжение $\sigma_i$ (МПа)														

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

## Исследование распределения напряжений при внецентренном растяжении

Цель работы: определить экспериментально нормальные напряжения в крайних волокнах поперечного сечения стержня при внецентренном растяжении и сравнить их с напряжениями, вычисленными теоретически.

### 3.1. Краткие теоретические сведения

Если на стержень действует растягивающая сила и линия действия этой силы совпадает с продольной осью стержня (линией, проходящей через центры тяжести поперечных сечений), то стержень испытывает центральное или осевое растяжения. Если же линия действия растягивающих сил смещена от оси стержня на некоторое расстояние  $e$ , то такое растяжение называется внецентренным. Расстояние  $e$  – это эксцентриситет растягивающей силы  $P$ . Стержень будет находиться в сложном напряженном состоянии. Это состояние обусловлено наличием растягивающей силы  $P$  и изгибающего момента  $M_z = P \cdot e$ . В этом случае нормальные напряжения в поперечном сечении распределяются неравномерно. Внецентренное растяжение или сжатие – один из видов сложного сопротивления. Определим напряжения, возникающие в этом случае в произвольной точке поперечного сечения.

Рассмотрим случай, когда линия действия растягивающей силы смещена параллельно оси стержня в одной из главных плоскостей (рис.6). Напряжение  $\sigma$  в любой точке сечения определяется формулой:

$$y = y^c + y^m,$$

где  $\sigma^p$  – растягивающее напряжение, одинаковое в любой точке

$$\text{поперечного сечения, } \sigma^p = \frac{P}{A};$$

$\sigma^m$  – нормальное напряжение, возникающее от действия изгибающего момента  $M_z$  в главной плоскости  $XOY$ ,  $\sigma^m = \frac{M_z \cdot y}{I_z}$ ;

$A$  – площадь поперечного сечения;

$I_z$  – осевой момент инерции сечения;

$y$  – расстояние от оси  $Z$  до рассматриваемой точки сечения.

Тогда напряжение в точке **A** от силы **P** будет равно

$$\sigma_A^P = \frac{P}{A}.$$

Изгибающий момент в точке **A** вызывает растягивающие напряжения, равные

$$\sigma_A^M = \frac{Mz}{W_z} = \frac{6Pe}{b^2 h}.$$

Напряжение в точке **B** от силы **P** определяется из выражения

$$\sigma_B^P = \frac{P}{A}.$$

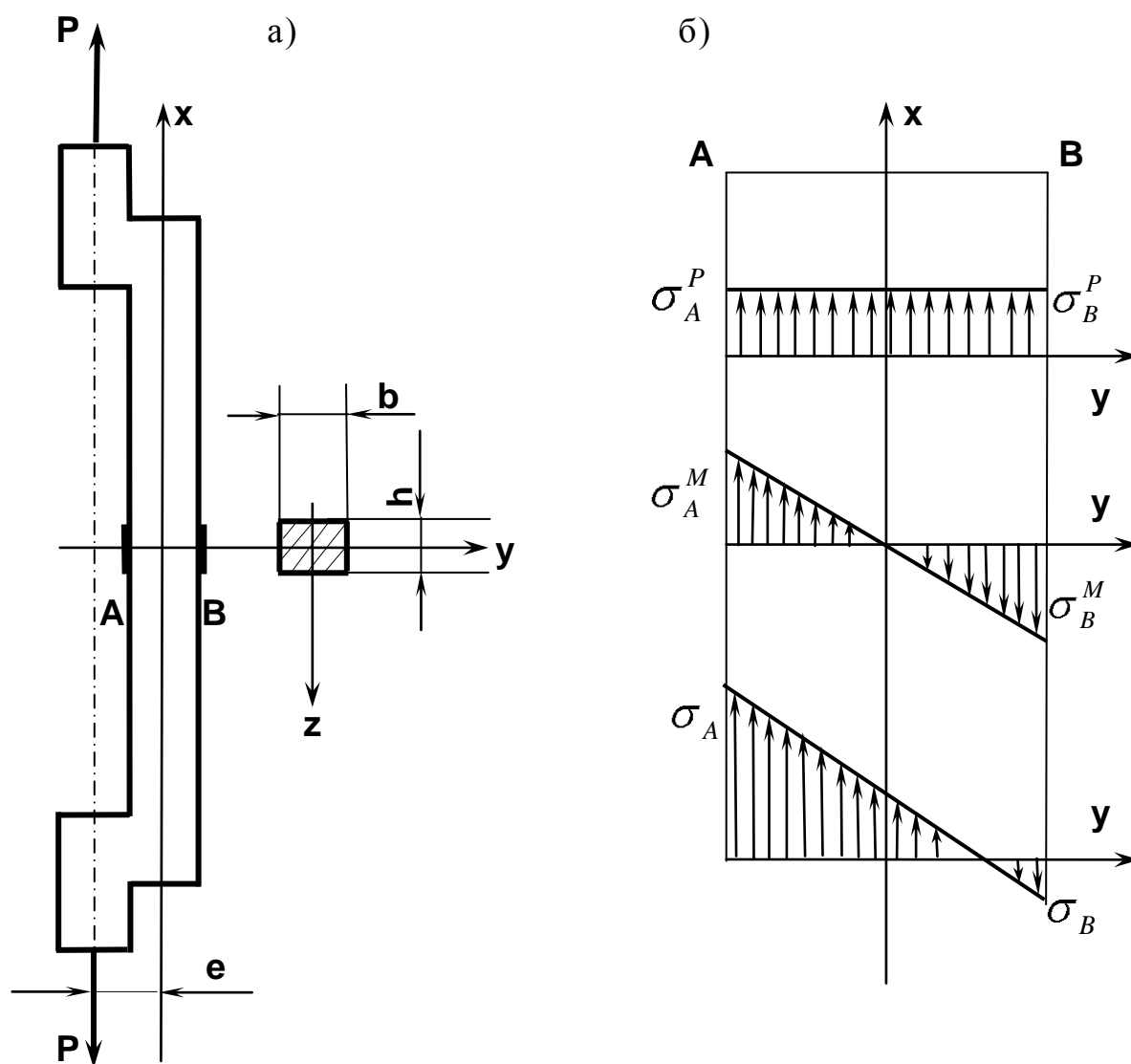


Рис.6. Схема плоского внецентренного растяжения

От изгибающего момента в точке **В** возникают сжимающие напряжения

$$\sigma_{\text{В}}^{\text{М}} = -\frac{M_z}{W_z} = -\frac{6Pe}{b^2 h}.$$

Таким образом, результирующие напряжения в точках **А** и **В** (рис.6,б):

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{А}} &= \frac{P}{b \cdot h} + \frac{6Pe}{b^2 h}; \\ \sigma_{\text{В}} &= \frac{P}{b \cdot h} - \frac{6Pe}{b^2 h}.\end{aligned}\tag{5}$$

### 3.2. Образцы, измерительные приборы и испытательная установка

Для экспериментального исследования распределения напряжений при внецентренном растяжении используется образец с прямоугольным поперечным сечением (рис.6,а)  $b \times h = 20 \times 7 \text{ мм}$ , закрепленный в захватах лабораторной установки **СМ-1**. Эксцентриситет  $e = 10 \text{ мм}$ . Прикладываемая к стержню сила **Р**, параллельная оси **х** (рис.6,а), находится в одной из главных плоскостей инерции сечения образца **1** (рис.7 и рис.8). Нагружение образца производится вращением штурвала **2**. Величина растягивающей силы **Р** определяется с помощью датчика усилий **3** и контролируется по показаниям табло блока измерения усилий **БИУ**. Напряжения в образце измеряют методом электротензометрирования, для чего в среднем сечении образца на его горизонтальных поверхностях наклеивают два датчика сопротивления **А** и **В** (рис.6,а). Для измерения деформаций тензодатчики подключены к прибору **ИД**.

### 3.3. Порядок проведения испытаний

1. Произвести предварительное нагружение стержня усилием **1кН** для устранения зазоров в шарнирах.
2. Снять показания прибора **ИД** для двух тензорезисторов.
3. Нагрузить образец последовательно силами **2кН; 3кН; 4кН**, контролируя значения силы по табло **БИУ**.

16

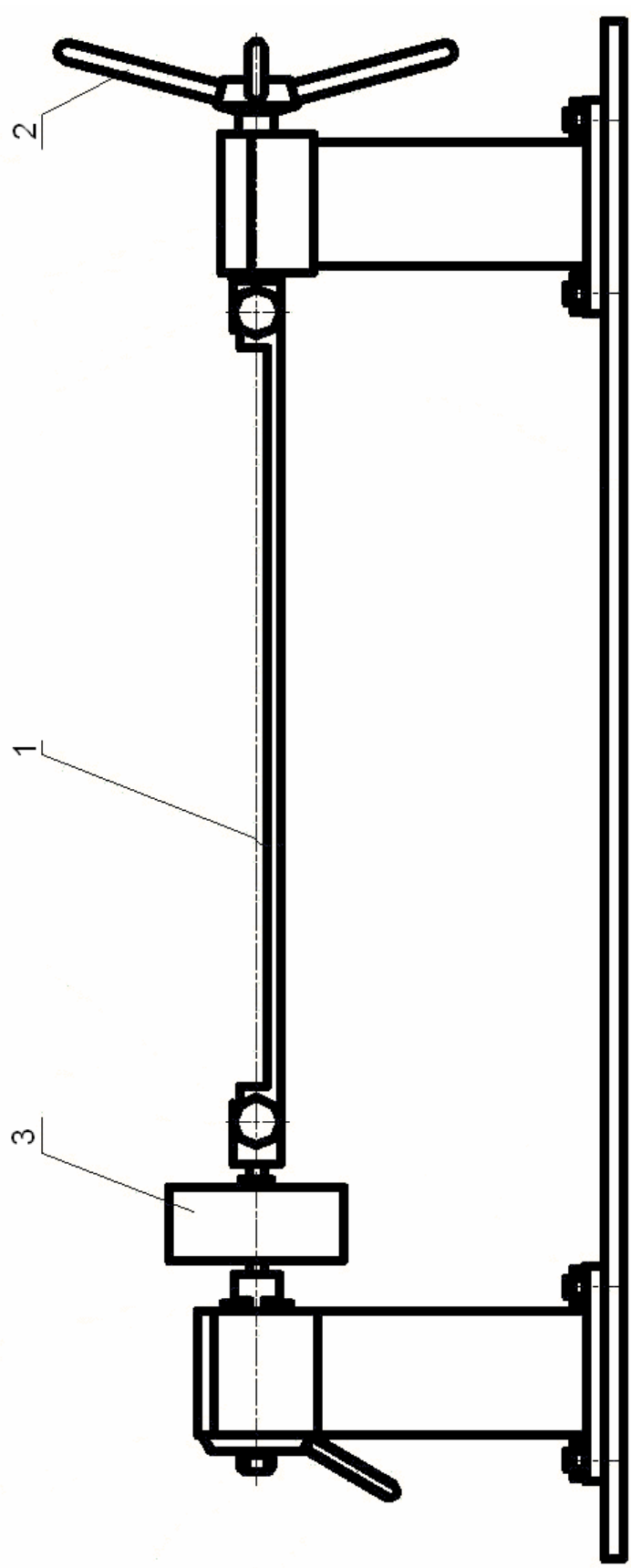


Рис.7. Схема экспериментальной установки



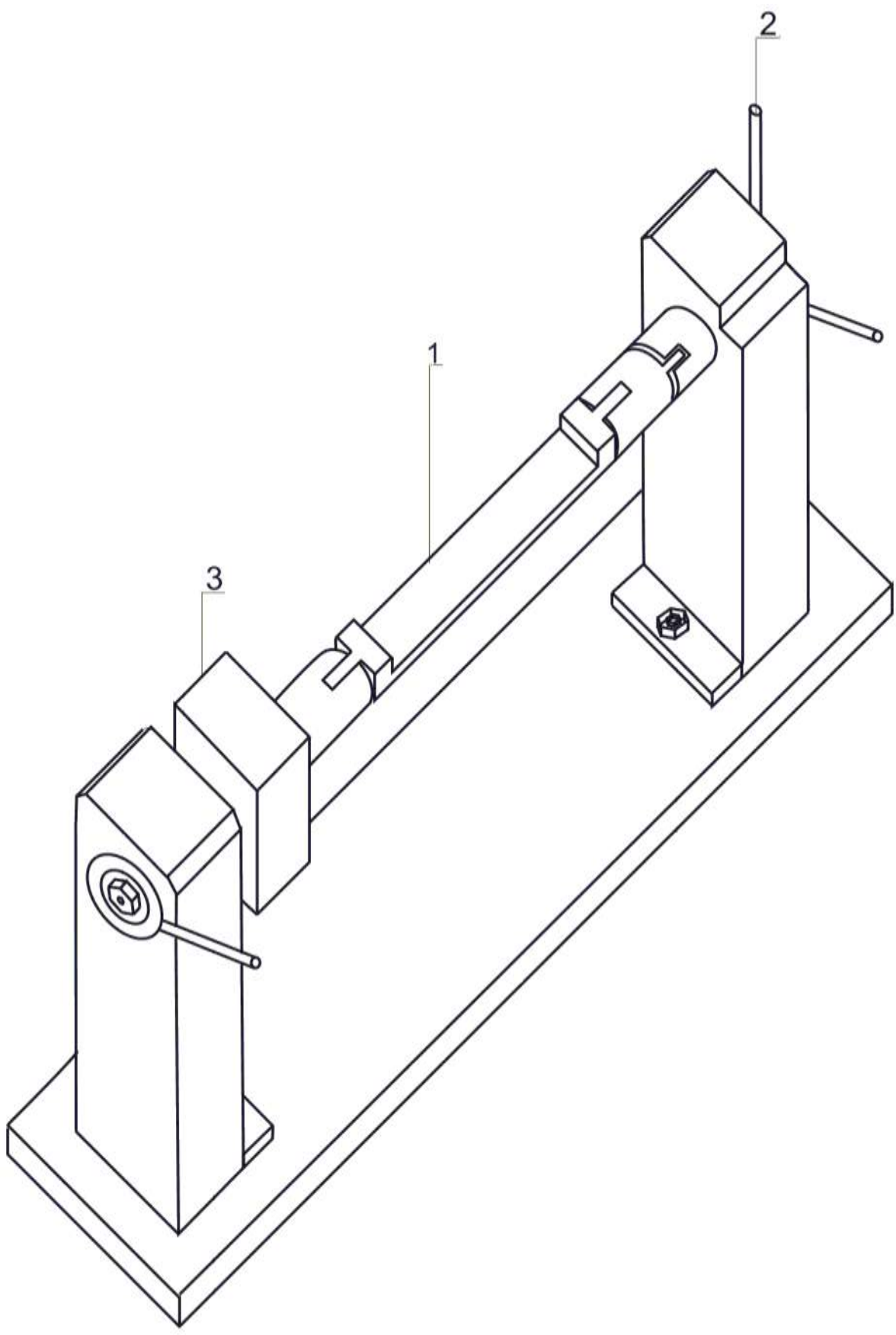


Рис.8. Общий вид экспериментальной установки

4. На каждом уровне силы снять показания прибора ИД для обоих тензорезисторов.

5. Подсчитать среднюю разность показаний прибора ИД  $\Delta n_A$  и  $\Delta n_B$ , соответствующих усилию  $\Delta P=1\text{кН}$ , путем вычитания из последующих показаний начальных значений.

6. Определить экспериментальные значения напряжений  $\sigma_{\text{экс}}$  по формуле:

$$\sigma_{\text{экс}} = \Delta n_i \cdot K,$$

где  $\Delta n_i$  – средняя разность показаний прибора ИД для точек **A** и **B**;

**K** – цена деления единицы ИД.

7. Сравнить экспериментальные значения напряжений в точках **A** и **B** с расчетными величинами напряжений, полученными по формулам (5).

Запись результатов наблюдений ведется в лабораторном журнале (табл. 3).

Таблица 3

P, кН	Показания тензорезисторов		Разность показаний тензорезисторов $\Delta n$ для ступени нагрузки $\Delta P=0,5$ кН	
	A	B	A	B
1,0				
2,0				
3,0				
4,0				
Средняя разность показаний тензорезисторов		$\Delta n_A$		
		$\Delta n_B$		
Напряжения (МПа)		$\sigma^T$		
		$\sigma_{\text{экс}}$		

#### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4

## Исследование распределения напряжений в кривом стержне

Цель работы: определить экспериментально нормальные напряжения в опасном сечении кривого стержня и сравнить их с напряжениями, вычисленными теоретически.

### 4.1. Краткие теоретические сведения

Принято различать стержни малой и большой кривизны. Основным признаком для такого деления является отношение высоты сечения  $h$  к радиусу кривизны центрального слоя  $R_0$ . Если это отношение существенно меньше единицы  $\frac{h}{R_0} \leq 0,1$ , то считается, что стержень имеет малую кривизну. Для стержня большой кривизны отношение  $\frac{h}{R_0}$  соизмеримо с единицей. В стержне большой кривизны напряжения при изгибе распределяются нелинейно по высоте поперечного сечения. Нормальные напряжения в среднем сечении **A–A** (рис.9) определяются действием силы **N** и изгибающего момента **M**

$$\sigma = \sigma_{\text{P}} \mp \sigma_{\text{M}} \cong \frac{N}{A} \pm \frac{M}{S_z} \cdot \frac{y}{r+y}, \quad (6)$$

где **N** – внутренняя продольная сила в данном сечении, **N=P**;

**M** – изгибающий момент в данном сечении,  $M = P \left( L + \frac{h}{2} \right)$ ;

**S<sub>z</sub>** – статический момент поперечного сечения относительно нейтральной оси **Z**, которая не проходит через центр тяжести сечения **C**;

**r** – радиус кривизны нейтральной оси,  $r = R_0 - e$ ;

**y** – расстояние (координата) рассматриваемой точки от нейтральной оси **Z**;

**R<sub>0</sub>** – радиус кривизны или радиус центральной оси стержня;

**R<sub>2</sub>** – радиус кривизны наружных волокон;

**R<sub>1</sub>** – радиус кривизны внутренних волокон;

**Z<sub>0</sub>** – центральная ось сечения;

**Z** – нейтральная ось;

**e** – величина смещения нейтральной оси **Z**;

**I<sub>z0</sub>** – момент инерции сечения относительно центральной оси **Z<sub>0</sub>**;

**A** – площадь поперечного сечения.

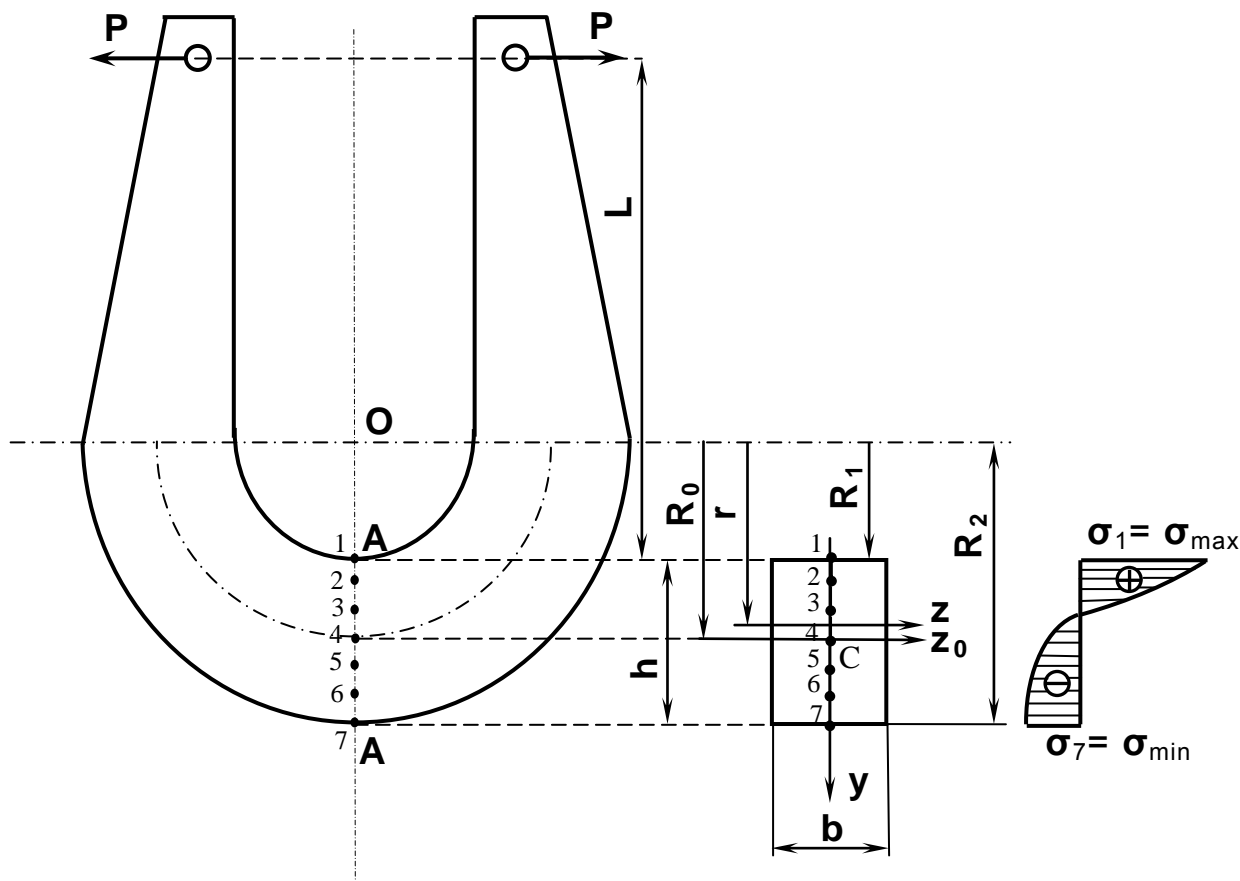


Рис.9. Образец для изучения напряжений в кривом брусе

#### 4.2. Образцы, измерительные приборы и испытательная установка

Для экспериментального определения напряжений в кривом стержне используется образец, имеющий форму скобы прямоугольного поперечного сечения (рис.9). Образец характеризуется следующими размерами:  $b=10\text{мм}$ ;  $h=60\text{мм}$ ;  $R_1=40\text{мм}$ ;  $R_2=100\text{мм}$ ;  $R_0=70\text{мм}$ ;  $L=200\text{мм}$ . Материал образца – сталь Ст.3, модуль продольной упругости для которой  $E=2 \cdot 10^5 \text{МПа}$ . Напряжения определяют методом электротензометрирования, для чего в семи точках боковой поверхности его опасного сечения **A–A** наклеивают датчики сопротивления. Тензодатчики подключены к прибору ИД. Образец закрепляют в захватах лабораторной установки СМ–1 (рис.10 и рис.11).

Величина смещения определяется по формуле:

$$e = \frac{I_{z_0}}{R_0 \cdot A} = \frac{b \cdot h^3}{12 \cdot R_0 \cdot b \cdot h} = \frac{h^2}{12 \cdot R_0} = \frac{60^2}{12 \cdot 70} = 4.3 \text{мм}.$$

Размещение тензорезисторов на стержне в сечении **A-A** показано на рис.9. Отметим координаты  $y_i$  точек 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 от нейтральной оси **Z**:

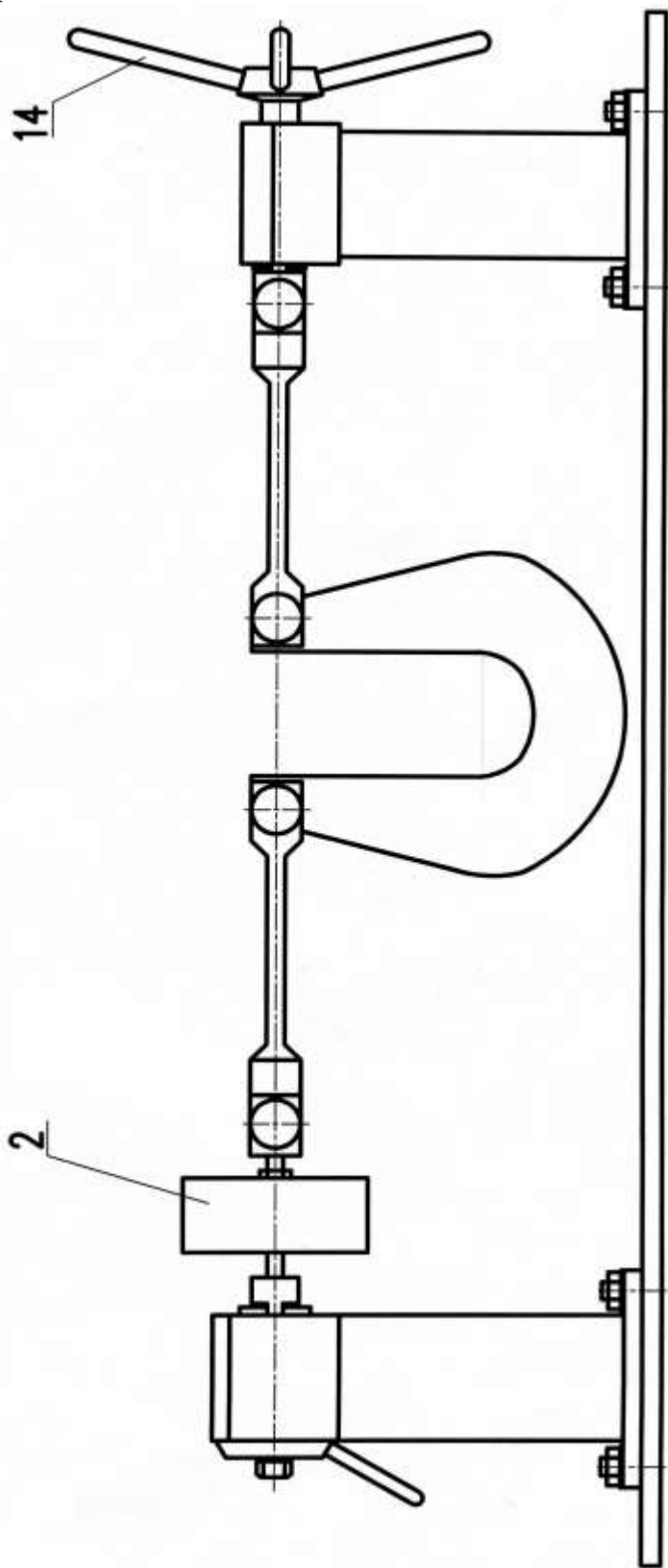


Рис.10. Схема экспериментальной установки

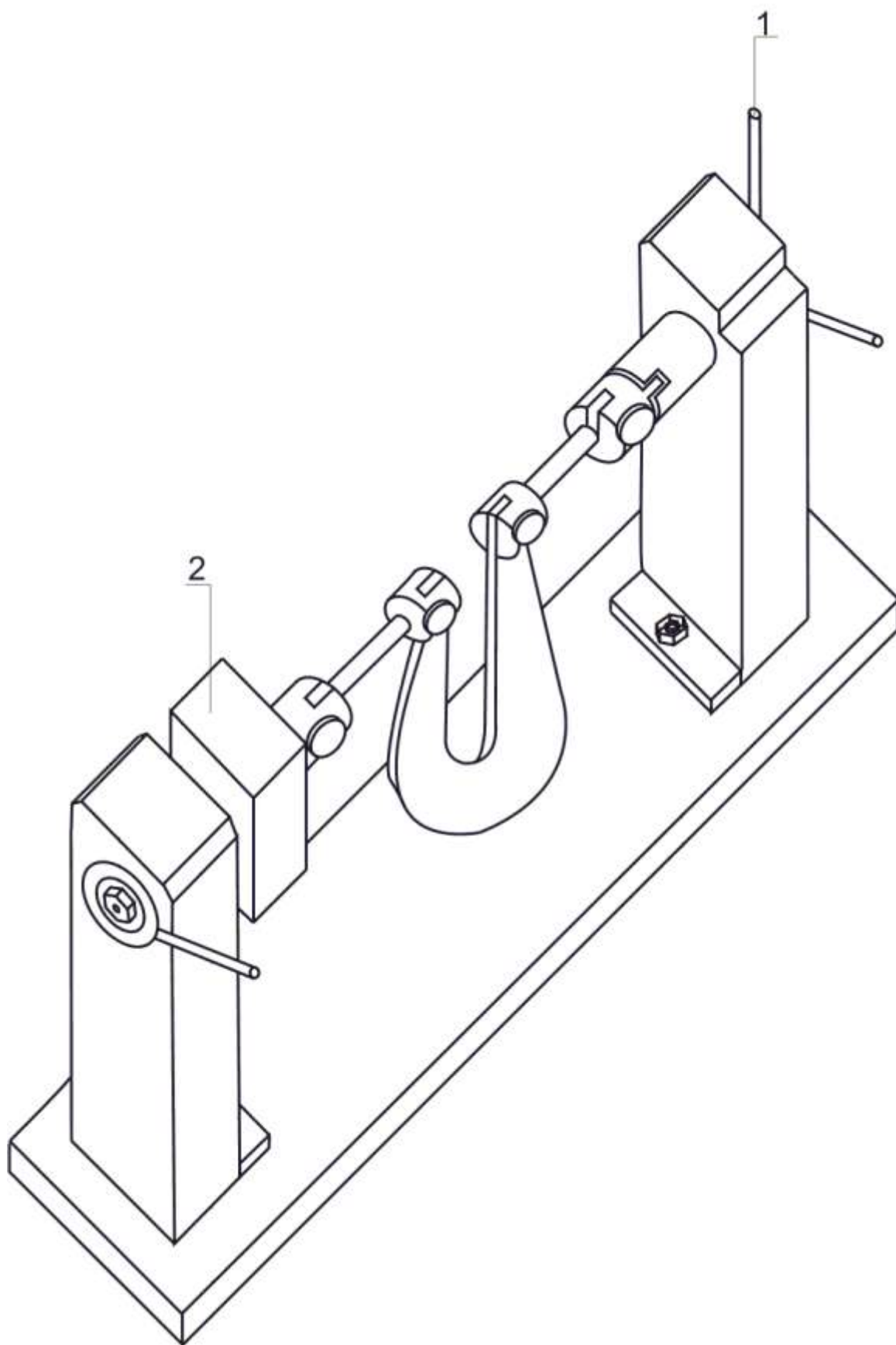


Рис.11. Общий вид экспериментальной установки

$y_1=25,7\text{мм}; y_2=16,7\text{мм}; y_3=6,7\text{мм}; y_4=3,3\text{мм};$   
 $y_5=13,3\text{мм}; y_6=24,3\text{мм}; y_7=34,3\text{мм}.$

### 4.3. Порядок проведения испытаний

1. Нагрузить образец последовательно силами **1кН, 2 кН, 3кН, 4кН** путем вращения штурвала **1** (рис.10 и рис.11), контролируя значение силы с помощью датчика усилий **2**.

2. На каждой ступени нагружения снять показания блока **ИД** для всех семи датчиков.

3. Закончив испытания, разгрузить образец.

4. Подсчитать среднюю разность показаний прибора ИД для каждого тензорезистора  $\Delta n_i$ , соответствующую усилию  $\Delta P=1\text{кН}$ .

5. Определить экспериментальные значения  $\sigma_{\text{экс}} = \Delta n_i \cdot K$ .

6. По формуле (6) определить теоретические значения напряжений в точках **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7** при нагрузке  $\Delta P=1\text{кН}$ .

7. По найденным величинам построить эпюру распределения нормальных напряжений в опасном сечении кривого бруса и сравнить ее с эпюрой, полученной на основании теоретического расчета.

Запись результатов наблюдений ведется в лабораторном журнале (табл. 4).

Таблица 4

P, кН	Показания тензорезисторов							Разность показаний тензорезисторов $\Delta n$ для ступени нагрузки $\Delta P=1\text{кН}$						
	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7
1														
2														
3														
4														
Средняя разность показаний для резистора $\Delta n_i$														
Напряжения (МПа)							$\sigma^T$							
							$\sigma_{\text{экс}}$							

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5

### Исследование напряжений в зоне расположения концентратора

Цель работы: исследование распределения напряжений в поперечном сечении пластины, ослабленном двумя полукруглыми вырезами; определение коэффициента концентрации напряжений в вырезе.

#### 5.1. Краткие теоретические сведения

Концентрацией напряжений называется явление резкого увеличения напряжений в зоне изменения конфигурации детали. Причинами, вызывающими концентрацию напряжений, являются отверстия, выточки, вырезы, галтели и т.п. Они называются концентраторами напряжений. Изменение напряжений имеет локальный характер и сопровождается быстрым затуханием напряжений при удалении от зоны концентратора. Несмотря на то, что зона возмущения поля напряжений ограничена, для прочности конструкций концентрация напряжений опасна, так как уровень напряжений вблизи концентратора очень высок.

Коэффициент концентрации напряжений  $K_{\sigma}$  определяется по формуле:

$$K_{\sigma} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{ном}}}, \quad (7)$$

где  $\sigma_{\max}$  – наибольшее местное напряжение в зоне концентратора (в зоне вырезки);

$\sigma_{\text{ном}}$  – номинальное напряжение, представляющее собой усредненное напряжение по сечению, ослабленному концентратором, без учета концентрации напряжений.

#### 5.2. Образцы, измерительные приборы и испытательная установка

Схема испытательной установки показана на рис.12 и рис.13. Испытуемый образец представляет собой двутавровую балку длиной  $3L=750$  мм, имеющую в зоне чистого изгиба полосу прямоугольного сечения с размерами  $250 \times 90 \times 4$  мм, в которой выполнены два полукруглых выреза радиусом  $r=5$  мм (рис.14). Нагружение образца происходит винтовым прессом **1** со штурвалом **2** через прижимную планку **3** с закрепленным на ней датчиком силы **4**. Часть образца длиной  $L$  между опорами планки испытывает чистый изгиб. В средней части зоны чистого изгиба выполнены два концентратора напряже-



ний. В этом же сечении наклеены девять тензорезисторов для определения напряжений при изгибе. По показаниям датчиков можно судить о распределении напряжений в сечении **A-A**, ослабленном концентратором. Размещение тензорезисторов в сечении **A-A** показано на рис.14.

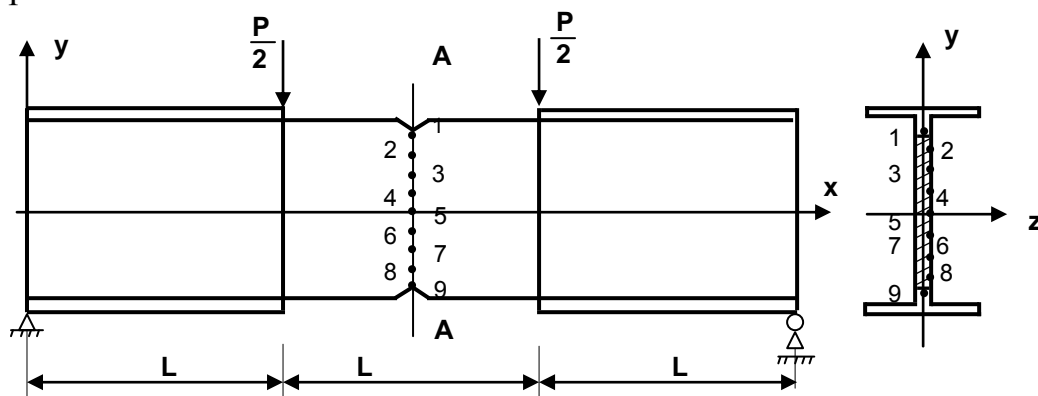


Рис.14. Схема расположения тензорезисторов в сечении **A-A**

При этом расстояния точек **1** и **9** от оси **Z** равны  $y_1=y_9=40\text{мм}$ , точек **2** и **8** соответственно –  $y_2=y_8=37\text{мм}$ , точек **3** и **7** соответственно –  $y_3=y_7=30\text{мм}$ , точек **3** и **6** соответственно –  $y_3=y_6=15\text{мм}$ . Точка **5** расположена на нейтральной оси **Z**, поэтому  $y_5=0$ .

Номинальное напряжение в сечении **A-A** балки

$$\sigma_{\text{ном}} = \frac{M_z}{W_z} = \frac{3PL}{bh^2}, \quad (8)$$

где **P** – сила, развиваемая нагружающим устройством;

**b** – ширина сечения, **b=4 мм**;

**h** – высота ослабленного сечения, **h=80 мм**.

Экспериментальным путем значения напряжений по высоте сечения балки определяются по формуле (4).

### 5.3. Порядок проведения испытаний

1. Нагрузить балку предварительной силой **P=0.5кН**.
2. Снять показания **ИД** со всех девяти тензорезисторов.
3. Последовательно нагрузить балку силами **2.5кН** и **4.5кН**, контролируя значения силы по блоку измерения усилий **БИУ**.
4. На каждом уровне нагружения снять показания **ИД** в соответствии с п. 2.

5. Определить среднюю разность показаний ИД  $\Delta n_i$  для каждого тензорезистора для ступени нагрузки  $\Delta P=2\text{кН}$ .

6. Определить деформацию во всех точках, соответствующую приращению силы  $\Delta P=2\text{кН}$ :

$$\varepsilon_i = K \cdot \Delta n_i,$$

где  $K$  – цена деления единицы ИД.

7. Определить напряжения во всех точках, соответствующих  $\Delta P=2\text{кН}$ , по формуле:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon_i,$$

где  $E=2,1 \cdot 10^5$  МПа – модуль нормальной упругости стали.

8. Найти номинальные значения напряжения по формуле (8).

9. Подсчитать коэффициент концентрации напряжений по формуле (7). Сопоставить полученные значения  $\sigma_{\text{ном}}$ ,  $\sigma_{\text{max}}$  и  $K_\sigma$  и сделать заключения о характере распределения напряжений в зоне концентрации.

Запись результатов наблюдений ведется в лабораторном журнале (табл. 5).

Таблица 5

P, кН	Показания резисторов									Разность показаний тензорезисторов $\Delta n$ для ступени нагрузки $\Delta P=0,5$ кН								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,5																		
2,5																		
4,5																		
Средняя разность показаний для резистора $\Delta n_i$																		
Относительная деформация $\varepsilon_i$																		
Напряжения, МПа										$\sigma^T$								
										$\sigma^{\text{экс}}$								

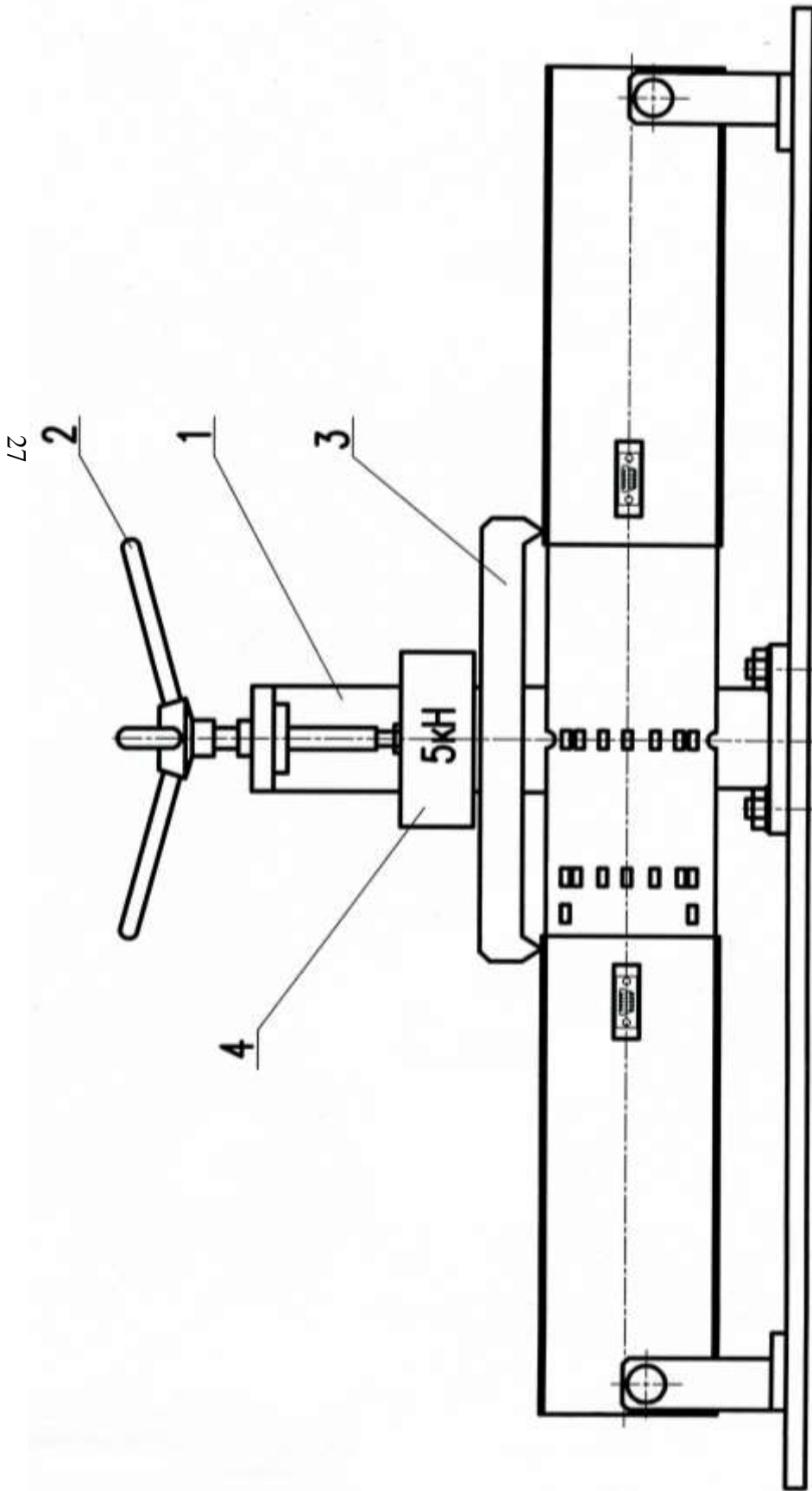


Рис.12. Схема экспериментальной установки

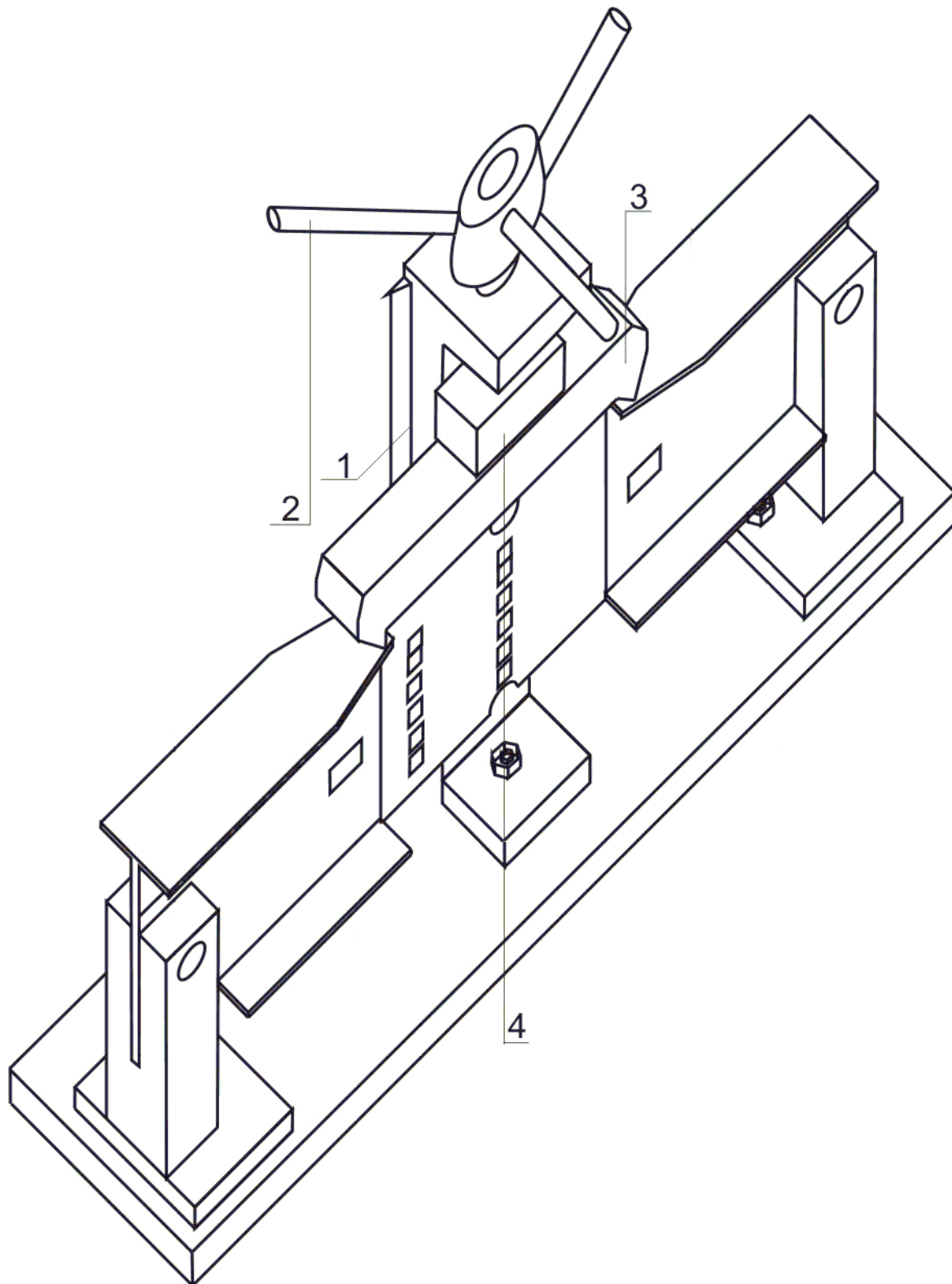


Рис.13. Общий вид экспериментальной установки  
**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №6**

## Определение модуля сдвига при кручении

Цель работы: экспериментальное определение величины модуля сдвига и сопоставление с теоретическими значениями.

### 6.1. Краткие теоретические сведения

При кручении круглого сплошного или кольцевого стержня в пределах упругих деформаций угол закручивания  $\varphi$  связан с крутящим моментом  $M_K$  следующей зависимостью:

$$\varphi = \frac{M_K \cdot \ell}{G \cdot I_p},$$

где  $\ell$  – длина участка стержня;

$I_p$  – полярный момент инерции сечения;

$G$  – модуль сдвига (модуль упругости второго рода).

Отсюда

$$G = \frac{M_K \cdot \ell}{\varphi \cdot I_p}.$$

На практике модули сдвига определяют по приращению взаимного угла поворота сечений  $\Delta\varphi$  на участке стержня длиной  $\ell$ , вызванного действием крутящего момента  $\Delta M_K$ , величина которого соответствует

$$\Delta M_K = \Delta F \cdot a,$$

где  $\Delta F$  – ступень приращения силы;

$a$  – плечо рычага **1** (рис.15).

Таким образом

$$G = \frac{\Delta F \cdot a \cdot \ell}{\Delta\varphi \cdot I_p}. \quad (9)$$

### 6.2. Образцы, измерительные приборы, испытательная установка

Схема экспериментальной установки представлена на рис.14 и рис.15. Осевой конец стального образца кольцевого сечения **9** закреплен в стойке **2**. Внутренний диаметр  $d=16\text{мм}$ , наружный диаметр  $D=20\text{мм}$ . К свободному концу образца прикреплен рычаг **1**. Длина ры-

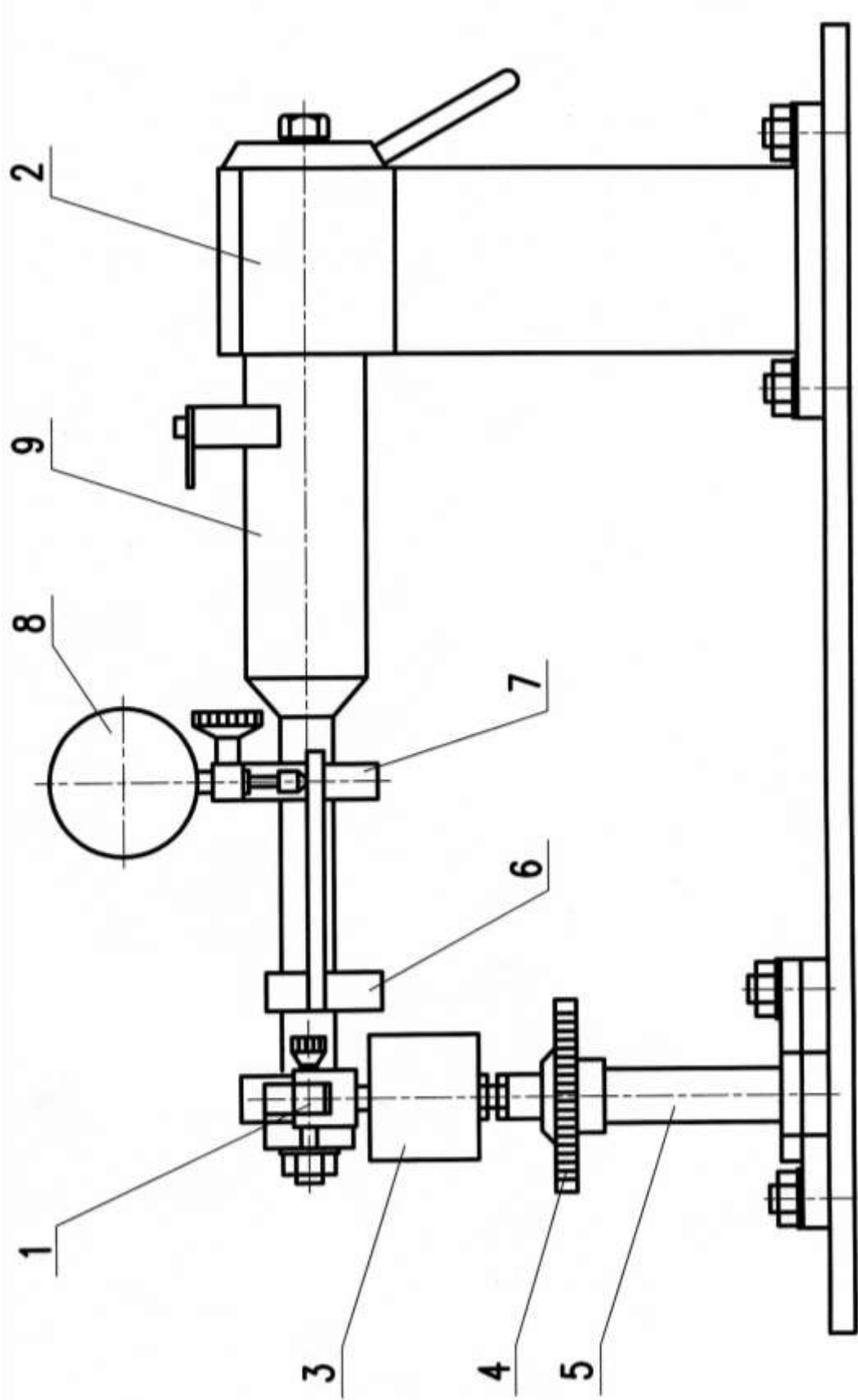


Рис.14. Схема экспериментальной установки

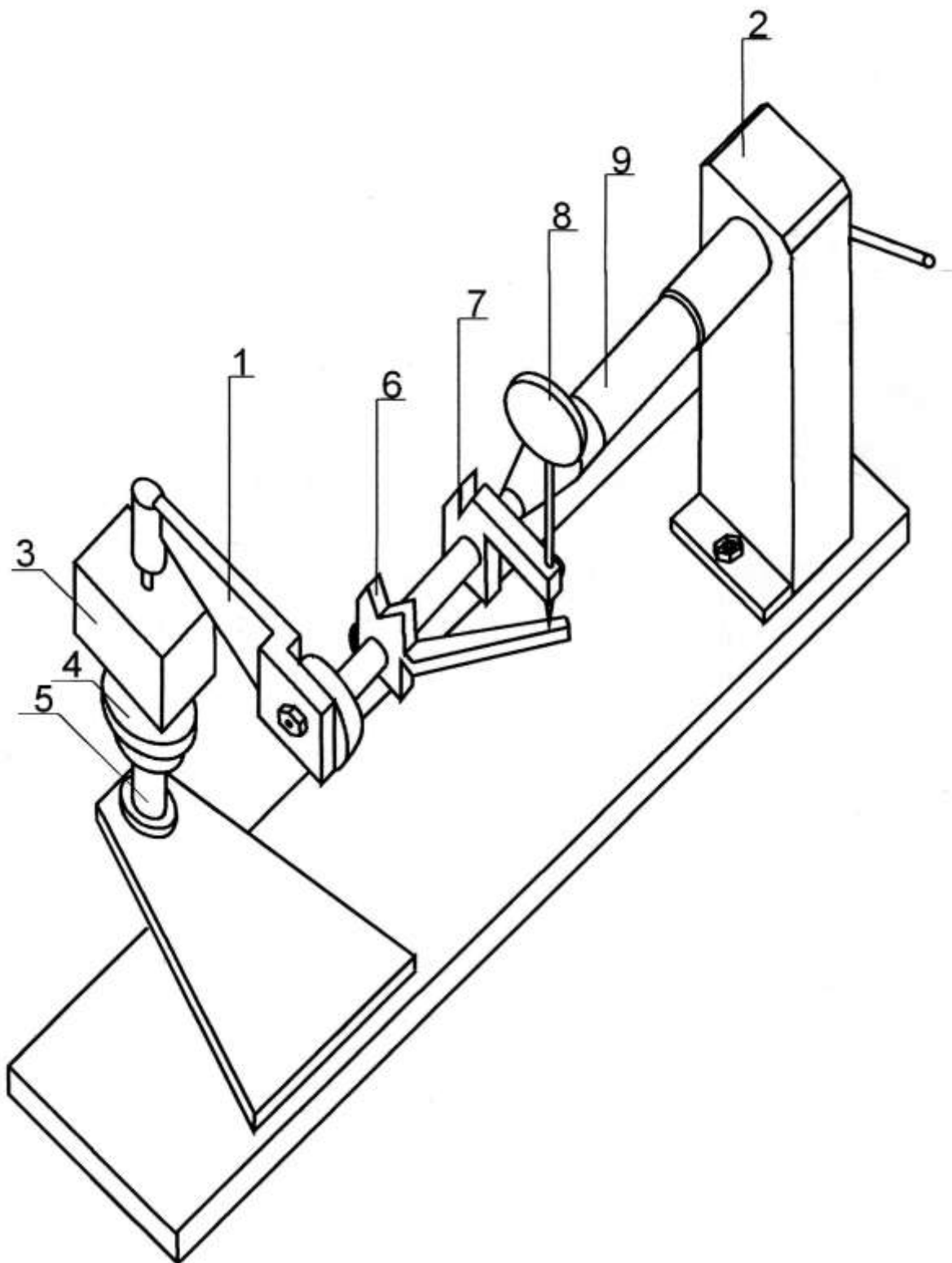


Рис.15. Схема экспериментальной установки

чага  $a=0,2\text{м}$ . Свободный конец рычага через датчик усилий **3** и гайку **4** соединяются со стойкой **5**. Нагружение образца крутящим моментом осуществляется вращением гайки **4**. Нагружающая сила контролируется по показаниям блока **БИУ**. На образце **9** расположены два установочных кольца **6** и **7**, расстояние между которыми (база механического угломера)  $L=80\text{мм}$ . При кручении образца одно кольцо поворачивается относительно другого, вследствие чего планка, жестко закрепленная на кольце **6**, переместит подвижный шток индикатора **8**, установленного на втором кольце **7**. Перемещение стрелки индикатора пропорционально углу закручивания образца. Для определения угла закручивания  $\Delta\varphi$  достаточно разность показаний индикатора  $\Delta n$  умножить на цену деления индикатора  $\alpha=0,01\text{мм}$  и разделить на базу угломера  $L$ .

Таким образом

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta n \cdot \alpha}{L} .$$

### 6.3. Порядок проведения испытаний

1. Произвести предварительное нагружение образца для устранения зазоров в системе силой  $P=100\text{Н}$  посредством вращения нагружающей гайки **19**.

2. Снять показания индикатора **8**.

3. Последовательно нагрузить образец силами **200Н**, **300Н**, **400Н**, контролируя значения силы по блоку измерения усилий **БИУ**.

4. На каждом уровне нагружения снять показания индикатора угломера.

5. Подсчитать среднюю разность показаний индикатора угломера  $\Delta n$ , соответствующую приращению силы  $\Delta P=100\text{Н}$ .

6. Вычислить угол закручивания, соответствующий приращению силы  $\Delta P=100\text{Н}$  по формуле

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta n \cdot \alpha}{L} ,$$

где  $L$  – база механического угломера или длина вылета кронштейна крепления индикаторной головки,  $L=80\text{мм}$ .

7. Вычислить по формуле (9) модуль сдвига  $G$  и сравнить с табличным значением. Подсчитать процент расхождения.

Запись результатов наблюдений ведется в лабораторном журнале (табл. 6).



Таблица 6

Р, Н	Показания индикатора угломера	Разность показаний
100		
200		
300		
400		
Средняя разность показаний $\Delta n$ для ступени нагрузки $\Delta P=100$ Н		
Угол закручивания для ступени нагрузки $\Delta P=100$ Н		

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №7

### Определение критической силы в центрально сжатых стержнях

Цель работы: наблюдение за явлением потери устойчивости гибкого стержня, определение опытным путем величины критической силы и сравнение ее с результатами расчета.

#### 7.1. Краткие теоретические сведения

При нагружении прямолинейного стального стержня, закрепленного по концам продольной центрально приложенной сжимающей нагрузкой, стержень вначале сохраняет свою прямолинейную форму, а затем при определенной нагрузке внезапно выпучивается (искривляется). Наименьшая центрально приложенная сжимающая сила, которая выводит стержень из прямолинейного устойчивого равновесия, называется критической силой  $P_{кр}$ . Потерю устойчивости сжатого прямолинейного стержня называют продольным изгибом. Появление продольного изгиба опасно тем, что при незначительном увеличении сжимающей силы больше критической, прогибы стержня, т.е.

отклонения от прямолинейного равновесного положения, нарастают очень быстро.

Теоретическое значение критической силы  $P_{кр}$  для сжатого стержня, теряющего устойчивость при упругих деформациях, определяется по формуле Эйлера:

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{\min}}{\mu \cdot l^2}, \quad (10)$$

где  $E$  – модуль продольной упругости материала стержня,  $E=2 \cdot 10^5$  МПа;

$I_{\min}$  – минимальный осевой момент инерции сечения стержня (для прямоугольного сечения  $I_{\min} = \frac{b \cdot h^3}{12}$ );

$h$  – высота (меньшая сторона) сечения;

$b$  – ширина (большая сторона) сечения;

$\mu$  – коэффициент приведения длины, зависящий от способа закрепления стержня, для стержня с шарнирным закреплением концов  $\mu=1$ ;

$l$  – длина стержня.

Критическое напряжение, возникающее в момент потери устойчивости:

$$\sigma_{кр} = \frac{P_{кр}}{A} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{\min}}{\mu^2 \cdot l^2 \cdot A} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\mu \cdot l / i_{\min}^2} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2}, \quad (11)$$

где  $A$  – площадь поперечного сечения,  $A=b \cdot h$ ;

$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}}$  – минимальный радиус инерции сечения стержня;

$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}}$  – гибкость стержня.

Поскольку формулы (10) и (11) справедливы лишь тогда, когда напряжение  $\sigma_{кр}$  не превышает предела пропорциональности  $\sigma_{пц}$  (для стали  $\sigma_{пц}=200$  МПа):

$$\sigma_{кр} \leq \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2} \leq \sigma_{пц},$$

легко найти предельную гибкость стержня  $\lambda_{пред}$ , при которой его еще можно рассчитывать на устойчивость по формуле Эйлера (10):

$$\lambda_{пред} = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E}{\sigma_{пц}}} = \sqrt{\frac{3,14 \cdot 2 \cdot 10^5}{200}} = 100.$$

Следовательно, формула Эйлера (10) для определения  $P_{кр}$  применима для стальных стержней, если

$$\lambda \geq \lambda_{пред} = 100.$$

## 7.2. Образцы, измерительные приборы, испытательная установка

Схема испытательной установки представлена на рис.16 и рис.17.

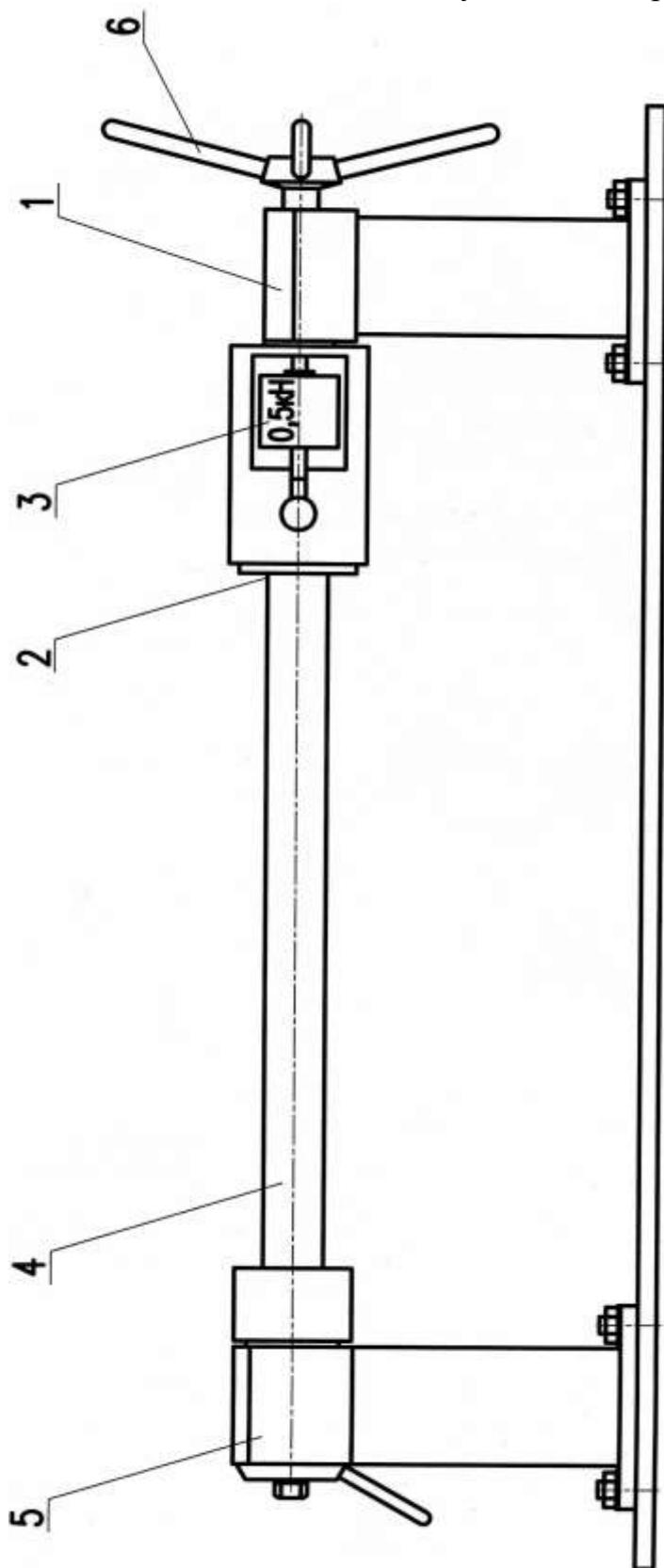


Рис.16. Схема экспериментальной установки

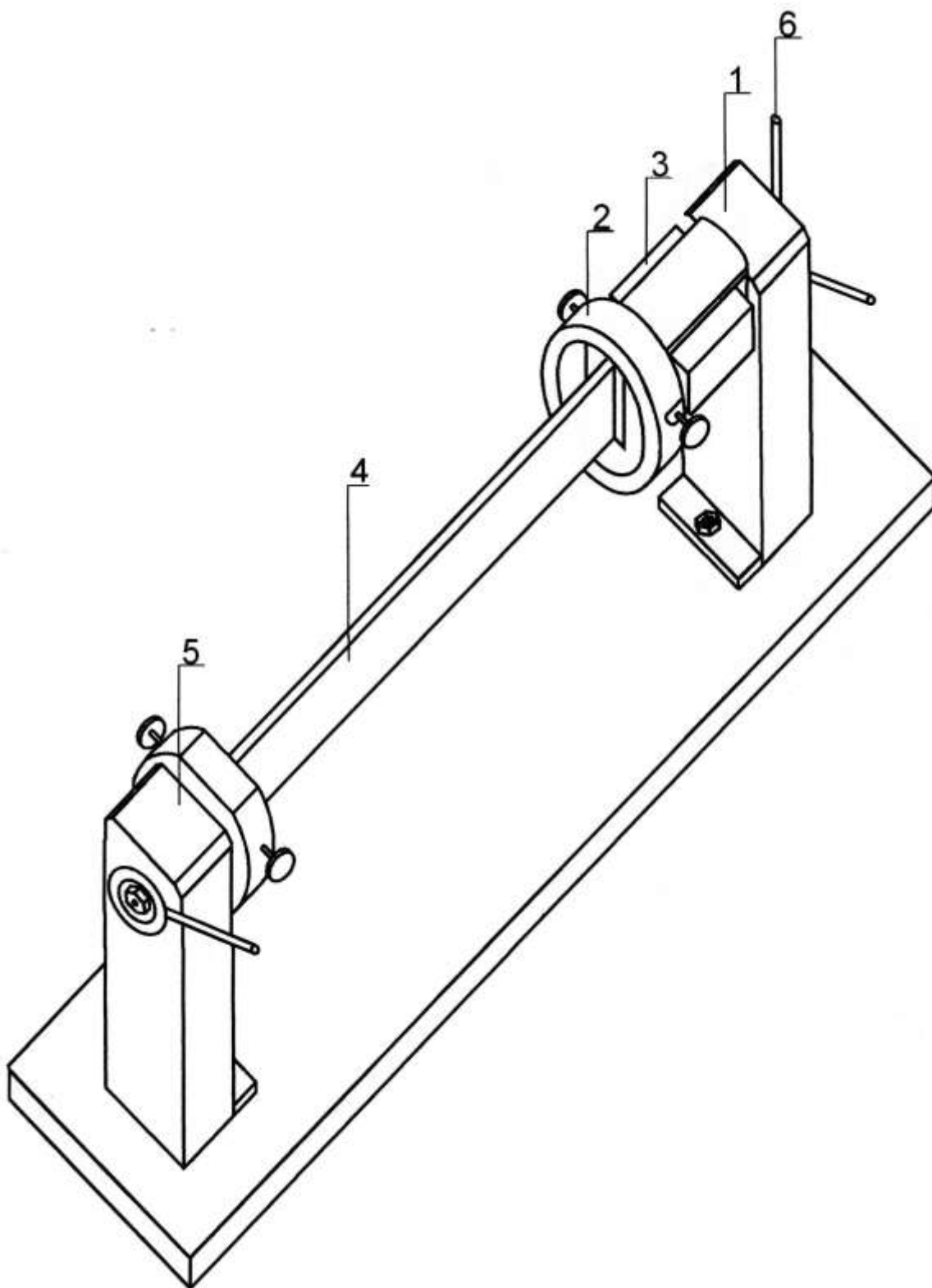


Рис.17. Схема экспериментальной установки

Правый конец стального призматического образца прямоугольного сечения **4** в сборе с ползуном **2** через датчик усилий **3** закреплен в опорной стойке **1**. Левый конец образца установлен в стойке **5**. В установке реализовано шарнирное закрепление концов образца **4**. Осевое сжатие образца осуществляется путем вращения штурвала **6**. Усилие сжатия контролируется по показаниям датчика усилий **3**. Длина образца  $\ell = 450 \text{ мм}$ . Размеры сечения  $b \times h = 35 \times 2 \text{ мм}$ .

### 7.3. Порядок проведения испытаний

1. Плавно нагружать стержень сжимающей силой. Следить за значениями силы по показаниям блока измерения усилий.
2. Определить критическую силу по началу интенсивного роста прогибов стержня при практически неменяющейся силе.
3. Медленно разгрузить стержень. При этом стержень должен вернуться в исходное состояние.
4. Вычислить по формуле (10) теоретическое значение критической силы  $P_{кр}$ .
5. Сравнить значения критических нагрузок, полученных экспериментально и вычисленных теоретически. Подсчитать процент расхождения.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №8

### Определение перемещений в балке при изгибе

Цель работы: экспериментальное определение значений прогибов и углов поворота сечений балки и их сравнение с теоретическими значениями.

#### 8.1. Краткие теоретические сведения

При плоском поперечном изгибе плоскость изогнутой оси балки совпадает с плоскостью действия нагрузок.

Используя изложенный в теоретической части курса «Сопротивление материалов» метод определения деформаций балок, имеем:

$$E \ddot{y}'' = M_z \kappa,$$

где  $M_z(x)$  – изгибающий момент в сечении с координатой  $x$ ;

$E$  – модуль продольной упругости;

$I$  – осевой момент инерции.

Согласно рис. 18

$$M_z \text{ в } x = \frac{P}{2} \cdot x - P \left( x - \frac{\ell}{2} \right).$$

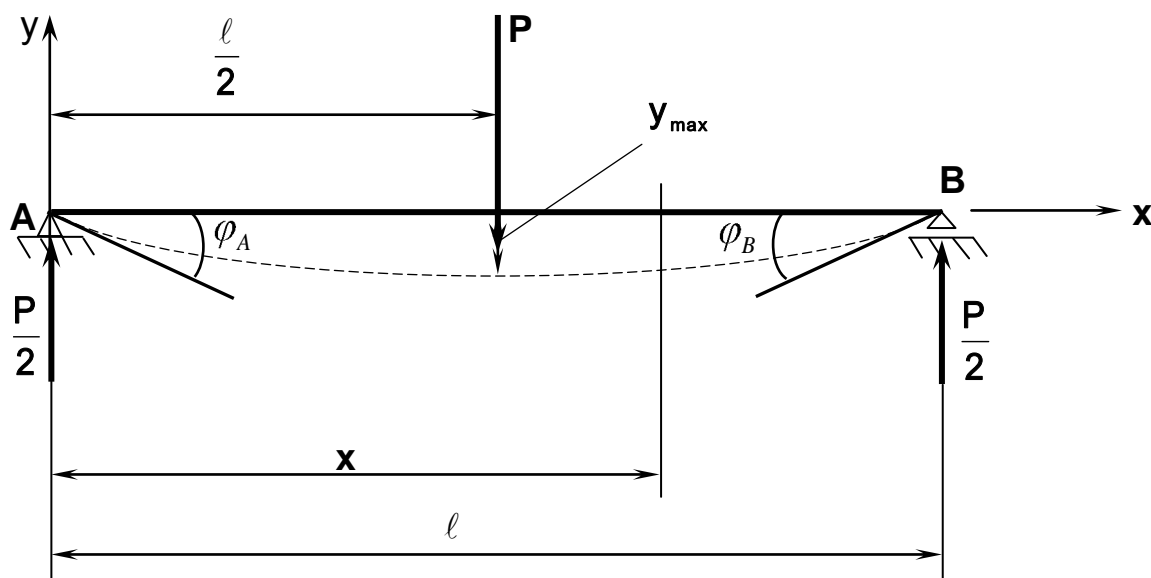


Рис. 18. Схема деформации балки под нагрузкой

Для определения перемещений используется метод начальных параметров. Универсальные уравнения метода начальных параметров для рассматриваемой задачи имеют вид:

$$\varphi = \frac{1}{EI} \left[ EI\varphi_0 + \frac{P}{4} \cdot x^2 - \frac{P}{2} \left( x - \frac{\ell}{2} \right)^2 \right],$$

$$y = \frac{1}{EI} \left[ EIy_0 + EI\varphi_0 \cdot x + \frac{P}{12} \cdot x^3 - \frac{P}{6} \left( x - \frac{\ell}{2} \right)^3 \right],$$

где  $\varphi$ ,  $y$  – угол поворота и прогиб сечения с координатой  $x$ ;

$\varphi_0$ ,  $y_0$  – начальные параметры или угол поворота и прогиб сечения в начале координат.

Граничные условия записываем следующим образом:

1. на опоре **A** при  $x=0$       $y_A=0$ ;
2. на опоре **B** при  $x=\ell$       $y_B=0$ .

Из первого условия следует, что  $y_0=0$ , из второго –  $\varphi_0 = -\frac{P\ell^2}{16EI}$ .

Уравнения углов поворота и прогиба принимают вид:

$$\varphi = \frac{1}{EI} \left[ -\frac{Pl^2}{16} + \frac{P}{4} \cdot x^2 - \frac{P}{2} \left( x - \frac{\ell}{2} \right)^2 \right];$$

$$y = \frac{1}{EI} \left[ -\frac{Pl^2}{16} \cdot x + \frac{P}{12} \cdot x^3 - \frac{P}{6} \left( x - \frac{\ell}{2} \right)^3 \right].$$

Тогда искомые перемещения угол поворота сечения на левой опоре  $\varphi_A$  и на правой опоре  $\varphi_B$ , а также прогиб посередине пролета  $Y_{\max}$  определяются по формулам:

$$\varphi_A = \varphi /_{x=0} = -\frac{Pl^2}{16EI};$$

$$\varphi_B = \varphi /_{x=\ell} = \frac{Pl^2}{16EI};$$

$$Y_{\max} = y /_{x=\frac{\ell}{2}} = -\frac{Pl^3}{48EI}.$$

## 8.2. Образцы, измерительные приборы, испытательная установка

Схема экспериментальной установки представлена на рис.19 и рис.20. Испытания производятся на балке **1** прямоугольного  $b \times h = 30 \times 5$  мм сечения, расположенной на двух шарнирных опорах. Расстояние между опорами  $L = 666$  мм. Балка загружается сосредоточенной силой  $P$  посередине пролета. Вследствие симметрии системы максимальный прогиб  $Y_{\max}$  имеет место посередине пролета, а углы поворота опорных сечений  $\varphi_A$  и  $\varphi_B$  равны по абсолютной величине. Для определения перемещений используются индикаторы часового типа **2, 3, 4**. Перемещение  $Y_{\max}$ ,  $\varphi_A$ ,  $\varphi_B$  определяют следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} Y_{\max} &= \Delta n_1 \cdot \alpha \\ \varphi_A &= \frac{\Delta n_2 \cdot \alpha}{r} \\ \varphi_B &= \frac{\Delta n_3 \cdot \alpha}{r} \end{aligned} \right\} (12)$$

где  $\Delta n_1, \Delta n_2, \Delta n_3$  – разность показаний индикаторов **5, 12, 15**;

$\alpha$  – цена деления индикатора,  $\alpha = 0,01$  мм;

$r$  – расстояние от оси  $X$  балки до ножки индикатора.

### 8.3. Порядок проведения испытаний

1. Снять показания индикаторов 2, 3, 4.
2. Нагрузить балку посередине пролета силой  $P=40\text{ Н}$ .

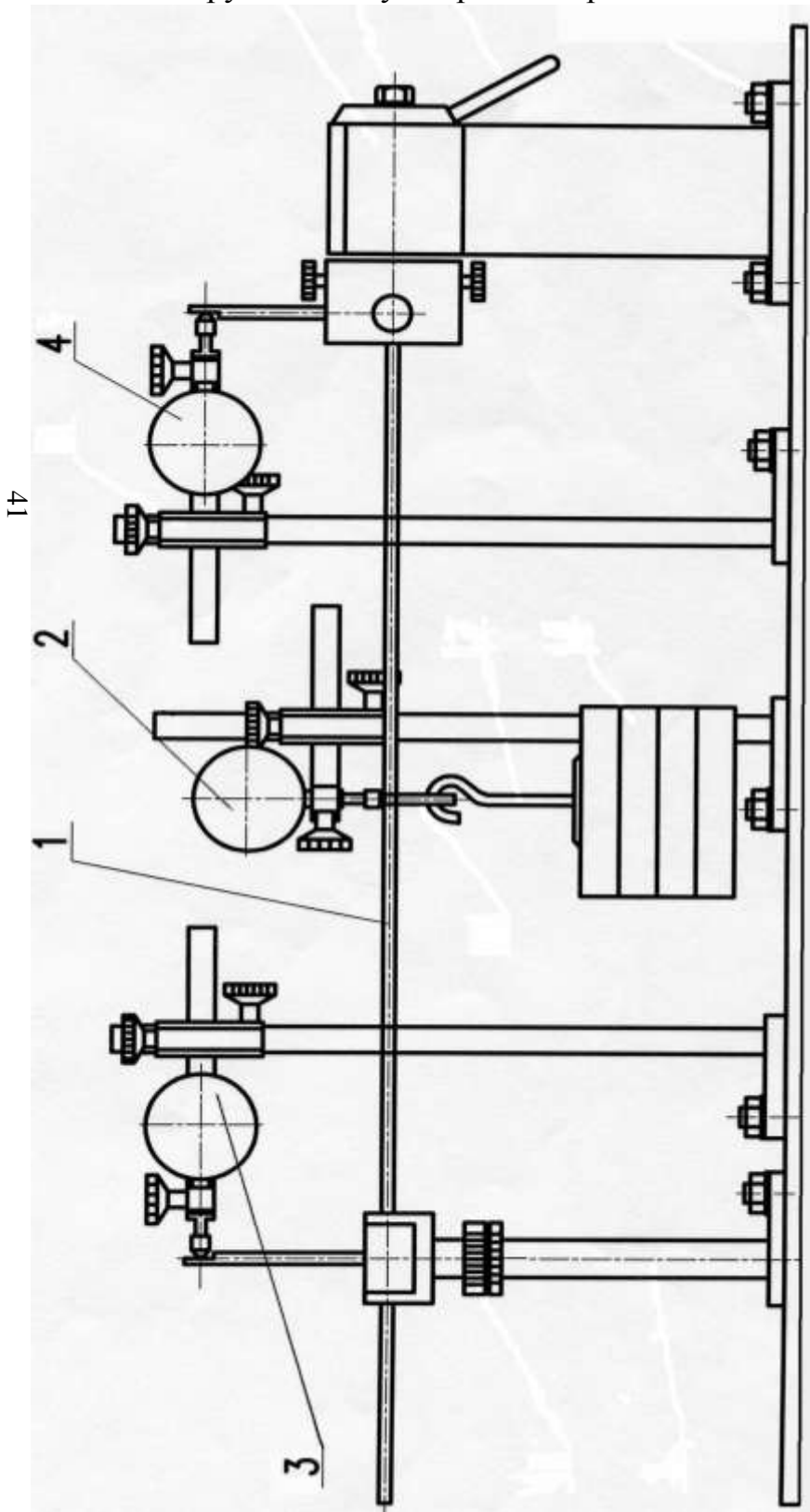


Рис.19. Схема экспериментальной установки



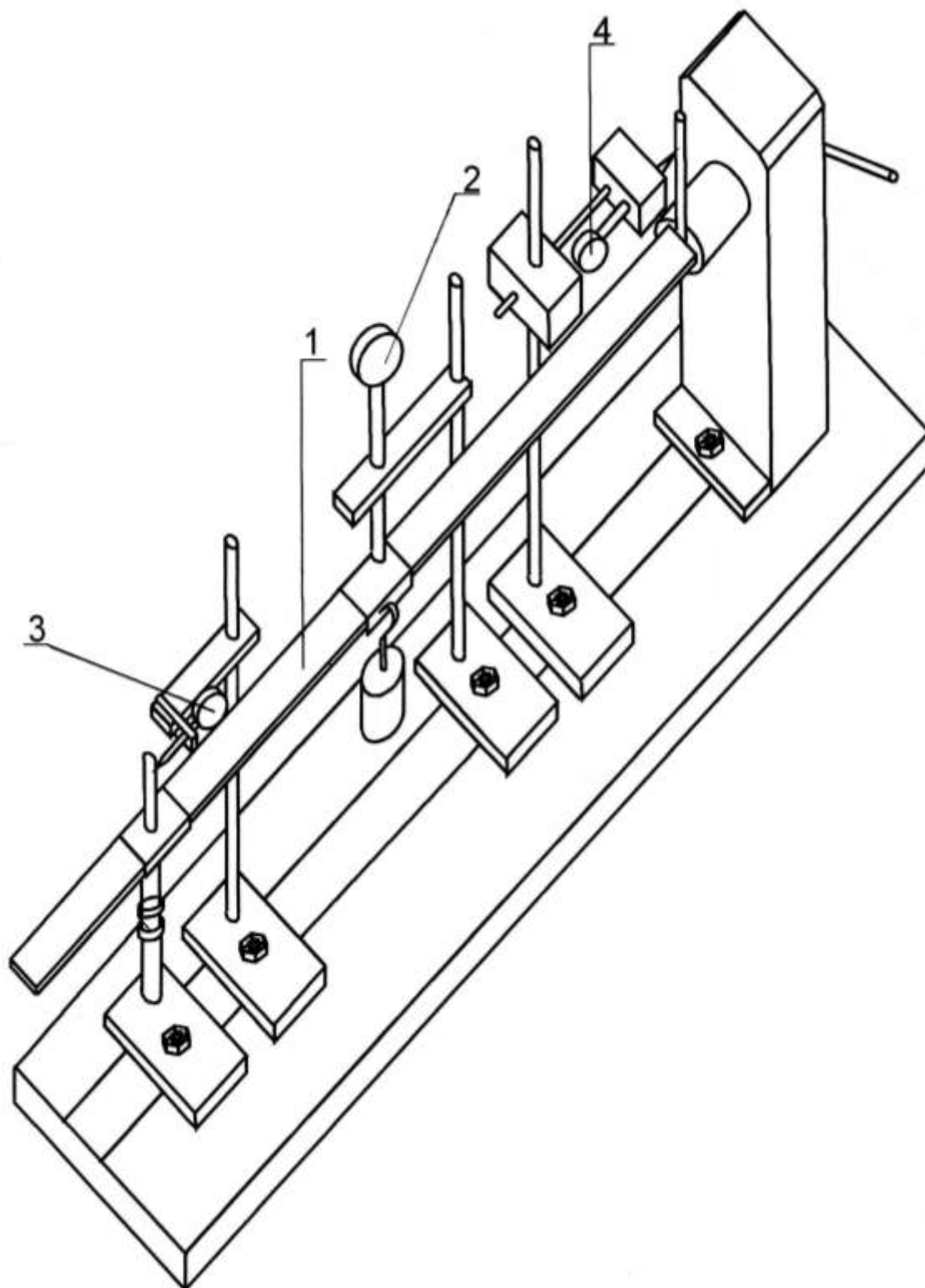


Рис.20. Схема экспериментальной установки

3. Снять показания индикаторов **2, 3, 4**.

4. Определить разность показаний индикаторов  $\Delta n_1$ ,  $\Delta n_2$ ,  $\Delta n_3$ ; определить углы поворота опорных сечений  $\varphi_A$ ,  $\varphi_B$  и прогиб  $U_{\max}$  по формулам (12).

5. Сравнить экспериментальные и теоретические результаты.

6. Подсчитать процент расхождения.

Запись результатов наблюдений ведется в лабораторном журнале (табл. 7).

Таблица 7

P,	Показания тензорезисторов			Разность показаний тензорезисторов $\Delta n$ для ступени нагрузки $\Delta P=0,5$ кН		
	2	3	4	$\Delta n_2$	$\Delta n_3$	$\Delta n_4$
1,0						
2,0						
Углы поворота опорных сечений			$\varphi_A^T$ $\varphi_A^{\text{экс}}$ $\varphi_B^T$ $\varphi_B^{\text{экс}}$			
Прогиб посередине пролёта			$U_{\max}^T$ $U_{\max}^{\text{экс}}$			

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №9

#### Определение перемещений при косом изгибе

Цель работы: опытное определение прогиба свободного конца консольной балки и сравнение опытных результатов с теоретическими.

## 9.1. Краткие теоретические сведения

Косым изгибом называют изгиб, при котором плоскость действия изгибающего момента, возникающего в поперечном сечении, не проходит ни через одну из главных осей инерции сечения. Косой изгиб сводится к двум прямым изгибам в главных плоскостях. Перемещения точек оси стержня находят путем геометрического суммирования составляющих перемещений  $f_U$  и  $f_V$  по главным осям сечения  $U$  и  $V$ .

Если изгиб консольной балки прямоугольного сечения происходит относительно одной из главных осей, то плоскость изогнутой оси балки совпадает с плоскостью действия нагрузки. В этом случае прогиб свободного конца консоли определяется по формуле:

$$f = \frac{P\ell^3}{3EI}, \quad (13)$$

где  $P$  – сила, приложенная к концу балки;

$\ell$  – длина балки;

$EI$  – изгибная жесткость поперечного сечения балки относительно оси, перпендикулярной плоскости изгиба.

В рассматриваемом случае (рис. 21) балка повернута вокруг продольной оси  $x$  на угол  $\alpha$ . Сила  $P$  приложена вертикально к свободному концу балки.

Разложив силу  $P$  по главным осям ( $P_U = P \cdot \sin\alpha$ ,  $P_V = P \cdot \cos\alpha$ ) и используя вышеприведенную формулу (13), находим составляющие прогибов по осям  $U$  и  $V$  из выражений:

$$f_U = \frac{P_U \cdot \ell^3}{3EI_V}, \quad f_V = \frac{P_V \cdot \ell^3}{3EI_U}.$$

Тогда полный прогиб свободного конца балки

$$f^T = \sqrt{f_U^2 + f_V^2}. \quad (14)$$

## 9.2. Образцы, измерительные приборы, испытательная установка

Схема экспериментальной установки представлена на рис. 22 и рис. 23. Испытательная установка состоит из стальной консольной балки **1** прямоугольного сечения  $b \times h = 24 \times 12$  мм. Длина балки  $L = 650$  мм. Балка нагружена на свободном конце силой  $P$ . Устройство защемления позволяет поворачивать балку вокруг ее оси на любой угол. Вертикальные  $f_y$  и горизонтальные  $f_z$  перемещения свободного конца (рис. 23) определяются с помощью индикаторов **2** и **3**. Полное перемещение свободного конца

$$f^0 = \sqrt{f_y^2 + f_z^2}.$$

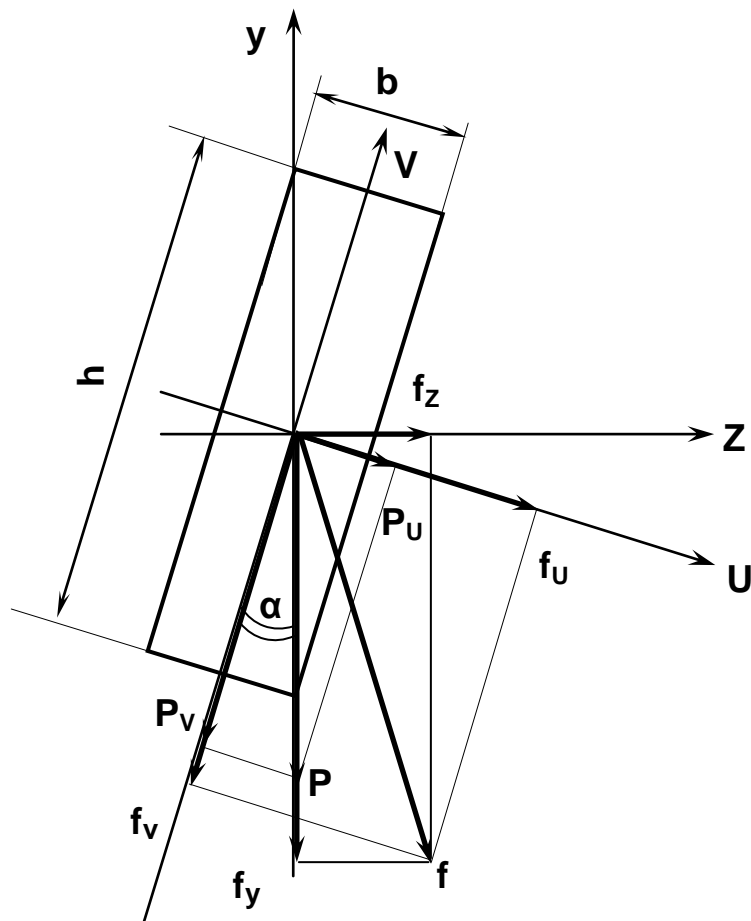


Рис. 21. Составляющие прогибов

### 9.3. Порядок проведения испытаний

1. Повернуть балку **1** под углом  $\alpha=30^\circ$  к вертикальной оси **y**. Зафиксировать ее положение винтом **4**.
2. Снять показания горизонтального **3** и вертикального **2** индикаторов.
3. Нагрузить последовательно стержень силой **10Н, 20Н, 30Н, 40Н**. На каждом уровне силы снять показания по **п.2**.
4. Определить  $f_{гор}$  и  $f_{вер}$  для ступени нагрузки  $\Delta P=10Н$ .
5. Определить опытное значение прогиба  $f^0 = \sqrt{f_{гор}^2 + f_{вер}^2}$ .
6. Определить теоретическое значение прогиба  $f^T$  по формуле (14).
7. Найти расхождение между теоретическими и опытными значениями

$$\Delta = \left| \frac{f^T - f^0}{f^T} \right| \cdot 100\%$$

Запись результатов наблюдений ведется в лабораторном журнале (табл. 8).

Таблица 8

Р, Н	Показания индикаторов		Разность показаний индикаторов для ступени нагрузки $\Delta P=10$ Н	
	горизонтального	вертикального	горизонтального	вертикального
10				
20				
30				
40				
Среднее значение прогибов		$f_{гор}$		
		$f_{верт}$		

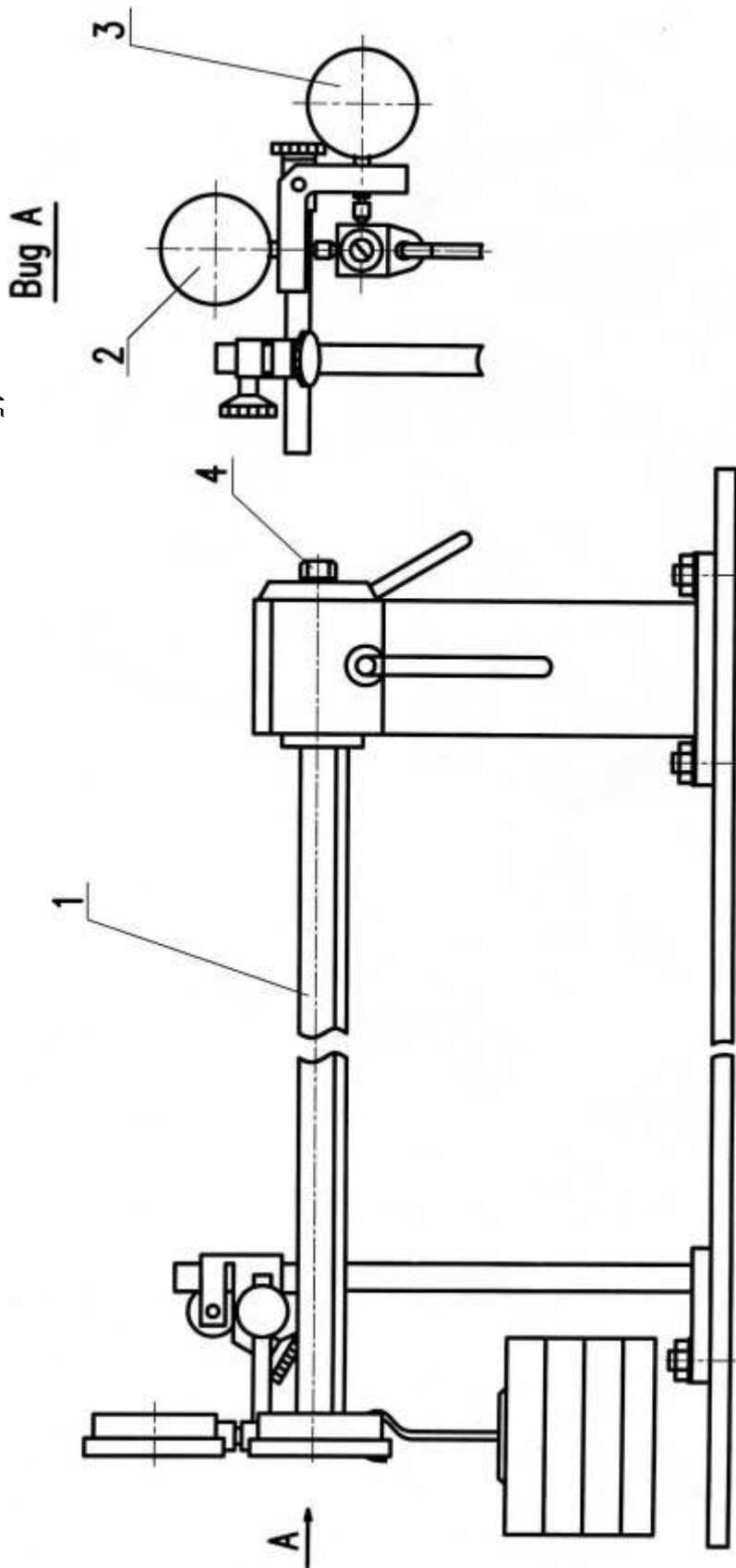


Рис.22. Схема экспериментальной установки

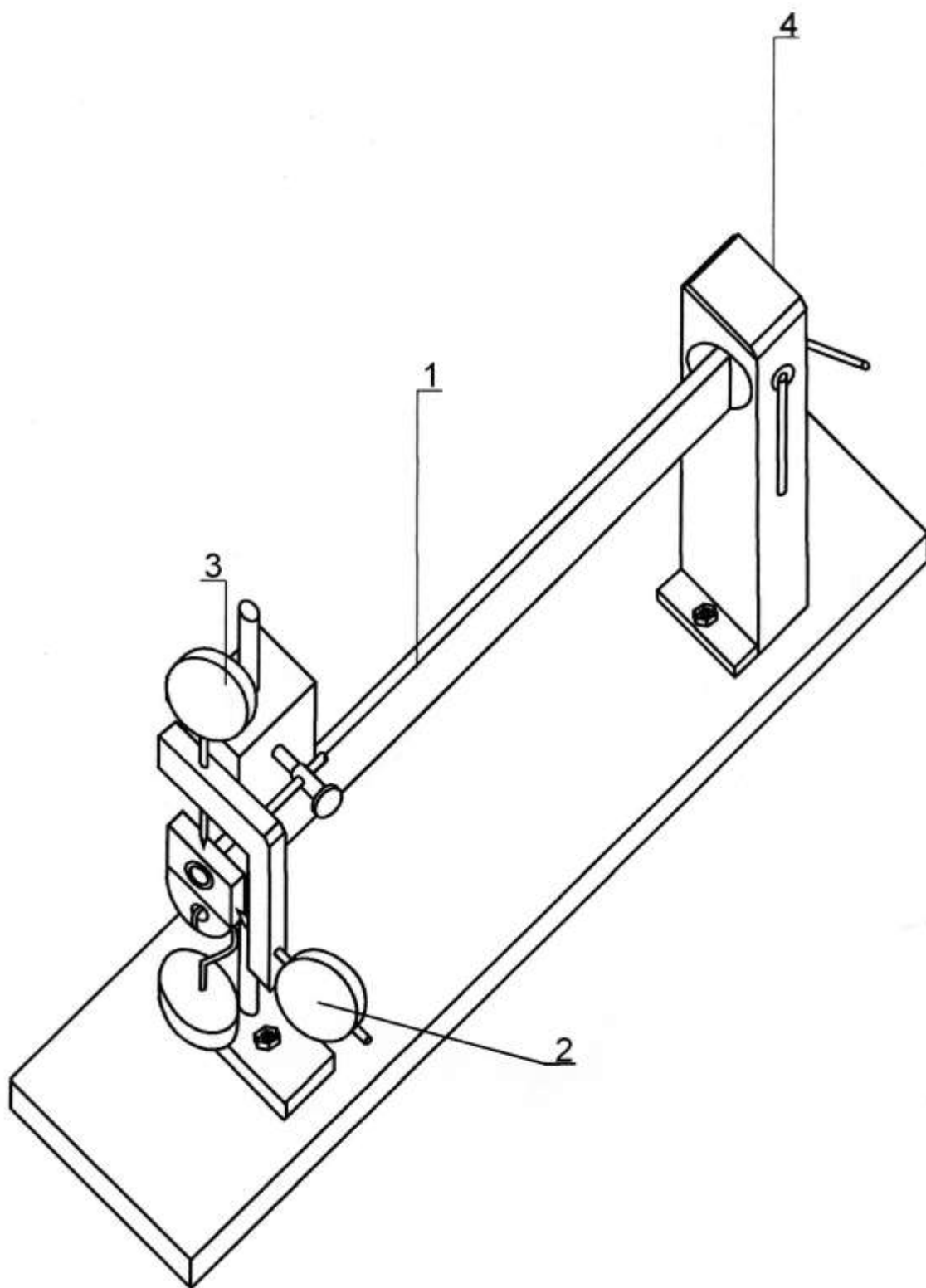


Рис.23. Схема экспериментальной установки

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №10

### Определение опорной реакции в статически неопределимой балке

Цель работы: экспериментальное и теоретическое определение “лишних” неизвестных в статически неопределенной системе.

#### 10.1. Краткие теоретические сведения

Балки, содержащие большее число связей, чем необходимо для их геометрической неизменяемости, называются статически неопределимыми. Степень статической неопределимости соответствует числу “лишних” неизвестных, т.е. тому числу неизвестных, которое превышает число уравнений равновесия. Для раскрытия статической неопределимости системы необходимо в дополнение к уравнениям равновесия составить уравнения перемещений в количестве, равном степени статической неопределимости системы.

Познакомимся с расчетом статически неопределимой двухпролетной балки (рис.24).

Рассмотрим опытное определение лишней неизвестной.

За лишнюю неизвестную в исследуемой конструкции можно принять реакцию любой опоры. Выберем в качестве таковой реакцию опоры **В**, то есть силу  $X_1$ . Уберем опору и установим в точке **В** индикатор **И** для определения перемещений. Запишем его показания при отсутствии силы **Р** (рис. 24, б).

Прикладываем силу **Р** и записываем новое показание индикатора, которое изменится на величину  $u_B$  вследствие изгиба балки (рис. 24, в).

Так как в исходной балке (рис. 24, б) прогиб в точке **В** равен нулю, то в этой точке необходимо приложить такую силу  $X_1$  (рис. 24, г), при которой отсчет по индикатору был бы равен первоначальному, т.е. необходимо “убрать” прогиб  $u_B$ , вызванный силой **Р**. Численное значение силы  $X_1$  является величиной реакции опоры **В**.

Рассмотрим теоретическое определение лишней неизвестной.

Теоретическое значение лишней неизвестной определим методом сил. Выберем для заданной (один раз) статически неопределимой балки (рис. 24, а) основную систему, полученную из заданной путем отбрасывания опоры **В**. Действие опоры **В** заменим ее реакцией  $X_1$  (рис. 25, а).

Каноническое уравнение метода сил имеет вид



$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1p} = 0,$$

где  $\delta_{11}$  – перемещение точки приложения силы  $X_1$  (точка В) в направлении действия этой силы от  $\bar{X}_1 = 1$ ;

$\Delta_{1p}$  – перемещение точки приложения силы  $X_1$  в направлении действия этой силы, вызванное внешней нагрузкой.

Коэффициенты  $\delta_{11}$  и  $\Delta_{1p}$  определим методом Мора, вычисляя интегралы Мора по способу Верещагина.

Напомним, что согласно способу Верещагина, интеграл от произведения двух функций, одна из которых является линейной, равен произведению площади первой (в общем случае криволинейной) эпюры на ординату второй (линейной) эпюры, расположенной под центром тяжести первой.

В случае, когда обе эпюры являются линейными, операция их перемножения по способу Верещагина обладает свойством коммутативности.

Построив эпюры моментов от внешней нагрузки (рис.25, б) и от  $\bar{X}_1 = 1$  (рис.25, в), находим:

$$\begin{aligned} D_{11} &= \int_e \frac{\bar{M}_1^2}{EI} dx = \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot 2 = \frac{a^3}{6EI}, \\ D_{1p} &= \int_e \frac{\bar{M}_1 \cdot M_p}{EI} dx = -\frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{Pa}{2} = -\frac{Pa^3}{4EI}, \\ X_1 &= -\frac{\Delta_{1p}}{D_{11}} = \frac{3}{2}P. \end{aligned} \tag{15}$$

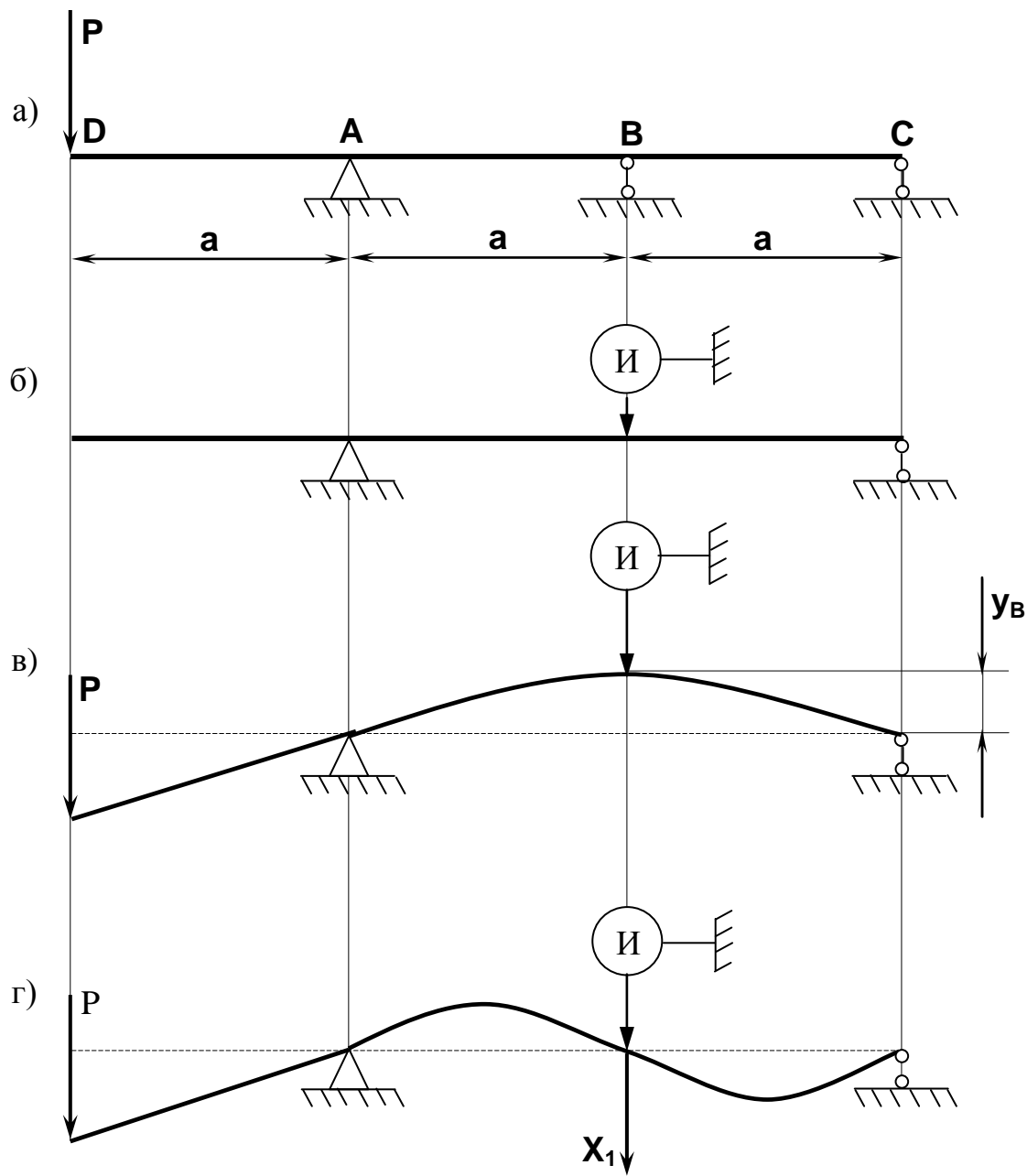


Рис. 24. К опытному определению реакции  $X_1$

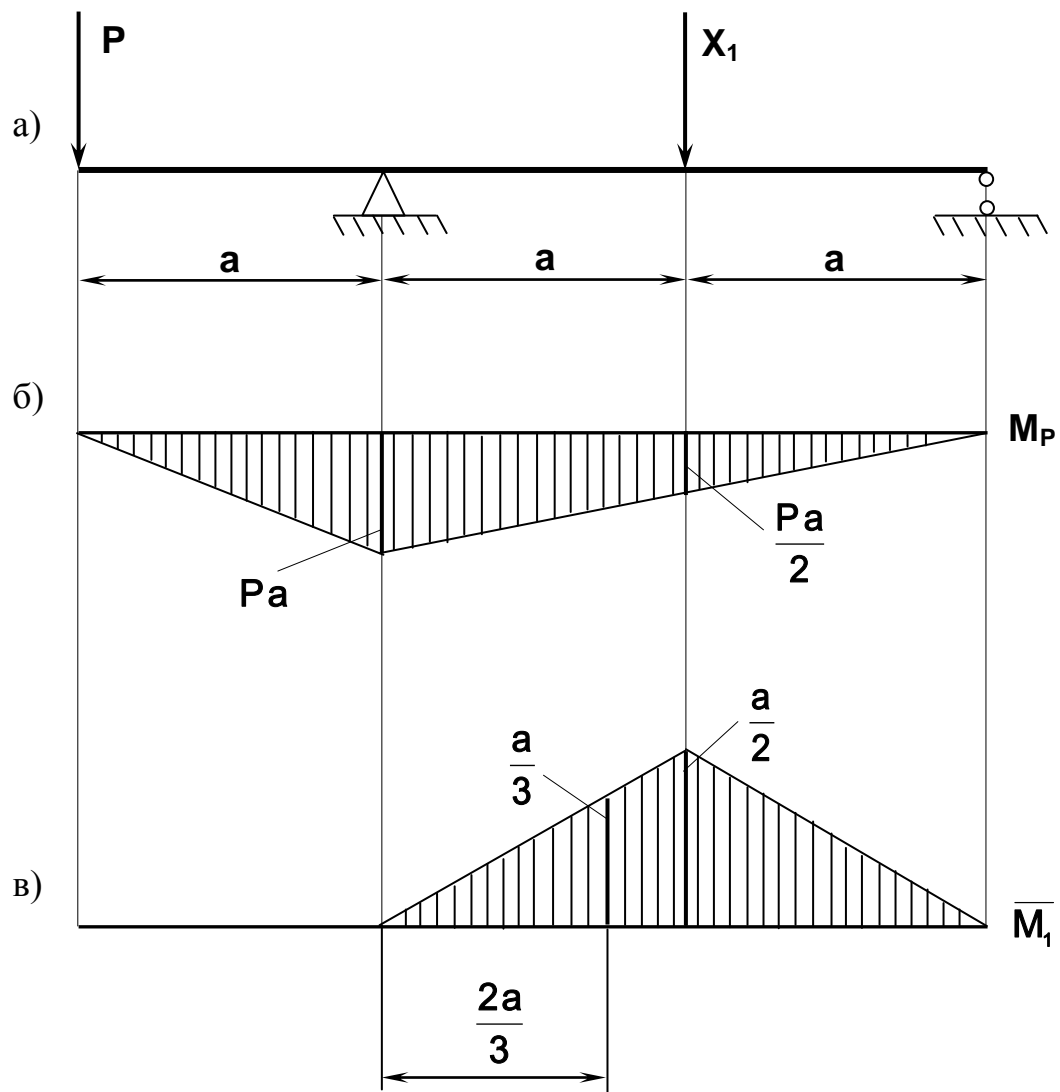


Рис. 25. К теоретическому определению реакции  $X_1$

## 10.2. Образцы, измерительные приборы, испытательная установка

Схема экспериментальной установки показана на рис.26 и рис.27. Установка представляет собой двухпролетную балку, нагруженную сосредоточенной силой  $P$  на свободном конце. Балка – это призматический стальной образец **1** (рис.26) прямоугольного сечения  $b \times h = 30 \times 5 \text{ мм}$ , который опирается на три шарнирные опоры – две подвижные **В**, **С** и одну – неподвижную **А**. В сечении **В** к образцу присоединено устройство для имитации шарнирной опоры, которое состоит из укороченного подвеса **2**, собранного с датчиком усилий **3** и нагружающего винта **4**. В этом же сечении установлен ин-

дикатор прогибомера 5, ножка которого опирается на стержень 1.  
Длина балки  $L=3a=660$  мм.

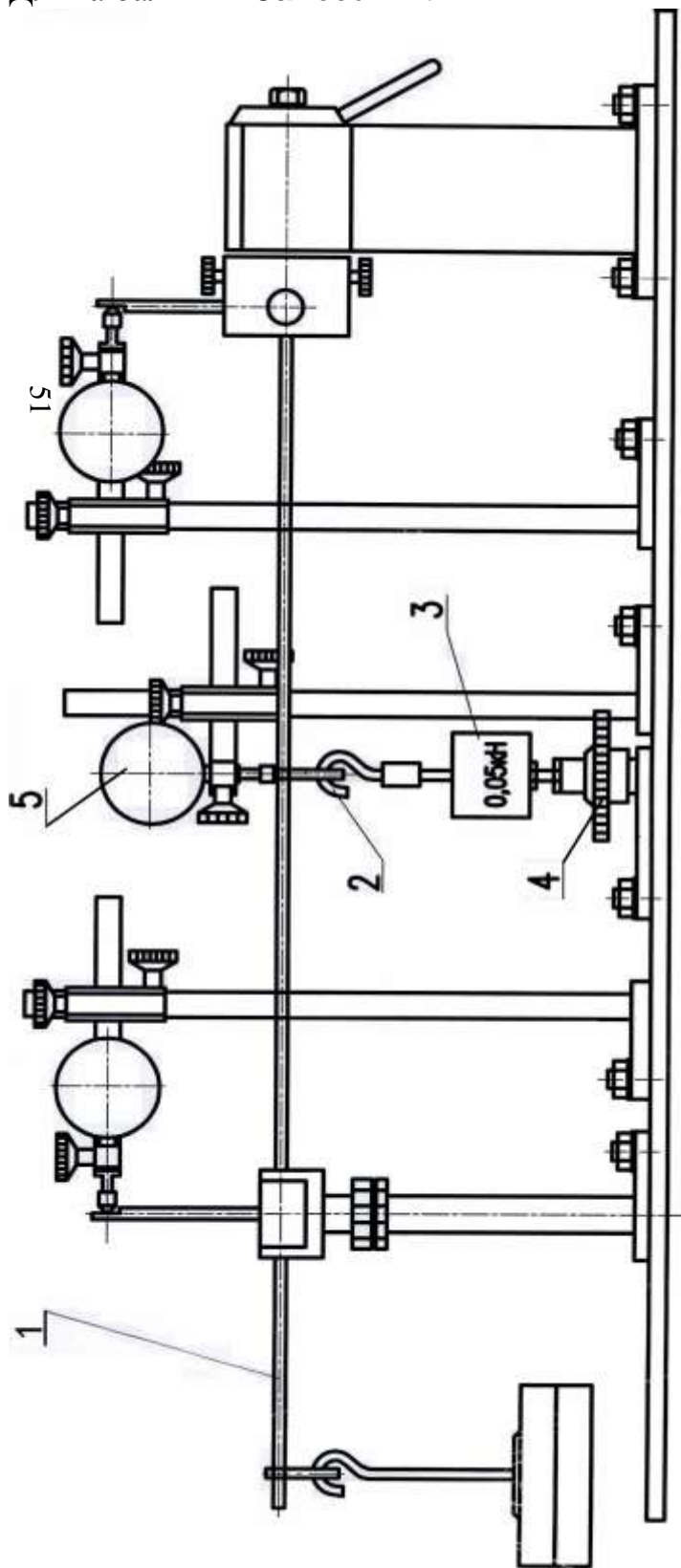


Рис.26. Схема экспериментальной установки

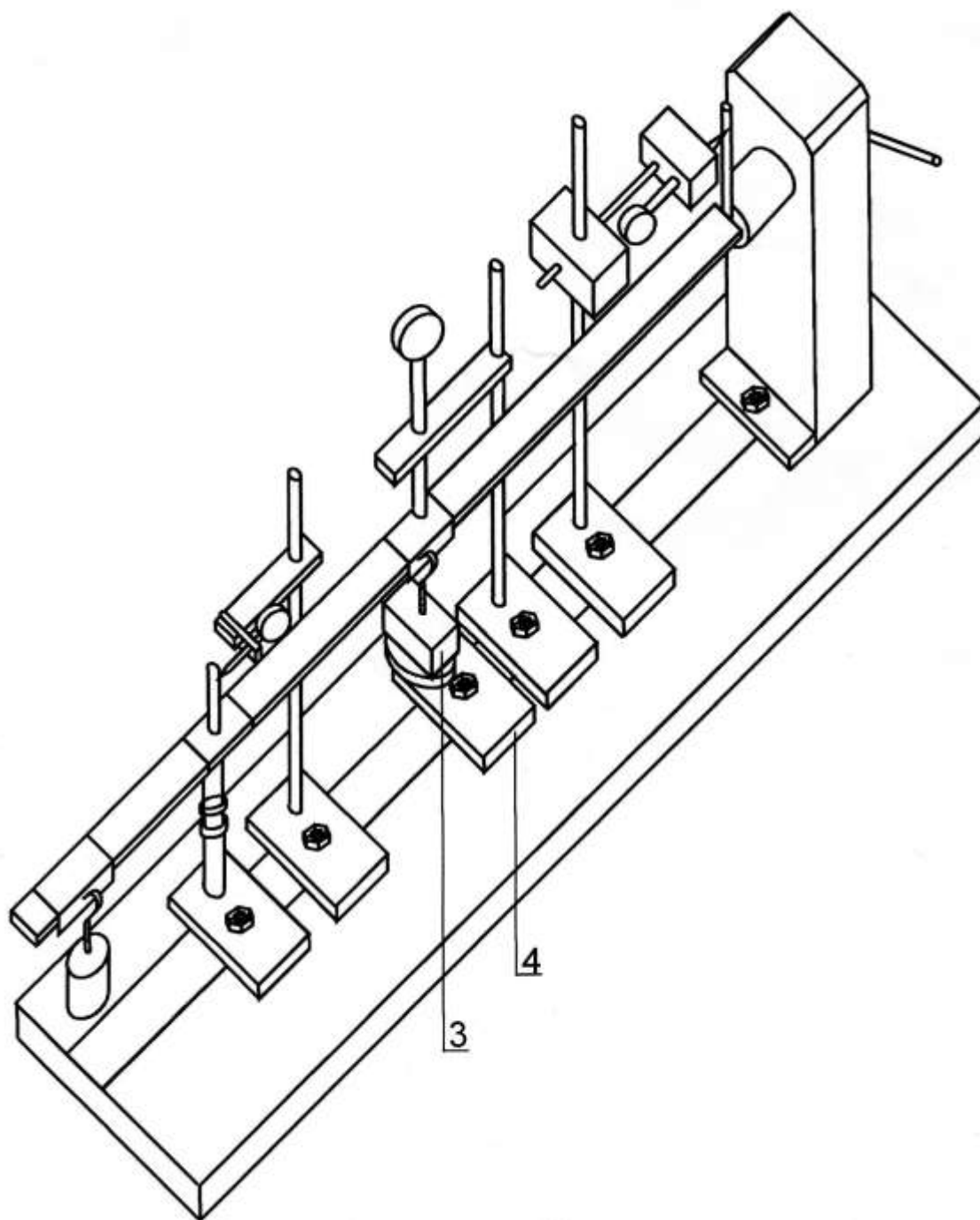


Рис.27. Схема экспериментальной установки

### 10.3. Порядок проведения испытаний

1. Снять начальные показания индикатора прогибомера **5** в сечении **В**.
2. Подвесить на свободный конец консоли балки груз **P=20Н**.
3. Снять показания индикатора прогибомера.
4. С помощью нагружающего винта **4** приложить к балке в сечении **В** усилие, при котором показания индикатора возвращаются к первоначальным. Численное значение усилия определяется по табло блока **БИУ** и это усилие является искомой величиной реакции опоры **В**.
5. Рассчитать по формуле (15) теоретическое значение усилия **X<sub>1</sub>**.
6. Подсчитать процент расхождения теоретического и экспериментального значений реакции опоры **В**.

Запись результатов наблюдений ведется в лабораторном журнале (табл. 9).

Таблица 9

Показания индикатора в сечении В		Величина рабочего груза в сечении Д	Значение «лишней» неизвестной X <sub>1</sub>	
балка в исходном состоянии	балка в нагруженном состоянии		X <sub>1</sub> <sup>Т</sup>	X <sub>1</sub> <sup>ЭКС</sup>

## Содержание

Введение	3
Лабораторная работа № 1	3
Лабораторная работа № 2	7
Лабораторная работа № 3	13
Лабораторная работа № 4	19
Лабораторная работа № 5	24
Лабораторная работа № 6	29
Лабораторная работа № 7	33
Лабораторная работа № 8	37
Лабораторная работа № 9	42
Лабораторная работа № 10	48

## Библиографический список

1. Александров А.В., Потапов В.Д., Державин Б.П. Сопротивление материалов.-М.: Высшая школа, 2000.- 416 с.
2. Дубейковская Е.Н., Саввушкин Е.С. Сопротивление материалов.-М.: Высшая школа, 1995.-191 с.
3. Цурпал И.А., Барабан Н.П., Швайко В.М. Сопротивление материалов. Лабораторные работы.-Киев.: Выща школа, 1988.-247 с.

Владимир Васильевич Чумичев  
Эдуард Валентинович Шемякин

## ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО СОПРОТИВЛЕНИЮ МАТЕРИАЛОВ

Методически указания

Редактор и корректор Т.А. Смирнова

Техн. редактор Л.Я. Титова

Темп. план 2010 г. поз. 79

Подп. к печати 22.06.10.

Формат 60x84/16. Бумага тип №1.

Печать

офсетная. Объем 3.0 печ. л., 3.0 уч.-изд. л. Тираж 100 экз. Изд № 79

Цена «С» 79. Заказ

---

Ризограф ГОУВПО Санкт-Петербургского государственного  
технологического университета растительных полимеров,  
СПб., 198095, ул. Ивана Черных, 4.