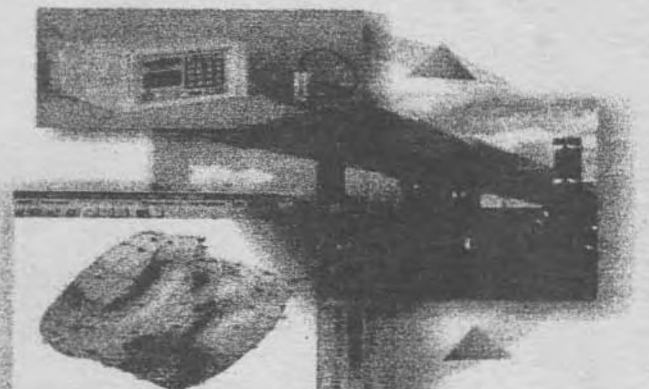
А.К. ХМЕЛЬНИЦКИЙ, В.В. ПОЖИТКОВ
Г.А. КОНДРАШКОВА

ДИАГНОСТИКА И НАДЕЖНОСТЬ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Часть 2



Санкт - Петербург
2005

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

Санкт-Петербургский государственный технологический
университет растительных полимеров

А.К. Хмельницкий, В.В. Пожитков, Г.А. Кондрашкова

ДИАГНОСТИКА И НАДЕЖНОСТЬ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ

Учебное пособие

Часть 2

Санкт - Петербург
2005

ББК 32. 965 я 7
Х 657
УДК 519.24 (075)

ХМЕЛЬНИЦКИЙ А. К., ПОЖИТКОВ В.В., КОНДРАШКОВА Г.А.
Диагностика и надежность автоматизированных систем: Учебное пособие/ ГОУВПО СПбГТУ РП. СПб, 2005. Часть 2. 74 с.: ил. 29.

Настоящая часть учебного пособия посвящена основным расчетам надежности систем. Предназначается для студентов специальности «Автоматизация технологических процессов и производств» всех форм обучения по дисциплине «Диагностика и надежность автоматизированных систем».

Рецензенты: профессор Санкт-Петербургского государственного технологического института (технического университета), доктор технических наук Русинов Л.А.;
профессор Санкт-Петербургской академии холода и пищевых технологий, доктор технических наук Болюбаш В.А.

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом университета в качестве учебного пособия.

ББК 32. 965 я 7

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ

$P(t)$ – вероятность безотказной работы системы в течение времени t;

$p(t)$ – вероятность безотказной работы элемента в течение времени t;

$Q(t)$ – вероятность отказа системы в течение времени t;

$q(t)$ – вероятность отказа элемента в течение времени t;

H – числа однотипных элементов;

N_o – первоначальное число объектов;

$R(t)$ – число отказавших систем за время t;

$P_c(t)$ – вероятность бессбойной работы системы в течение времени t;

$Q_c(t)$ – вероятность сбоев в работе системы в течение времени t;

$R_c(t)$ – число систем, у которых произошел сбой за время t;

$S(t)$ – вероятность восстановления в течение времени t;

$N_{ов}$ – число изделий, поставленных на восстановление;

$N_в$ – число изделий, время восстановления которых было меньше заданного времени t;

$\lambda(t)$ – интенсивность отказов за период времени t;

$N_{ср}(t)$ – среднее число объектов, исправно работающих в интервале Δt;

$\lambda_{раб}$ – интенсивность отказов при рабочем режиме;

$\lambda_{ном}$ – интенсивность отказов при номинальном режиме;

$a(t)$ – частота отказов в течение времени t;

$\omega(t)$ – средняя частота отказов в течение времени t;

$\Lambda(t)$ –суммарная частота отказов в течение времени t;

$a_в(t)$ – частота восстановления в течение времени t;

$\lambda_{ср}(t)$ – средняя интенсивность отказов в течение времени t;

$T_{ср}$ – среднее время безотказной работы;

$t_{ср}$ – средняя наработка на отказ;

N – число узлов и деталей;

γ – процентная наработка;

$T_{х.с}$ – средний срок сохраняемости;

$\lambda_с$ - интенсивность отказов при хранении;

P_0 – значение вероятности безотказной работы элементов в момент поступление на производство;

$P_и$ – значение вероятности безотказной работы элементов к моменту их использования;

μ - интенсивность ремонта системы;

$T_к$ – среднее время контроля;

$T_п$ – среднее время поиска дефекта;

$T_у$ – среднее временя устранения дефекта;

$K_Г$ – коэффициент готовности;

$t_р$ – время безотказной работы системы;

$t_в$ – время восстановления, т.е. время, затраченное на профилактику и ремонт системы;

$M_{ср.и}$ – среднее число исправных комплектов;

M – общее число комплектов системы;

$K_{ог}$ – коэффициент оперативной готовности;

$K_п$ – коэффициент вынужденного простоя;

$K_р$ – коэффициент профилактики;

W – эффективность профилактики;

$N_{нпф}$ – число отказов непрофилактируемой системы;

$N_{пф}$ – число отказов профилактируемой системы;

$T_{пф}$ – наработка на отказ профилактируемой системы;

$T_{нпф}$ – наработка на отказ не профилактируемой системы;

$T_в$ – среднее время восстановления;

$K_{н.о}$ – относительный коэффициент отказов;

$K_{с.э}$ – коэффициент стоимости эксплуатации;

$C_{с.э}$ – стоимость эксплуатации системы в течение одного года;

$C_{с.и}$ – стоимость изготовления системы;

$C_з$ – затраты на запасные детали;

$C_р$ – затраты на ремонт;

$C_{пр}$ – затраты на профилактику;

$C_{рп}$ – затраты на содержание ремонтного персонала;

$C_{э.р}$ – затраты на другие эксплуатационные расходы;

СУ – системы управления;

КПН – количественные показатели надежности;

$a_{общ}(t)$ – частота отказов систем при общем резервировании;

$\lambda_0(t)$ – интенсивность отказов любой из m+1 систем;

$\lambda_{общ}(t)$ – интенсивность отказов систем при общем резервировании;

$\lambda_i(t)$ – интенсивность отказов i-ой системы;

$P_{общ}(t)$ – вероятность безотказной работы системы с общим резервированием;

$Q_{общ}(t)$ – вероятность отказов системы с общим резервированием;

$a_{раз}(t)$ – частота отказов при раздельном резервировании;

$\lambda_{раз}(t)$ – интенсивность отказов при раздельном резервировании;

$P_{раз}(t)$ – вероятность безотказной работы системы с раздельным резервированием;

$Q_{раз}(t)$ – вероятность отказов системы с раздельным резервированием.

$G_P(t)$ – выигрыш резервированной относительно нерезервированной системы по вероятности безотказной работы;

$G_Q(t)$ – выигрыш резервированной относительно нерезервированной системы по вероятности отказов;

$G_\lambda(t)$ – выигрыш резервированной относительно нерезервированной системы по интенсивности отказов;

$G_a(t)$ – выигрыш резервированной относительно нерезервированной системы по частоте отказов;

$G_T(t)$ – выигрыш резервированной относительно нерезервированной системы по среднему времени безотказной работы;

$G^п_Q(t)$ – выигрыш надежности системы при раздельном резервировании по сравнению с общим резервированием с постоянным включенным резервом по вероятности отказа;

$G^п_P(t)$ – выигрыш надежности системы при раздельном резервировании по сравнению с общим резервированием с постоянным включенным резервом по вероятности безотказной работы;

$G^п_\lambda(t)$ – выигрыш надежности системы при раздельном резервировании по сравнению с общим резервированием с постоянным включенным резервом по интенсивности отказов;

$G^п_a(t)$ – выигрыш надежности системы при раздельном резервировании по сравнению с общим резервированием с постоянным включенным резервом по частоте отказов;

C_n^k – число сочетаний из n возможных событий по k событий

РБС – работоспособное состояние;

НРС – неработоспособное состояние;

σ – среднеквадратическое отклонение;

σ_p – среднеквадратическое отклонение в масштабе Релея.

ВВЕДЕНИЕ

Часто для определения надежности недостаточно только качественного ее определения. Поскольку качественное определение надежности не позволяет учитывать надежность системы при планировании использования систем автоматического управления на различных объектах; формировать требования по надежности к проектируемой системе; сравнивать различные варианты построения системы; наметить пути повышения надежности, рассчитывать сроки службы, необходимое количество запасных деталей для нормальной эксплуатации системы и т.д.

Для решения целого ряда практических вопросов, с которыми обычно приходится встречаться при анализе и расчете надежности, прежде всего, необходимы показатели, характеризующие степень надежности системы с количественной стороны. Такие количественные характеристики надежности называют критериями надежности.

Под ***критерием надежности*** понимается мера, посредством которой производится количественная оценка надежности.

Наличие количественных критериев дает возможность производить инженерный расчет надежности и предъявлять обоснованные требования по надежности системы к проектирующим организациям, учитывать влияние надежности системы на эффективность выполнения заданных функций, производить сравнительную оценку системы по надежности, а также дает основу для правильной организации технического обслуживания, профилактических мероприятий, рационального выбора межремонтных сроков и обоснования норм сравнения запасных деталей.

На данный момент существует большое количество количественных характеристик надежности, часть из них можно использовать только для оценки надежности простых элементов, например, полупроводниковых приборов, т.е. таких, ремонт которых не предусматривается и которые после отказа не используются. Другую часть можно использовать при оценке надежности сложных систем, являющейся совокупностью простых элементов, любой отказ которой может быть устранен, после чего ее опять можно будет использовать. Некоторые можно использовать как для простых, так и для сложных систем.

Настоящее учебное пособие посвящено наиболее часто используемым количественным критериям.

Количественная характеристика надежности – по сути, признак, по которому оценивается надежность систем.

Очевидно, что надежность систем зависит от большого количества факторов, большинство из которых носят случайный характер, следовательно, надежность систем необходимо оценивать статистически. Надежность зависит от режимов эксплуатации. Не существует такого прибора, при помощи которого можно было бы оценить надежность систем.

Вывод: для того, чтобы оценить надежность систем в полной мере, необходимо использовать большой перечень критериев. В силу своих вероятностных свойств они не дают возможности для прогнозирования надежности, но, несмотря на это они позволяют сравнивать системы по надежности, оценивать надежность количественно, наметить пути повышения надежности и эффективнее эксплуатировать системы.

Раздел 2. ОСНОВНЫЕ РАСЧЕТЫ НАДЕЖНОСТИ СУ

Глава 1. Общие сведения по расчету показателей надежности СУ

Быстрые темпы развития инженерной практики, задания и проверки выполнения требований по надежности привели к необходимости ее количественной оценки, которая осуществляется с помощью показателей надежности - технических характеристик, количественным образом определяющих одно или несколько свойств, составляющих надежность объекта. В соответствии с определением показатели надежности могут быть единичными и комплексными.

Введение количественных показателей различных свойств надежности осуществляется на общих принципах моделирования.

Под моделью понимается представление объекта исследования с учетом всех наиболее существенных внешних и внутренних факторов, применяемых критериев и методов математического описания процессов функционирования и изменения, физических представлений о деградационных процессах (модели отказов). При использовании объектов по назначению необходимо учитывать влияние противодействующих факторов (модели профилактики и восстановления), степень которых зависит от режимов использования. Полнота математического описания будет определяться степенью абстрагирования на основе введенных ограничений, однако в любых случаях сохраняется требование адекватности модели реальным условиям. Обобщенный алгоритм моделирования представлен на рис. 1. Под критериями оценки здесь понимается количественная мера, с помощью которой удобно оценивать надежность. Характер этой меры определит выбор математического аппарата для описания свойств объекта, что позволит ввести количественные показатели надежности (КПН). Выбор критерия определяется свойствами оцениваемого объекта, при этом учитываются:

- возможность возобновления функционирования (восстанавливаемые - невосстанавливаемые системы);
- режимы использования систем (длительное, эпизодическое, непрерывное, однократное использование);
- режимы хранения и транспортирования;
- структурные свойства систем, т.е. наличие или отсутствие избыточности.

Рис. 1. Процесс моделирования надежности

Поскольку надежность является комплексным свойством, то критериальный выбор целесообразно производить по составляющим: безотказности, ремонтопригодности, долговечности и сохраняемости. Все они в избранном интервале времени оцениваются количеством случайных событий, связанных с прекращением, возобновлением и сохранением возможности функционирования, а также наступлением предельных состояний. Случайность этих событий определяется многочисленностью и случайностью воздействий на системы в процессе их эксплуатации.

Следует отметить, что выбор тех или иных критериев для оценки надежности определяется классом систем в рассматриваемой ситуации, (восстанавливаемые – невосстанавливаемые).

В соответствии с изложенными принципами, безотказность может оцениваться с помощью случайных наработок до первого отказа или между отказами, а также случайным числом отказов за рассматриваемый интервал времени. Ремонтопригодность – случайным временем восстановления и случайным числом восстановлений. Долговечность - случайной наработкой до установленного предельного состояния, выражаемой в часах (ресурсом) или в календарных интервалах времени (сроком службы). Сохраняемость - случайным сроком сохраняемости или случайным числом отказов при хранении.

Случайный характер показателей однозначно предполагает стохастичность моделей, т. е. описание процессов изменения свойств с помощью математического аппарата теории вероятности. В таком случае в качестве количественных показателей надежности должны использоваться функции распределения критериев надежности, а также числовые характеристики этих функций.

Стохастичность показателей предопределяет принципиальную возможность описания количественных показателей надежности двумя методами: аналитическим и статистическим, причем статистические модели как более точные и адекватные реальным условиям служат для формирования исходных данных (априорной информации), используемых при анализе надежности.

Независимо от определяемых свойств надежности все количественные показатели надежности вводятся по единой методике, в основе которой лежит алгоритм представленный на рис. 1. Тем не менее, во многих случаях практической оценки надежности следует исходить из приоритетности показателей различных свойств.

Основным, и наиболее фундаментальным свойством надежности, с точки зрения отражения первичных физических процессов функционирования объектов и степени жесткости задания требований к ним в ограниченных временем интервалах, следует считать свойство безотказности. Поддержание уровня безотказности объектов на ряде последовательных интервалов их функционирования возможно лишь путем направленного воздействия в виде технического обслуживания и ремонта. Известно, что эффективность указанных воздействий определяется свойством ремонтопригодности, которому следует присвоить тот же приоритет, что и безотказности.

С позиций обоснования требований надежности безотказность и ремонтопригодность рассматриваются, как правило, совместно. Тем самым устанавливается альтернатива выбора приоритета указанных свойств для заданного режима использования систем. Оптимизация в этом случае достигается на основе комплексных показателей надежности.

Долговечность в соответствии с динамикой возможных состояний систем можно рассматривать как временную деградацию свойства безотказности вследствие необратимых явлений износа и старения. Таким образом, принципиально показатели долговечности сохраняют тот же характер, что и показатели безотказности, но учитывается коррекция по рассматриваемым интервалам времени и установленным режимам до наступления предельных состояний. Тот же вывод можно сделать и относительно показателей свойства сохраняемости, которое следует рассматривать как безотказность в специальных режимах хранения и транспортирования. Приведенные соображения определяют более низкий в смысле задания требований приоритет свойств и количественных показателей долговечности и сохраняемости. Это положение подтверждается и практикой: долговечность и сохраняемость как свойства объектов не оказывают существенного влияния на эффективность их функционирования. Воздействие этих свойств проявляется в области инфраструктуры: подготовки объектов к использованию по назначению, решения вопросов технического обеспечения действующих систем.

Кроме того, следует учитывать, что меры, принятые на этапах проектирования и производства систем по обеспечению безотказности и ремонтопригодности, в основном обеспечивают необходимый уровень долговечности и сохраняемости. Однако проверка выполнения заданных требований по долговечности и сохраняемости статистическим путем встречает значительные трудности вследствие необходимости организации весьма длительных испытаний.

Данные таких испытаний могут обесцениваться из-за морального старения самих систем. Предпочтительность отбора показателей из установленных для характеристики отдельных свойств надежности номенклатуры должна определяться с учетом полноты и наглядности оценки, ее статистической воспроизводимости и удобства вычисления.

Глава 2. Критерии надежности для невосстанавливаемых СУ

2.1. Вероятность безотказной работы

Вероятность безотказной работы – вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ системы не возникает, является показателем безотказности. Аналогично определяемый показатель может применяться для режимов хранения и (или) транспортирования [3], [4].

Под ***наработкой*** понимается продолжительность работы элементов. Наработка может измеряться в единицах времени. В процессе эксплуатации различают наработку суточную, месячную, до отказа. Если элементы эксплуатируются в различных режимах, то наработка в облегченном режиме может быть выделена, и учитываться отдельно от наработки при нормальной нагрузке. Для элементов, работающих с перерывами, учитывается суммарная наработка [5].

Длительность безотказной работы элемента является возрастом элемента к моменту, когда произойдет отказ. Эта величина не может быть отрицательной и имеет дискретное или непрерывное распределение во времени. Практический интерес представляет непрерывное распределение. Вероятность безотказной работы P(t) является убывающей функцией, причем $P(0) = 1$, $P(\infty) = 0$.

Предположим, что t- заданное время эксплуатации, т.е. время, в течение которого необходимо определить вероятность безотказной работы, а T – случайная величина времени безотказной работы до первого отказа. Если $T > t$, то это будет означать, что на протяжении времени t не произойдет ни одного отказа, т.е. можно записать следующее выражение:

$$P(t) = P(T \geq t). \qquad (1)$$

Вероятность безотказной работы – это вероятность того, что время T от момента включения системы до ее отказа будет больше или равно времени t, в течение которого определяется вероятность безотказной работы [5].

Вероятность безотказной работы статистически определяется отношением числа однотипных элементов Н, безотказно проработавших до момента времени t, к числу элементов N_0, работоспособных в начальный момент времени $t = 0$:

$$P^{*}(t) = \frac{H}{N_{o}}. \qquad (2)$$

По статистическим данным вероятность безотказной работы находится по формуле:

$$P^*(t) = \frac{(N_o - R(t))}{N_o} \quad , \tag{3}$$

где N_o - первоначальное число систем (элементов),

$R(t)$ - число систем (элементов), отказавших за время t.

Помимо вероятности безотказной работы, существует ***вероятность отказа***.

Вероятность отказа $Q(t)$ – вероятность того, что в пределах заданной наработки возникает хотя бы один отказ. Т.е. это вероятность того, что за время t произойдет хотя бы один отказ [4]. Следовательно, справедливо следующее выражение:

$$Q(t) = P(T < t). \tag{4}$$

Из выражения (4) видно, что вероятность отказа является интегральной функцией распределения времени исправной работы, т.е. [5]:

$$Q(t) = F(t). \tag{5}$$

Поскольку отказ и безотказная работа объекта - события несовместные, то, очевидно, справедливо соотношение:

$$P(t) + Q(t) = 1. \tag{6}$$

Вероятность безотказной работы и отказа на интервале t образуют полную группу событий. $P(0)=1$ и $Q(0)=0$, а функции имеют монотонный характер. Таким образом, появляется возможность дать достаточно полную и наглядную интервальную оценку расходования надежности до конкретного момента времени t (рис. 2).

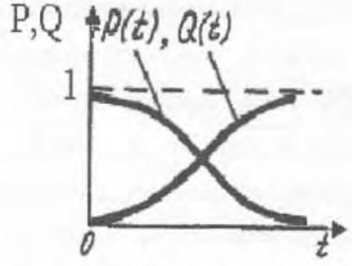


Рис. 2. Изменение функции P(t), Q(t) в зависимости от интервала времени t

Сходимость статистических моделей к теоретическим тем полнее, чем большее число объектов задействовано в эксперименте, т.е. $P^*(t) \to P(t)$, $Q^*(t) \to Q(t)$ при $N \to \infty$.

Достаточно представительный объем испытаний реально может быть обеспечен лишь для относительно недорогих неремонтируемых электрорадиокомпонентов (элементной базы систем).

Часто мы имеем дело с вероятностью безотказной работы элементов и систем в течение некоторого времени t, считая от начала работы. Но существуют случаи, когда требуется определить вероятность того, что элемент, проработавший время t_1, будет безотказно работать в течение последующего промежутка времени от t_1 до t_2, то для этого нужно воспользоваться условной вероятностью безотказной работы, которая определяется по следующему выражению [9]:

$$p(t_1, t_2) = p(t_2)/p(t_1). \tag{7}$$

Т.е. ***условная вероятность безотказной работы*** элемента есть отношение вероятности того, что элемент безотказно проработает время от 0 до t_2, к вероятности его безотказной работы на время от 0 до t_1 (рис.3).

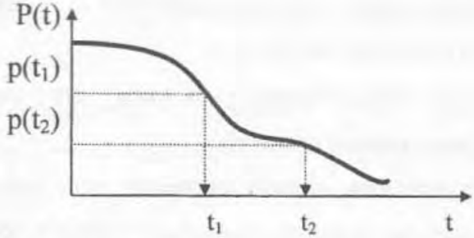


Рис. 3. Графическая интерпретация определения условной вероятности безотказной работы в произвольном промежутке

В тех случаях, когда мы имеем дело с электронной системой, имеющей основное соединение элементов, вероятность безотказной работы на основе теоремы умножения вероятностей безотказной работы всех элементов (рис. 4) определяется по следующей формуле:

$$P_N(t) = \prod_{i=1}^{N} p_i(t) \quad , \qquad (8)$$

где $P(t)$ – вероятность безотказной работы системы,

$p_i(t)$ – вероятность безотказной работы i-го элемента,

N – число элементов в объекте.

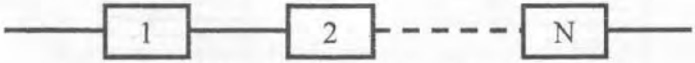


Рис. 4. Основное соединение элементов

В данном случае отказы элементов есть события независимые. Это говорит о том, что выход из строя любого из N элементов приводит к отказу всей системы.

В том случае, если все элементы имеют одинаковую надежность, т.е. вероятность безотказной работы у них одинаковая, то получим следующее выражение для расчета вероятности безотказной работы системы:

$$P(t) = (p(t))^N. \qquad (9)$$

Отсюда видно, что при увеличении в системе числа элементов ее надежность будет быстро убывать.

Также целесообразно пояснить, что подразумевается под ***вероятностью отказа системы***.

Вероятность отказа системы есть вероятность того, что за заданный интервал времени произойдет отказ, т.е. время исправной работы системы будет меньше заданного.

Очевидно, что система может находиться только в двух состояниях, или в исправном, или в состоянии отказа, следовательно сумма вероятности безотказной работы и вероятность отказов всегда равна единице. Из этого следует, что вероятность отказа системы определяется по следующему выражению:

$$Q(t) = 1 - P(t) = 1 - p_1(t)p_2(t)\ldots p_N(t). \qquad (10)$$

По статистическим данным для наглядности можно построить функции вероятности безотказной работы (рис. 5) [7].

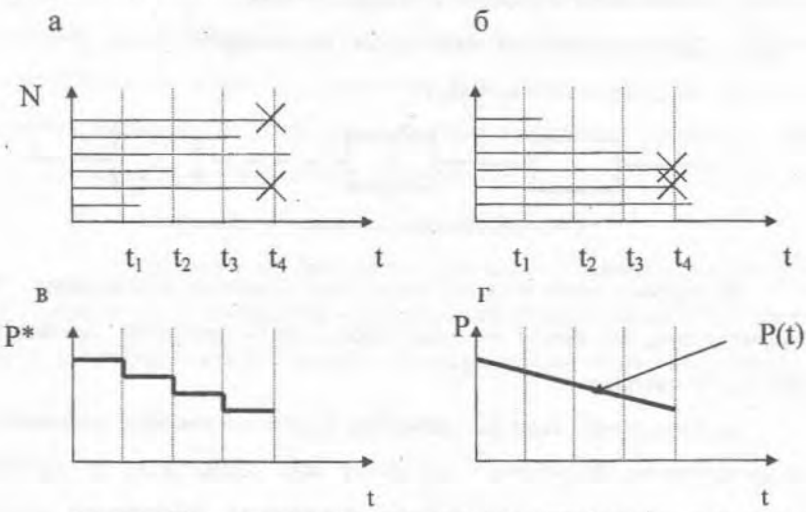


Рис. 5. Статистический метод построения функции вероятности безотказной работы: а - график наблюдений; б - упорядоченный график; в - гистограмма; г - функция

На рис. 5. сплошной линией обозначается наработка системы, а крестом – отказ.

Вероятность безотказной работы, как количественная характеристика надежности, обладает следующими достоинствами [8]:

- учитывает большинство факторов, влияющих на надежность;
- дает наглядное представление о характере изменения надежности во времени;
- может использоваться для различных технических расчетов, связанных с практическим использованием системы;
- входит во многие другие характеристики объекта;
- она необходима для расчета стоимости изготовления и эксплуатации системы;
- ее легко рассчитать до изготовления системы, что дает возможность выбрать оптимальную с точки зрения надежности, структуру системы.

Наряду с достоинствами эта характеристика имеет и ряд недостатков:

- вероятность безотказной работы не всегда удобна для оценки надежности простых элементов, это чаще всего касается элементов, у которых отсутствует старение;
- не дает возможность установить, будет ли система готова к действию в данный момент времени или нет;
- характеризует надежность восстанавливаемых систем только до первого отказа, следовательно является достаточно полной характеристикой надежности только для систем разового использования.

Но несмотря на вышеперечисленные недостатки, эта характеристика надежности довольно часто используется.

2.2. Вероятность бессбойной работы

Вероятность бессбойной работы $P_c(t)$ – есть вероятность того, что в заданном интервале времени t будут отсутствовать сбои системы или элементов [2]. Эта характеристика связана с функцией распределения времени бессбойной работы, которая представляет собой вероятность появления сбоя в течение времени t, следующим образом:

$$P_c(t) = 1 - Q_c(t). \tag{11}$$

Для определения величины $P_c(t)$ используется следующая статистическая оценка:

$$P^*_c(t) = \frac{N_0 - R_c(t)}{N_0}, \tag{12}$$

где N_0 – число объектов, поставленных на испытание или на эксплуатацию,

R_c – число систем, у которых произошел сбой в течение времени t.

2.3. Вероятность восстановления

Вероятность восстановления **S(t)** – вероятность того, что отказавшее изделие будет восстановлено в течение заданного времени t.

Вероятность восстановления представляет собой функцию распределения времени восстановления:

$$S(t) = Q_в(t). \tag{13}$$

Очевидно, что $0 \le S(t) \le 1$, $S(0) = 0$, $S(\infty) = 1$.

Для определения величины S(t) используется следующая статистическая оценка [1]:

$$S^*(t) = \frac{N_в}{N_{ов}}, \qquad (14)$$

где $N_{ов}$ – число изделий, поставленных на восстановление;

$N_в$ – число изделий, время восстановления которых было меньше заданного времени t.

2.4. *Интенсивность отказов*

Интенсивность отказов λ(t) – условная плотность вероятности отказа невосстанавливаемой системы, определяемая для рассматриваемого момента времени при условии, что до этого момента отказ не возник [3].

Условная плотность вероятности возникновения отказа определяется как отношение числа отказов в единицу времени к среднему числу исправно работающих систем в рассматриваемый отрезок времени.

Для определения величины λ(t) используется статистическая оценка:

$$\lambda^*(t) = \frac{R(t)}{N_{ср}\,\Delta t}, \qquad (15)$$

где $N_{ср}$ – среднее число систем (элементов), исправно работающих в интервале Δt.

$N_{ср}$ определяется по следующему выражению:

$$N_{ср} = \frac{N_i + N_{i+1}}{2}, \qquad (16)$$

где N_i, N_{i+1} – соответственно число систем (элементов), исправно работающих в начале и конце интервала Δt, $N_i > N_{i+1}$.

Если учитывать, что

$$N_{ср} = N_о - R(t), \tag{17}$$

где $N_о$ – число элементов исправно работающих в начальный момент времени, то получим следующее выражение:

$$\lambda^*(t) = \frac{-N_0 [\, P(t+\Delta t) - P(t)]}{N_0 \left[\, 1 - \dfrac{R(t)}{N_0} \,\right] \Delta t}\,. \tag{18}$$

При достаточно большом $N_о$:

$$1 - \frac{R(t)}{N_0} \approx 1. \tag{19}$$

Тогда можно записать выражение (16) в следующем виде:

$$\lambda^*(t) = \frac{-[\, P(t+\Delta t) - P(t)]}{P(t)\,\Delta t}\,. \tag{20}$$

При $\Delta t \to 0$ получим:

$$\lambda\,(t) = -\lim_{\Delta t \to 0} \frac{[\, P(t+\Delta t) - P(t)]}{P(t)\,\Delta t}\,. \tag{21}$$

Вероятность безотказной работы и интенсивность отказов связаны следующим выражением:

$$P(t) = e^{-\lambda t}\,. \tag{22}$$

Выражение (22) представляет собой экспоненциальное распределение. Основные виды распределений вероятностей, применяемые в теории надежности, представлены в Приложении 1.

Если система состоит из s групп элементов с одинаковой надежностью внутри группы и известны число элементов N_s в каждой группе и значения интенсивности отказов элементов λ_s, то ***общая интенсивность отказов*** такой системы для периода нормальной эксплуатации определяется путем простого суммирования произведений $N_s\lambda_s$:

$$\Lambda = N_1\lambda_1 + N_2\lambda_2 + \ldots + N_s\lambda_s. \qquad (23)$$

Типичная кривая изменения интенсивности отказов аппаратуры во времени представлена на рис. 6.

Из рис. 6 видно, что время от 0 до t_1 интенсивность отказов резко уменьшается. Это вызвано тем, что на данном участке времени выходят из строя элементы с внутренними дефектами. Этот участок называется ***периодом приработки элементов***.

На участке времени от t_1 до t_2 интенсивность отказов для большинства элементов есть величина постоянная, т.е. $\lambda(t_1, t_2)$ =const. Этот участок называется ***периодом нормальной работы элементов***.

Рост кривой интенсивности отказов по истечении времени t_2 можно объяснить механическим или электрическим износом элементов. Этот участок называется ***периодом старения***.

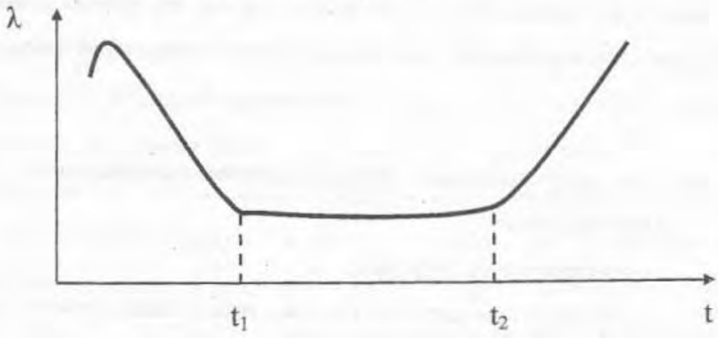


Рис. 6. Типичная кривая изменения опасности отказов аппаратуры во времени

В качестве показателя безотказности невосстанавливаемых систем чаще всего применяется интенсивность отказов $\lambda(t)$. Объясняется это рядом причин. Прежде всего, необходимо принять во внимание, что на участке нормальной эксплуатации любой элемент можно рассматривать как «нестареющий», поскольку здесь с достаточной для инженерного анализа точностью справедливо соотношение $\lambda(t)=\lambda=const$, поэтому полученные опытные данные по интенсивности отказов различных элементов могут быть использованы справочные материалы. Ориентировочные значения для ряда наиболее распространенных элементов радиоэлектронной системы приведены в табл. 1. Эти данные, как правило, приведены для стандартных (номинальных) условий и режимов работы элементов. При проектных оценках надежности конструктору необходимо либо обеспечивать эти условия и режимы, либо пересчитывать исходные интенсивности с учетом реальных эксплуатационных и электрических нагрузок на элементы. В этом заключается физика надежности: чем выше нагрузки, тем быстрее расходуется ресурс элементов в силу повышения активности изменений физико-химических свойств материалов. Таким образом, для любого элемента в зависимости от реальных условий его работы в схеме системы на участке нормальной эксплуатации справедливо соотношение:

$$\lambda_{раб}=\lambda_{ном}a_1a_2\ldots a_n, \tag{24}$$

где a_1, $a_{2\ldots}a_n$ - поправочные эксплуатационные коэффициенты, учитывающие:

- -температурные нагрузки;
- -электрические нагрузки (по току, напряжению, мощности в зависимости от типа элемента);
- -условия эксплуатации;
- -механические нагрузки (вибрации, удары);
- -радиационные воздействия;
- -влияние влажности;

-влияние изменения давления;

Примеры изменений указанных коэффициентов представлены на номограммах (Приложение 2. рис. 1- 6.).

Таблица 1

Ориентировочные значения интенсивностей отказов

Тип элемента	Значение интенсивности	Постепенный отказ, %	Внезапный отказ, %
Транзистор	$0{,}3\times10^{-6}$	60-80	40-20
ЭВП	3×10^{-6}	60-80	40-20
Резистор (пленочный)	$0{,}03\times10^{-6}$	10-30	90-70
Конденсатор	$0{,}03\times10^{-6}$	10-30	90-70
Микросхема	10^{-9}	20-40	80-60

Рассмотрим основные достоинства характеристики надежности – интенсивности отказов:

- является функцией от времени;
- позволяет наглядно установить характерные участки работы системы, что дает возможность повысить ее надежность;
- позволяет достаточно просто характеризовать надежность системы лишь до первого отказа, следовательно ее можно использовать для изделий разового применения, т.е. для так называемой невосстанавливаемой системы (в случае если мы имеем восстанавливаемую систему, это преимущество перерастает в недостаток этой характеристики).

2.5. Частота отказов

Частота отказов a(t) – это отношение числа отказавших образцов системы в единицу времени к числу образцов, первоначально установленных на испытание при условии, что отказавшие образцы не восстанавливаются и не заменяются исправными [3].

Согласно определению, получаем следующее выражение:

$$a^{*}(t) = \frac{R(t)}{N_0\, \Delta t} \quad . \tag{25}$$

Это выражение является статистическим определением частоты отказов.

Очевидно, что:

$$R(t) = -\,[N(t+\Delta t) - N(t)], \tag{26}$$

где $N(t)$ – число образцов, исправно работающих к моменту времени t;

$N(t+\Delta t)$ - число образцов, исправно работающих к моменту времени $t+\Delta t$.

При достаточно большом числе образцов N_0 справедливы соотношения:

$$N(t) = N_0\, P(t), \tag{27}$$

$$N(t+\Delta t) = N_0\, P(t+\Delta t). \tag{28}$$

Если подставить (26) в (25) и учитывая (27) и (28), получим:

$$a(t) = \frac{-\,N_0\,[P(t+\Delta t) - P(t)]}{N_0 \Delta t} \quad . \tag{29}$$

После деления знаменателя и числителя на N_0, имеем:

$$a(t) = \frac{-\,[P(t+\Delta t) - P(t)]}{\Delta t} \quad . \tag{30}$$

Устремляя Δt к нулю и переходя к пределу, получим:

$$a(t) = -\lim_{\Delta t \to 0} \frac{[P(t+\Delta t) - P(t)]}{\Delta t}. \qquad (31)$$

Следовательно, частота отказов равна:

$$a(t) = Q'(t) = -P'(t). \qquad (32)$$

Справедливы следующие выражения:

$$Q(t) = \int_0^t a(t)dt, \qquad (33)$$

$$P(t) = 1 - \int_0^t a(t)dt. \qquad (34)$$

Т.е. можно сказать, что частота отказов представляет собой плотность распределения времени безотказной работы или производную от вероятности безотказной работы.

Частоту отказа можно выразить таким образом:

$$a(t) = \lambda(t)P(t). \qquad (35)$$

Важно отметить, что если мы имеем дело с высоконадежной системой, т.е. у которой $P(t) \geq 0{,}99$, то $a(t) \approx \lambda(t)$. Допускаемая ошибка составляет не более 1 % и обычно не превышает ошибок статистического определения величин $a(t)$ и $\lambda(t)$.

На рис. 7 представлена кривая изменения частоты отказов системы во времени.

Участок от 0 до t_1 является ***периодом приработки***. На этом участке частота отказов вначале растет, а затем резко снижается. Это можно объяснить следующим – в начальный период эксплуатации число отказов повышено за счет элементов, имеющих внутренние дефекты.

Примечание. *Если элементы проходят предварительную «тренировку», то этот участок отсутствует.*

На участке времени от t_1 до t_2 частота отказов уменьшается незначительно. Этот участок называется ***периодом нормальной работы элементов.***

Рост кривой частоты отказов на участке времени t_2, t_3 объясняется механическим или электрическим износом элементов. Этот участок называется ***«период износа элементов».***

Падение кривой частоты отказов после t_3 объясняется не увеличением надежности элементов, а незначительным количеством исправно работающих к этому времени элементов, вследствие чего число отказавших элементов тоже будет небольшим [1].

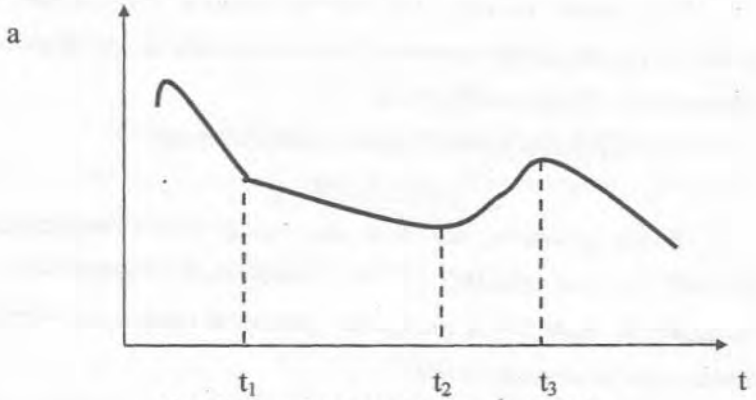


Рис. 7. Типичная зависимость частоты отказов аппаратуры во времени

Примечание. *Изучение поведения кривой $a(t)$ на участке $t > t_3$ не является предметом теории надежности, это вызвано тем, что, как правило, систему не эксплуатируют до состояния износа. Ее ремонтируют, а износившиеся элементы заменяют новыми, после чего частота отказов системы вновь соответствует участку времени от t_1 до t_2.*

Глава 3. Критерии надежности для восстанавливаемых систем СУ

3.1. Средняя частота отказов

Средняя частота отказов ω(t) есть отношение числа отказавших изделий в единицу времени к числу испытываемых изделий при условии, что все вышедшие из строя изделия заменяются новыми, т.е. число испытываемых изделий сохраняется одинаковым на протяжении всего испытания.

Средняя частота отказов определяется по следующему выражению:

$$\omega(t) = \frac{R(t)}{N_0\,\Delta t}. \qquad (36)$$

В формуле (36) под N_0 подразумевается число испытываемых образцов (значение N_0 остается в процессе испытания постоянным, поскольку все отказавшие образцы заменяются исправными).

Средняя частота отказов достаточно полно характеризует надежность изделий, которые в процессе испытания или эксплуатации можно ремонтировать.

Если интенсивность отказов элементов величина постоянная, λ = const, то интенсивность отказов равна средней частоте отказов:

$$\omega(t) = \lambda(t) = \text{const}. \qquad (37)$$

Достоинствами этой характеристики надежности являются:

- независимо от вида функции a(t) при $t \to \infty$, средняя частота отказов стремится к некоторой постоянной величине.
- позволяет довольно полно оценить свойства системы, работающей в режиме смены элементов;
- может быть использована для оценки надежности сложных систем разового применения в процессе их хранения;

- довольно просто позволяет определить число отказавших в системе элементов сложной системы разового применения;
- ее знание позволяет спланировать частоту профилактических мероприятий, необходимое количество запасных элементов.

К недостаткам средней частоты отказов следует отнести:

- сложность определения по известной $\omega(t)$ других характеристик надежности, в том числе и вероятности безотказной работы.

3.2. Суммарная частота отказов

Под ***суммарной частотой отказов Λ(t)*** понимается число отказов системы в единицу времени, приходящихся на один ее экземпляр.

Суммарная частота отказов определяется по следующему выражению:

$$\Lambda(t) = \frac{R(t)}{\Delta t} \quad . \tag{38}$$

При определении $\Lambda(t)$ отказавшие элементы ремонтируют и систему продолжают испытывать, но при этом время, которое затрачивается на ремонт, не учитывается.

Поскольку отказы системы суммируются из отказов составных элементов, то:

$$\Lambda(t) = \sum_{j=1}^{k} N_j \omega_j(t) , \tag{39}$$

где N_j – число элементов j-го типа в системе;

k - число типов элементов в системе;

$\omega_j(t)$ - средняя частота отказов элементов j-го типа.

3.3. *Частота восстановления*

Частота восстановления $a_в(t)$ – плотность распределения времени восстановления.

Для определения величины $a_в(t)$ используется статистическая оценка:

$$a^*_в(t) = \frac{n_в(\Delta t)}{N_{ов}\,\Delta t}\ , \qquad (40)$$

где $n_в(\Delta t)$ - число восстановленных систем (элементов) на интервале времени $(t - \Delta t/2,\ t + \Delta t/2)$,

$N_{ов}$ – число систем (элементов), поставленных на восстановление.

3.4. *Средняя интенсивность отказов*

Бывают случаи, когда оказывается удобным пользоваться ***средней интенсивностью отказов элементов***. Эту характеристику можно определить как отношение интенсивности отказов системы к общему числу различных элементов, входящих в систему.

В случае экспоненциального закона надежности:

$$\lambda_{ср} = \frac{\Lambda}{N}\ . \qquad (41)$$

Среднюю интенсивность отказов нельзя смешивать с интенсивностью отказов элементов определенного типа, поскольку в данном случае усреднение производится по всем разнородным элементам системы.

Особенностью $\lambda_{ср}$ является постоянство ее значений для системы определенного класса и назначения независимо от степени сложности системы, т.е. от числа элементов в ней. Эта характеристика часто используется для оценки уровня надежности системы определенного класса при идентичных условиях ее производства и эксплуатации.

3.5. Среднее время безотказной работы

Среднее время безотказной работы – математическое ожидание времени исправной работы элементов. Другими словами можно сказать, что среднее время безотказной работы есть площадь под кривой вероятности безотказной работы.

Эта характеристика необходима для оценки надежности однотипных систем и элементов с точки зрения продолжительности их работы до первого отказа.

Если известен дифференциальный закон распределения, можно определить математическое ожидание случайной величины, т.е. среднее время исправной работы:

$$T_{cp} = \int_{-\infty}^{\infty} t dQ(t). \quad (42)$$

Или

$$T_{cp} = \int_{-\infty}^{\infty} t Q'(t)\, dt\ . \quad (43)$$

Поскольку такая случайная величина как время не может иметь отрицательных значений, то тогда выражение (43) примет следующий вид:

$$T_{cp} = \int_{0}^{\infty} t Q'(t)\, dt\ . \quad (44)$$

Если подставим в выражение (44) вместо $Q'(t)$ производную от вероятности безотказной работы с обратным знаком:

$$T_{cp} = -\int_{0}^{\infty} t P'(t)\, dt\ . \quad (45)$$

Ввиду того, что $P(0) = 1$, а $P(\infty) = 0$, то можно записать следующее:

$$T_{ср} = \int_{0}^{\infty} P(t)\,dt \quad . \qquad (46)$$

Данный подход к определению среднего времени безотказной работы является вероятностным. Для определения среднего времени безотказной работы из статистических данных пользуются следующим выражением:

$$T_{ср} = \frac{\sum_{i=1}^{N_0} t_i}{N_0} \quad , \qquad (47)$$

где t_i – время безотказной работы i-го образца;

N_o – число образцов, над которыми проводится испытание.

Очевидно, что для определения $T_{ср}$ необходимо знать моменты отказов всех образцов системы, над которыми проводится эксперимент. Следовательно, при большом числе образцов N_o это может сильно усложнить эксперимент. Поэтому в этом случае целесообразнее вычислять $T_{ср}$ по следующей формуле:

$$T_{ср} = \frac{\sum_{i=1}^{\frac{t_k}{\Delta t}} r_i\, t_{iср}}{N_0} \quad , \qquad (48)$$

где r_i – число образцов, отказавших в i-м интервале;

$t_{iср}$ – среднее время i-го интервала;

t_k – время, в течение которого отказали все N_o образцов;

Δt – выбранная величина интервала времени.

Достоинством этой количественной характеристики надежности является [8]:

- простота ее вычисления из экспериментальных данных об отказах системы;
- наглядность.

Недостатки:

- математическое ожидание случайной величины, не может полностью характеризовать время работы системы;
- не пригодна для резервных систем;
- характеризует надежность системы до первого отказа.

3.6. Средняя наработка на отказ

Средняя наработка на отказ $t_{ср}$– есть среднее значение времени между соседними отказами, при условии восстановления каждого отказавшего элемента.

Определяется по следующему выражению:

$$t_{ср} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{r} t_i}{r}, \quad (49)$$

где r - число отказов системы за время t;

t_i – время исправной работы системы между (i-1)-м и i-м отказами.

Формулой (49) удобно пользоваться в тех случаях, когда $t_{ср}$ определяется по данным об отказах лишь одного образца системы. В тех случаях, когда испытание проводится с несколькими образцами $t_{ср}$, вычисляется по следующей формуле:

$$t_{ср} = \frac{\sum\limits_{j=1}^{N_0} t_{ср\,j}}{N_0}, \quad (50)$$

где $t_{срj}$ - среднее время между соседними отказами j-го образца;

N_o – число испытываемых образцов.

3.7. Средний ресурс

Средний ресурс – математическое ожидание ресурса, т.е. наработка деталей, элементов от начала эксплуатации до наступления предельного состояния. Под предельным состоянием понимается такое состояние деталей, элементов, при котором их дальнейшая эксплуатация должна быть прекращена. Причинами его могут быть не устраняемые нарушения требований безопасности, неустранимый «уход» заданных параметров за допустимые пределы.

При наличии данных о ресурсах t_{pi} узлов и деталей статистически оценка среднего ресурса определяется по выражению:

$$T^*_{рес} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} t_{pi} \quad , \tag{51}$$

где N- число узлов и деталей.

Средний ресурс измеряется в часах, километрах и т.п.

В качестве «квантильного» показателя безотказности для массовых электро- и радиокомпонентов системы рекомендуется гамма – процентная наработка до отказа $t\gamma$ - наработка, в течение которой отказ объекта не возникает с вероятностью γ.

Квантиль $t\gamma$ определяют из уравнения

$$1\text{-}F(t\gamma)=1\text{-}\int_0^{t\gamma} f(t)dt=\gamma\,\frac{\gamma}{100}, \tag{52}$$

где $F(t\gamma)$ - функция распределения наработки; γ - процентной наработки,

$f(t)$ - плотность распределения наработки до отказа (частота отказа).

Физически γ-процентная наработка выражается временем, в течение которого не отказывает γ процентов объектов из числа, поставленных на испытание. При γ= 100 % γ-процентная наработка называется установленной безотказной наработкой, при γ = 50 %- медианной наработкой.

Средний срок сохраняемости является математическим ожиданием срока сохраняемости. Определяется по следующей формуле:

$$T_{х.с.} = \frac{1}{\lambda_c}\ , \tag{53}$$

где λ_c – интенсивность отказов при хранении.

Средний срок сохраняемости можно выразить следующим образом:

$$T_{х.с.} = \ln\frac{P_0}{P_и}\ , \tag{54}$$

где P_0 – значение вероятности безотказной работы элементов в момент поступление на производство,

$P_и$ – значение вероятности безотказной работы элементов к моменту их использования.

Глава 4. Ремонтопригодность СУ

Ремонтопригодность характеризуется показателями: вероятностью восстановления в заданное время и средним временем восстановления [8].

Количественной мерой ремонтопригодности является вероятность того, что объект будет отремонтирован за время τ:

$$P(\tau) = P(T_в < \tau). \tag{55}$$

Для практических расчетов наиболее часто применяется экспоненциальный закон распределения времени ремонта, для которого справедливо соотношение:

$$P(\tau) = 1 - e^{(-\mu t)}, \tag{56}$$

где μ – интенсивность ремонта системы.

В качестве основного показателя ремонтопригодности используется среднее время восстановления системы $T_в$, которое складывается из: среднего времени контроля, среднего времени поиска дефекта и среднего времени устранения дефекта:

$$T_в = T_к + T_п + T_у, \tag{57}$$

где $T_к$ - среднее время контроля;

$T_п$ - среднее время поиска дефекта;

$T_у$ - среднее время устранения дефекта.

Статистически среднее время восстановления определяется:

$$T^*_в = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^{r} \tau_i , \tag{58}$$

где τ_i - время, затраченное на восстановление i-го отказа.

Глава 5. Эксплуатационные критерии надежности СУ

5.1. Коэффициент готовности

Коэффициент готовности $К_Г$ – вероятность того, что изделие будет работоспособно в произвольно выбранный момент времени кроме планируемых периодов, в течение которых применение системы по назначению не предусматривается [3].

Статистически коэффициент готовности определяется как отношение времени исправной работы к общему времени исправной работы и вынужденных простоев системы, взятых за один и тот же календарный срок:

$$K_Г = \frac{t_р}{t_р + t_в}\ , \tag{59}$$

где $t_р$ – время безотказной работы системы,

$t_в$ – время восстановления, т.е. время, затраченное на профилактику и ремонт системы.

Иногда коэффициент готовности системы определяется в процентах, в этом случае под коэффициентом готовности понимается процент календарного времени, в течение которого система способна выполнять требуемые функции.

Рассмотрим, как распределяется время работы и время восстановления системы (рис. 8):

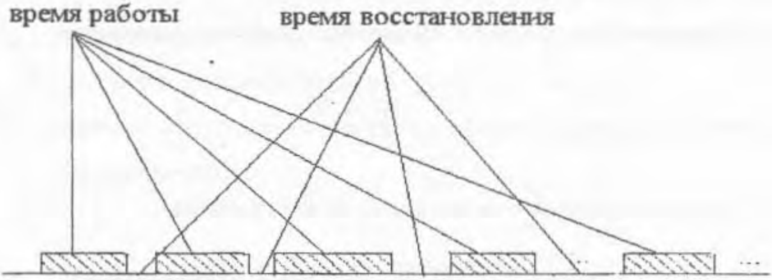


Рис. 8. Распределение времени работы и времени восстановления системы

Следовательно,

$$t_р = t_{р1} + t_{р2} + \ldots + t_{рz}\,, \tag{60}$$

$$t_в = t_{в1} + t_{в2} + \ldots + t_{вz}. \tag{61}$$

Тогда коэффициент готовности можно записать так:

$$K_Г = \frac{\sum\limits_{i=1}^{z} t_{pi}}{\sum\limits_{i=1}^{z} t_{pi} + \sum\limits_{i=1}^{z} t_{вi}}. \qquad (62)$$

Если имеется несколько комплектов однотипной системы, то величина $К_г$ показывает средний процент комплектов, находящихся в исправном состоянии в любой момент времени, т.е.

$$К_г = \frac{M_{ср.и}}{M}, \qquad (63)$$

где $M_{ср.и}$ - среднее число исправных комплектов;

M - общее число комплектов системы.

Различают также ***коэффициент оперативной готовности*** $К_{ог}$. Он характеризует вероятность того, что система, находясь в режиме ожидания, окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени и, начиная с этого момента, будет безотказно работать в течение заданного интервала времени. Он определяется по следующей формуле:

$$К_{ог} = К_г P(t). \qquad (64)$$

5.2. Коэффициент вынужденного простоя

Коэффициент вынужденного простоя $К_п$ – отношение времени вынужденного простоя к сумме времени исправной работы и вынужденных простоев. Или можно сказать, что коэффициент вынужденного простоя есть отношение времени восстановления к сумме времени восстановления и безотказной работы системы, взятые за один и тот же календарный срок [4]:

$$K_п = \frac{\sum_{i=1}^{z} t_{вi}}{\sum_{i=1}^{z} t_{pi} + \sum_{i=1}^{z} t_{вi}}. \qquad (65)$$

Очевидна связь коэффициента вынужденного простоя с коэффициентом готовности:

$$K_п = 1 - K_г. \qquad (66)$$

Поскольку коэффициент вынужденного простоя является производным от коэффициента готовности, то этот коэффициент обладает всеми достоинствами и недостатками, присущими коэффициенту готовности.

Зная среднее время безотказной работы и среднее время восстановления, можно для определения $K_п$ записать следующее выражение:

$$K_п = \frac{\sum_{i=1}^{z} t_{срв_i}}{\sum_{i=1}^{z} t_{срр_i} + \sum_{i=1}^{z} t_{срв_i}}. \qquad (67)$$

Для системы, которая эксплуатируется длительное время, коэффициент простоя стремится к постоянной величине, т.е. определяется вероятность того, что в установившемся процессе эксплуатации система в любой произвольно выбранный момент времени будет в состоянии восстановления:

$$K_п = \frac{1}{1 + \frac{T}{t_{срв}}}, \qquad (68)$$

где Т – среднее время безотказной работы.

5.3. Коэффициент профилактики

Коэффициент профилактики K_p есть отношение числа часов, которые были затрачены на профилактику и ремонт системы, ко времени его исправной работы, взятых за один и тот же календарный срок (рис. 9).

Рис. 9. Схема распределения времени работы и вынужденного простоя системы одного типа

Коэффициент профилактики K_p определяется по формуле:

$$K_p = \frac{\sum_{i=1}^{z} t_{\text{в}i}}{\sum_{i=1}^{z} t_{pi}} . \tag{69}$$

Достоинство данного коэффициента заключается в том, что эта характеристика надежности рассматривает не только время исправной работы аппаратуры, но и время, затрачиваемое на ремонт и профилактику (восстановление), т.е. учитывает не только надежность системы, но и удобство ее эксплуатации.

Преимущество в обеспечении требуемого уровня надежности за счет проведения профилактики может быть оценено с помощью такого показателя, как эффективность профилактики. Под эффективностью профилактики понимается отношение наработки на отказ профилактируемой и непрофилактируемой системы:

$$W = \frac{T_{пф}}{T_{нпф}} , \qquad (70)$$

где $T_{пф}$ – наработка на отказ профилактируемой системы;

$T_{нпф}$ – наработка на отказ непрофилактируемой системы.

Эффективность профилактики W^{-} количественно показывает степень повышения надежности системы за счет проведения на ней профилактических работ.

Допустим, что вероятность безотказной работы профилактирируемой и непрофилактируемой системы подчиняется экспоненциальному закону, то тогда получим:

$$W = \frac{N_{нпф}}{N_{пф}} , \qquad (71)$$

где $N_{нпф}$ – число отказов непрофилактируемой системы;

$N_{пф}$ - число отказов профилактируемой системы.

5.4. Относительный коэффициент отказов

Относительный коэффициент отказов $K_{н.о.}$ есть отношение процента отказов системы вследствие выхода из строя элементов данного типа к проценту этих элементов в системе [6].

Определяется по следующей формуле:

$$K_{н.о.} = \frac{r_i N}{R N_i} , \qquad (72)$$

где r_i – число отказов системы, вызываемых элементами i-го типа;

R – общее число отказов системы;

N_i – число элементов i-го типа системы;

N – общее число элементов в системе.

Достоинства относительного коэффициента отказов:

- данная характеристика надежности учитывает количество элементов в системе, поэтому по ее величине можно судить об их надежности, а также об относительной надежности, поскольку замена тех или иных элементов в системе приводит к изменению относительного коэффициента отказов остальных элементов;
- поможет выявить низкую надежность некоторых входящих в систему элементов с тем, чтобы в дальнейшем, принять меры к ее повышению или их заменить.

5.5. Коэффициент стоимости эксплуатации

Коэффициент стоимости эксплуатации $K_{с.э}$ есть отношение стоимости эксплуатации системы в течение одного года к стоимости изготовления системы. Этот коэффициент необходим для того, чтобы оценить удельную стоимость на поддержание надежности системы в период ее эксплуатации [8].

Коэффициент стоимости эксплуатации определяется по формуле:

$$K_{с.э.} = \frac{C_{с.э}}{C_{с.и}}, \qquad (73)$$

где $C_{с.э}$ – стоимость эксплуатации системы в течение одного года,

$C_{с.и}$ – стоимость изготовления системы.

Стоимость эксплуатации системы в течение года рассчитывается по следующей формуле:

$$C_{с.э.} = C_{з.} + C_{р.} + C_{пр} + C_{рп.} + C_{э.р},\qquad (74)$$

где $C_{з.}$ – затраты на запасные детали;

$C_{р.}$ – затраты на ремонт;

$C_{пр}$ – затраты на профилактику;

$C_{рп.}$ – затраты на содержание ремонтного персонала;

$C_{э.р.}$ – затраты на другие эксплуатационные расходы.

Очевидно, чем надежнее система, тем меньше стоимость ее эксплуатации и меньше значение коэффициента $K_{с.э.}$

Спроектировать и изготовить надежную систему достаточно трудно. Для этого необходимо максимально (насколько это возможно) упростить систему без ухудшения других ее характеристик, выбрать наиболее надежные элементы, облегчить режимы их работы и т.п. Это все требует дополнительных капиталовложений.

Эксплуатация надежной системы не требует большого числа запасных деталей, значительного количества персонала и т.д. Отсюда вывод – стоимость эксплуатации системы тем ниже, чем надежнее система.

Значение этого коэффициента $K_{с.э.}$ зависит не только от надежности системы, но и от большого числа других факторов: от сложности системы, квалификации персонала и т.п.

Коэффициент стоимости эксплуатации является удобной характеристикой экономичности системы, но при этом слабо характеризует надежность системы.

Глава 6. Методы расчета надежности систем со структурной избыточностью без восстановления СУ

Довольно часто на практике мы имеем дело с системами, элементы которой не подлежат восстановлению. Они имеют последовательно-параллельную схему соединения. Для этих структур эффективным является ***метод свертки*** [2].

Метод свертки основан на последовательном преобразовании структуры системы и сведения ее к основному соединению элементов. Допустим, что мы имеем соединение представленное на рис. 10.

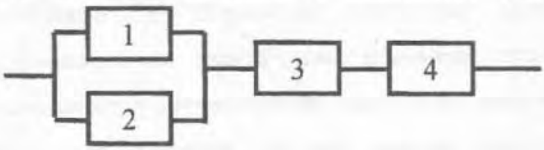


Рис. 10. Последовательно-параллельная структура

Метод свертки состоит из нескольких этапов.

На первом этапе рассматриваются все параллельные соединения, которые заменяются эквивалентными элементами с соответствующим показателем надежности. Как видно из рис. 10, 1-й и 2-й элементы соединены параллельно. Определим вероятность безотказной работы этих элементов:

$$p_{12} = 1 - (1 - p_1)(1 - p_2). \quad (75)$$

На втором этапе рассматриваются все последовательные соединения элементов, которые заменяются эквивалентными элементами:

$$p_{34} = p_3 p_4. \quad (76)$$

После этого преобразования можно схему представить в виде, представленном на рис. 11.

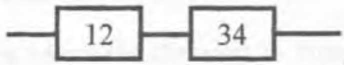


Рис. 11. Схема после второго этапа преобразования

На третьем этапе производим расчет вероятности безотказной работы системы:

$$P_c = p_{12}p_{34}. \tag{77}$$

Этот метод является весьма эффективным методом определения вероятности безотказной работы системы, имеющей параллельно-последовательную структуру, состоящую из невосстанавливаемых элементов. Число элементов мало влияет на сложность проведения расчетов, в основном происходит увеличение числа этапов расчета.

Недостатком метода свертки является его ограниченность параллельно-последовательными схемами. Если, например, мы имеем схему с мостовой структурой системы (рис. 12), этот метод бессилен.

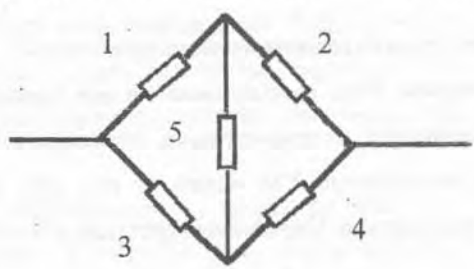


Рис. 12. Мостовая схема

Из рис. 12 видно, что элементы 1, 3, 5 образуют треугольник, а элементы 2, 5, 1 – звезду. В качестве характеристики надежности будем использовать вероятность отказов элементов. Выбор указанной характеристики обусловлен тем, что метод преобразования треугольника в звезду и обратно является приблизительным. Значение возникающей погрешности при оценке надежности системы зависит от вероятностей, характеризующих надежность элементов. Чем меньше вероятности, тем меньше погрешность оценки надежности системы.

Одним из методов определения вероятности безотказной работы структуры рис. 12 является метод преобразования треугольника в звезду и обратно (рис. 13).

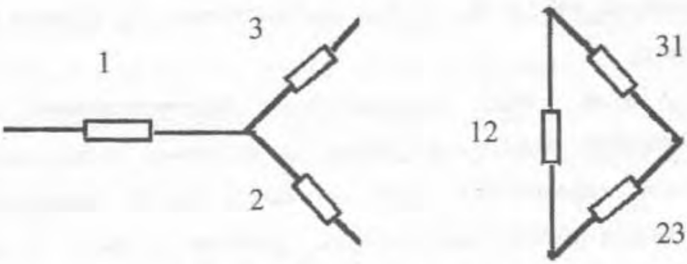


Рис. 13. Звезда и треугольник

Можно записать следующие выражения:

$$q_1 + q_2q_3 - q_1q_2q_3 = q_{12}q_{31}, \quad (78)$$

$$q_2 + q_3q_1 - q_2q_3q_1 = q_{23}q_{12}, \quad (79)$$

$$q_3 + q_1q_2 - q_3q_1q_2 = q_{31}q_{23}. \quad (80)$$

При преобразовании треугольника в звезду или обратно необходимо все свести к такому виду, чтобы можно было бы использовать метод свертки.

В тех случаях, когда мы рассматриваем систему со сложной структурой, например мостикового типа, можно использовать ***метод исключения элементов***. Главным недостатком метода является то, что он дает результат с погрешностью. Он основан на том, что в структуре выбираются один или несколько элементов и затем производится расчет показателей надежности для двух крайних случаев:

- выбранные элементы абсолютно надежны, в этом случае две точки схемы, к которым подключается элемент, соединяются постоянной связью;
- элементы абсолютно ненадежны, между двумя точками схемы, к которым подключается элемент, связь отсутствует.

Для двух полученных структур определяются вероятности безотказной работы P_{max} и P_{min}, соответственно для первого и второго варианта.

После этого определяется средневзвешенное значение вероятностей безотказной работы исключаемых элементов $P_{ср}$, это значение определяется как отношение суммы всех вероятностей безотказной работы исключаемых элементов к числу исключаемых элементов.

После этого можно определить вероятность безотказной работы структуры системы:

$$P_c = P_{min} + (P_{max} - P_{min})P_{ср}. \tag{81}$$

Глава 7. Надежность СУ при резервном соединении элементов

7.1. Надежность систем при общем резервировании

Рассмотрим надежность системы с ***общим резервированием элементов*** [6]. Для этого вспомним, как определяется вероятность безотказной работы системы без резервных элементов:

$$P(t) = p_1(t)p_2(t)\ldots p_n(t). \tag{82}$$

Вероятность отказа системы без резервных элементов определяется по следующему выражению:

$$Q(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} p_i(t) \quad . \tag{83}$$

Так как отказ является событием случайным и независимым, то вероятность наступления отказа системы $Q_c(t)$ с m резервными цепями будет равна произведению вероятностей отказов основной и резервных цепей:

$$Q_c(t) = Q_{осн}(t) \prod_{i=1}^{m} Q_{рез i}(t) = \prod_{i=1}^{m+1} Q_i(t) \,. \qquad (84)$$

При равенстве вероятности отказа основной цепи вероятностям отказа резервных цепей (этот случай на практике имеет наибольшее значение, поскольку при общем резервировании резервные элементы и цепи обычно выбираются такими же, как и основные, а их режимы работы – идентичными):

$$Q_c(t) = Q^{m+1}(t). \qquad (85)$$

Следовательно, вероятность безотказной работы и вероятность отказа такой системы можно записать в виде:

$$P_c(t) = 1 - Q^{m+1}(t) = 1 - [1 - \prod_{i=1}^{n} p_i(t)]^{m+1} \,, \qquad (86)$$

$$Q_c(t) = [1 - \prod_{i=1}^{n} p_i(t)]^{m+1} \,, \qquad (87)$$

где p_i – вероятность безотказной работы i-го элемента;

n – число элементов в основной или в резервной цепи;

m - число резервных цепей.

Если все элементы системы обладают одинаковой надежностью, то формулы (86) и (87) можно записать в следующем виде:

$$P_{общ}(t) = 1 - [\,1 - p_i^{\,n}(t)]^{m+1} \,, \qquad (88)$$

$$Q_{общ}(t) = [\,1 - p_i^{\,n}(t)]^{m+1}. \qquad (89)$$

Так как для экспоненциального закона

$$p_i(t) = e^{-\lambda_i t}, \qquad (90)$$

$$\prod_{i=1}^{n} p_i(t) = e^{-\lambda_0 t}, \qquad (91)$$

где $\lambda_0 = \lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_n$ – интенсивность отказов любой из m+1 систем.

$$P_{общ}(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda_0 t})^{m+1}, \qquad (92)$$

$$Q_{общ}(t) = (1 - e^{-\lambda_0 t})^{m+1}. \qquad (93)$$

Найдем выражение среднего времени безотказной работы резервированной системы:

$$T_{ср} = \int_0^{\infty} P(t)dt = \int_0^{\infty} [\, 1 - (1 - e^{-\lambda_0 t})^{m+1} \,]\, dt\ . \qquad (94)$$

Если обозначим:

$$1 - e^{-\lambda_0 t} = z, \qquad (95)$$

тогда

$$dt = \frac{dz}{\lambda_0 (1 - z)}\ . \qquad (96)$$

Следовательно, выражение (94) примет вид:

$$T_{ср} = \frac{1}{\lambda_0} \int_0^1 \frac{1 - z^{m+1}}{1 - z}\, dz = \frac{1}{\lambda_0} \int_0^1 (1 + z + z^2 + z^3 + \ldots + z^m)\, dz. \qquad (97)$$

Обозначая

$$(1 + z + z^2 + z^3 + \ldots + z^m) = \sum_{i=0}^{m} z^i, \qquad (98)$$

получим

$$T_{ср} = \frac{1}{\lambda_0} \int_0^1 \sum_{i=0}^{m} z^i\, dz = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{i=0}^{m} \frac{1}{i+1}\, z^{i+1} \Big|_0^1\ . \qquad (99)$$

Подставляя пределы интегрирования, получим окончательное выражение среднего времени безотказной работы резервированной системы:

$$T_{ср}=\frac{1}{\lambda_0}\sum_{i=0}^{m}\frac{1}{i+1}=\frac{1}{\lambda_0}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ \dots+\frac{1}{m+1}\right). \qquad (100)$$

Вычислим частоту и интенсивность отказов системы, воспользовавшись выражениями:

$$a_c(t)=Q'_c(t) \qquad (101)$$

и

$$\lambda_c(t)=\frac{a_c(t)}{P_c(t)}. \qquad (102)$$

Дифференцируя формулы (92) и (93) получим:

$$a_{общ}(t)=\lambda_0(m+1)\,e^{-\lambda_0 t}(1-e^{-\lambda_0 t})^m, \qquad (103)$$

$$\lambda_{общ}(t)=\frac{\lambda_0(m+1)\,e^{-\lambda_0 t}(1-e^{-\lambda_0 t})^m}{1-(1-e^{-\lambda_0 t})^{m+1}}. \qquad (104)$$

Выигрыш надежности резервированной системы при постоянно включенном резерве существенно зависит от того, какой количественной характеристикой оценивается надежность. Оценим выигрыш надежности по всем ее количественным характеристикам.

Если возьмем отношение количественных характеристик резервированной и нерезервированной систем, получим выигрыш надежности для случая экспоненциального закона в виде следующих формул:

$$G_p(t)=\frac{1-(1-e^{-\lambda_0 t})^{m+1}}{e^{-\lambda_0 t}}, \qquad (105)$$

$$G_Q(t)=(1-e^{-\lambda_0 t})^m, \qquad (106)$$

$$G_T(t) = \sum_{i=0}^{m} \frac{1}{i+1} \quad , \tag{107}$$

$$G_a(t) = \frac{\lambda_0 (m+1) e^{-\lambda_0 t} (1 - e^{-\lambda_0 t})^m}{\lambda_0 e^{-\lambda_0 t}} \quad , \tag{108}$$

$$G_\lambda(t) = \frac{(m+1) e^{-\lambda_0 t} (1 - e^{-\lambda_0 t})^m}{1 - (1 - e^{-\lambda_0 t})^{m+1}} \quad , \tag{109}$$

7.2. Надежность систем при раздельном резервировании

Вероятность того, что произойдет отказ системы из-за отказов элементов i-го типа, равна произведению вероятностей отказов i-го элемента и всех элементов, его резервирующих, т.е.:

$$Q_i(t) = \prod_{i+1}^{m+1} q_{i} \quad , \tag{110}$$

Вероятность безотказной работы i-го элемента и всех элементов, его резервирующих:

$$P_i(t) = 1 - \prod_{i+1}^{m+1} [\, 1 - p_i(t) \,] \quad . \tag{111}$$

Так как обычно резервные и резервируемые элементы равнонадежны, то:

$$P_i(t) = 1 - [\, 1 - p_i(t) \,]^{m+1} \quad . \tag{112}$$

Поскольку функциональные группы соединены между собой так, что подчиняются законам основного соединения элементов, то вероятность безотказной работы равна произведению вероятности функциональных групп:

$$P_{раз}(t) = \prod_{i=1}^{n} \{ 1 - [1 - p_i(t)]^{m+1} \} . \tag{113}$$

Если вероятности безотказной работы всех элементов будут равны, то вероятность безотказной работы системы, согласно выражению (108), получит вид:

$$P_{раз}(t) = [1 - (1 - p_i(t))^{m+1}]^n. \tag{114}$$

Частота отказов (исходя из того, что мы имеем дело с экспоненциальным законом распределения) определяется по следующему выражению:

$$a_{раз}(t) = n(m+1)\lambda e^{-\lambda t}(1 - e^{-\lambda t})^m [1 - (1 - e^{-\lambda t})^{m+1}]^{n-1}, \tag{115}$$

где n - число основных элементов в системе.

Интенсивность отказов рассчитывается по следующему выражению:

$$\lambda_{раз}(t) = \frac{n(m+1)\lambda e^{-\lambda t}(1 - e^{-\lambda t})^m}{1 - (1 - e^{-\lambda t})^{m+1}} . \tag{116}$$

На основании вышеизложенного, выигрыш надежности резервированной системы (при раздельном резервировании, если резерв включен постоянно) по сравнению с нерезервированной по основным количественным характеристикам будет:

$$G_P(t) = \frac{[1 - (1 - e^{-\lambda t})^{m+1}]^n}{e^{-\lambda_0 t}} , \tag{117}$$

$$G_Q(t) = \frac{1 - [1 - (1 - e^{-\lambda t})^{m+1}]^n}{1 - e^{-\lambda_0 t}} , \tag{118}$$

$$G_a(t) = (m+1)\, e^{\lambda t(n-1)}(1 - e^{-\lambda t})^m \{1 - [1 - e^{-\lambda t}]^{m+1}\}^{n-1}, \tag{119}$$

$$G_\lambda(t) = \frac{(m+1)\, e^{-\lambda t}(1 - e^{-\lambda t})^m}{1 - (1 - e^{-\lambda t})^{m+1}} , \tag{120}$$

Выигрыш надежности системы при раздельном резервировании по сравнению с общим резервированием с постоянно включенным резервом будет:

$$G^{п}_{P}(t) = \frac{[1-(1-e^{-\lambda t})^{m+1}]^{n}}{1-(1-e^{-\lambda_0 t})^{m+1}}, \qquad (121)$$

$$G^{п}_{Q}(t) = \frac{1-[1-(1-e^{-\lambda t})^{m+1}]^{n}}{(1-e^{-\lambda_0 t})^{m+1}}, \qquad (122)$$

$$G^{п}_{a}(t) = \frac{e^{\lambda t(n-1)}(1-e^{-\lambda t})^{m}\{1-[1-e^{-\lambda t}]^{m+1}\}^{n-1}}{(1-e^{-\lambda_0 t})^{m}}, \qquad (123)$$

$$G^{п}_{\lambda}(t) = \frac{e^{\lambda t}(1-e^{-\lambda t})^{m}[1-(1-e^{-\lambda_0 t})^{m+1}]}{e^{-\lambda_0 t}(1-e^{-\lambda_0 t})^{m}[1-(1-e^{-\lambda_0 t})^{m+1}]}. \qquad (124)$$

ПРИЛОЖЕНИЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Виды распределений вероятностей, используемых в теории надежности

При исследовании надежности системы с использованием аппарата классической теории вероятности можно выделить два этапа:

- Анализ работы системы с целью определения вероятности отказа в некоторый фиксированный момент времени. В общем случае время работы до отказа является случайной величиной.
- Анализ работы системы в течение времени эксплуатации. Распределение вероятностей отказов во времени подчиняется определенным законам и имеет очень важное значение.

Наиболее важными и часто используемыми видами распределений являются:

- экспоненциальное;
- нормальное;
- биномиальное;
- Релея;
- Вейбулла.

Этими видами распределений, их число, используемое в настоящее время в общей теории надежности, не исчерпывается. Их общее число вместе с современными модификациями насчитывает порядка двадцати. Однако, необходимо, прежде всего, рассмотреть те виды распределений, которые наиболее широко используются в теории надежности систем автоматического управления.

Биномиальное распределение

Если производится серия состоящая из n независимых одинаковых опытов, причем вероятность появления изучаемого события в каждом опыте постоянна и равна p, а вероятность его не появления равна q=1-p, то вероятность $P_n(k)$ появления данного события k раз равна (формула Бернулли):

$$P_n(k) = C_n^k\, p^k q^{n-k}.$$

Для того, чтобы это выражение было более понятно необходимо вспомнить курс математики, а именно разложение бинома Ньютона, который имеет следующий вид:

$$(p+q)^n = C_n^n\, p^n + C_n^{n-1}\, p^{n-1}q + \ldots + C_n^k\, p^k q^{n-k} + \ldots + C_n^0\, q^n.$$

Формула Бернулли является аналогичным выражением биномиального распределения. Формула распределения названа биномиальной, потому что правую часть формулы Бернулли можно рассматривать как формулу записи общего члена разложения бинома Ньютона. В своей основной форме биномиальное распределение описывает события, имеющие два исхода, взаимно исключающие друг друга.

Экспоненциальный закон распределения

Такой вид распределения является основным и наиболее часто используемым в теории надежности. При таком распределении времени возникновения отказов интенсивность отказов является величиной постоянной. Независимость опасности отказов от времени составляет главную особенность экспоненциального закона. Этот закон распределения дает наиболее простые зависимости для расчетов надеж - ности. В тех случаях, когда в расчетах фигурируют другие законы распределения, экспоненциальный используется для предварительной оценки надежности объекта. Экспоненциальное распределение дает хорошее описание продолжительности безотказной работы устройств, которые не меняют своих вероятностных характеристик с течением времени. Для экспоненциального закона распределения имеем следующие зависимости:

$$Q(t) = 1 - e^{-\lambda t}.$$

$$P(t) = e^{-\lambda t}.$$

$$a(t) = \lambda e^{-\lambda t}.$$

$$T_{cp} = \int_0^\infty e^{-\lambda t} dt,$$

$$T_{cp} = 1/\lambda.$$

Из выражения для вероятности безотказной работы видно, что она уменьшается с течением времени по экспоненциальному закону. Выражение $P = e^{-\lambda t}$ часто называют ***экспоненциальным законом надежности***.

Пример: время распределения между отказами во влагомере для измерения влажности бумажного полотна подчиняется экспоненциальному закону.

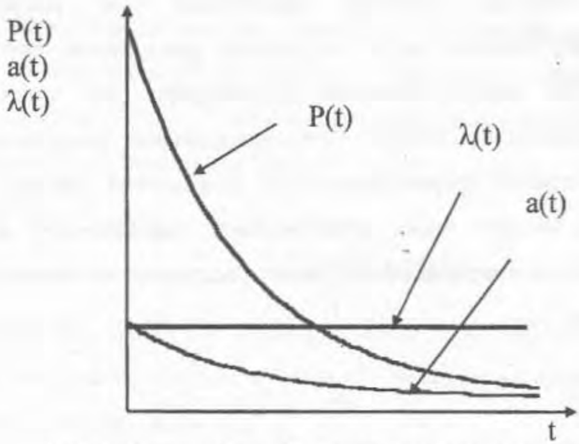


Рис. 1. Графики экспоненциального распределения

На рис. 1 представлены графики функций a(t), λ(t), и P(t) для экспоненциального закона распределения.

Если предположить, что $t=T_{ср}$, то вероятность безотказной работы составит:

$$P(t) = e^{-\lambda T_{ср}} \approx 0{,}37.$$

Из этого выражения видно, что при экспоненциальном законе надежности среднее время безотказной работы – это время, в течение которого вероятность безотказной работы уменьшается в e раз. Поскольку среднее время безотказной работы есть математическое ожидание времени до первого отказа, оно недостаточно полно характеризует надежность системы. При оценке надежности с помощью этой характеристики необходимо знать еще моменты высших порядков или хотя бы второй центральный момент – дисперсию времени возникновения отказов.

Дисперсия позволяет оценить рассеивание возможных значений случайной величины вокруг ее среднего значения. Отклонения случайной величины от ее среднего значения могут быть положительными и отрицательными.

Важным свойством экспоненциального распределения является то, что остаточное время жизни уже проработавшего элемента не зависит от длительности периода предшествующей работы. Это свойство иногда называют свойством отсутствия последствий. Оно означает, что уже проработавший любое время и не отказавший элемент с экспоненциальным распределением времени безотказной работы не хуже совершенно нового. Т.е. проработавший элемент по статистическим характеристикам не отличим от абсолютно нового, следовательно, не имеет смысла проводить какие-либо плановые замены, если известно, что элемент еще не отказал.

<u>Нормальное распределение</u>

Нормальное распределение (Гаусса) определяется двумя параметрами: средней наработкой до отказа $T_{ср}$ и ее среднеквадратичным отклонением σ. Изменение вероятности безотказной работы описывается выражением:

$$P(t) = 1 - \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{t} \exp[-\frac{(t-Tcp)^2}{2\sigma^2}]\, dt .$$

Нормальный закон распределения времени между отказами:

$$a\ (t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp[-\frac{(t-Tcp)^2}{2\sigma^2}] .$$

При нормальном законе распределения интенсивность отказов λ с увеличением наработки возрастает. Следовательно, данный закон характерен при постепенных отказах, которые наиболее часто проявляются в период интенсивного старения системы в результате длительной эксплуатации. Графики, характеризующие нормальное распределение, представлены на рис. 2-4.

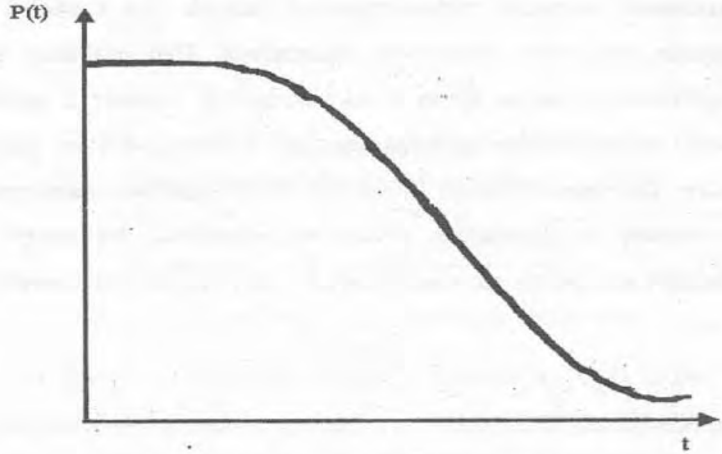


Рис. 2. Нормальное распределения P(t)

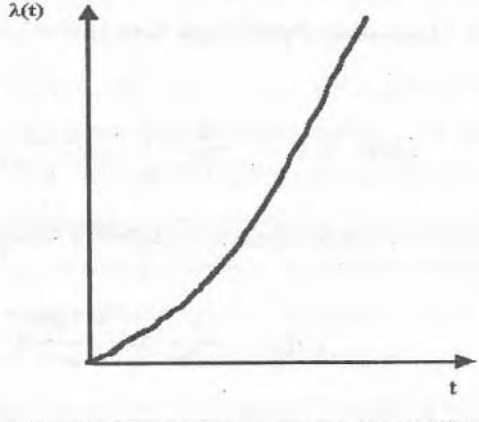


Рис. 3. Нормальное распределение λ(t)

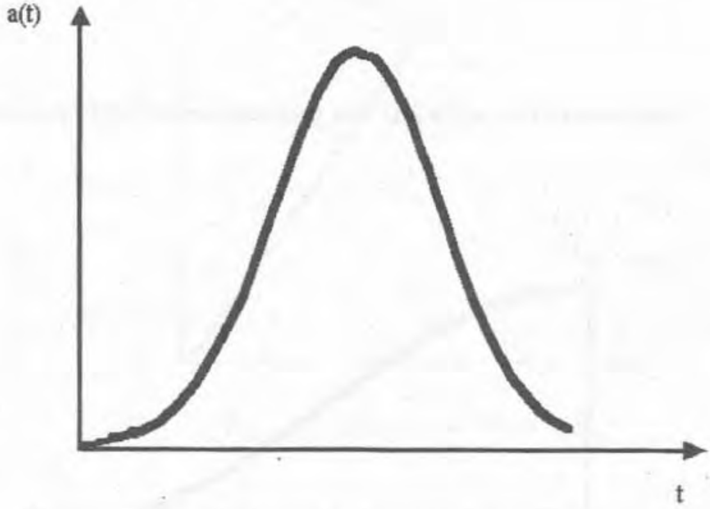


Рис. 4. Нормальное распределение a(t)

Нормальное распределение применяется при отказах вследствие износа и старения элементов и при отказах в результате большого количества равнозначных слабо зависимых факторов.

Распределение Релея

Это распределение задается в виде:

$$P(t) = \exp\,[-t^2/2\sigma_p^2],$$
$$Q(t) = 1 - \exp\,[-t^2/2\sigma_p^2],$$

где σ_p – среднеквадратичное отклонение в масштабе Релея.

Связь между этим параметром Релея σ_p и среднеквадратичным отклонением является однозначной и выражается в виде зависимости:

$$\sigma_p = 1{,}53\sigma.$$

Интенсивность отказов определяется по следующей формуле:

$$\lambda(t) = \frac{t}{\sigma_p^2} \ .$$

Зависимости P(t), a(t) и λ(t) для распределения Релея преведены на рис. 5-7.

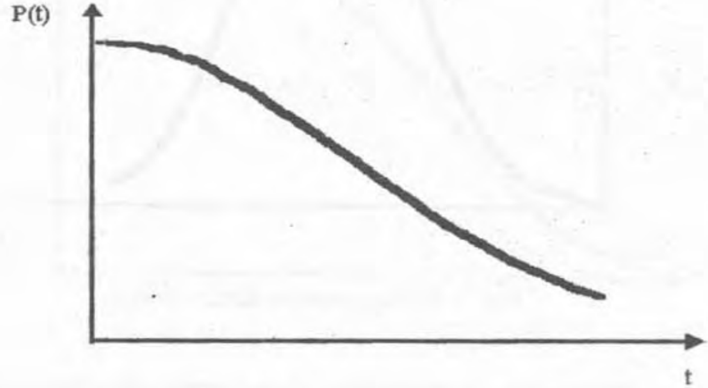


Рис. 5. Распределения Релея P(t)

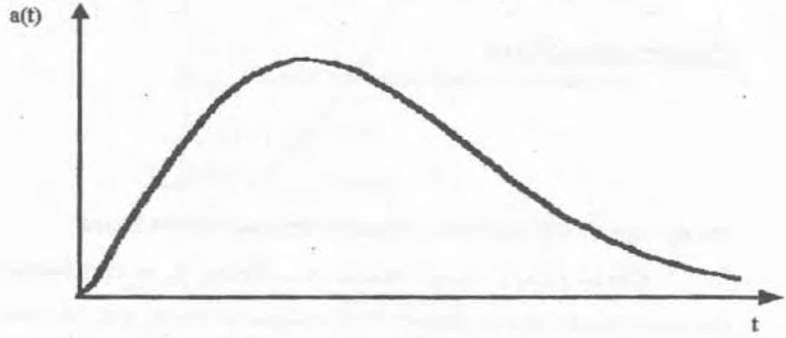


Рис. 6. Распределение Релея a(t)

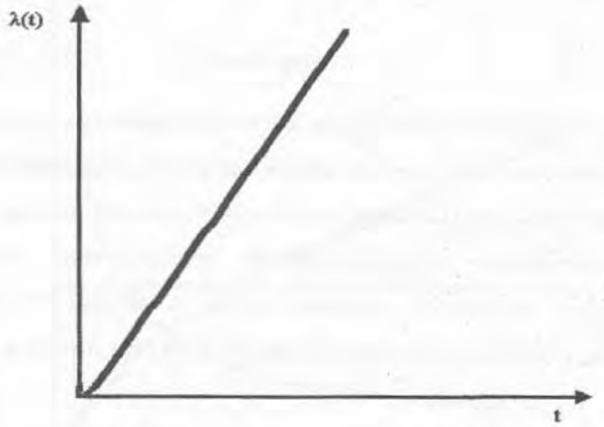


Рис. 7. Распределение Релея λ(t)

Распределение Релея совместно с другими законами распределения применяется главным образом при исследовании надежности систем, имеющих элементы с выраженным эффектом старения. Отказы некоторых типов электровакуумных приборов подчиняются закону распределения Релея. Этот вид распределения наиболее часто используется для расчета надежности объектов с малым сроком эксплуатации. Примером может служить система автоматизированного управления ракетных установок со сроком действия 10-20 минут.

Распределение Вейбулла

Распределение Вейбулла является наиболее общим видом распределения. Этот вид распределения используется для описания усталостных явлений.

$$Q(t) = 1 - \exp(-kt^m).$$

$$P(t) = \exp(-kt^m).$$

$$\lambda(t) = kmt^{m-1}.$$

Распределение Вейбулла имеет два параметра: k и m. Параметр k определяет масштаб, при его изменении кривая распределения сжимается или растягивается. Параметр m принимает значения обычно от 1 до 2.

Графики, характеризующие распределения Вейбулла для различных значений m показаны на рис. 8-10. При m=1 распределение Вейбулла переходит в экспоненциальное, а при m=2 – в распределение Релея.

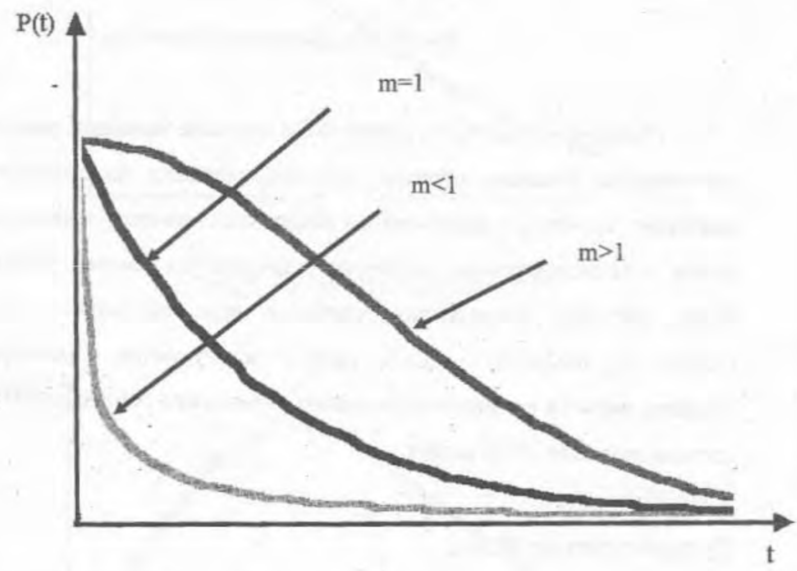


Рис. 8. Распределение Вейбулла P(t) при разных m

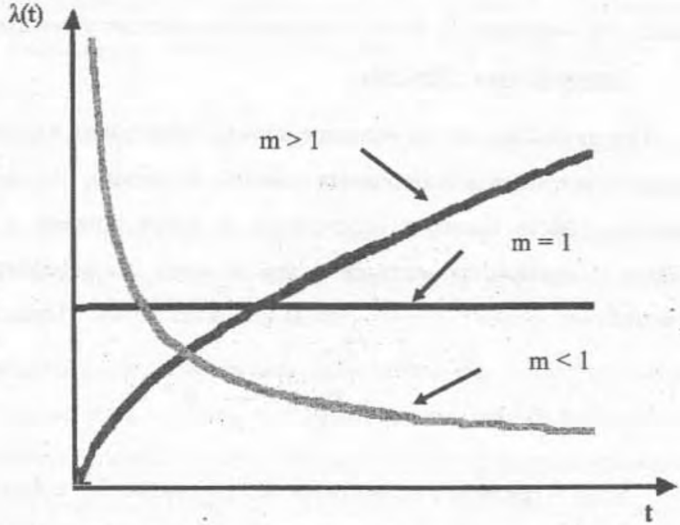


Рис. 9. Распределение Вейбулла λ(t) при разных m

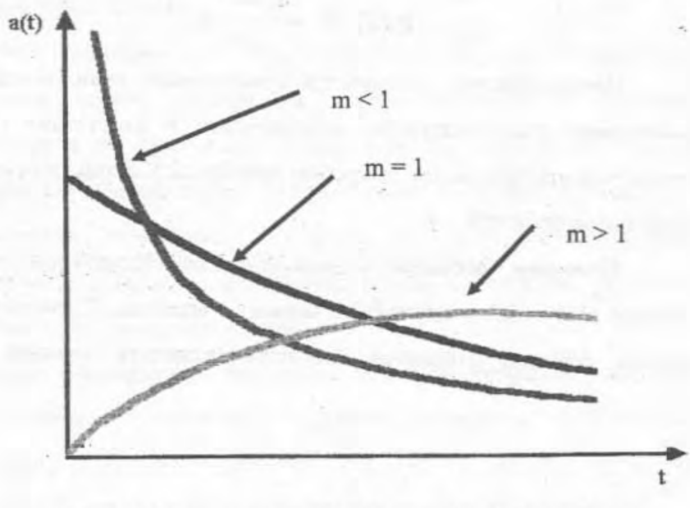


Рис. 10. Распределение Вейбулла a(t) при разных m

Распределение Вейбулла широко используется при изучении надежности механических устройств, при исследовании характеристик надежности электронных ламп и электромеханических элементов

Распределение Пуассона

Предположим, что за заданное время t происходит в среднем какое-то постоянное число ***a*** однородных событий. Допустим, что среднее число отказов в работе какого-то устройства за время t равно ***a***. Пусть эти события появляются независимо друг от друга. Тогда вероятность того, что возникнет только r отказов, определяется по формуле Пуассона:

$$P_r(a) = \frac{a^r}{r!}\ e^{-a}.$$

Если в среднем в единицу времени наступает λ событий, то a = λ, t, тогда можно записать распределение Пуассона в следующем виде:

$$P_r(a) = \frac{(\lambda t)^r}{r!} e^{-\lambda t}.$$

Поток событий называется пуассоновым, если он удовлетворяет требованиям стационарности, ординарности и отсутствия последствий. Теперь попытаемся более подробно разобраться с тем, что представляет собой поток событий.

Потоком событий называют последовательность событий, которые наступают в случайные моменты времени. К числу простейших потоков событий относятся последовательность отказов элементов системы автоматического управления. Поток событий обладает следующими свойствами: стационарность, отсутствие последействия и ординарность.

Стационарность заключается в том, что вероятность появления r событий, например, отказов, на любом промежутке времени Δt зависит только от значений r и Δt и не зависит от положения Δt на оси времени. Необходимо отметить, что это свойство характерно для нестареющих объектов.

Нестационарным пуассоновским потоком является поток нестационарный, но удовлетворяющий условиям отсутствия последейст-вия и ординарности. Можно сказать, что если отказы элементов сложной системы носят мгновенный характер, отказ любого одного элемента ведет к отказу всей системы и старение элементов отсутствует, то поток отказов системы в течение длительного времени ее эксплуатации является нестационарным пуассоновским.

Свойство ординарности характеризуется тем, что вероятность появления более одного отказа за малый промежуток времени пренебрежимо мала по сравнению с вероятностью появления только одного события. Появление двух и более отказов за малый промежуток времени практически невозможно. Следовательно, если поток обладает свойством ординарности, то за бесконечно малый промежуток времени может появиться не более одного отказа.

Свойство отсутствия последствия характеризуется тем, что вероятность появления r событий на любом промежутке времени не зависит от того, появлялись или нет события в момент времени, предшествующие началу рассматриваемого промежутка. Предыстория потока отказов, т.е. их число и распределение во времени, не сказывается на вероятности появления новых отказов в ближайшем будущем. Возможны случайные всплески отказов, но они не отражаются на работе системы. Свойства системы после восстановления не ухудшаются. В том случае, если поток обладает свойством последействия, то имеет место взаимная независимость появления того или иного числа отказов в непересекающиеся промежутки времени.

Очевидно, что выведенный ранее закон экспоненциальности распределения получается из формулы Пуассона, если предположить, что r = 0, т.е. если отказов нет:

$$P_0(t) = e^{-\lambda t}.$$

В том случае если имеется один отказ r = 1:

$$P_1(t) = \lambda t\, e^{-\lambda t}.$$

Вероятность появления более одного отказа может быть получена из выражения:

$$P_{r>1}(t) = 1 - P_0(t) - P_1(t).$$

Номограммы поправочных коэффициентов

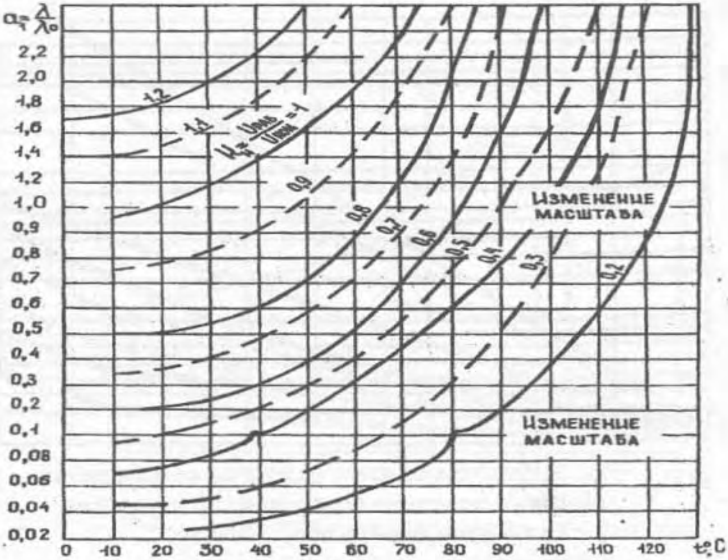


Рис. 1. Номограмма для определения коэффициента температурных нагрузок

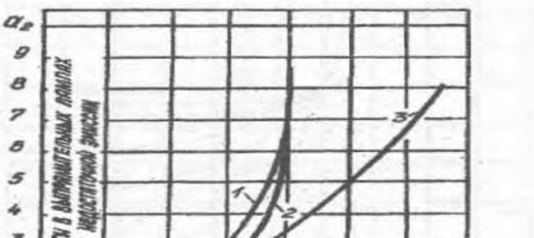


Рис. 2. Номограмма для определения коэффициента электрических нагрузок для ЭВП (электровакуумных приборов)

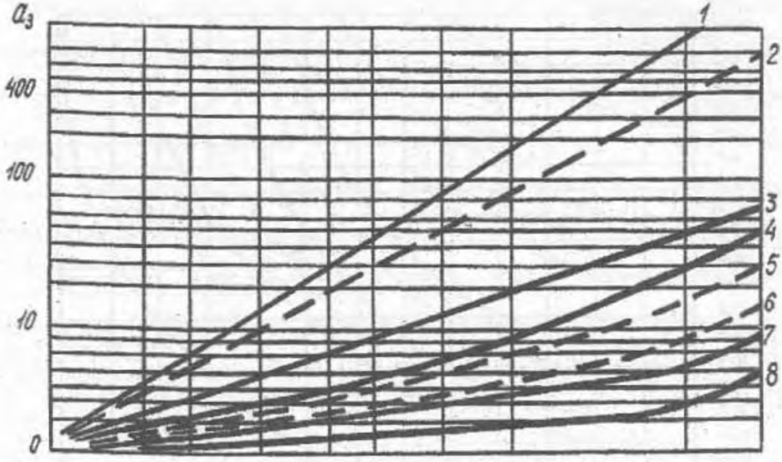


Рис. 3. Номограмма для определения коэффициента нагрузок элементов по условиям эксплуатации электронного оборудования:
1- генераторные лампы, СВЧ – приборы; 2 - реле; 3 - усредненная по элементам; 4 - приемно-усилительная ЭВП; 5 - полупроводниковые триоды; 6 - конденсаторы 7 - полупроводниковые диоды; 8 - резисторы

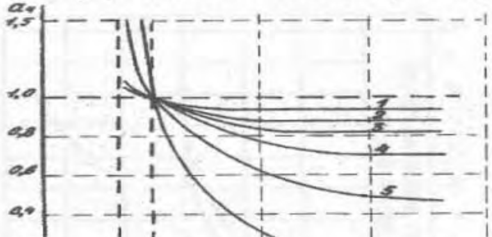


Рис. 4. Номограмма для определения коэффициента механических нагрузок:
1 - индуктивности, кварцы; 2 - резисторы проволочные; 3 - конденсаторы; 4 - резисторы композиционные; 5 - полупроводниковые приборы; 6 - электровакуумные приборы

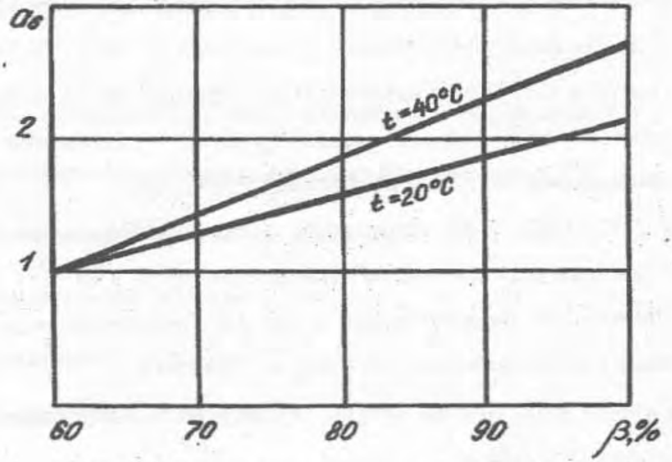


Рис. 5. Номограмма для определения коэффициента нагрузки по влиянию влажности

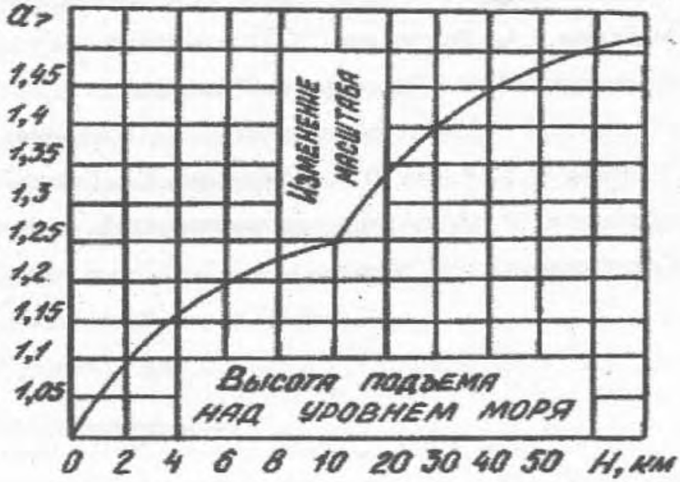


Рис. 6. Номограмма для определения коэффициента нагрузки по влиянию атмосферного давления

Библиографический список

1. Белоглазов И.Н., Кривцов А.Н., Куценко Б.Н., Суслова О.В. Диагностика и надежность автоматизированных систем. СПб.: Руда и металлы, 2004. 167 с.
2. Глазунов Л.П., Грабовецкий В.П., Щербаков О.В. Основы теории надежности автоматических систем управления. Л.: Энергоатомиздат (Ленингр. отд-ние). 1984. 208 с.
3. ГОСТ 27.002 – 89. Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения. М.: Изд-во стандартов, 1990. 25 с.
4. Иванов С.И. Основы теории и расчета показателей надежности/ КнАГТУ. Комсомольск – на – Амуре, 2000. 54 с.
5. Калявин В.П. Основы теории надежности и диагностики. СПб.: Элмор, 1998. 178 с.
6. Маликов И.М. Надежность судовой электронной аппаратуры и систем автоматического управления. Л.: Судостроение, 1967. 314 с.
7. Мартынов А.А., Долгополов Г.А. Основы теории надежности и диагностики/ НГАВТ. Новосибирск, 1999. 108 с.
8. Половко А.М. Основы теории надежности. М.: Наука, 1964. 446 с.
9. Шишонок Н.А., Репкин В.Ф., Барбинский Л.Л. Основы теории надежности и эксплуатации радиоэлектронной техники. М.: Советское радио, 1964. 551 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ